Окружность, круг, их элементы и части. Центральный угол

7 класс

Устная работа

Продолжите предложение.

1. Окружность – это геометрическая фигура, состоящая ***из множества точек плоскости равноудалённых от некоторой точки.***

2. Отрезок, соединяющий точку на окружности с ее центром, называется ***радиусом.***

3. Хорда – это отрезок, ***соединяющий две точки окружности.***

Продолжите предложение.

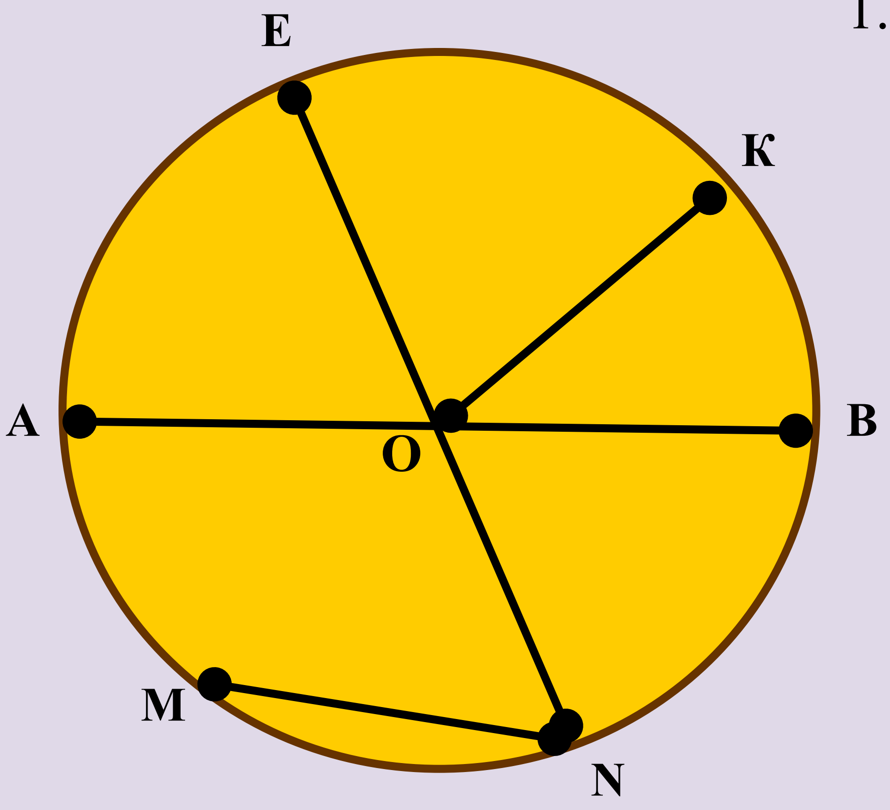
4. Отрезок, соединяющий две точки окружности и проходящий через её центр, называется ***диаметром.***

5. Часть плоскости, ограниченная окружностью, называется ***кругом.***

6. Центральным углом называется угол с вершиной в ***центре окружности.***

7. Если все вершины многоугольника лежат на окружности, то многоугольник называется ***вписанным в эту окружность.***

Посмотрите внимательно на чертёж и ответьте на следующие вопросы.



1. Назовите центр окружности.

2. Чем является отрезок АВ?

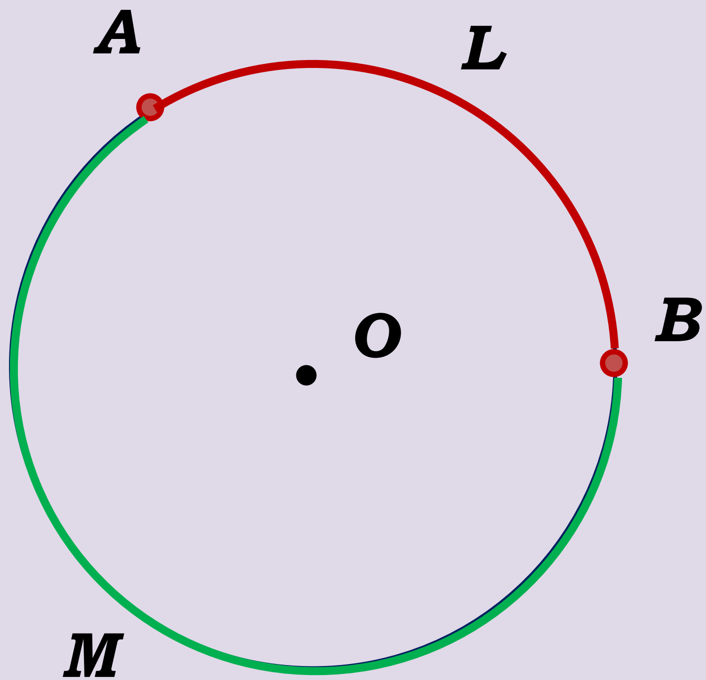
3. Отрезок ОК для окружности является _______________.

4. Назовите хорды.

5. Является ли ∠ЕОК центральным углом?

6. Назовите вписанный угол.

Дуга окружности



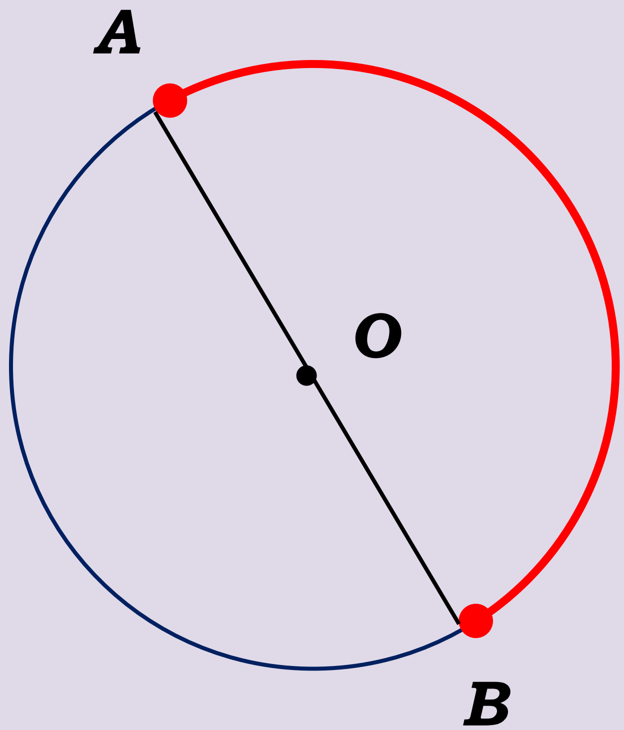
Точки А и В делят окружности на две дуги

Обозначают дуги так:

$\smile$ ***AB**$_{мал.}$* *или* $\smile$ ***ALB***

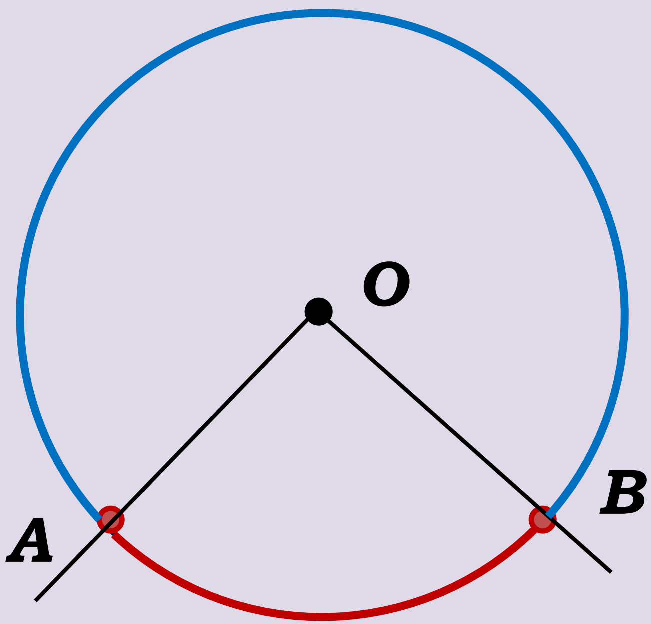
$\smile$ ***AB**$_{бол.}$* *или* $\smile$ ***AMB***

Дуга окружности



Дуга называется **полуокружностью**, если отрезок соединяющий её концы является диаметром окружности

Центральный угол
и дуга окружности



Угол с вершиной в центре окружности называется её **центральным углом**

∠AOB – центральный угол

Центральному углу AOB соответствуют две дуги окружности с концами в точках A и B.

