

Окружность, круг, их  
элементы и части.  
Центральный угол

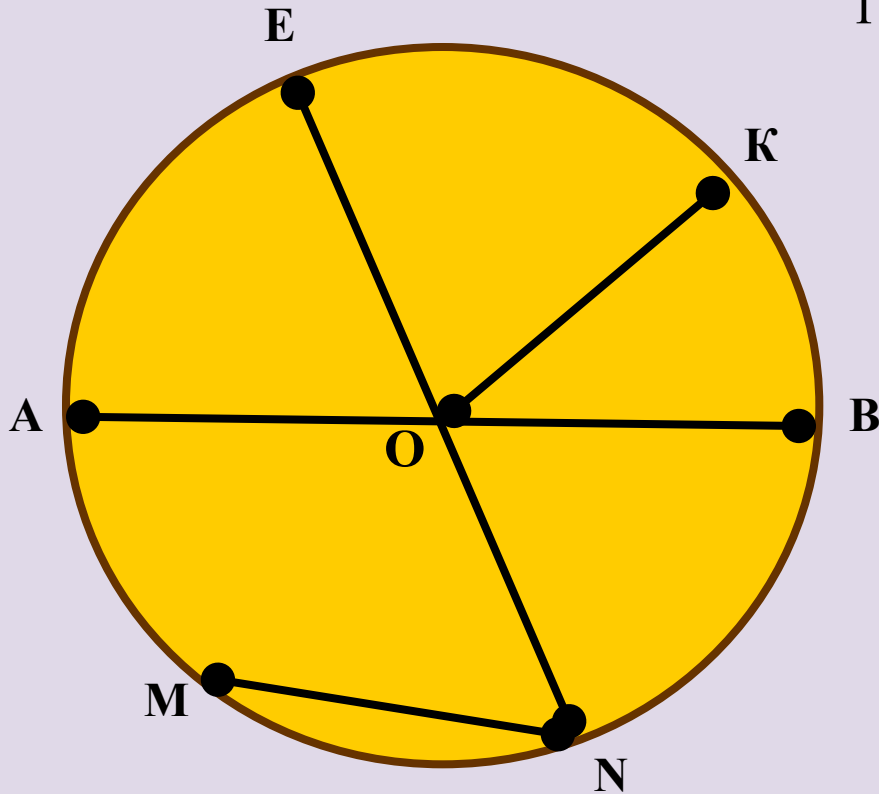
7 класс

## Устная работа

Продолжите предложение.

1. Окружность – это геометрическая фигура, состоящая из множества точек плоскости равноудалённых от некоторой точки.
2. Отрезок, соединяющий точку на окружности с ее центром, называется радиусом.
3. Хорда – это отрезок, соединяющий две точки окружности.  
Продолжите предложение.
4. Отрезок, соединяющий две точки окружности и проходящий через её центр, называется диаметром.
5. Часть плоскости, ограниченная окружностью, называется кругом.
6. Центральным углом называется угол с вершиной в центре окружности.
7. Если все вершины многоугольника лежат на окружности, то многоугольник называется вписанным в эту окружность.

*Посмотрите внимательно на чертёж и  
ответьте на следующие вопросы.*



1. Назовите центр окружности.

2. Чем является отрезок АВ?

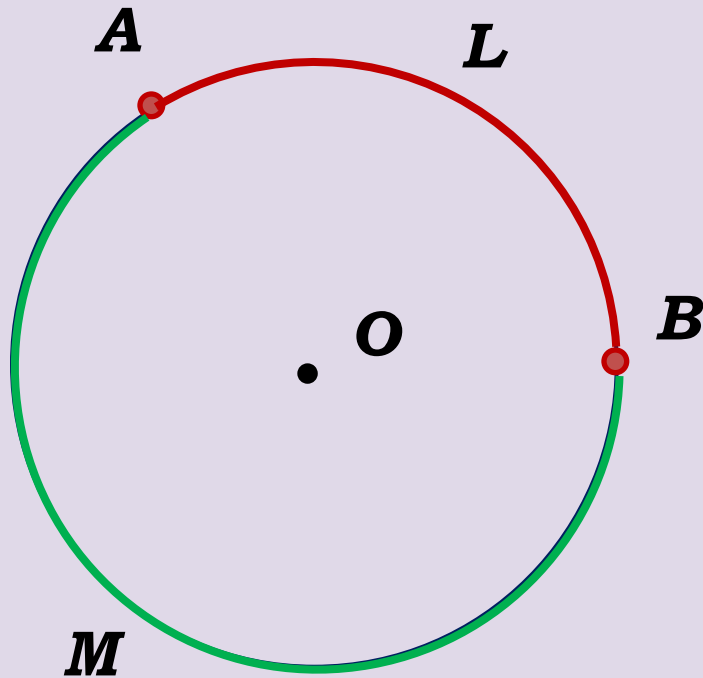
3. Отрезок ОК для окружности  
является \_\_\_\_\_.

4. Назовите хорды.

5. Является ли  $\angle EOK$   
центральным углом?

6. Назовите вписанный угол.

# Дуга окружности



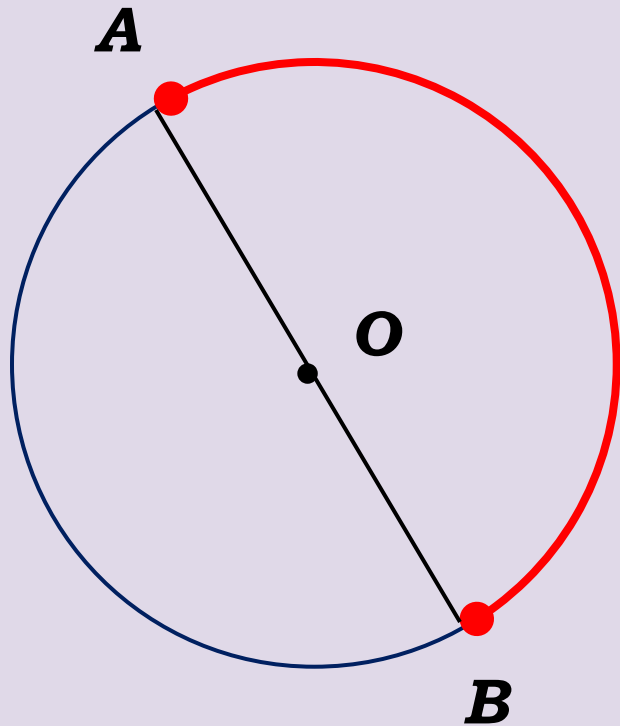
Точки  $A$  и  $B$  делят окружности на две дуги

Обозначают дуги так:

∪  $AB_{\text{мал.}}$  или ∪  $ALB$

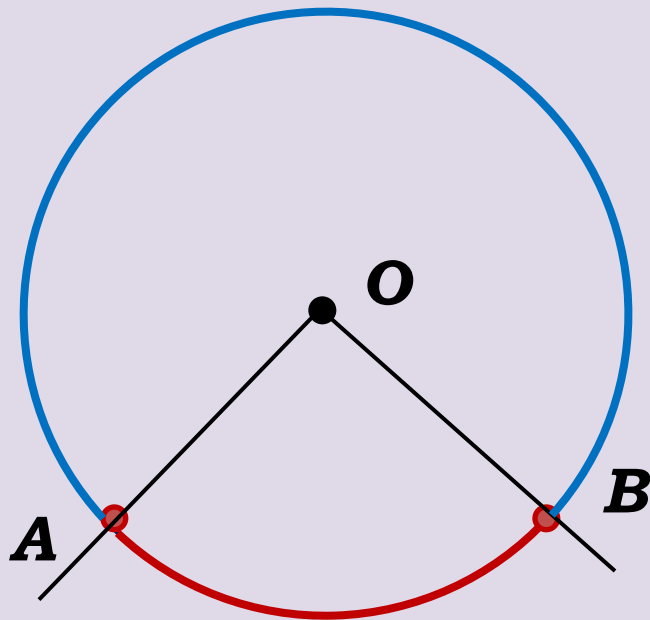
∪  $AB_{\text{бол.}}$  или ∪  $AMB$

# Дуга окружности



Дуга называется **полуокружностью**, если отрезок соединяющий её концы является диаметром окружности

# Центральный угол и дуга окружности



Угол с вершиной в центре окружности называется её

**центральным углом**

$\angle AOB$  – центральный угол

Центральному углу  $AOB$  соответствуют две дуги окружности с концами в точках  $A$  и  $B$ .

