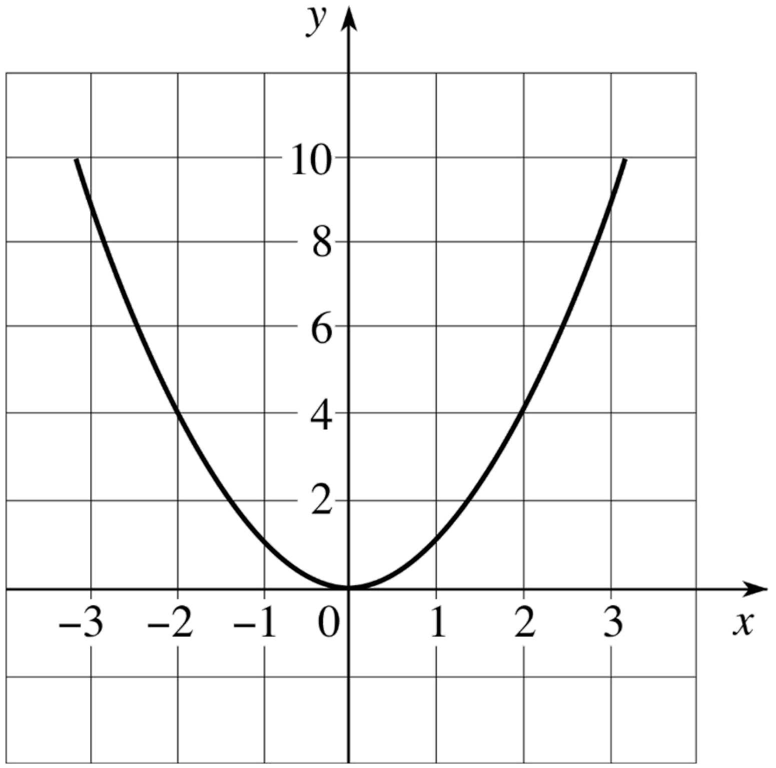
Графическое решение уравнений



Студент группы 17-А-1

Тресков Евгений

Графическое решение уравнений.
Плюсы и минусы

Плюсы:

1. На решение уходит меньше времени
2. Один из самых простых способов решения уравнений
3. В случае ошибки, легко найти ее

Минусы:

1. Занимает много свободного места
2. Требует линейку и карандаш для построения графиков
3. Ответ иногда является неточным

Вывод: графический способ решения подходит не для всех случаев

Уравнение №1

- $x^2 - 2x - 3 = 0$

Переносим x^2 в левую сторону, т.к это квадратичная функция, получаем:

$x^2 = 2x + 3$

Задаем точки для обоих графиков

$y = x^2$

X	1	2	3	4
y	1	4	9	16

$y = 2x + 3$

X	1	2
y	5	7

Точки заданы, приступаем к построению графика

Шаг 1: строим $y = x^2$

Шаг 2: строим $y = 2x + 3$

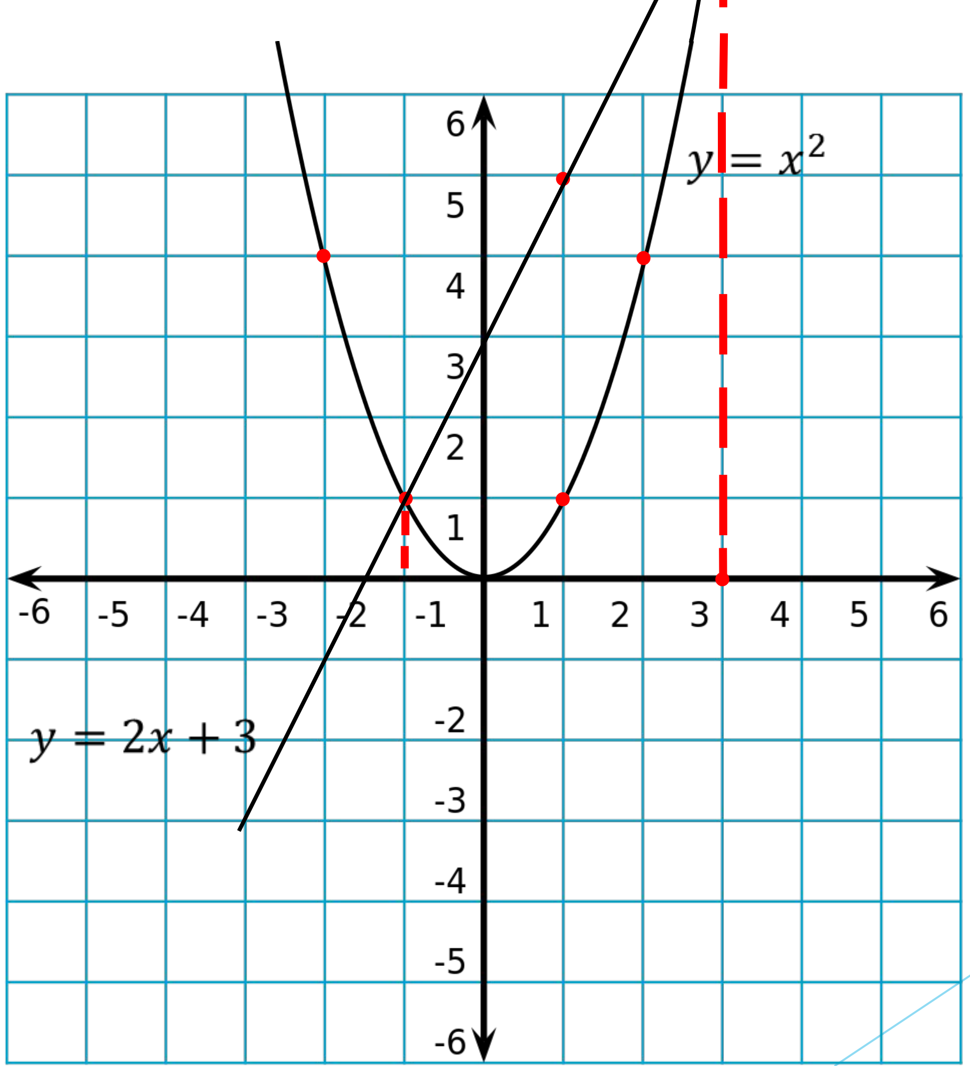
Шаг 3: ответом будет являться точка пересечения графиков по оси Ох, но перед этим нужно сделать проверку

Проверка:
$x = -1;$
$(-1)^2 - 2 \cdot (-1) - 3 = 0$
$0 = 0$ - верно

Но это не единственная точка, ведь если продлить график, то получим вторую точку пересечения – это 3

Ответ: $x = -1;\ x = 3$

Проверка: $x = 3$
$3^2 - 2 * 3 - 3 = 0$
$0 = 0$ - верно

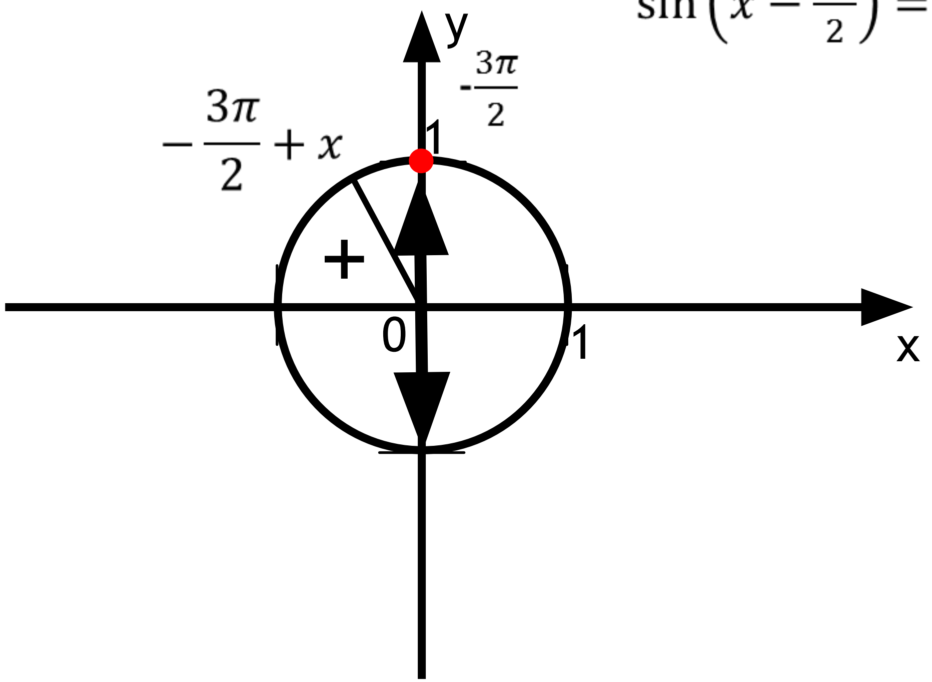


Уравнение №2

- $\sin 2x = \sin x - 2\sin\left(x - \frac{3\pi}{2}\right) + 1$

1) Воспользуемся формулой приведения. Правило лошади.