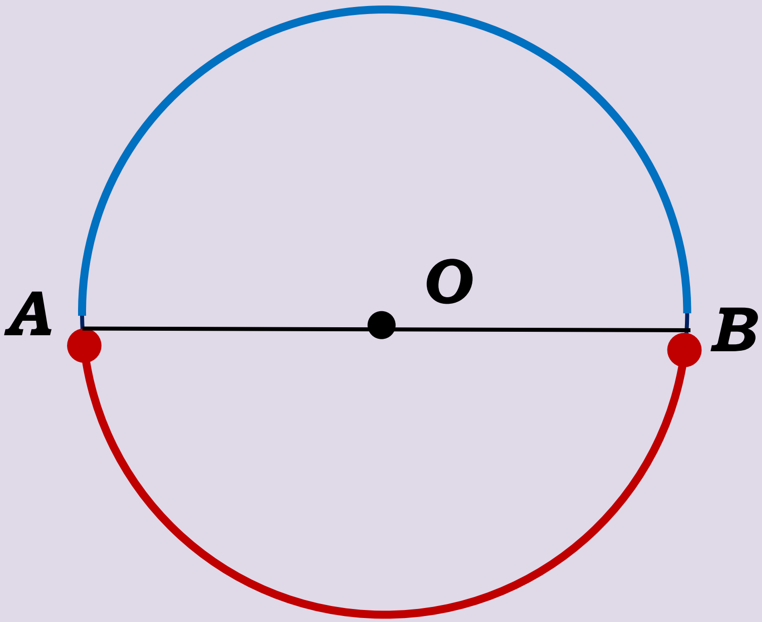
►Круговой сектор.

КРУГОВОЙ СЕКТОР - **часть круга**, **лежащая внутри соответствующего центрального угла**.

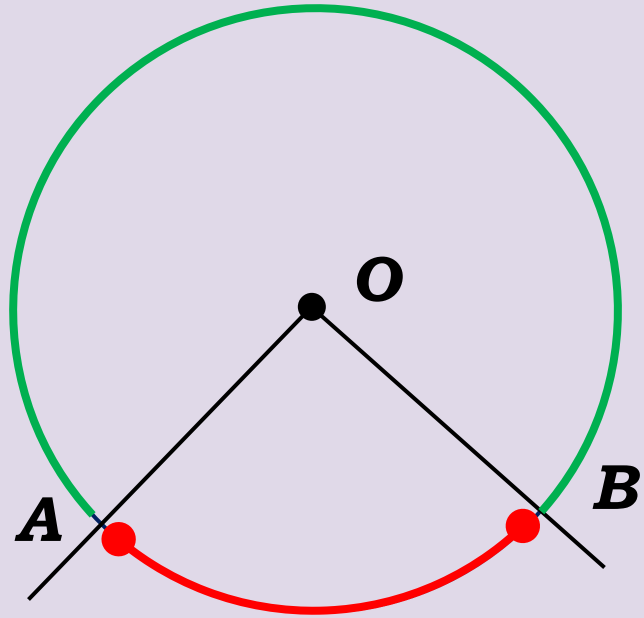
Или иначе.

КРУГОВОЙ СЕКТОР - **часть круга**, **ограниченная дугой окружности и двумя радиусами**, **стягивающими эту дугу**.

Центральный угол и дуга окружности



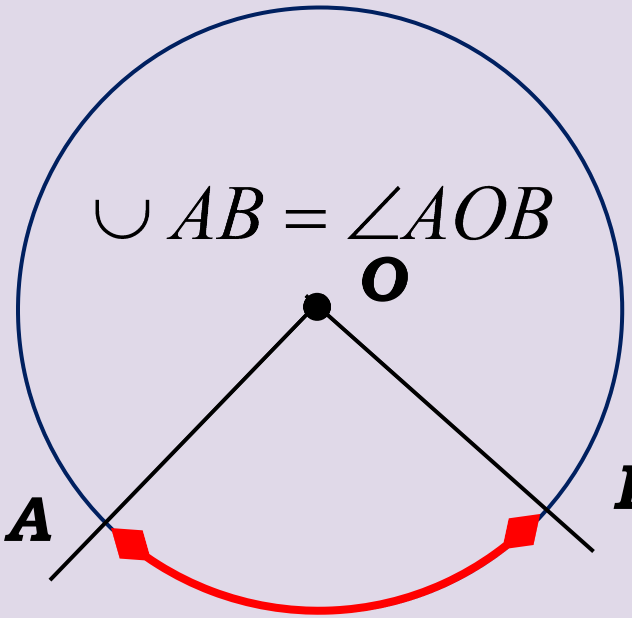
$\angle$AOB – **развернутый,** ему соответствуют две полуокружности.



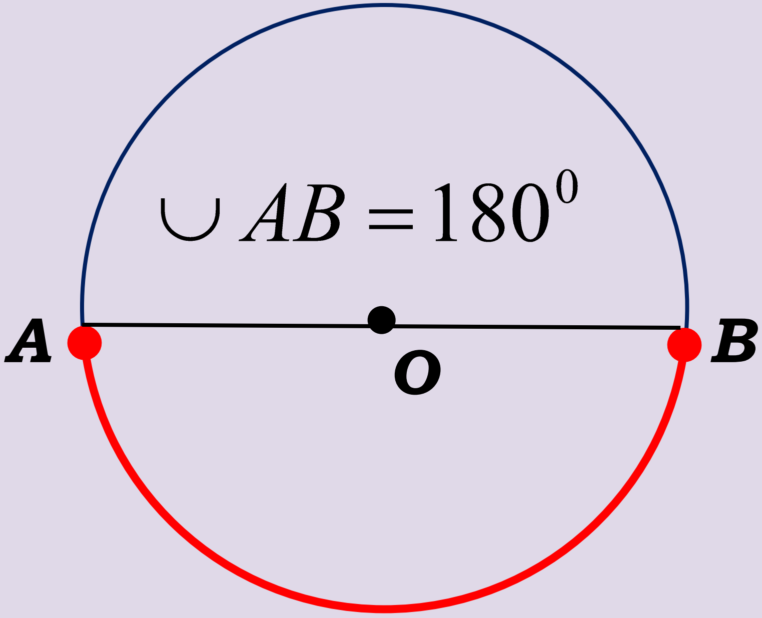
Если $\angle$AOB – **не развернутый,** то говорят, что дуга, расположенная внутри его меньше полуокружности (она выделена красным цветом).

Про другую (выделена зеленым цветом) говорят, что она больше полуокружности.

Центральный угол и дуга окружности

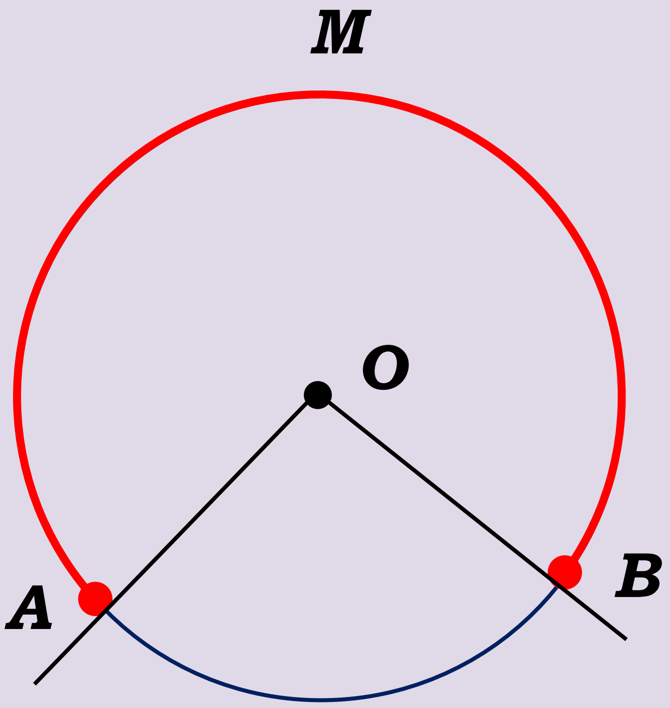


Дугу окружности можно измерить в градусах.