## ► Круговой сектор.

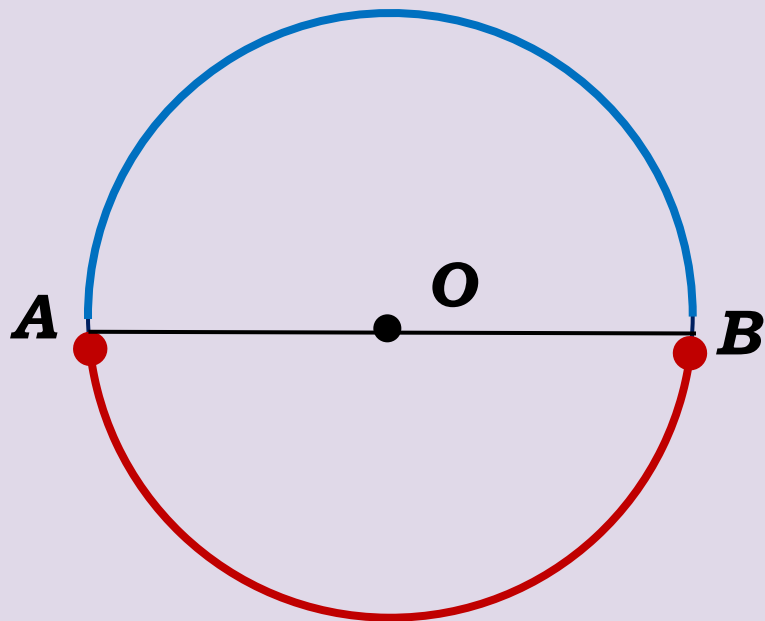
КРУГОВОЙ СЕКТОР - часть круга, лежащая внутри соответствующего центрального угла.

Или иначе.

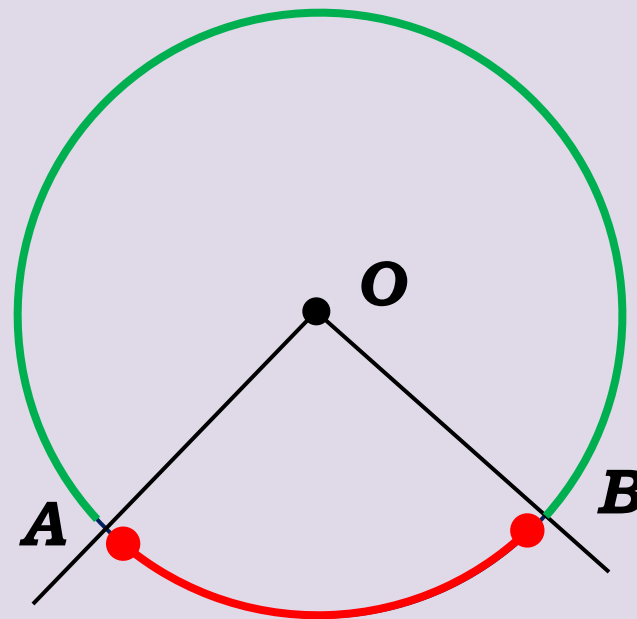
КРУГОВОЙ СЕКТОР - часть круга, ограниченная дугой окружности и двумя радиусами, стягивающими эту дугу.



# Центральный угол и дуга окружности



$\angle AOB$  – развернутый,  
ему соответствуют две  
полуокружности.

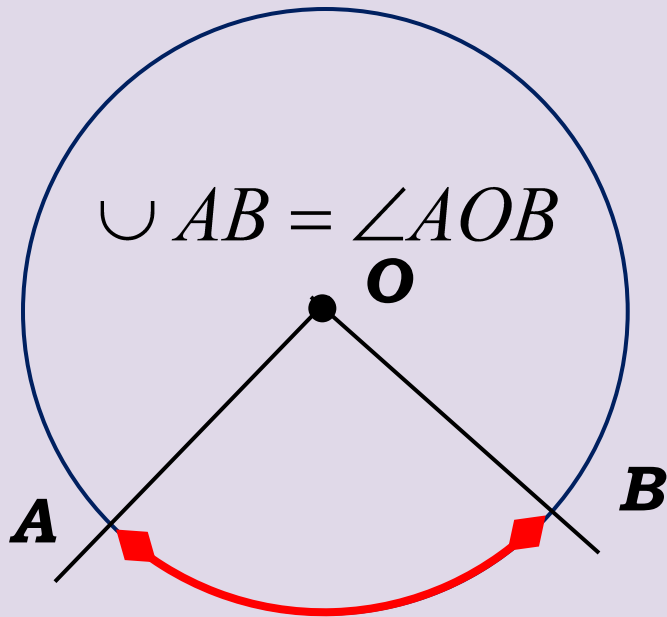


Если  $\angle AOB$  – не развернутый,  
то говорят, что дуга,  
расположенная внутри его  
меньше полуокружности (она  
выделена красным цветом).

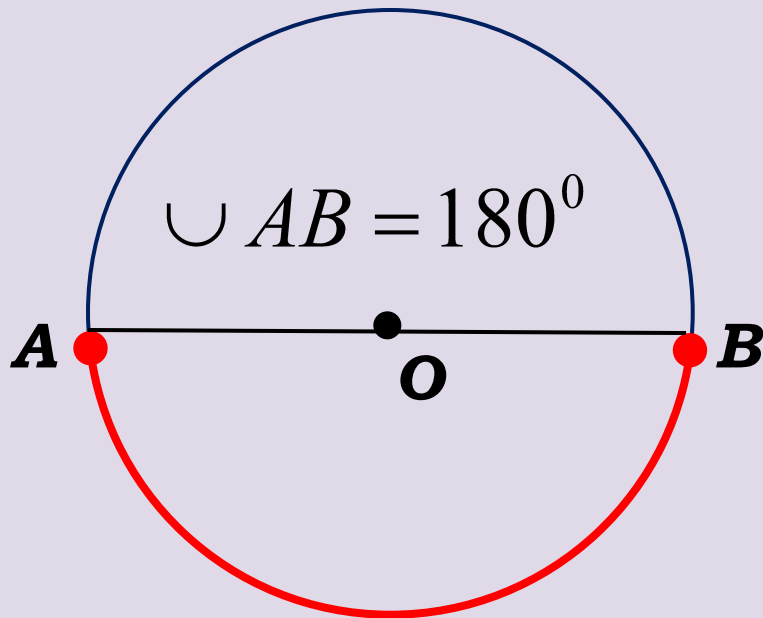
Про другую (выделена зеленым  
цветом) говорят, что она больше  
полуокружности.



# Центральный угол и дуга окружности

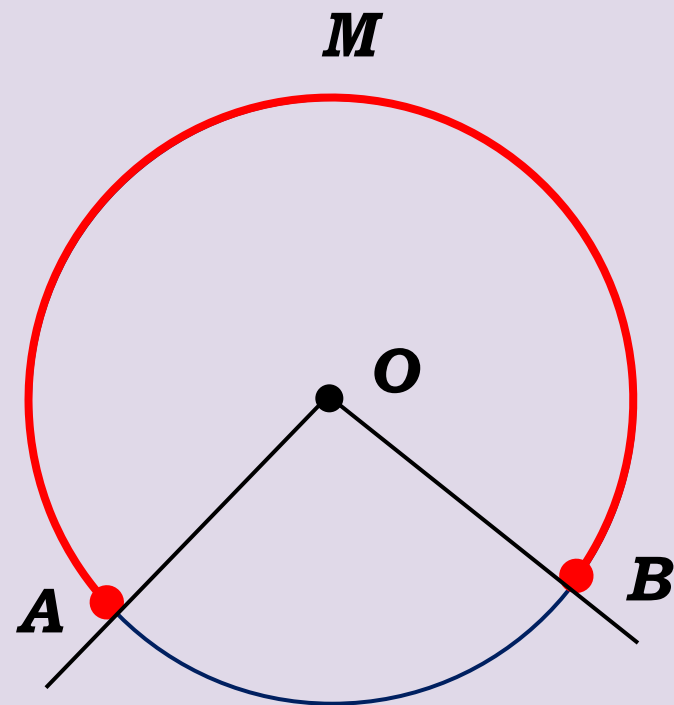


Дугу окружности можно измерить в градусах.



