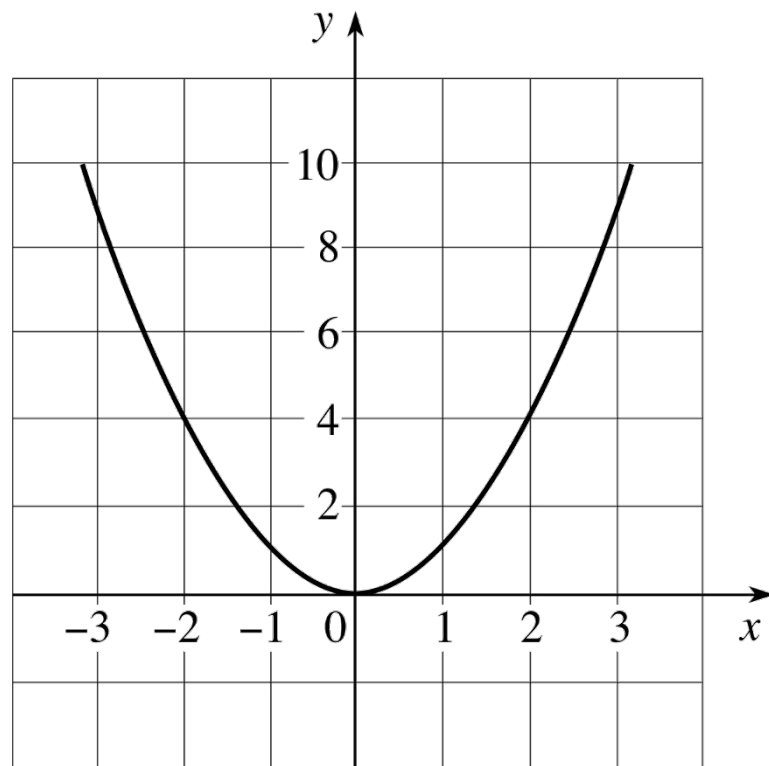


Графическое решение уравнений



Студент группы 17-А-1

Тресков Евгений

Графическое решение уравнений. Плюсы и минусы

Плюсы:

1. На решение уходит меньше времени
2. Один из самых простых способов решения уравнений
3. В случае ошибки, легко найти ее

Минусы:

1. Занимает много свободного места
2. Требуется линейка и карандаш для построения графиков
3. Ответ иногда является неточным

Вывод: графический способ решения подходит не для всех случаев

Уравнение №1

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

Переносим x^2 в левую сторону, т.к это квадратичная функция, получаем:

$$x^2 = 2x + 3$$

Задаем точки для обоих графиков

$$y = x^2$$

x	1	2	3	4
y	1	4	9	16

$$y = 2x + 3$$

x	1	2
y	5	7

Точки заданы, приступаем к построению графика

Шаг 1: строим $y = x^2$

Шаг 2: строим $y = 2x + 3$

Шаг 3: ответом будет
являться точка
пересечения графиков
по оси Ox , но перед этим
нужно сделать проверку