Если дуга AB окружности с центром в точке O меньше полуокружности или является полуокружностью, то ее градусная мера считается равной градусной мере центрального угла AOB.

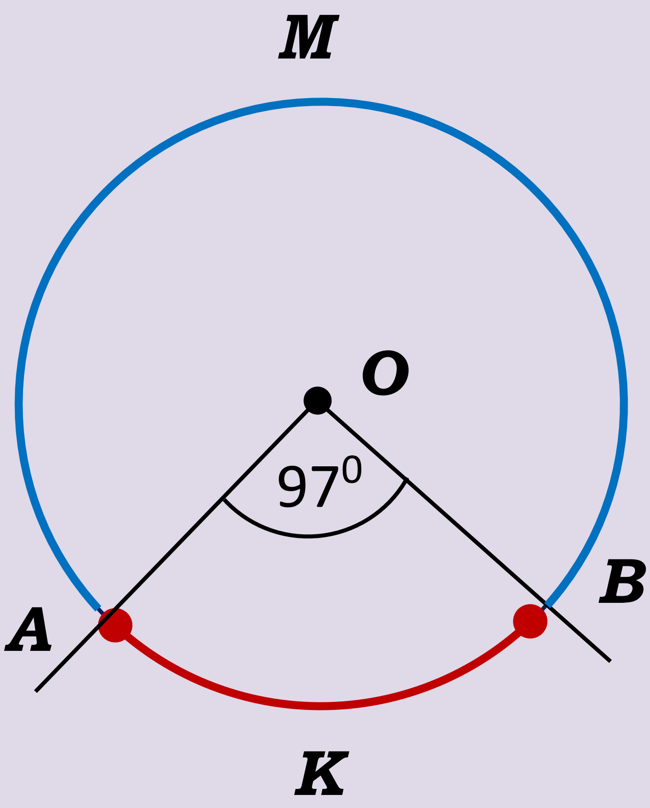
Центральный угол и дуга окружности



Если дуга AB больше полуокружности, то ее градусная мера считается равной 360^0 - $\angle$AOB

$$\cup\, AMB = 360^0 - \angle AOB$$

Центральный угол и дуга окружности

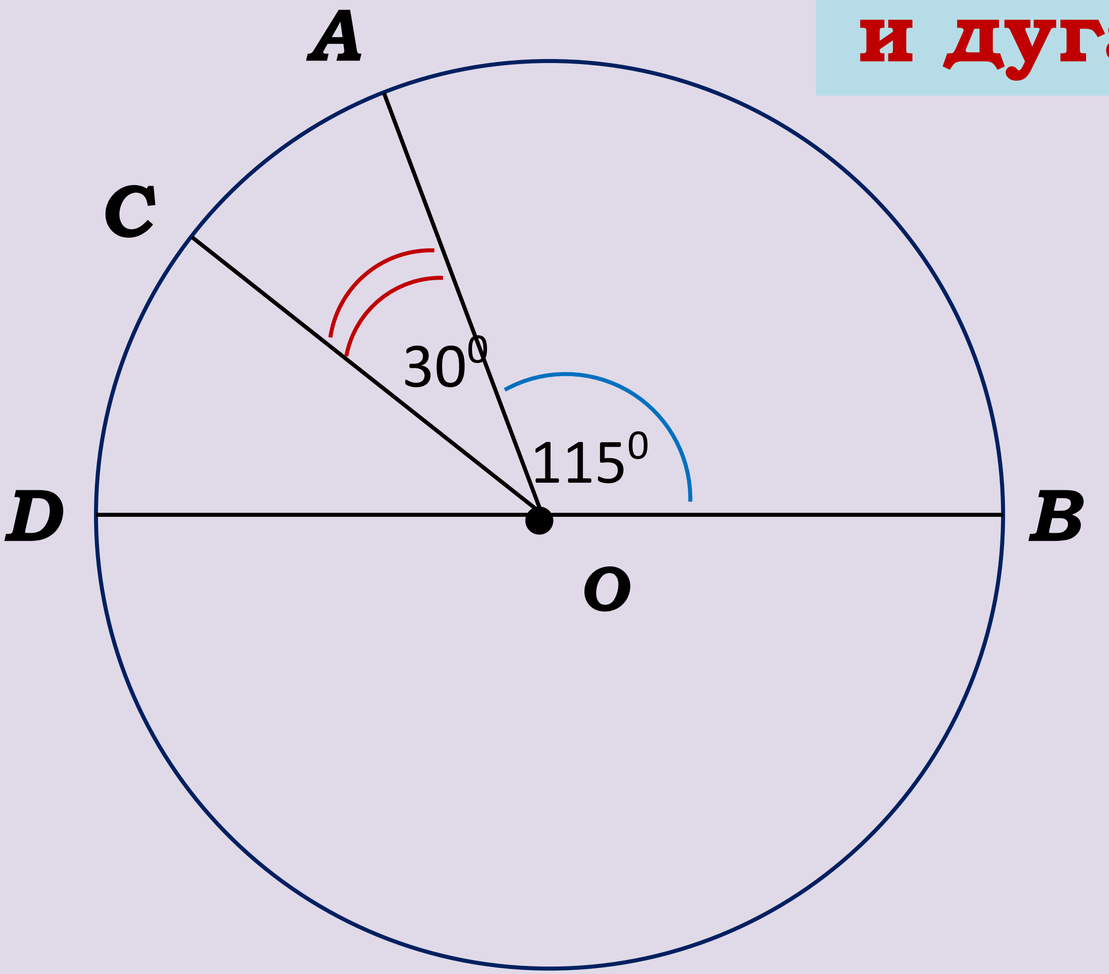


$$\cup\, AKB = \angle AOB = 97^0$$

$$\cup\, AMB = 360^0 - \angle AOB =$$

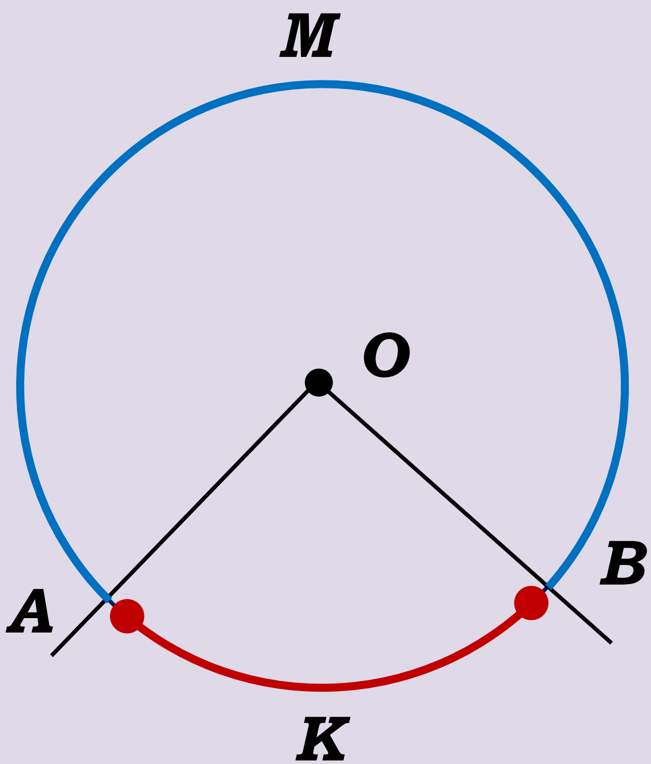
$$360^0 - 97^0 = 263^0$$

Центральный угол и дуга окружности



Чему равны градусные меры дуг DAB, CAB, DCA, CDB, ABD, ABC

Центральный угол и дуга окружности



Задача 1.

$\cup AMB - \cup AKB = 200^0$

Найти : $\angle AOB$

Задача 2.