Если дуга  $AB$  окружности с центром в точке  $O$  меньше полуокружности или является полуокружностью, то ее градусная мера считается равной градусной мере центрального угла  $AOB$ .

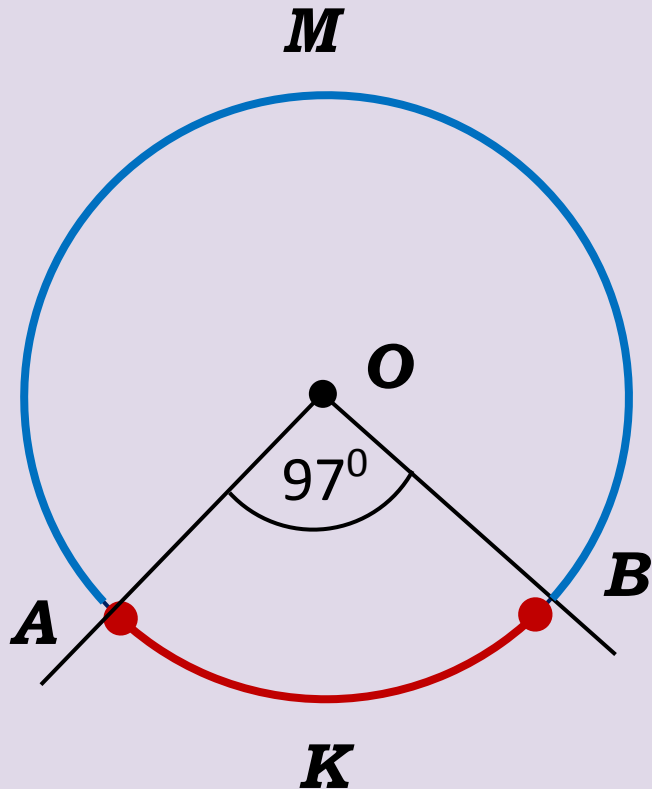
# Центральный угол и дуга окружности



$$\cup AMB = 360^{\circ} - \angle AOB$$

Если дуга АВ больше полуокружности, то ее градусная мера считается равной  $360^{\circ} - \angle AOB$

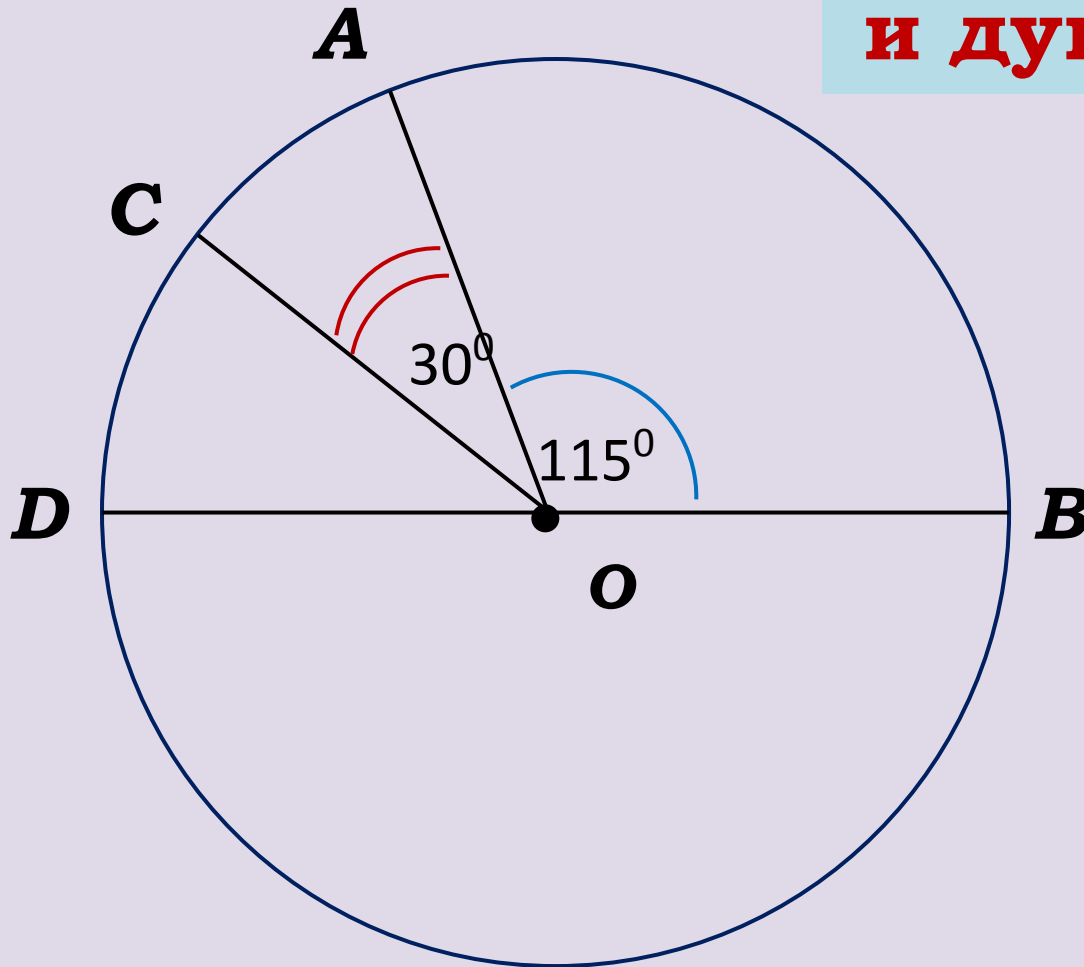
# Центральный угол и дуга окружности



$$\cup AKB = \angle AOB = 97^\circ$$

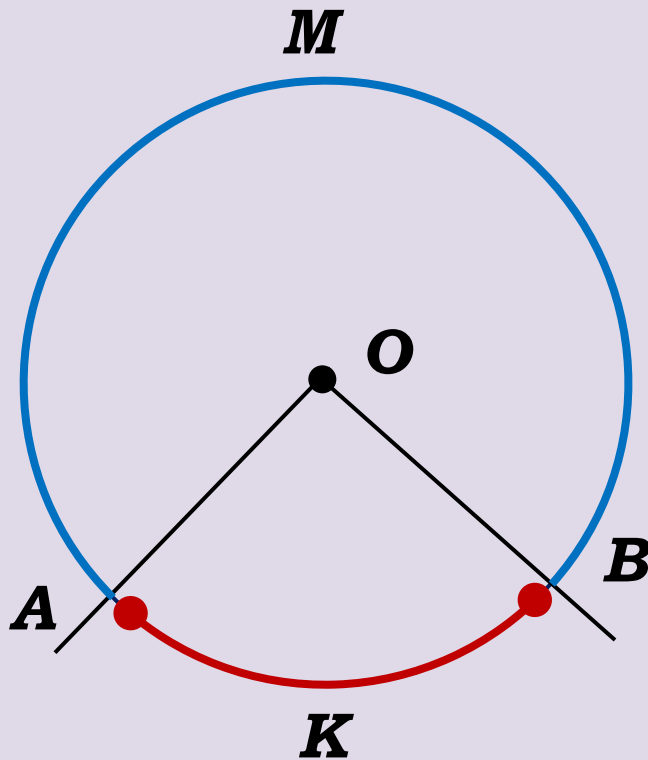
$$\cup AMB = 360^\circ - \angle AOB = \\ 360^\circ - 97^\circ = 263^\circ$$