$$\sin\left(x - \frac{3\pi}{2}\right) = \sin\left(-\frac{3\pi}{2} + x\right) = \cos x$$



И так, имеем:

$\sin 2x = \sin x - 2\cos x + 1$

Воспользуемся формулой: $\sin 2\alpha = 2 \cdot \sin\alpha \cos\alpha$

Получаем: $2 \cdot \sin\alpha \cos\alpha + 2cosx - sinx - 1 = 0$

Выносим $2cosx$ за скобки, получаем: $2cosx(sinx + 1) - (sinx + 1)$

$(sinx + 1)(2cosx - 1) = 0$

$sinx + 1 = 0 \quad \cup \; 2cosx - 1 = 0$

$sinx = -1 \qquad \cup \; cosx = \frac{1}{2}$

1) $y = sinx$ 2) $y = cosx$

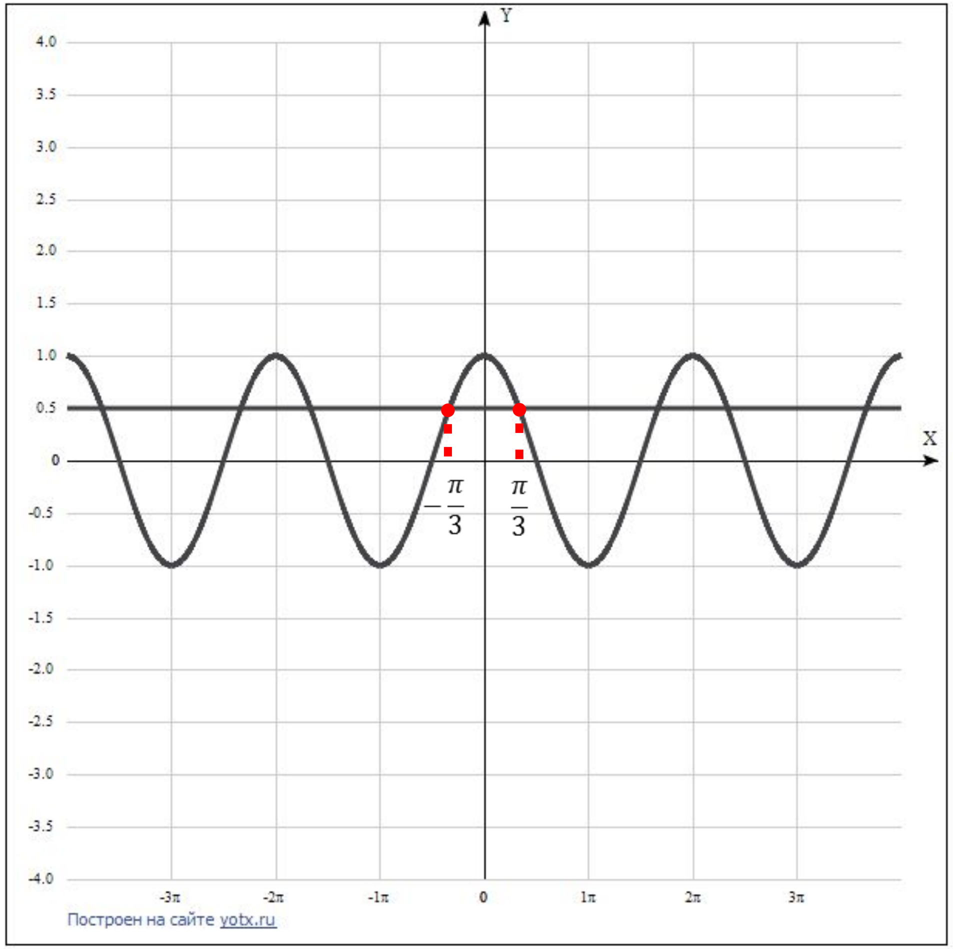
$y = -1$ $(||Ox)$ $y = \frac{1}{2}$ $(||Ox)$