$\cup AMB = 5 \cup AKB$

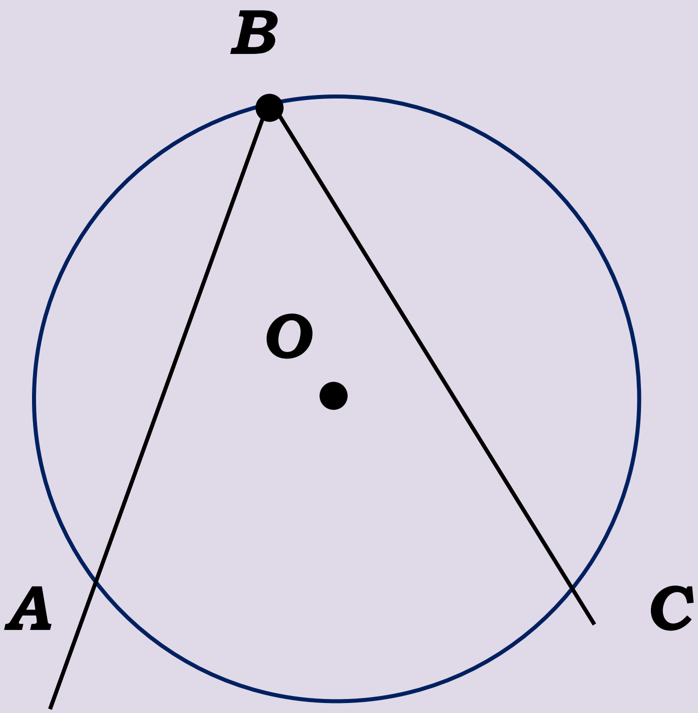
Найти : $\angle AOB$

Задача 3.

$\cup AKB : \cup AMB = 2 : 7$

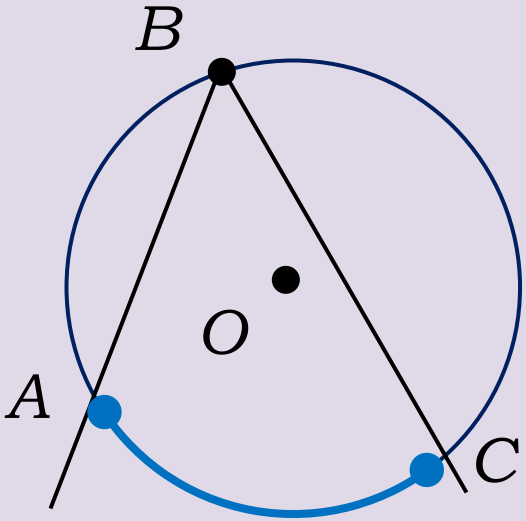
Найти : $\angle AOB$

ВПИСАННЫЙ УГОЛ



Угол, вершина которого лежит на окружности, а стороны пересекают окружность, называется **вписанным** углом

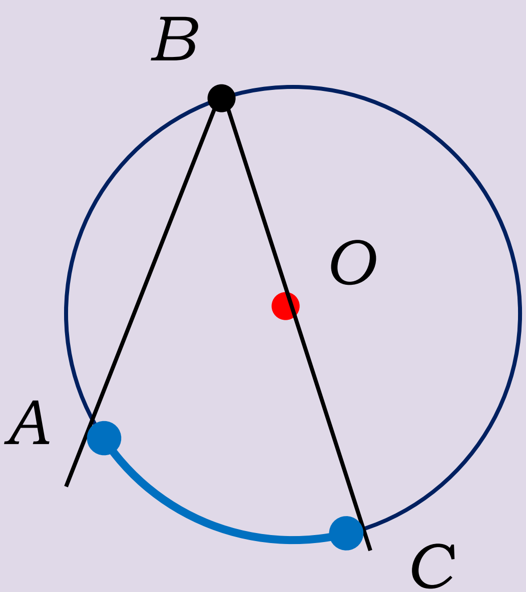
$\angle ABC$ - вписанный



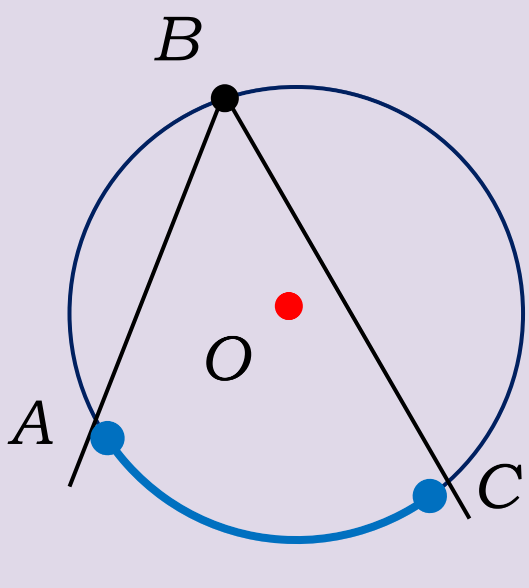
Теорема. Вписанный угол равен половине дуги, на которую он опирается.