# Центральный угол и дуга окружности



Чему равны градусные меры дуг  
 $DAB$ ,  $CAB$ ,  $DCA$ ,  $CDB$ ,  $ABD$ ,  $ABC$

# Центральный угол и дуга окружности



Задача 1.

$$\cup AMB - \cup AKB = 200^{\circ}$$

Найти:  $\angle AOB$

Задача 2.

$$\cup AMB = 5 \cup AKB$$

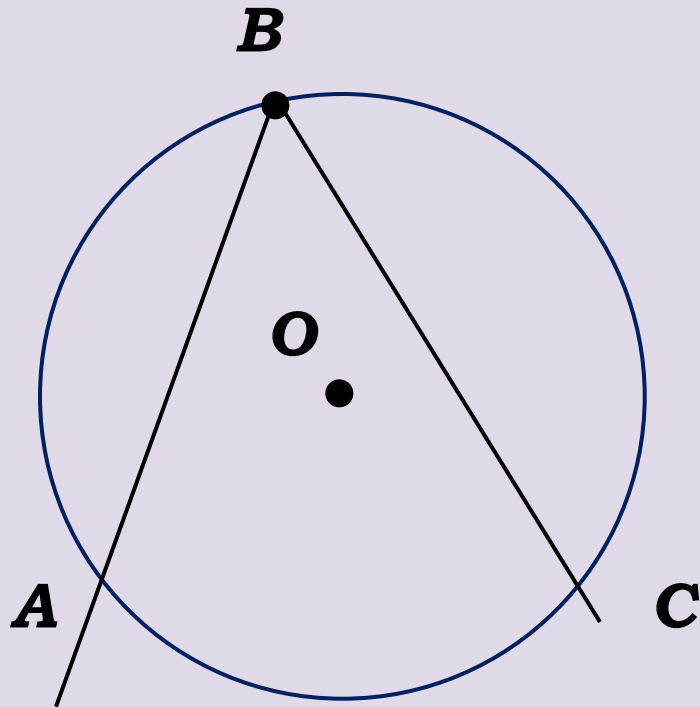
Найти:  $\angle AOB$

Задача 3.

$$\cup AKB : \cup AMB = 2 : 7$$

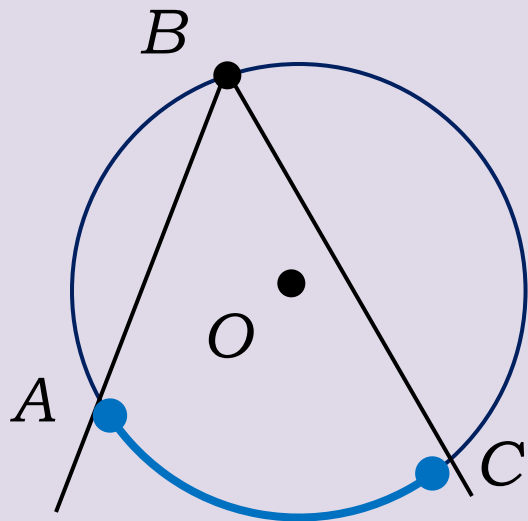
Найти:  $\angle AOB$

# ВПИСАННЫЙ УГОЛ



Угол, вершина которого лежит на окружности, а стороны пересекают окружность, называется **вписанным** углом

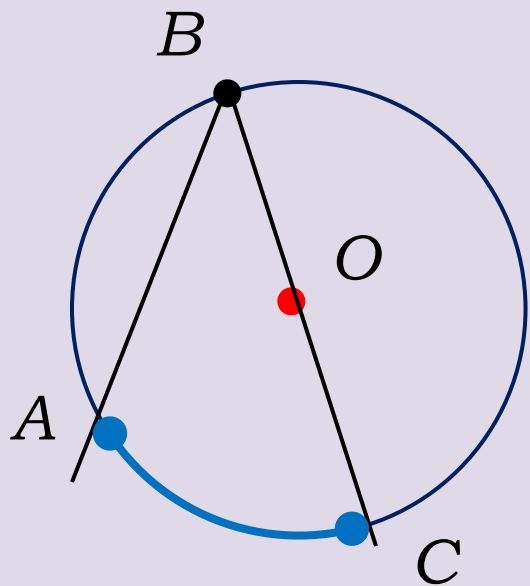
$\angle ABC$  -  
вписанный



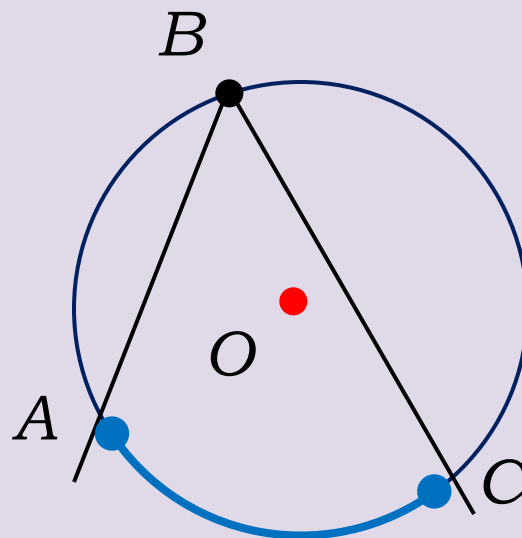
**Теорема.** Вписанный угол равен половине дуги, на которую он опирается.