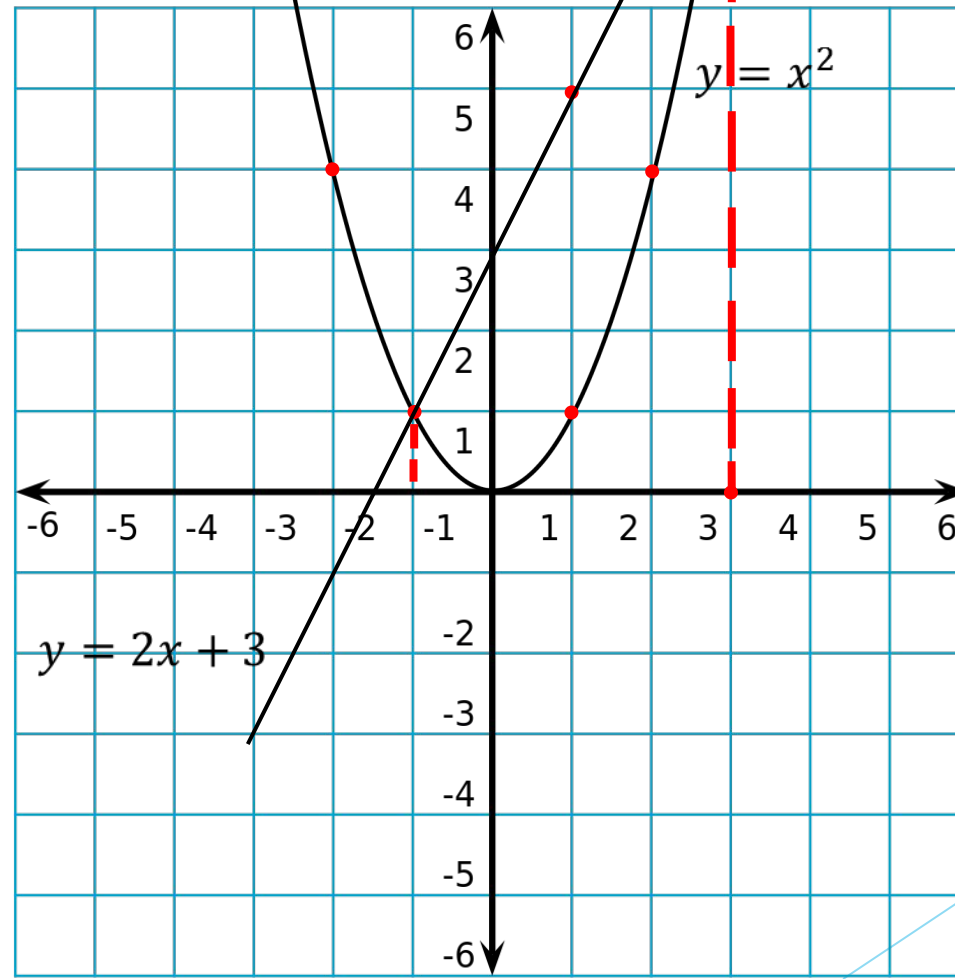
Проверка:

$$x = -1;$$
$$(-1)^2 - 2 \cdot (-1) - 3 = 0$$
$$0 = 0 - \text{верно}$$

Но это не
единственная точка,
ведь если продлить
график, то получим
вторую точку
пересечения - это 3
Ответ: $x = -1; x = 3$

Проверка: $x = 3$

$$3^2 - 2 \cdot 3 - 3 = 0$$
$$0 = 0 - \text{верно}$$

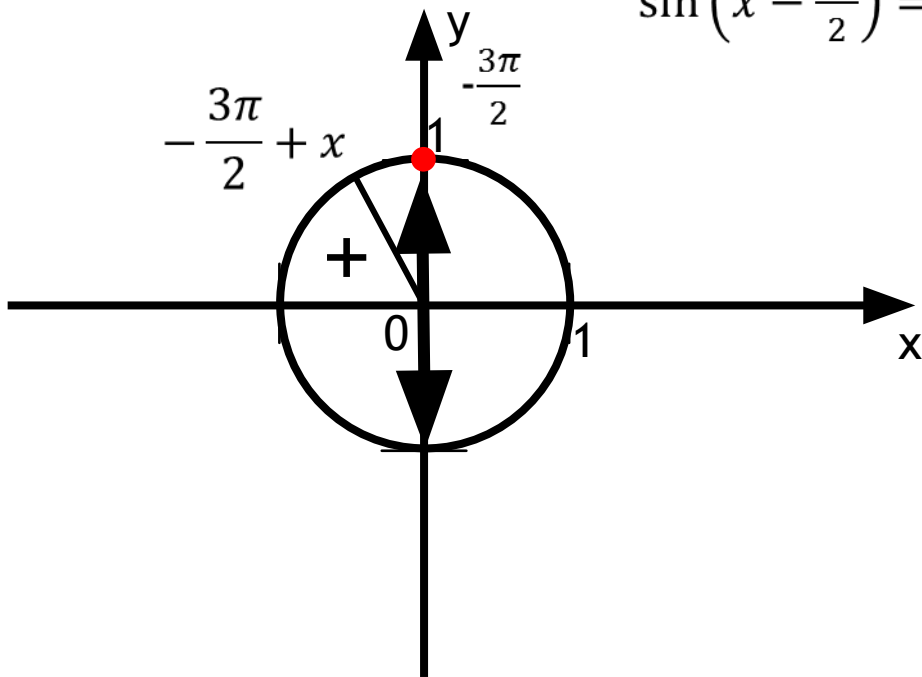


Уравнение №2

$$\sin 2x = \sin x - 2 \sin \left(x - \frac{3\pi}{2} \right) + 1$$

1) Воспользуемся формулой приведения. Правило лошади.