$$\textit{Доказать}: \angle ABC = \frac{1}{2} \cup AC$$

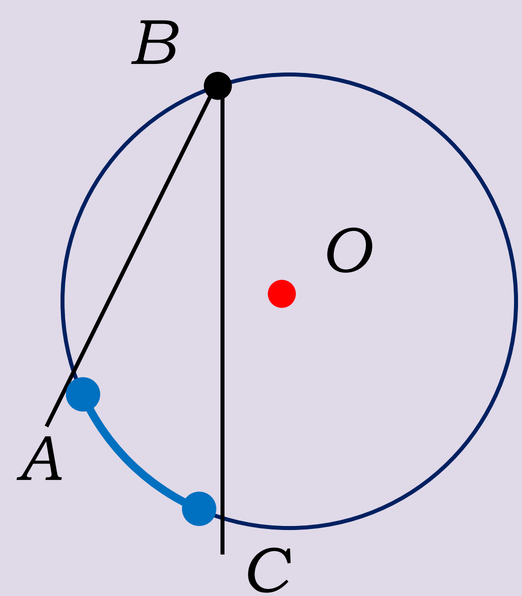
1 случай



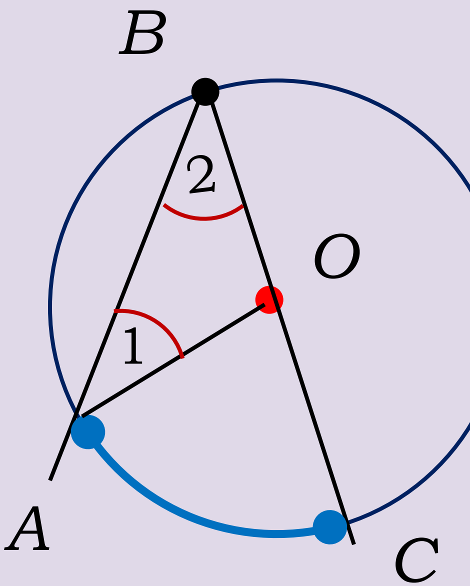
2 случай



3 случай



1 случай



$$\angle AOC = \angle 1 + \angle 2$$

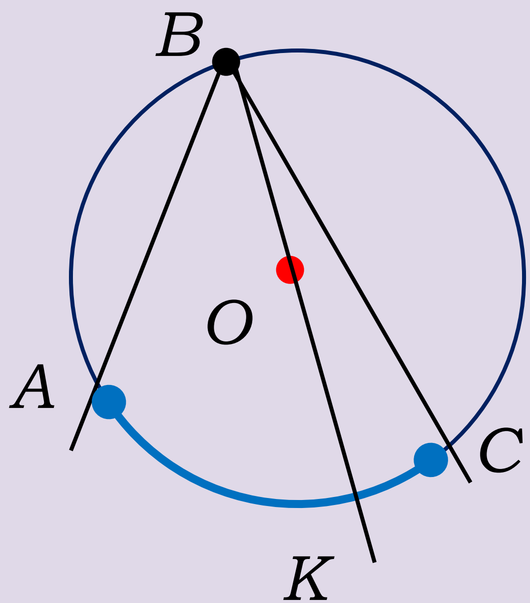
$$\angle AOC = 2 \cdot \angle 2$$

$$\angle AOC = 2 \cdot \angle ABC$$

$$\angle ABC = \frac{1}{2} \angle AOC$$

$$\angle ABC = \frac{1}{2} \cup AC$$

2 случай



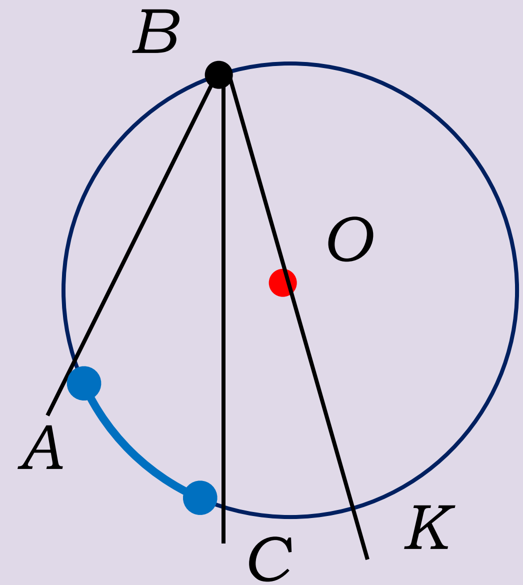
$$\angle ABK = \frac{1}{2} \cup AK$$

$$\angle CBK = \frac{1}{2} \cup KC$$

$$\angle ABC = \frac{1}{2} \cup AK + \frac{1}{2} \cup KC$$

$$\angle ABC = \frac{1}{2} \cup AC$$

3 случай



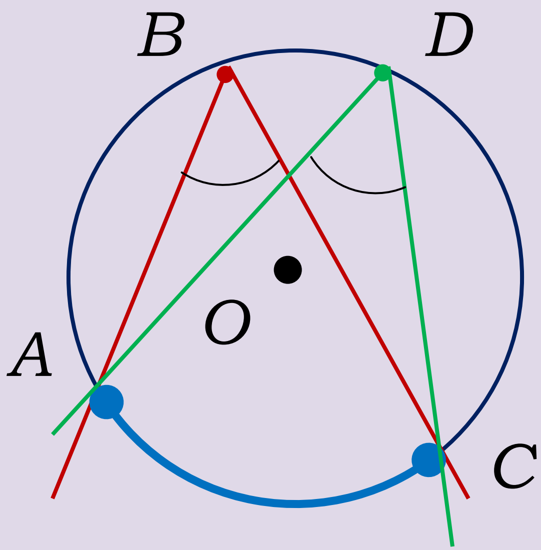
$$\angle ABK = \frac{1}{2} \cup AK$$

$$\angle CBK = \frac{1}{2} \cup KC$$

$$\angle ABC = \frac{1}{2} \cup AK - \frac{1}{2} \cup KC$$

$$\angle ABC = \frac{1}{2} \cup AC$$

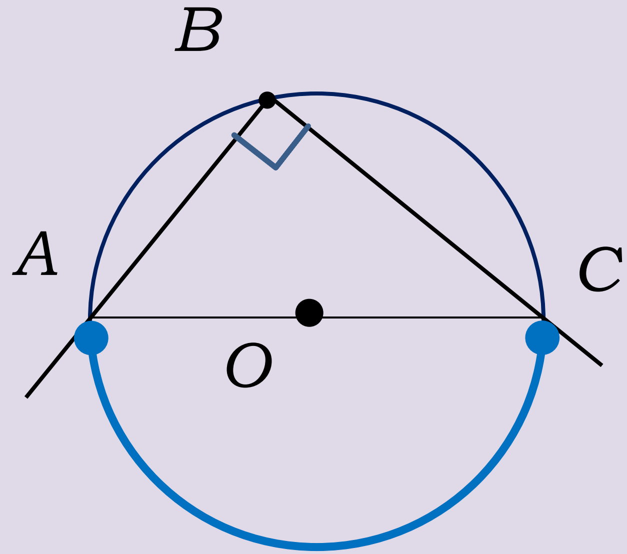
Следствие 1



Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу, равны.

$\angle ABC = \angle ADC$

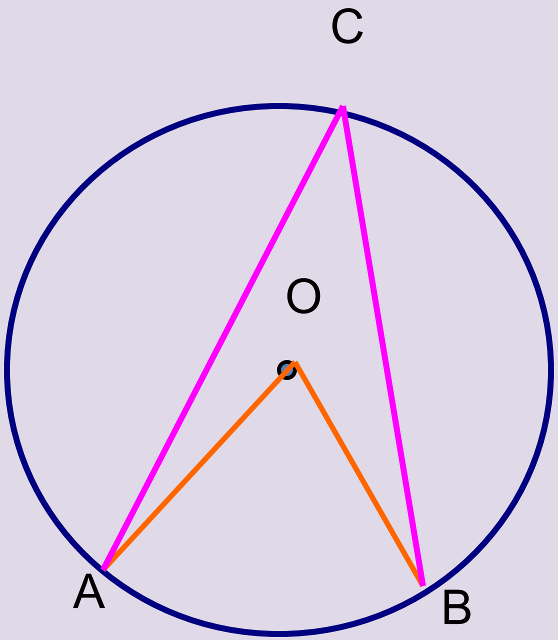
Следствие 2



Вписанный угол, опирающийся на полуокружность, равен 90^0.

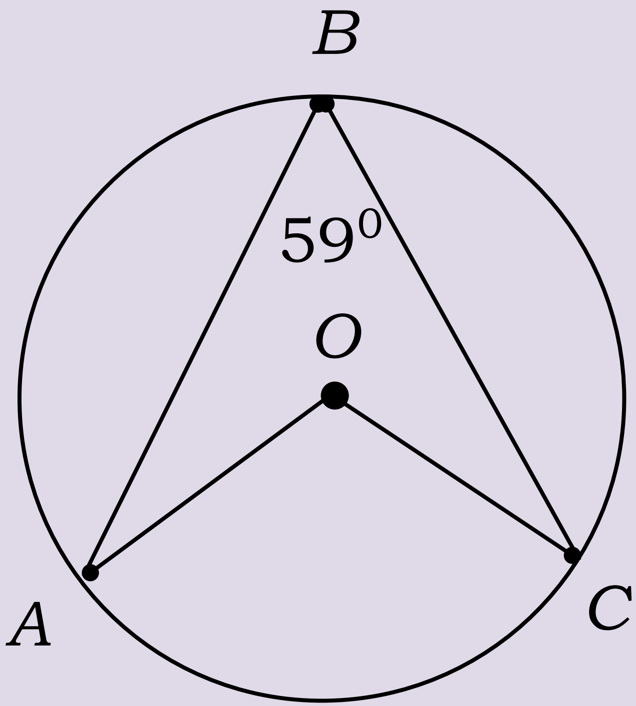
$\angle ABC = 90^0$

Вписанный угол равен половине центрального, опирающегося на ту же дугу, либо дополняет его половину до 180º



$$\boxed{\angle ACB = 0{,}5\angle AOB}$$

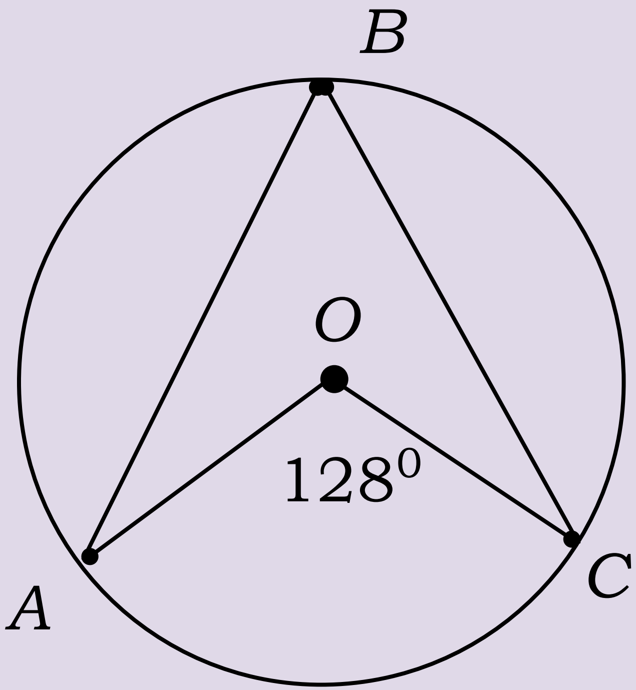
Задача 1.