$$\text{Доказать: } \angle ABC = \frac{1}{2} \cup AC$$

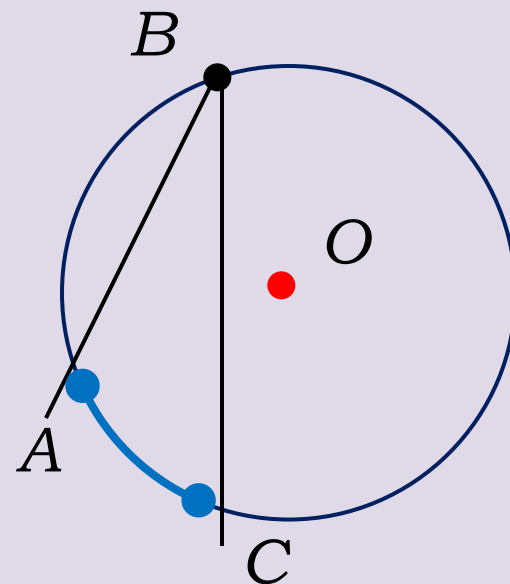
**1 случай**



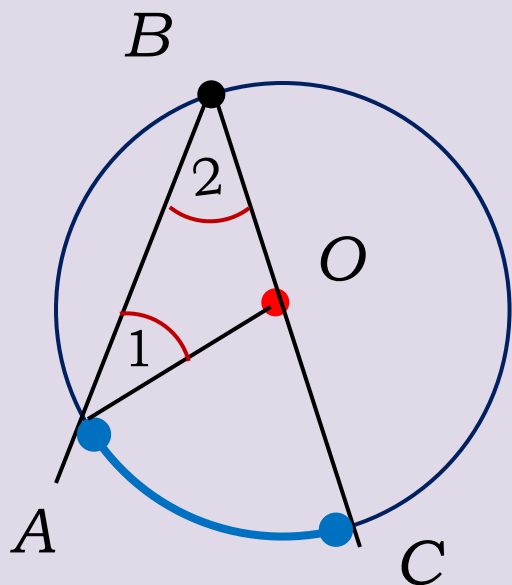
**2 случай**



**3 случай**



# 1 случай



$$\angle AOC = \angle 1 + \angle 2$$

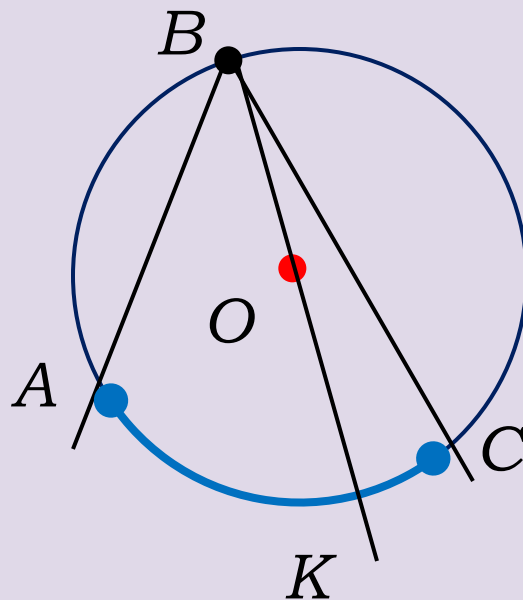
$$\angle AOC = 2 \cdot \angle 2$$

$$\angle AOC = 2 \cdot \angle ABC$$

$$\angle ABC = \frac{1}{2} \angle AOC$$

$$\angle ABC = \frac{1}{2} \cup AC$$

# 2 случай



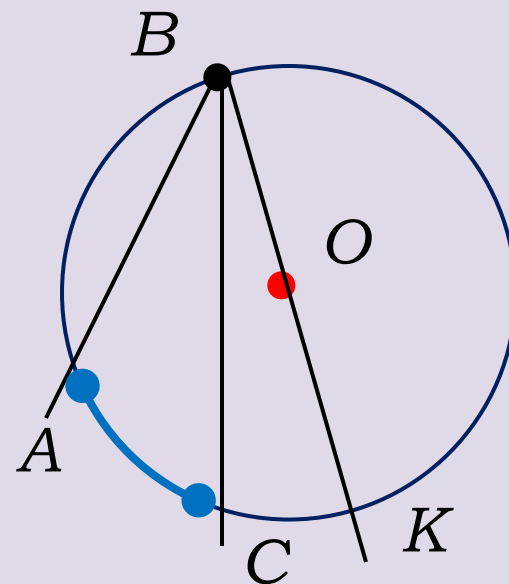
$$\angle ABK = \frac{1}{2} \cup AK$$

$$\angle CBK = \frac{1}{2} \cup KC$$

$$\angle ABC = \frac{1}{2} \cup AK + \frac{1}{2} \cup KC$$

$$\angle ABC = \frac{1}{2} \cup AC$$

# 3 случай



$$\angle ABK = \frac{1}{2} \cup AK$$

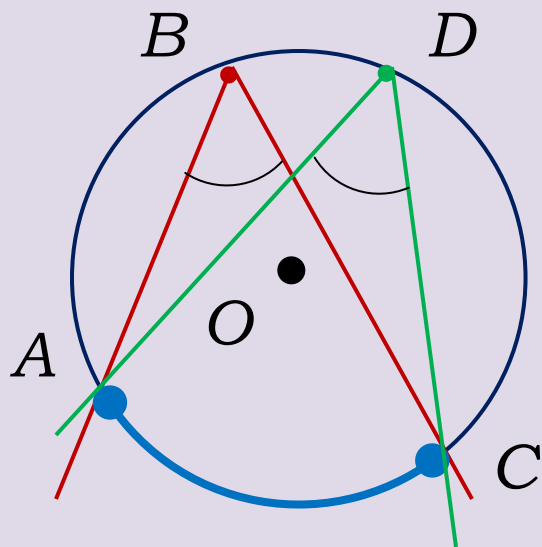
$$\angle CBK = \frac{1}{2} \cup KC$$

$$\angle ABC = \frac{1}{2} \cup AK - \frac{1}{2} \cup KC$$

$$\angle ABC = \frac{1}{2} \cup AC$$



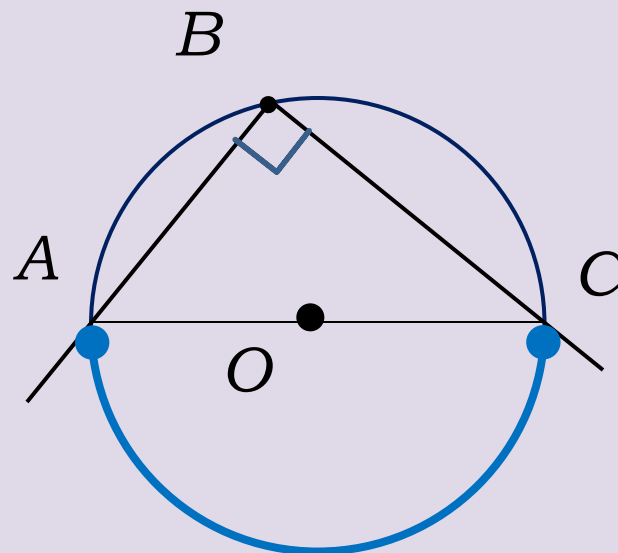
## Следствие 1



Вписанные углы,  
опирающиеся на **одну**  
**и ту же дугу**, равны.

$$\angle ABC = \angle ADC$$

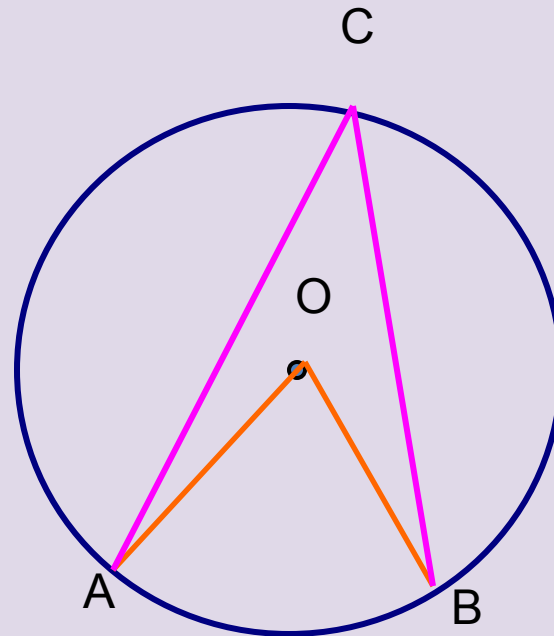
## Следствие 2



Вписанный угол,  
опирающийся на  
**полуокружность**,  
равен  $90^{\circ}$ .

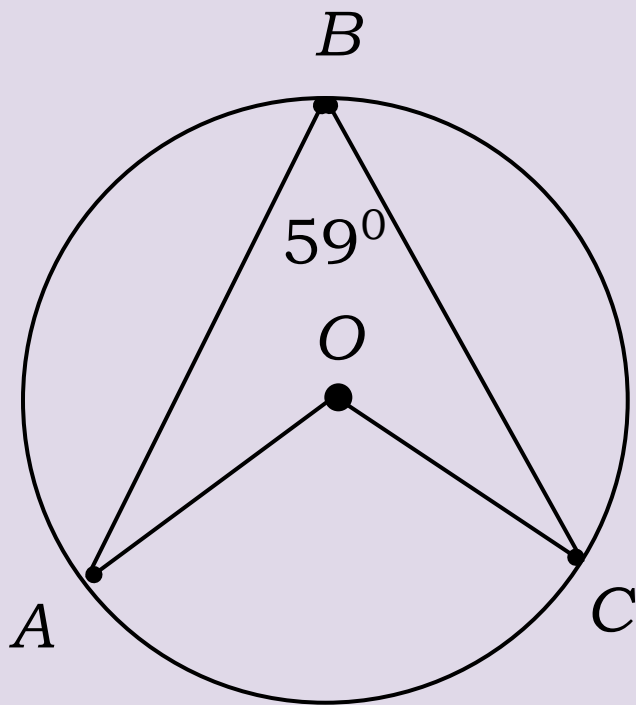
$$\angle ABC = 90^{\circ}$$

**Вписанный  
угол равен  
половине  
центрального,  
опирающегося  
на ту же дугу,  
либо дополняет  
его половину до  
 $180^\circ$**



$$\angle ACB = 0,5 \angle AOB$$

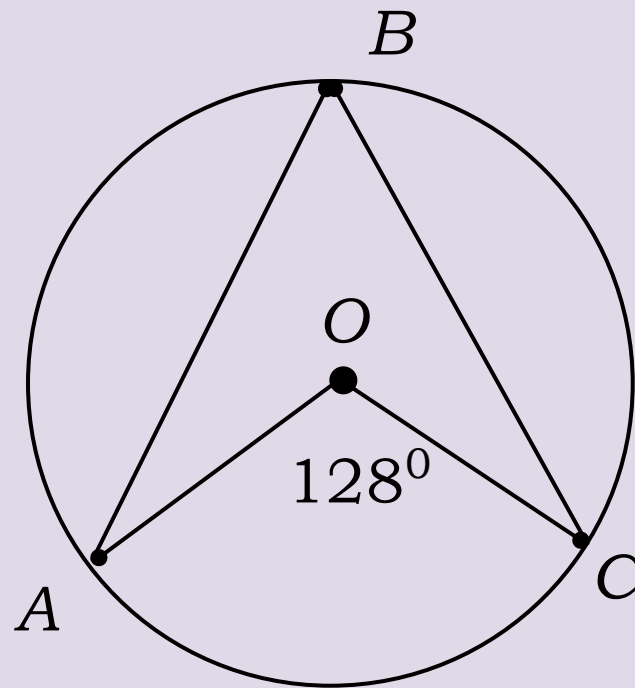
## Задача 1.



