Дагестанский государственный университет народного хозяйства

Теоритическая механика

Махачкала 2015

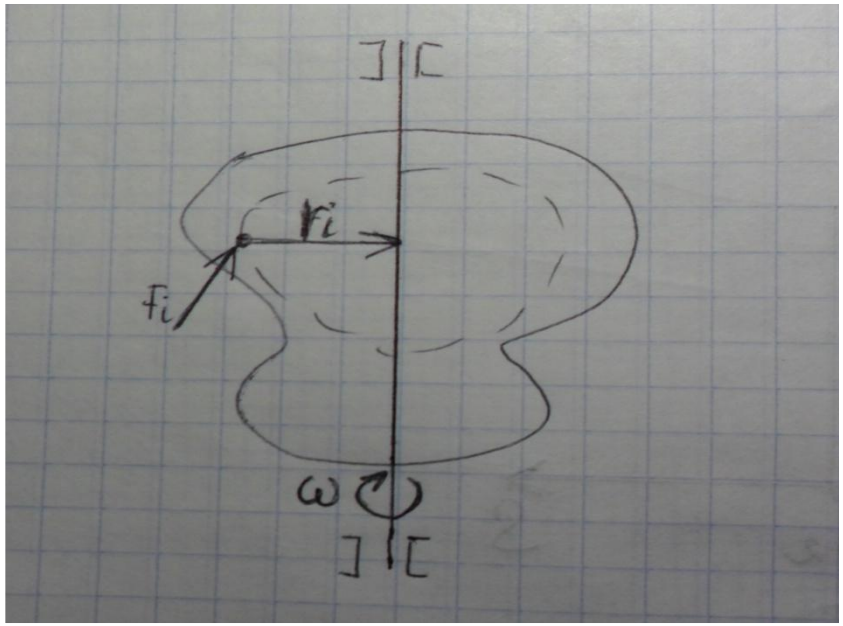
Уравнение вращательного движения твердого тела

Пусть твердое тело под действием сил вращается вокруг неподвижной оси Z с угловым ускорением E.
Выбираем произвольную точку i , на которую действует сила F_i и расстояние до оси вращения r_i

Возникает вращающий момент $M(F_i)$, равный:

$$M(F_i) = m * E * r_i * r_i$$

Т.к. $a = E * r_i$



Просуммировав все силы и моменты, получим полный вращающий момент:

$$T = \sum M(F_i) = \sum m * E * r_i * r_i = E * \sum m * r_i * r_i$$

Выражение $\sum m * r_i * r_i$ называется моментом инерции тела относительно оси и обозначается τ, поэтому:

$$T = E * \tau$$

Где E – угловое ускорение

Это и есть уравнение вращательного движения твердого тела.

Момент инерции есть мера инертности вращающегося тела.

Моменты инерции относительно осей координат выражаются формулами:

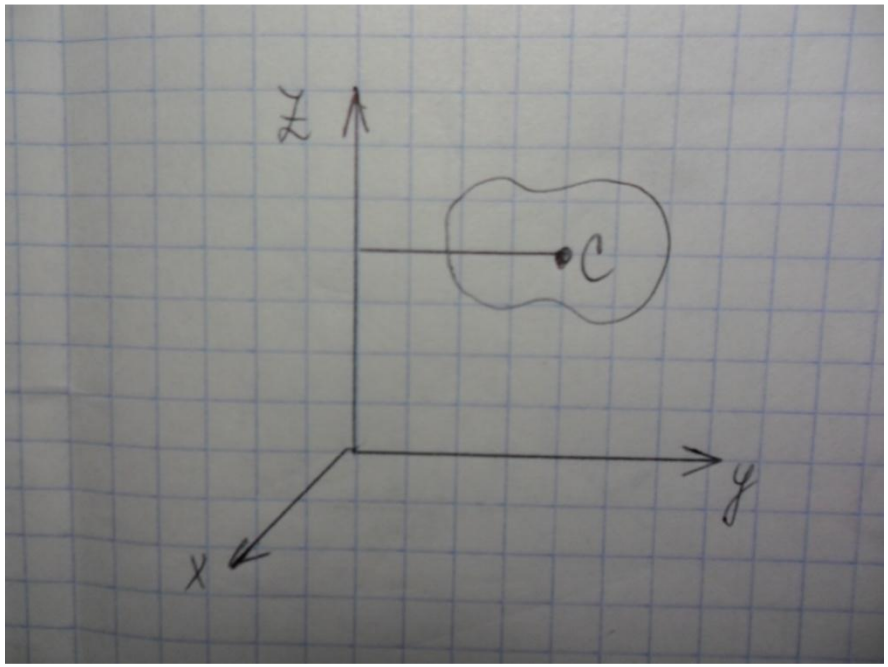
$$J_x = \sum m_i(Yi^2 + Zi^2)$$

$$J_y = \sum m_i(\boldsymbol{X}i^2 + Zi^2)$$

$$J_z = \sum m_i(\boldsymbol{X}i^2 + \boldsymbol{Y}i^2)$$

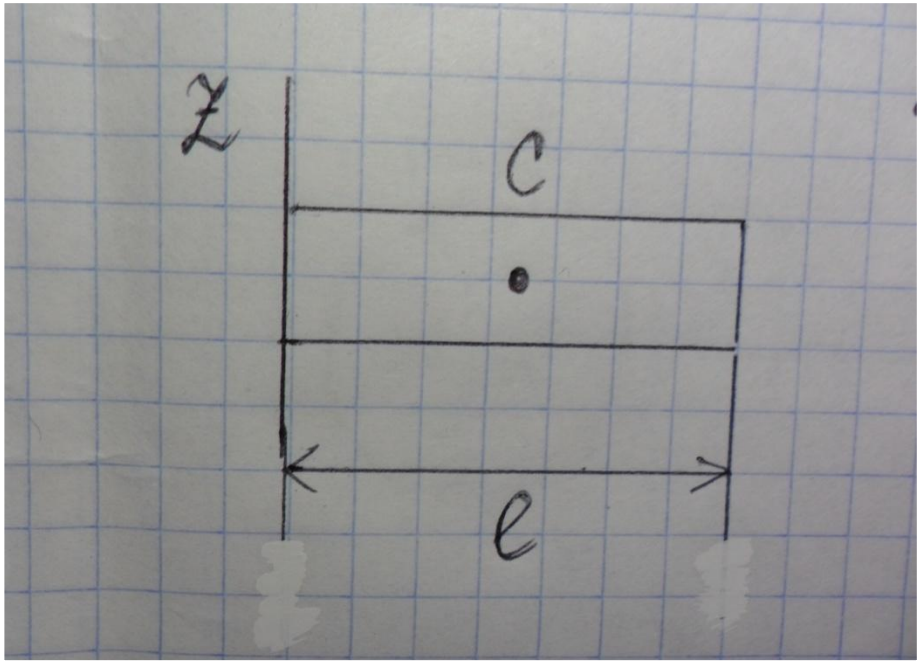
Радиус инерции геометрически равен расстоянию от оси Oz той точки, в которой надо сосредоточить массу всего тела, чтобы момент инерции одной этой точки был равен моменту инерции всего тела

$$J_z = M * p_z{}^2$$

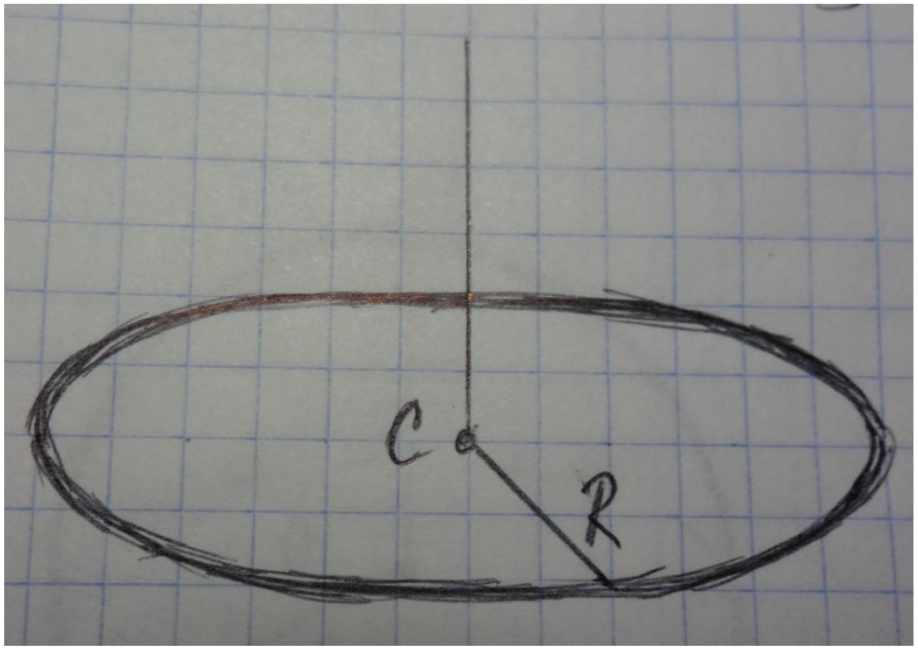


1.Момент инерции тонкого однородного стержня, относительно оси, проходящей перпендикулярно стержню через его конец