$\angle ABC = 59^0.$

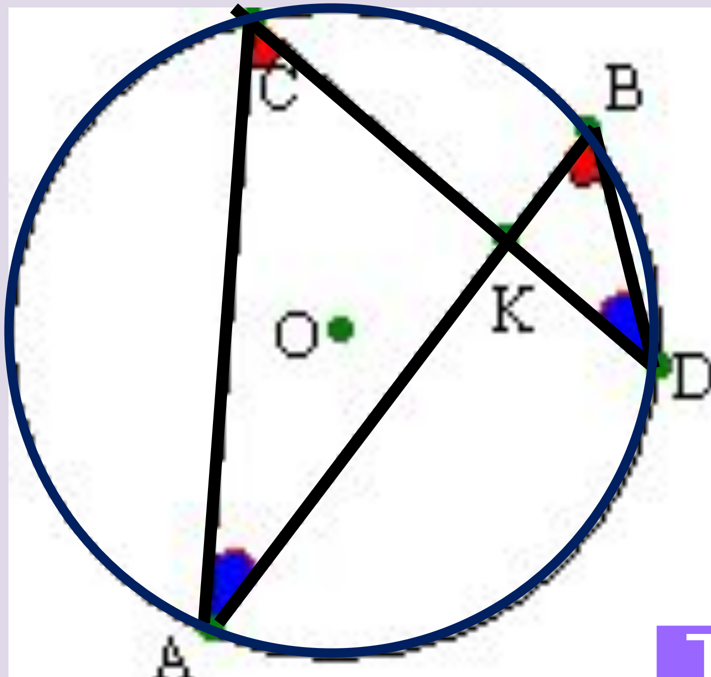
$\angle AOC = ?$

Задача 2.



$\angle AOC = 128^0.$

$\angle ABC = ?$

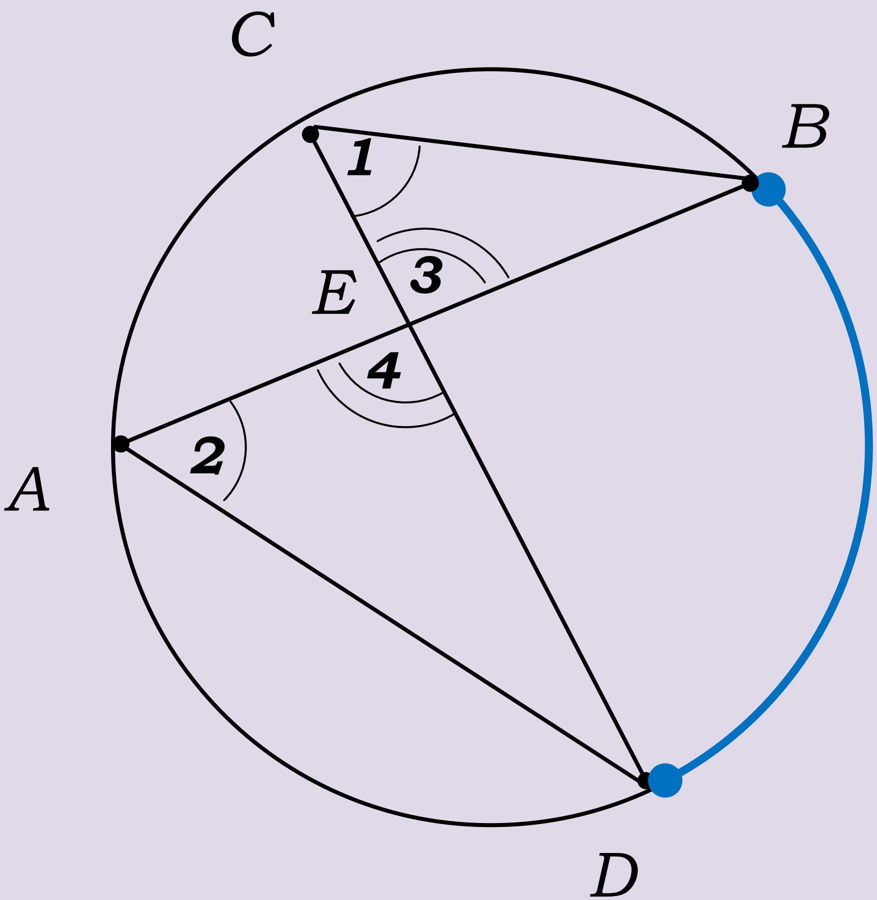


Два вписанных угла, опирающиеся на одну и ту же дугу, равны

Т.е

$$\angle C = \angle B \text{или} \angle A = \angle D$$

Свойство двух пересекающихся хордах



$$\text{Дано}: AB \cap CD = E$$

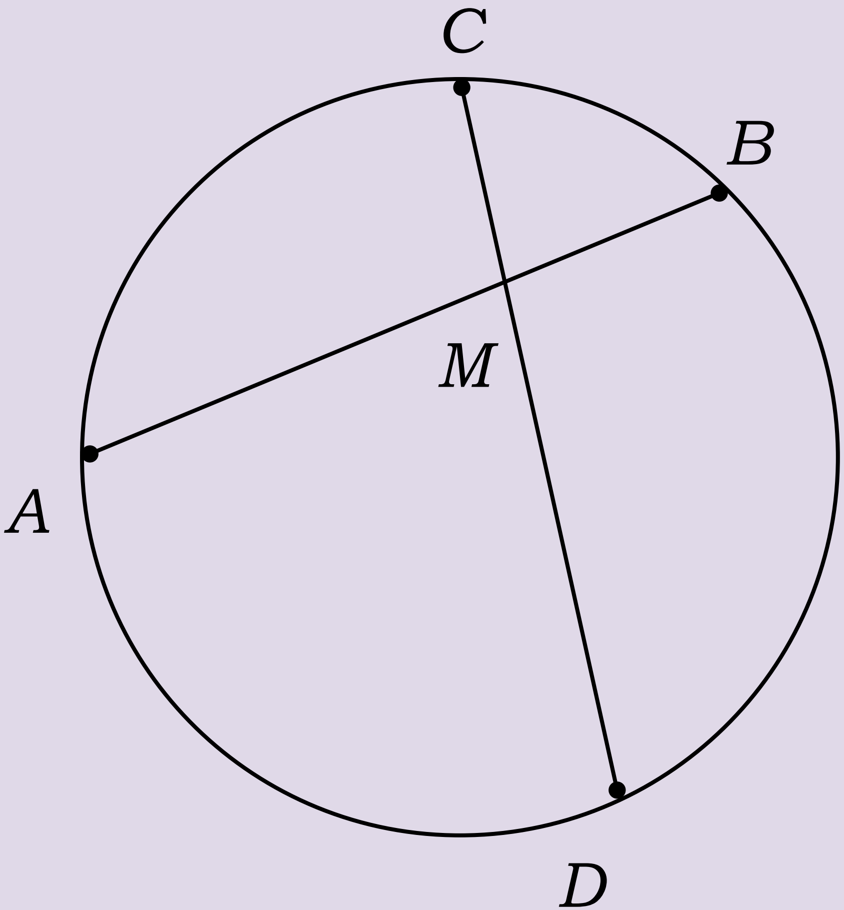
$$\text{Доказать}: AE \cdot BE = CE \cdot DE$$

$$\begin{cases} \angle 1 = \angle 2 \\ \angle 3 = \angle 4 \end{cases} \Rightarrow \Delta BCE \infty \Delta DAE$$

$$\frac{BC}{DA} = \frac{BE}{DE} = \frac{CE}{AE}$$

$$AE \cdot BE = CE \cdot DE$$

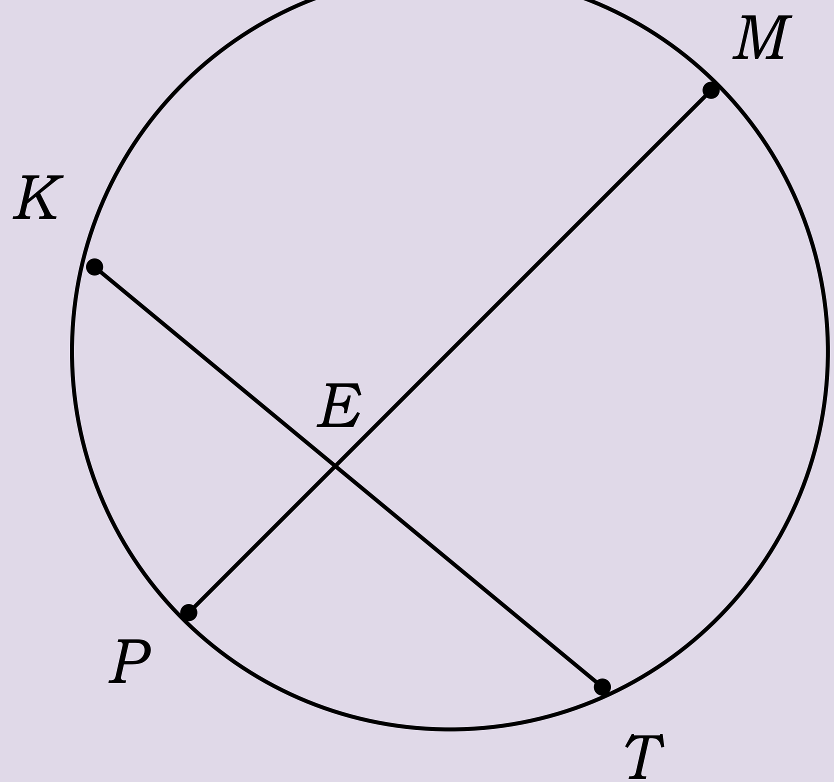
Задача 1



AM = 18, BM = 9, CM = 6.