$$\sin \left(x - \frac{3\pi}{2} \right) = \sin \left(-\frac{3\pi}{2} + x \right) = \cos x$$



И так, имеем:

$$\sin 2x = \sin x - 2 \cos x + 1$$

Вспользуемся формулой: $\sin 2\alpha = 2 \cdot \sin \alpha \cos \alpha$

$$\text{Получаем: } 2 \cdot \sin \alpha \cos \alpha + 2 \cos x - \sin x - 1 = 0$$

Выносим $2 \cos x$ за скобки, получаем: $2 \cos x (\sin x + 1) - (\sin x + 1) (\sin x + 1) (2 \cos x - 1) = 0$

$$\sin x + 1 = 0 \quad \cup \quad 2 \cos x - 1 = 0$$

$$\sin x = -1 \quad \cup \quad \cos x = \frac{1}{2}$$

$$1) y = \sin x$$

$$y = -1 \quad (||Ox)$$

$$2) y = \cos x$$

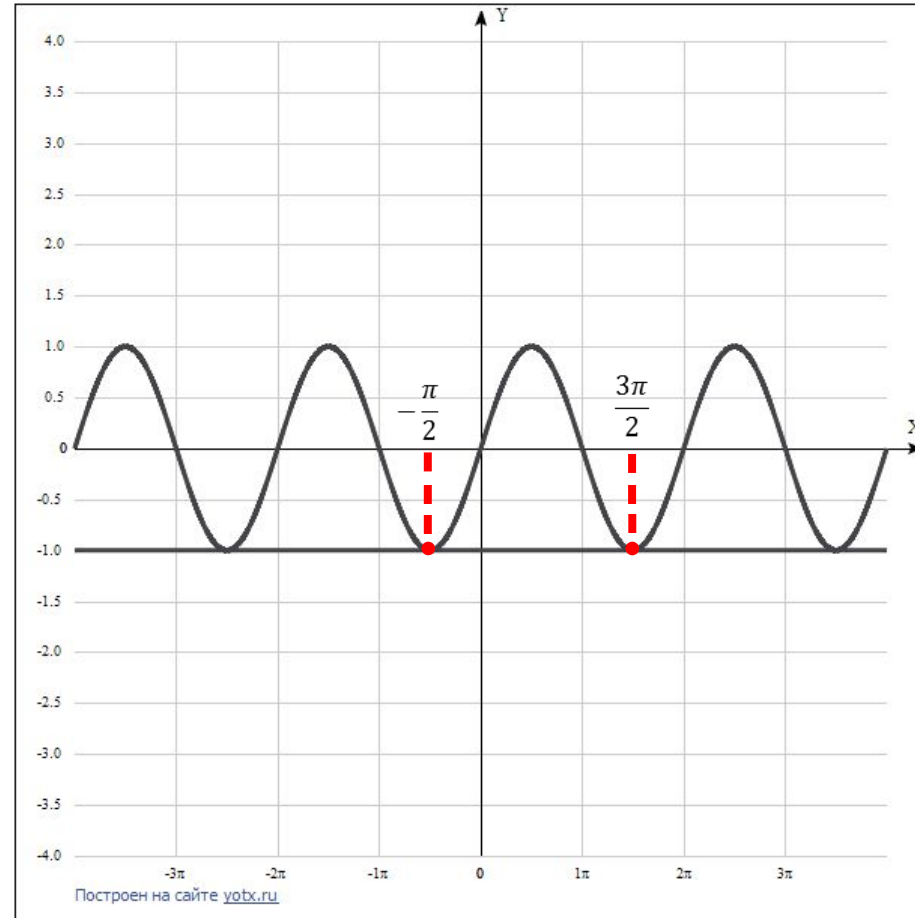
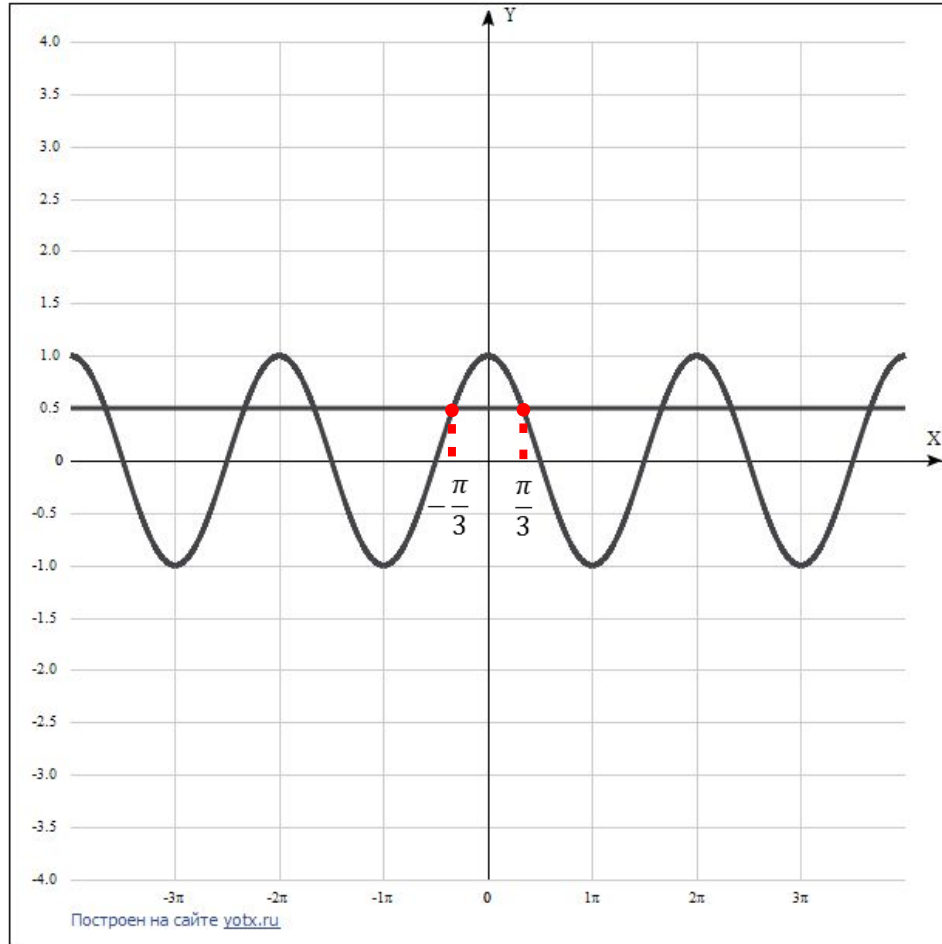
$$y = \frac{1}{2} \quad (||Ox)$$