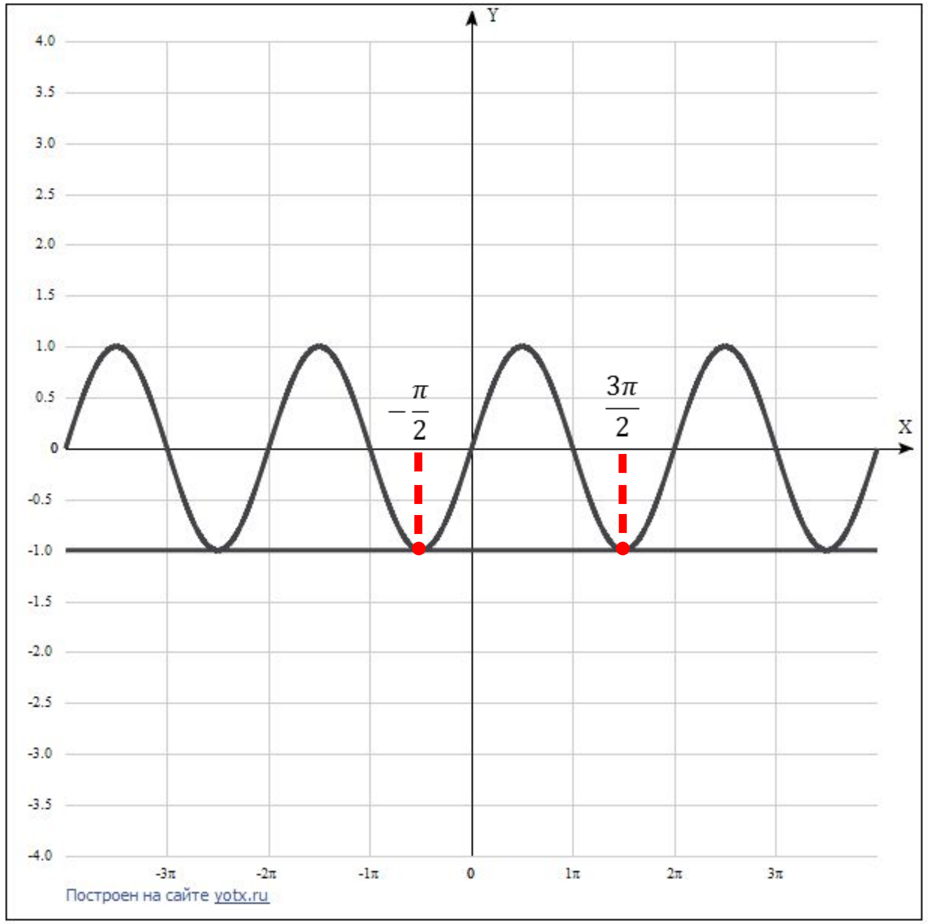
Можем приступать к построению графиков

1) $y = sinx; \quad y = -1$

2) $y = cosx; \quad y = 0.5$

$$x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n; n \in Z$$





$$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n; n \in Z$$

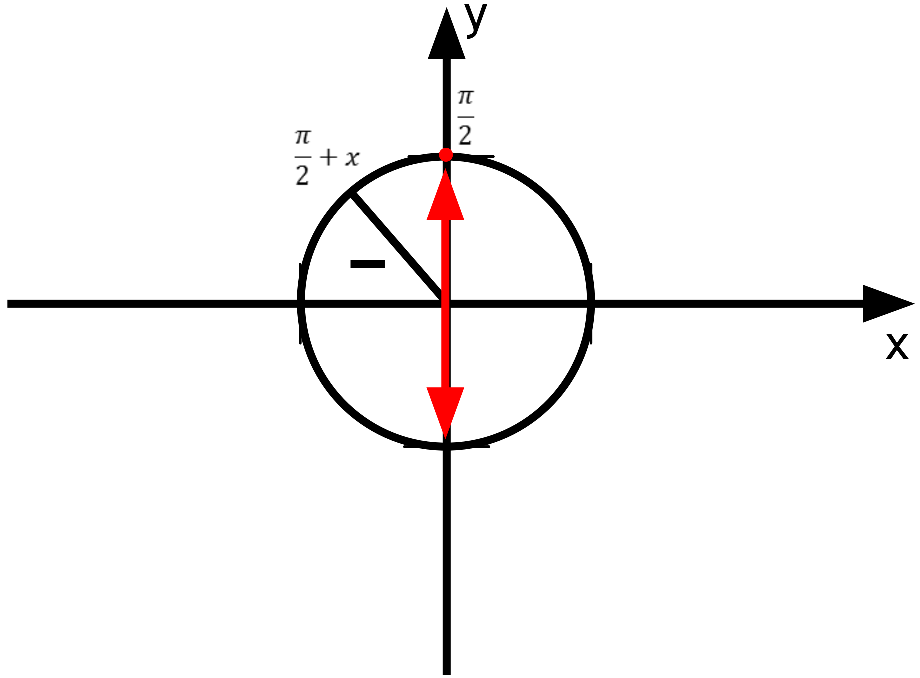
Ответ: $x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n; n \in Z \cup x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n; n \in Z$