Найти MD.

Задача 2

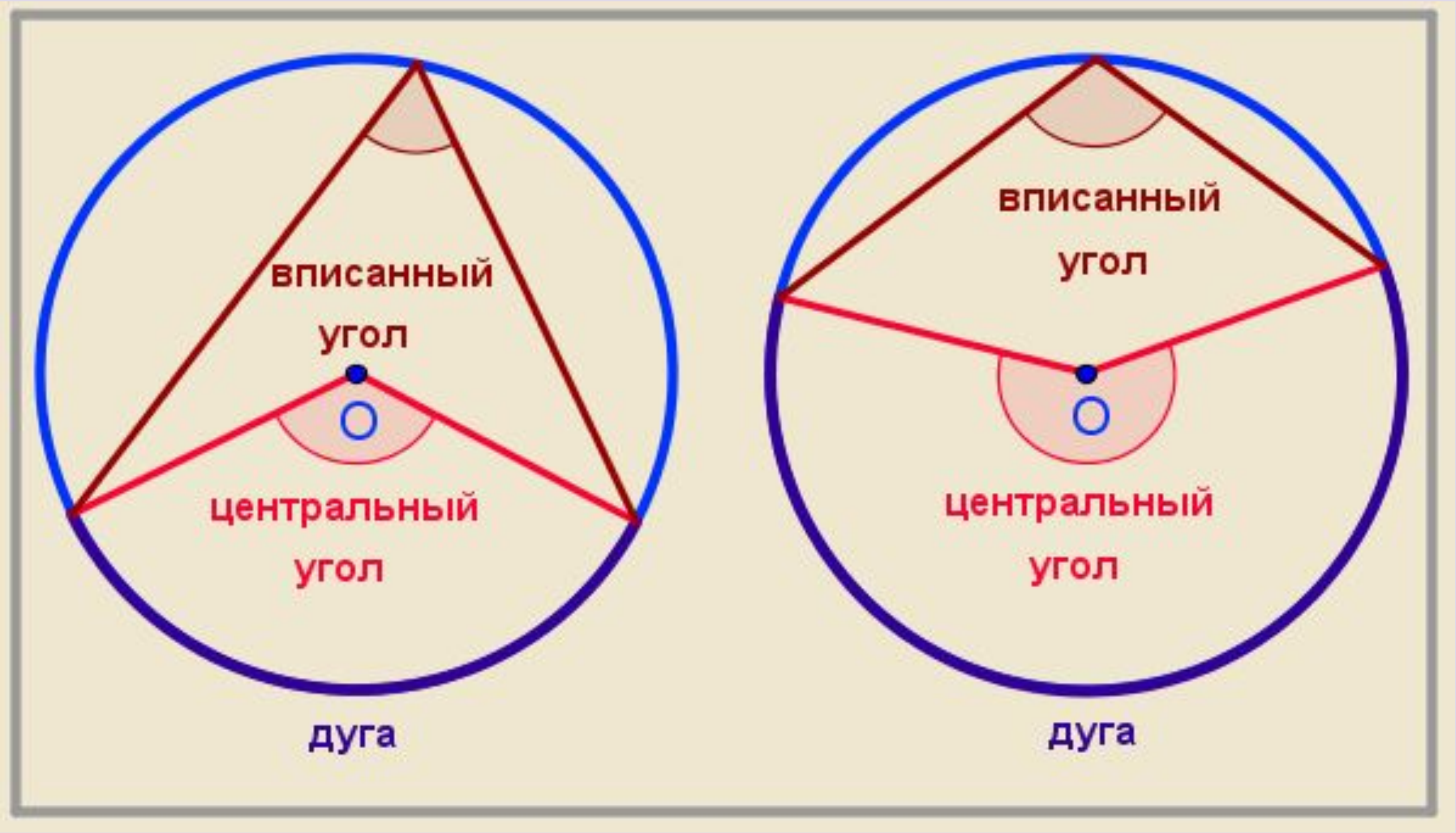


EM = 15, PE = 4, TE = 10.

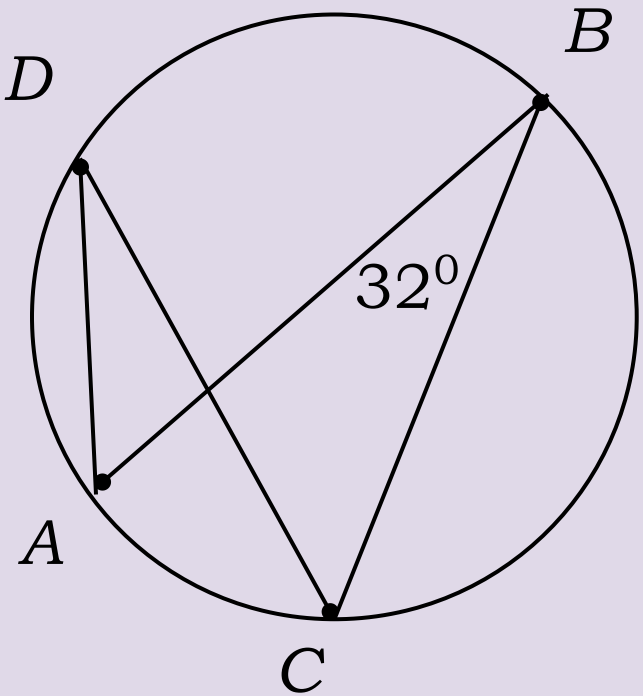
Найти KE.

Самостоятельная работа

- Сделать кластер



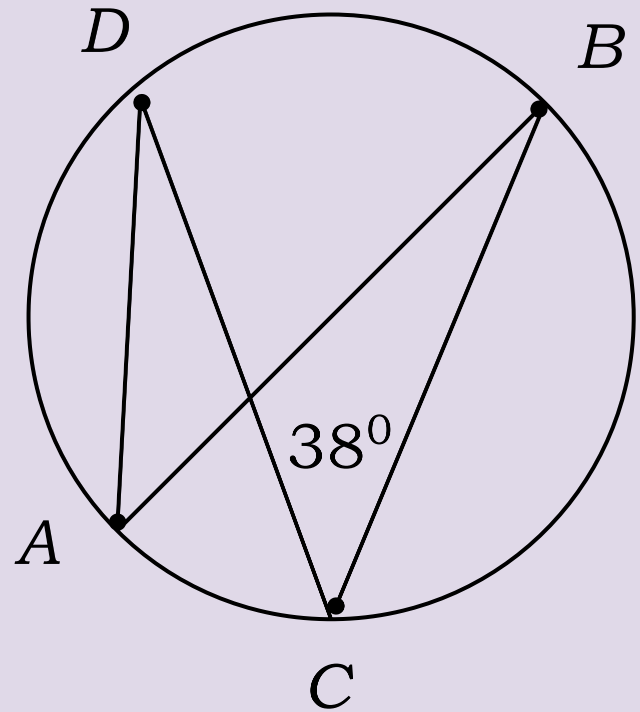
Задача 1.



$\angle ABC = 32^0.$

$\angle ADC = ?$

Задача 2.