$$\angle ABC = 59^\circ.$$

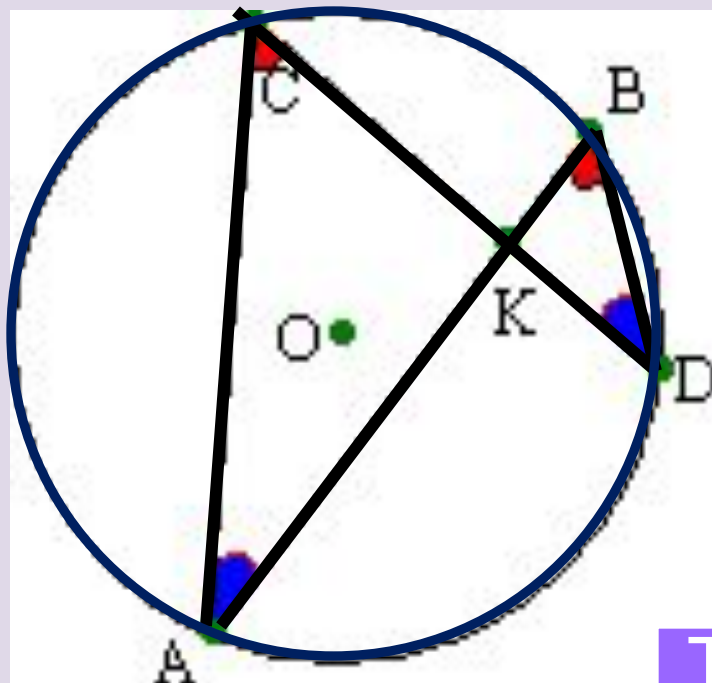
$$\angle AOC = ?$$

## Задача 2.



$$\angle AOC = 128^\circ.$$

$$\angle ABC = ?$$

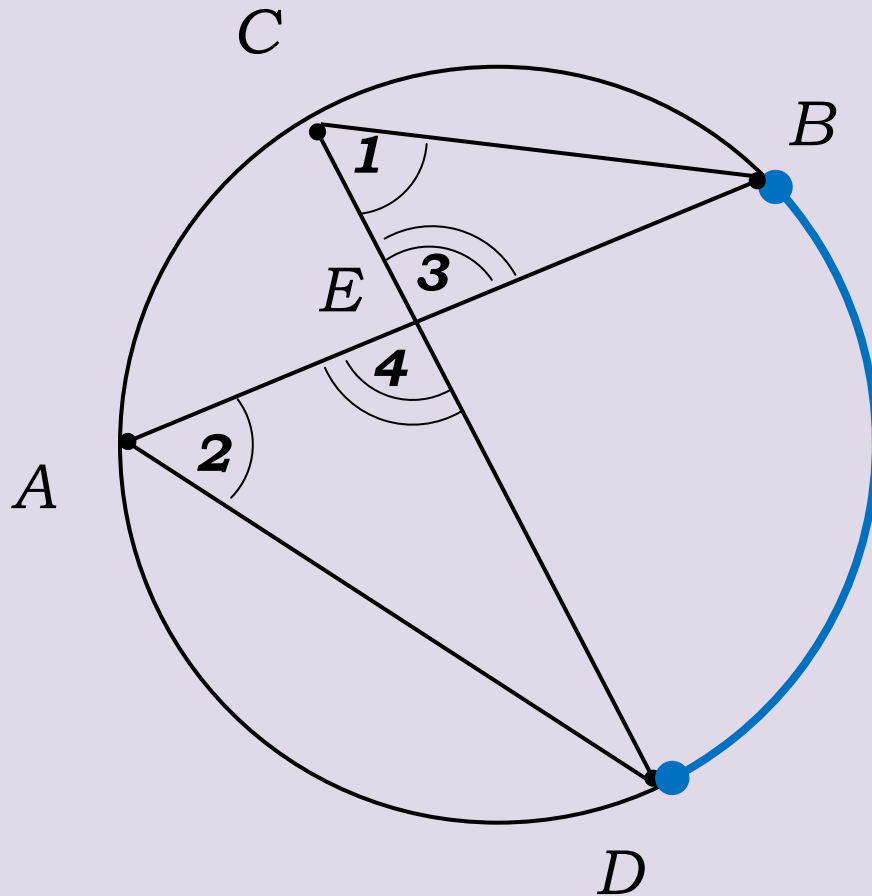


Т.е

Два вписанных угла,  
опирающиеся на одну и ту  
же дугу, равны

$$\angle C = \angle B \text{ или } \angle A = \angle D$$

# Свойство двух пересекающихся хордах



Дано :  $AB \cap CD = E$

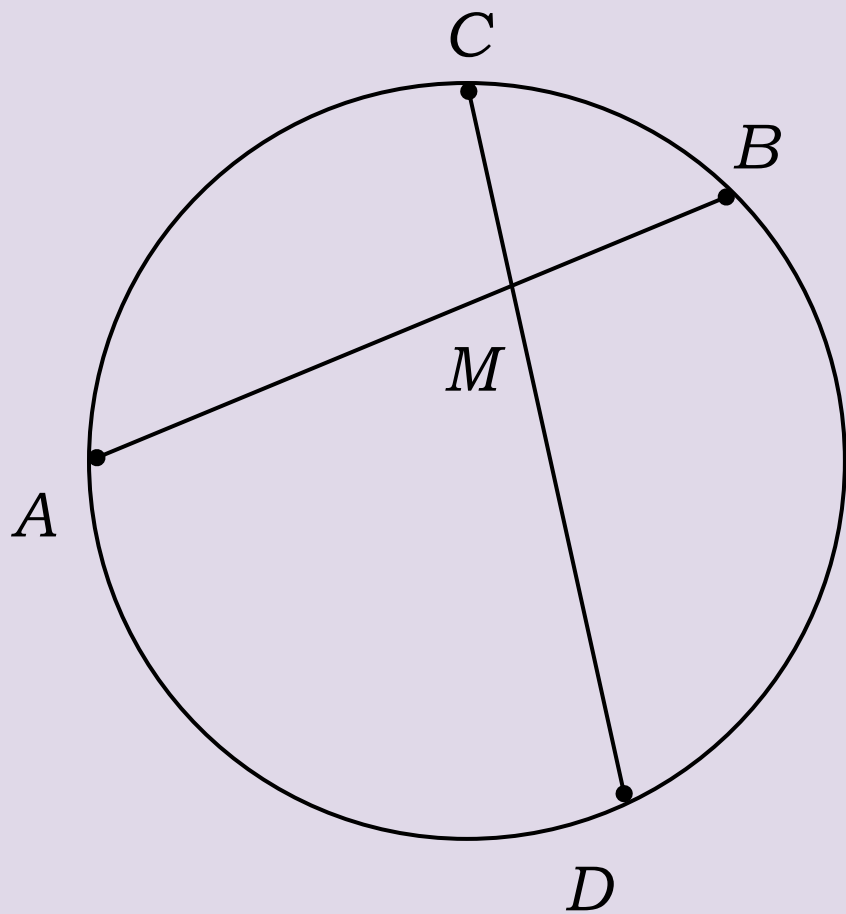
Доказать :  $AE \cdot BE = CE \cdot DE$

$$\begin{cases} \angle 1 = \angle 2 \\ \angle 3 = \angle 4 \end{cases} \Rightarrow \triangle BCE \sim \triangle DAE$$