Уравнение №3

- А) Решите уравнение: $sin2x = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$ Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие промежутку [- $\frac{5\pi}{2}$; - π]. А)Решение:

$\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = -sinx$

Воспользуемся формулой приведения, как и в прошлом уравнении

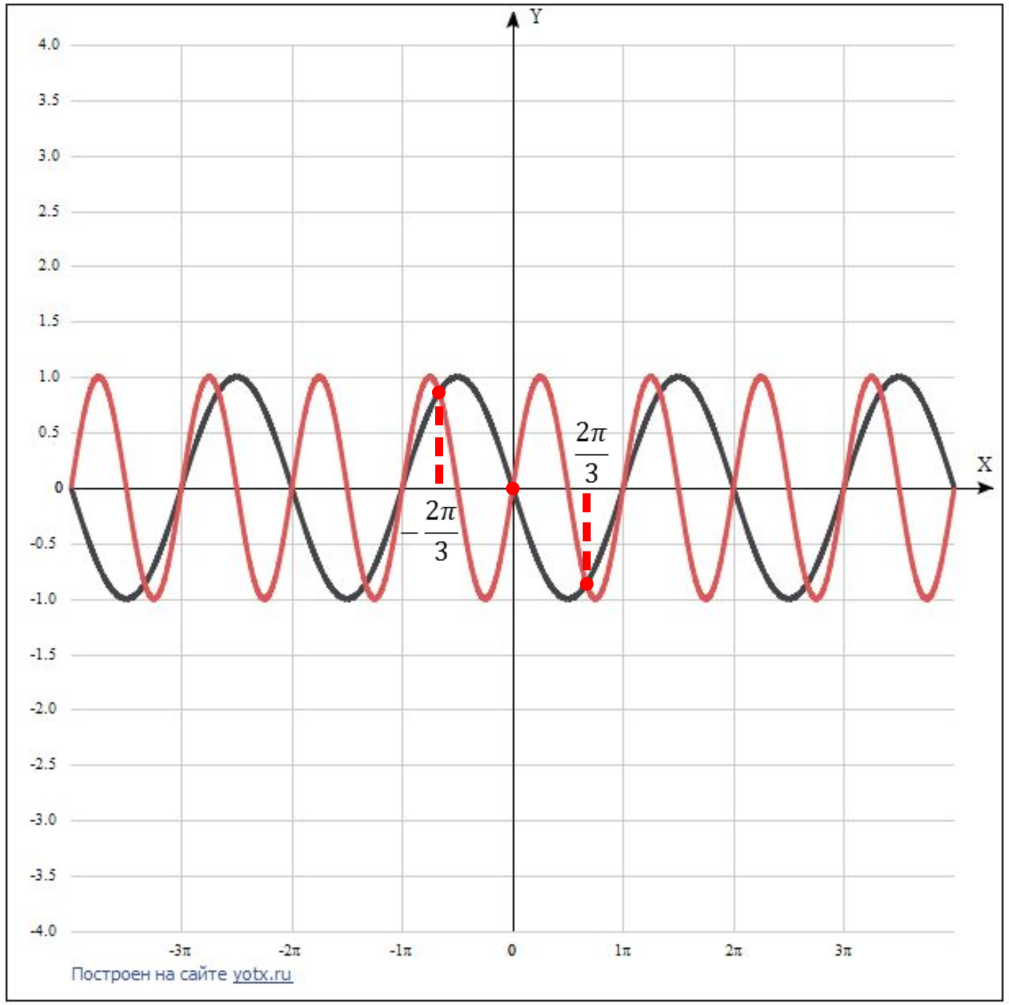


Имеем: $sin2x = -sinx$

1) $y = -sinx$ - график синусоида, симметричное отражение относительно Ox

2) $y = sin2x$ - график синусоида, сжатие к оси ординат в 2 раза

Найдем абсциссы точек пересечения.