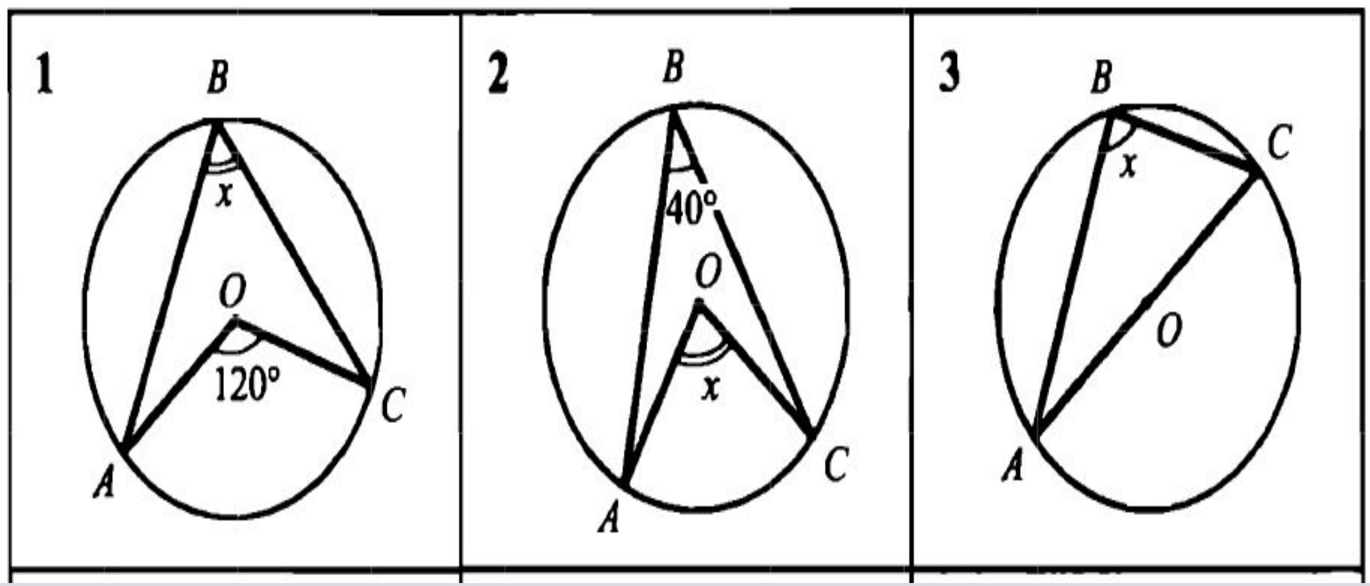


$\angle BCD = 38^0.$

$\angle BAD = ?$

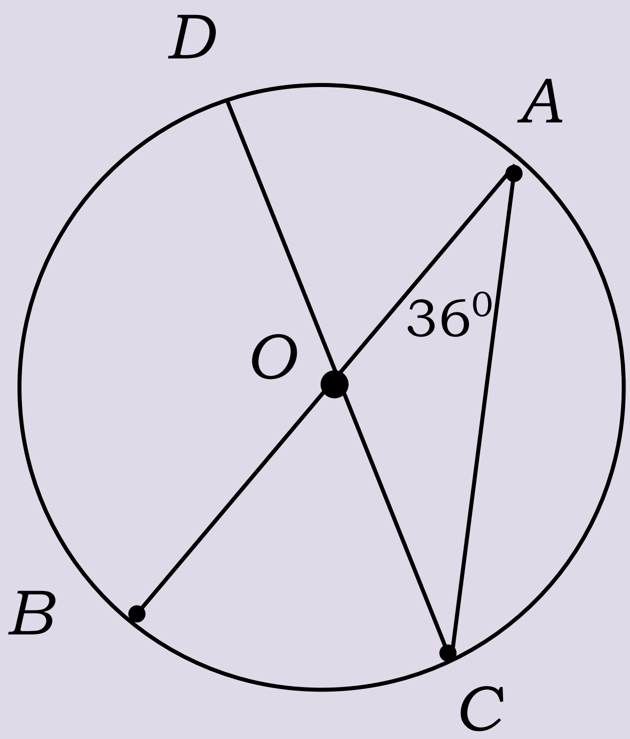
Учебные задания

Найти x, y (O — центр окружности).



- **Вывод:** Если центральный и вписанный угол опираются на одну и туже дугу, то вписанный угол измеряется половиной центрального угла.

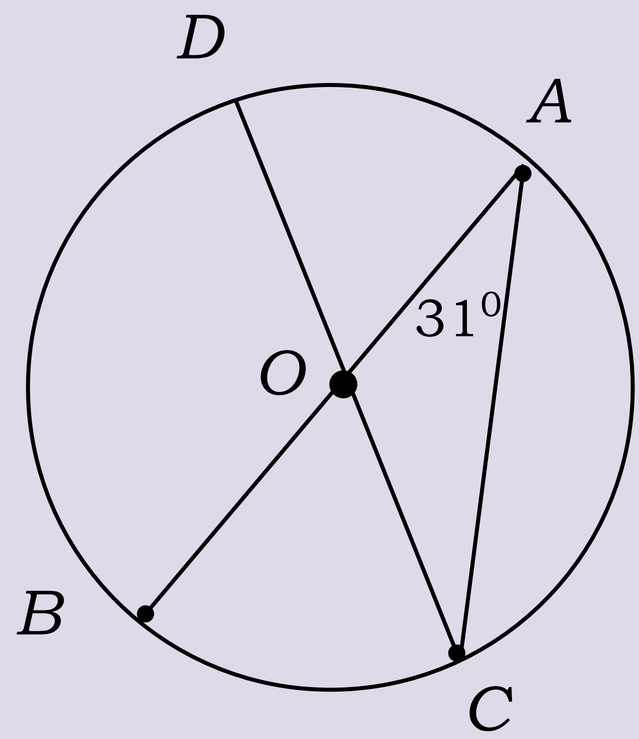
Задача 4.



$\angle BAC = 36^0.$

$\angle AOD = ?$

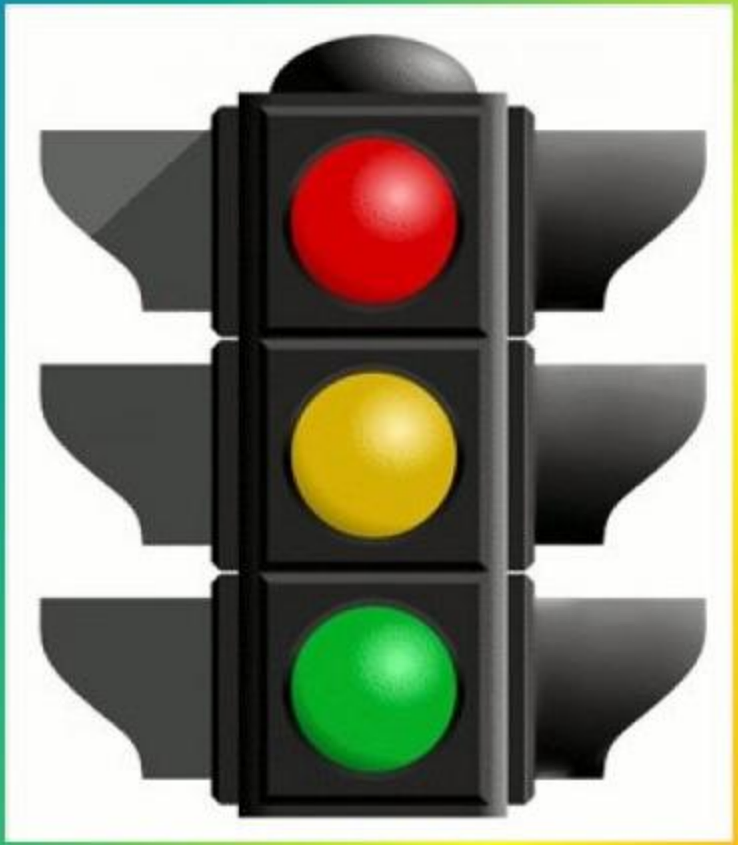
Задача 5.



$\angle BAC = 31^0.$

$\angle BOD = ?$

“Светофор”



Совсем не понятно

Надо повторить ещё раз

Всё легко и просто