$$\frac{BC}{DA} = \frac{BE}{DE} = \frac{CE}{AE}$$

$$AE \cdot BE = CE \cdot DE$$

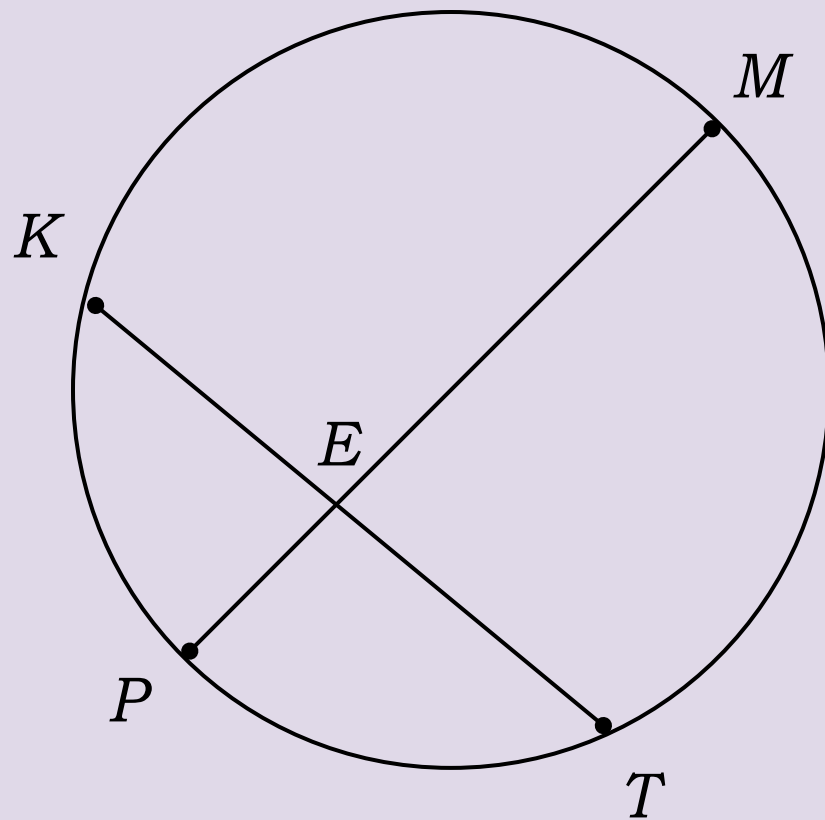
## Задача 1



$$AM = 18, \quad BM = 9, \quad CM = 6.$$

Найти  $MD$ .

## Задача 2

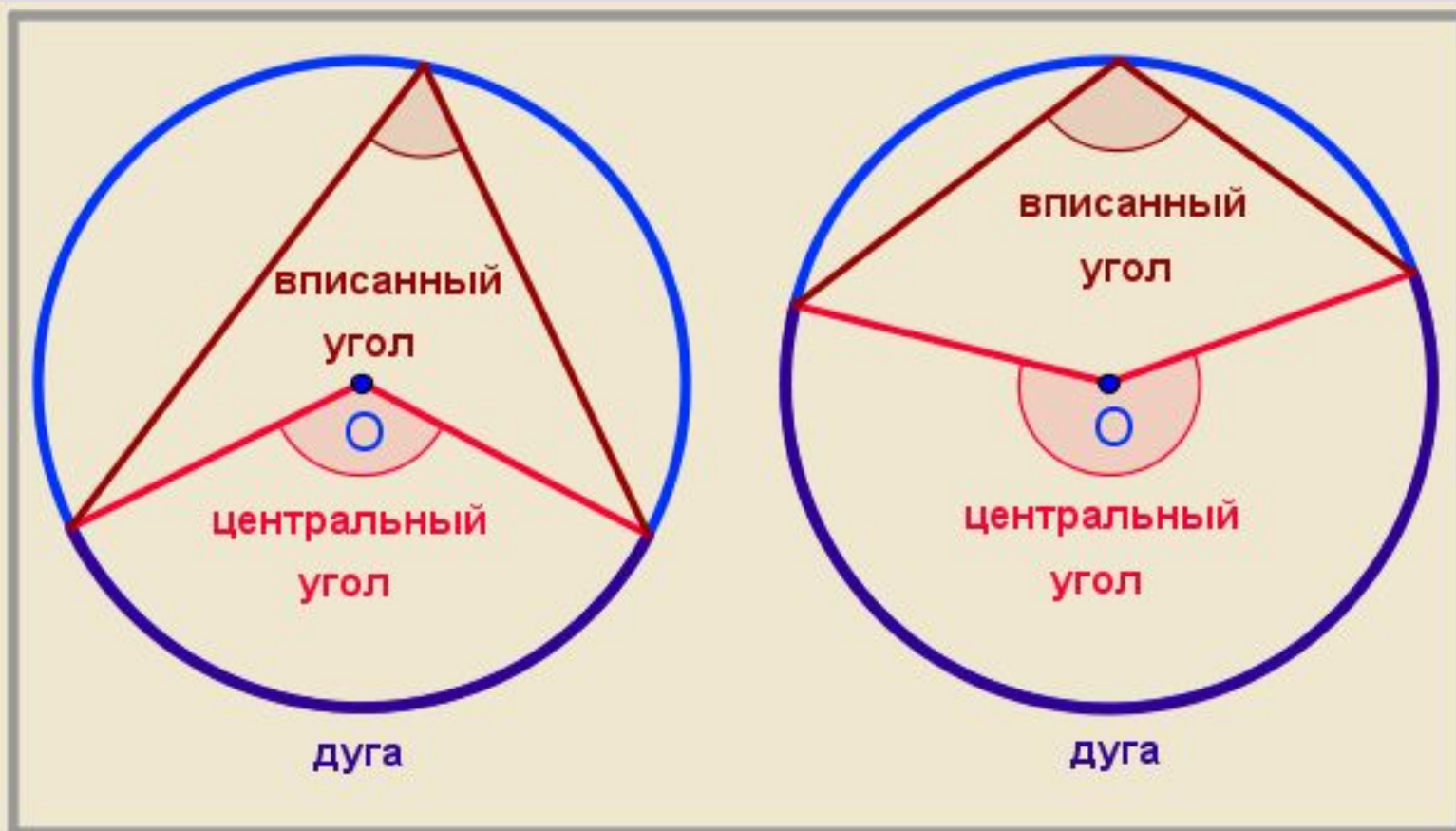


$$EM = 15, \quad PE = 4, \quad TE = 10.$$

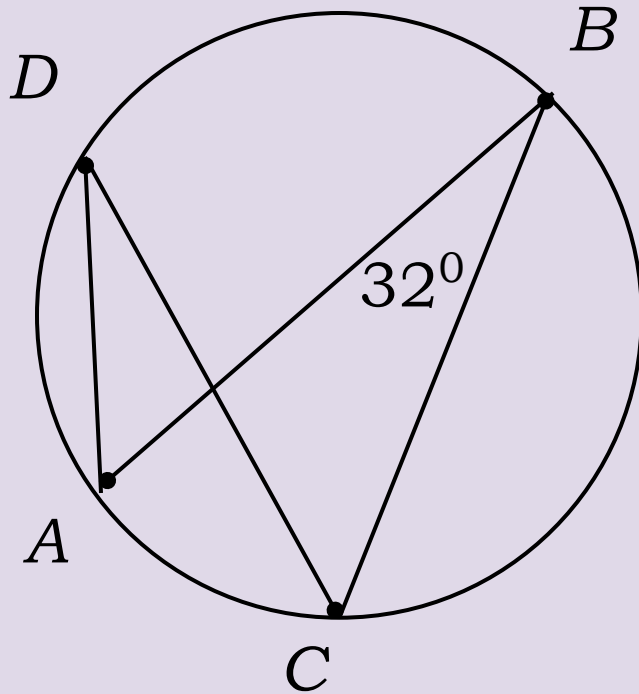
Найти  $KE$ .