Таким образом, серии корней данного уравнения:

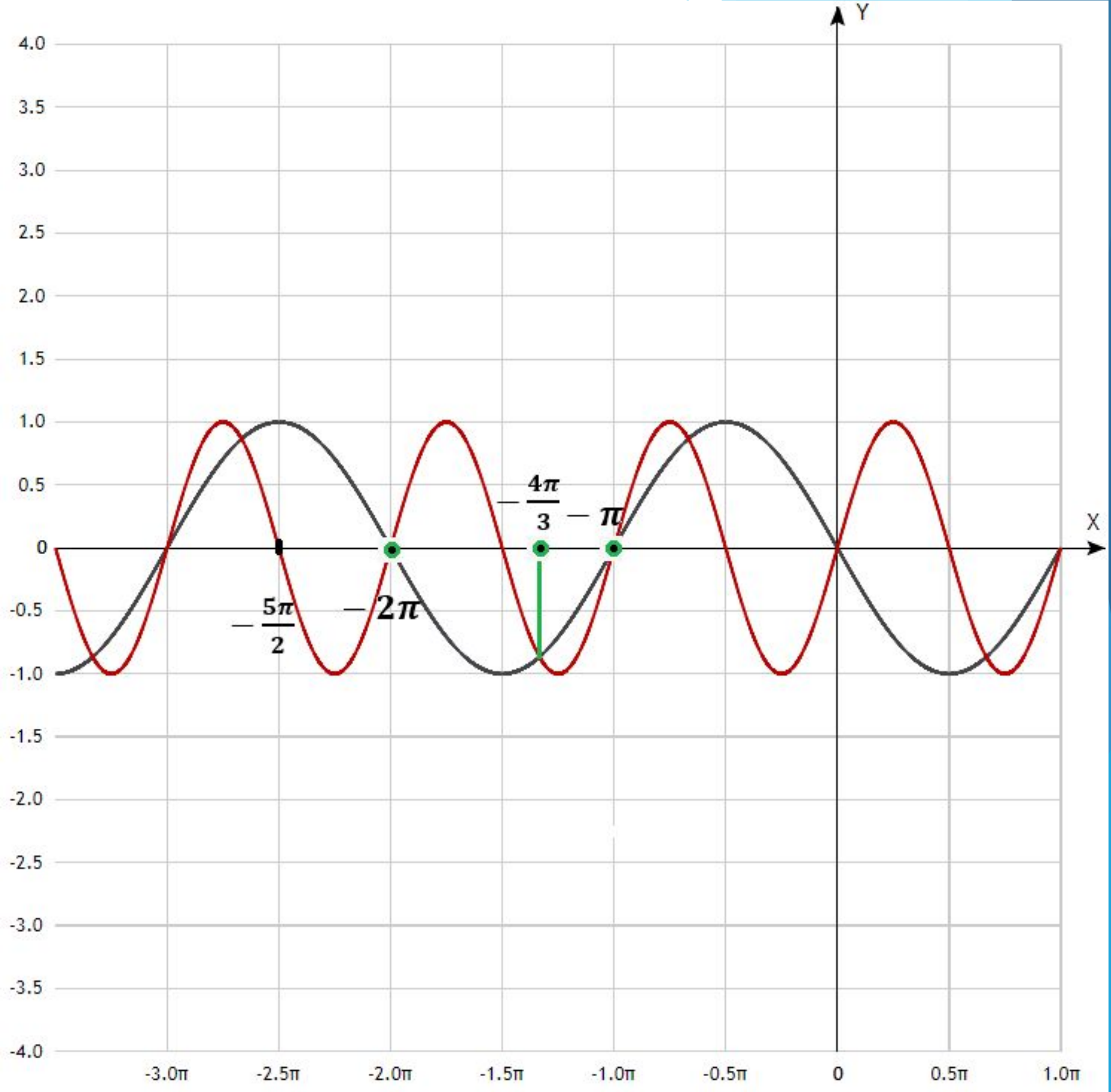
$$x = \pi n; n \in Z$$

$$x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi n; n\epsilon Z$$

Б) Отбор корней из промежутка $[-\frac{5\pi}{2}; -\pi]$. Имеем: $sin2x = -sinx$

Найдем абсциссы точек пересечения на промежутке.

$\boldsymbol{x_1 = -\pi;\ x_2 = -\frac{4\pi}{3};\ x_3 = -2\pi}$



Ответ: А) $x = \pi n; x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi n; n\epsilon Z$

Б) $\boldsymbol{-\pi;\ -\frac{4\pi}{3};\ -2\pi}$.