Можем приступать к построению графиков

1) $y = \sin x; y = -1$

2) $y = \cos x; y = 0.5$

$$x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$$



$$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$$

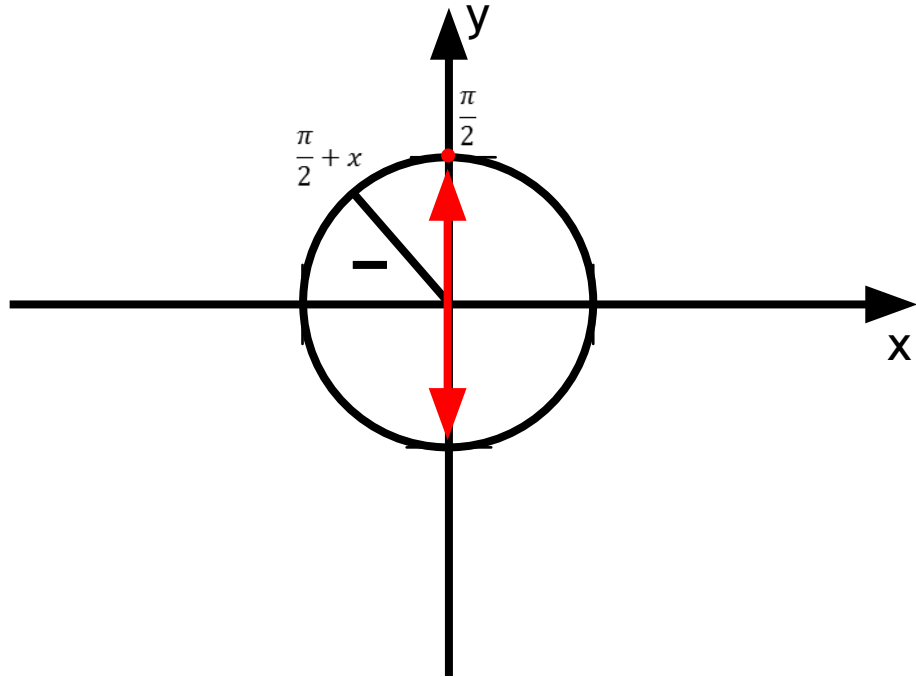
Ответ: $x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z} \cup x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$