# Самостоятельная работа

- Сделать кластер



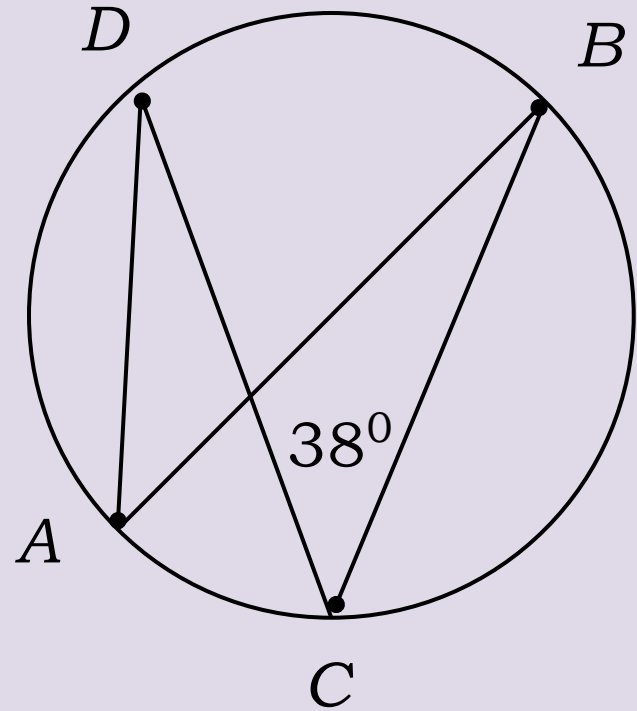
## Задача 1.



$$\angle ABC = 32^{\circ}.$$

$$\angle ADC = ?$$

## Задача 2.



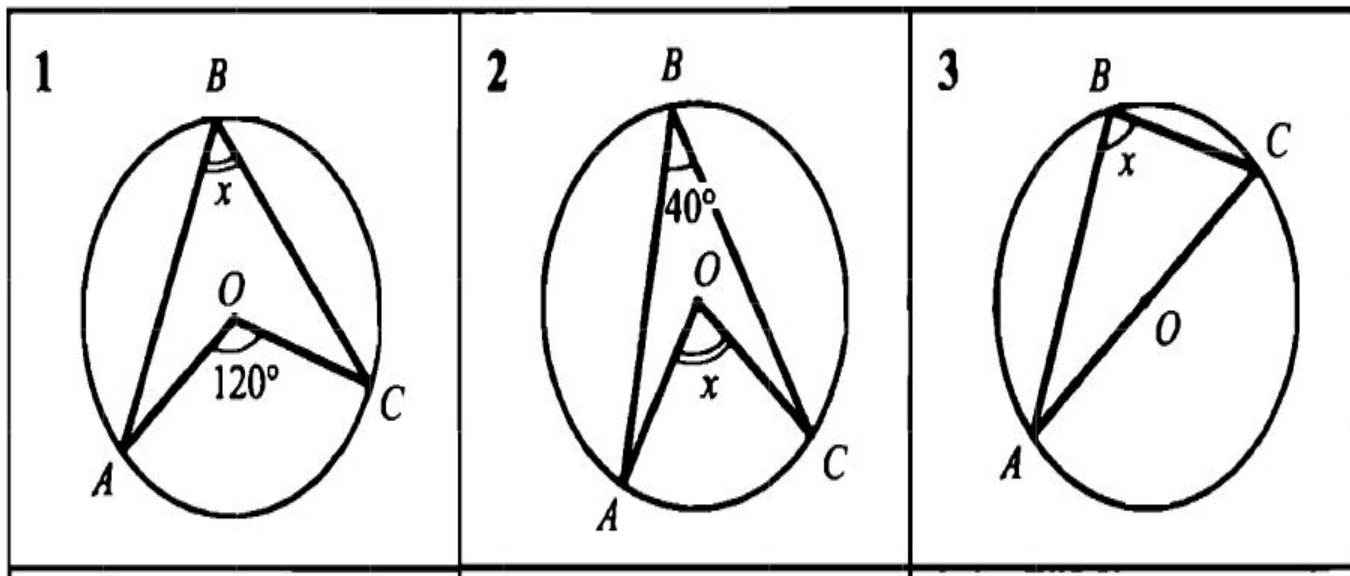
$$\angle BCD = 38^{\circ}.$$

$$\angle BAD = ?$$



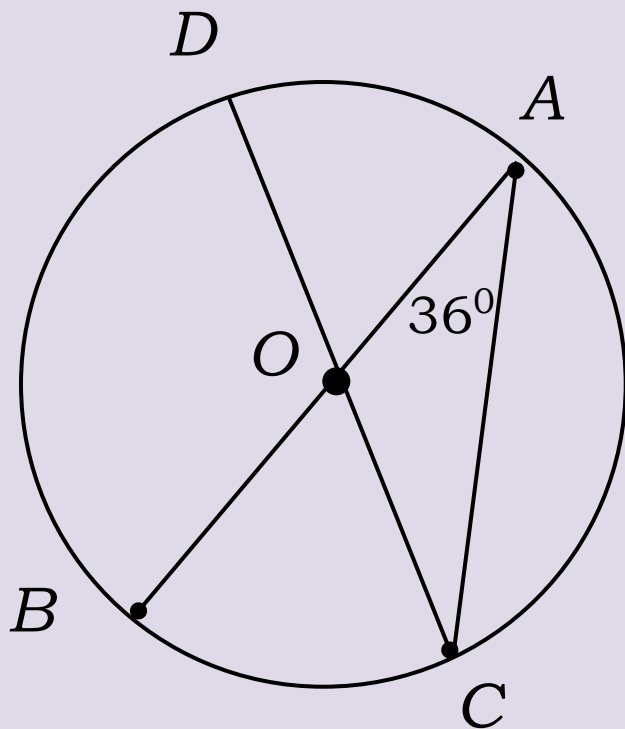
# Учебные задания

Найти  $x, y$  ( $O$  — центр окружности).



- **Вывод:** Если центральный и вписанный угол опираются на одну и ту же дугу, то вписанный угол измеряется половиной центрального угла.

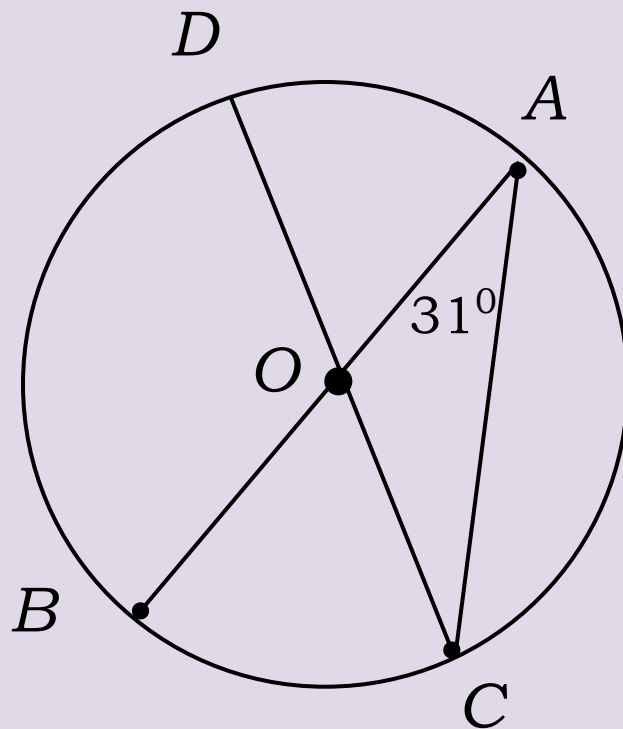
### Задача 4.



$$\angle BAC = 36^{\circ}.$$

$$\angle AOD = ?$$

### Задача 5.



$$\angle BAC = 31^{\circ}.$$

$$\angle BOD = ?$$

# “Светофор”



Совсем не понятно

Надо повторить ещё раз

Всё легко и просто