$$J = M * l^2/3$$



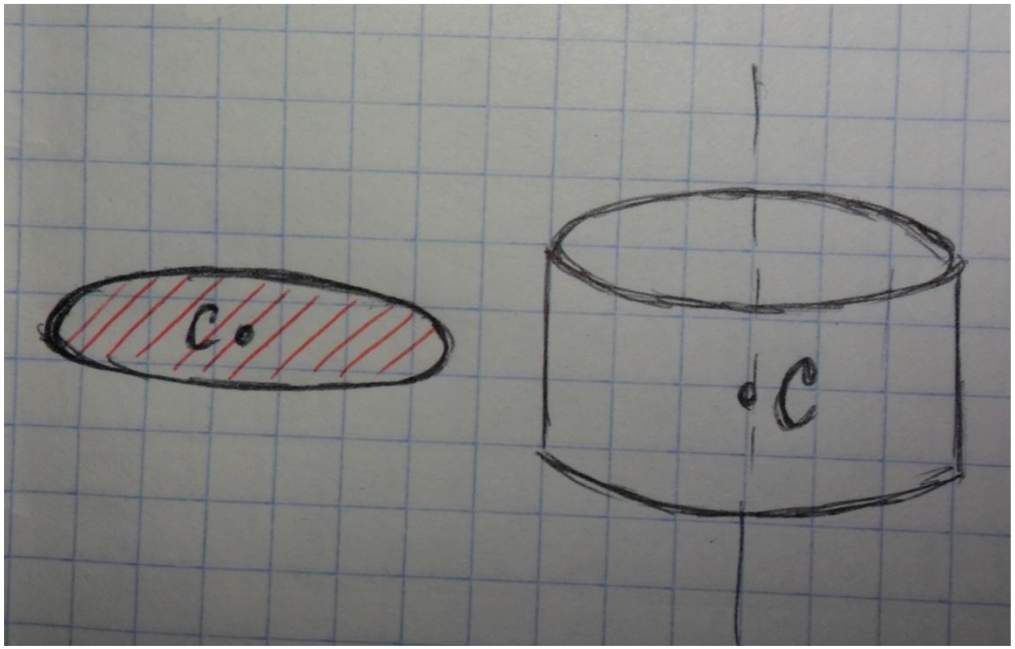
2. Момент инерции круглого однородного кольца



$$J_C = M * R^2$$

3. а)Момент инерции круглой однородной пластины или цилиндра

$$J_C = M * R^2/2$$



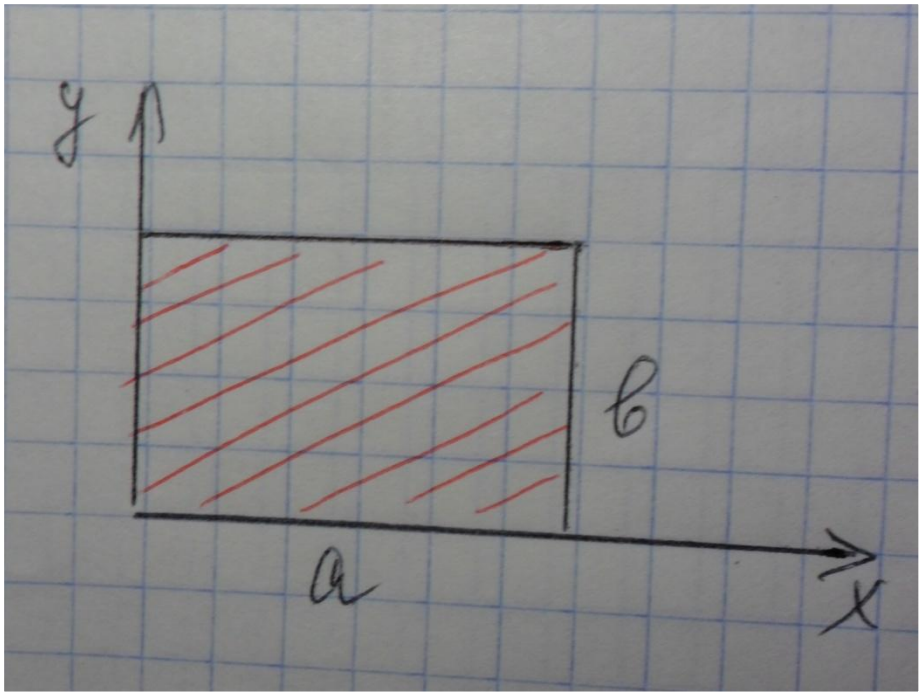
б)Пустотелый вал:

$$J = M(R^2 + r^2)/2$$

, где R - наружный радиус,

r - внутренний радиус

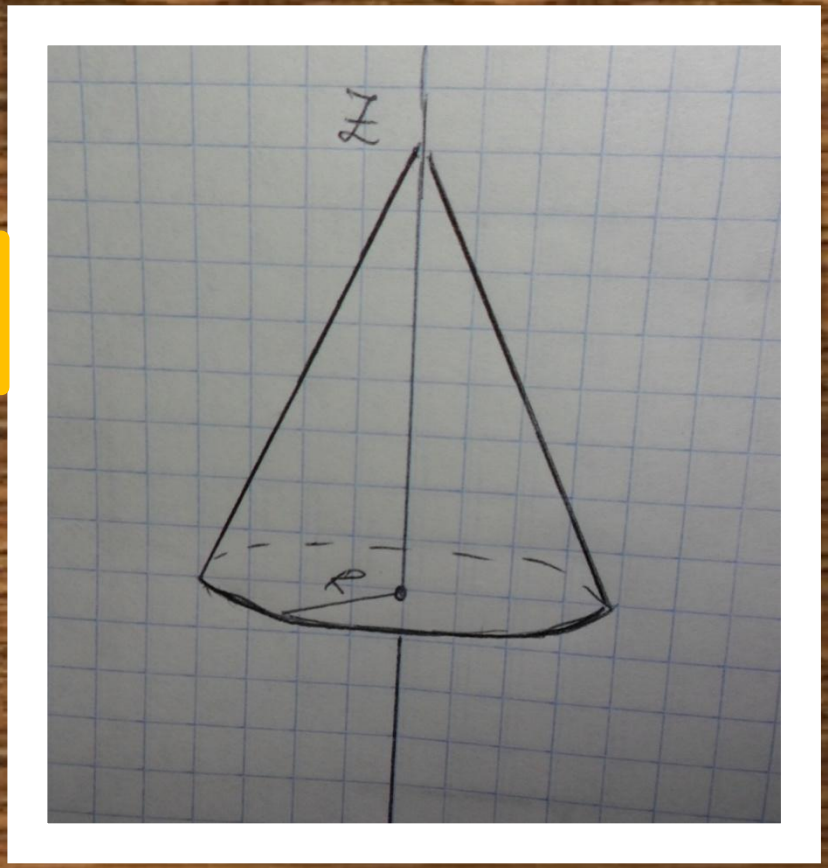
4. Момент инерции сплошной прямоугольной пластины



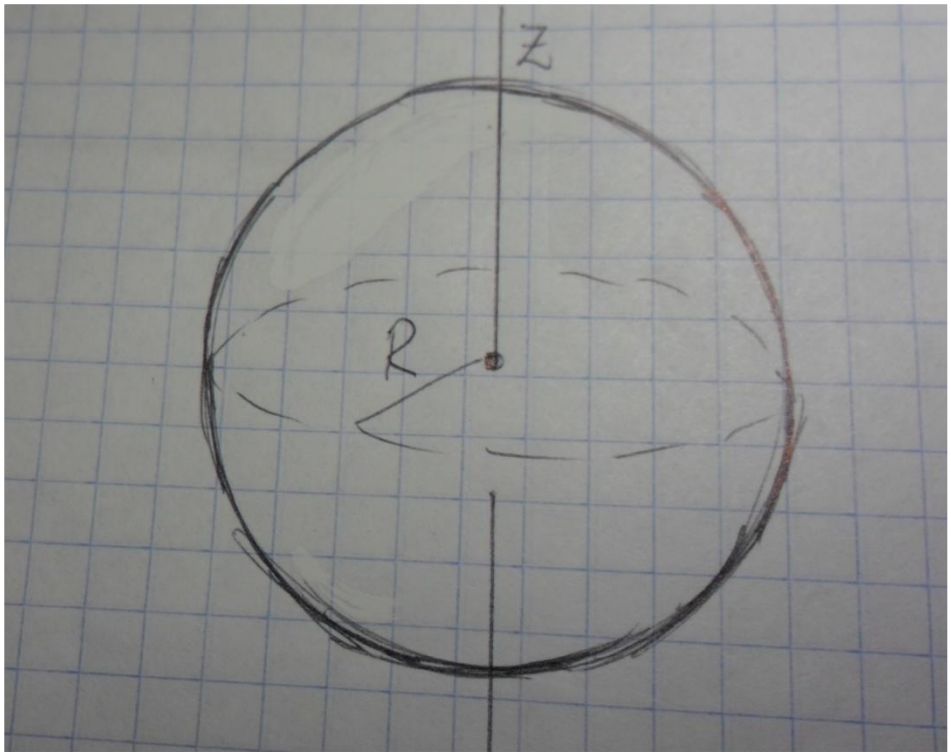
$$J_x = M * b^2/3$$
$$J_y = M * a^2/3$$

5. Момент инерции сплошного круглого конуса

$$J_z = 0{,}3 * M * R^2$$



6. Момент инерции сплошного шара



$$J_z = 0{,}4 * M * R^2$$

7. Момент инерции тонкой сферической оболочки

$$J_z = \frac{2}{3} * M * R^2$$

Благодарю за внимание!