Уравнение №3

А) Решите уравнение: $\sin 2x = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$ Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие промежутку $[-\frac{5\pi}{2}; -\pi]$. А) Решение:

$$\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin x$$

Воспользуемся формулой приведения, как и в прошлом уравнении



Имеем: $\sin 2x = -\sin x$

1) $y = -\sin x$ - график синусоида, симметричное отражение относительно Ox

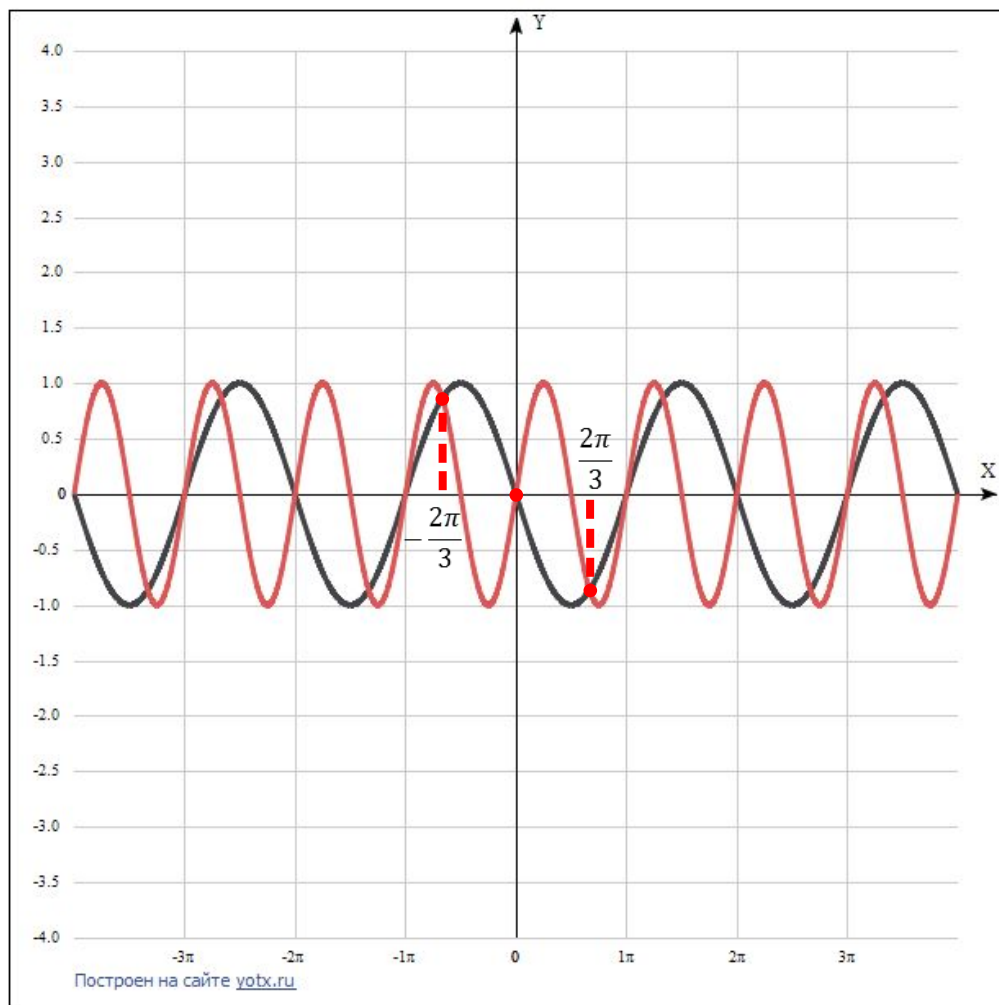
2) $y = \sin 2x$ - график синусоида, сжатие к оси ординат в 2 раза

Найдем абсциссы точек пересечения.

Таким образом, серии корней данного уравнения:

$$x = \pi n; n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$$



Б) Отбор корней из промежутка $[-\frac{5\pi}{2}; -\pi]$. Имеем: $\sin 2x = -\sin x$

Найдем абсциссы точек пересечения на промежутке.

$$x_1 = -\pi; x_2 = -\frac{4\pi}{3}; x_3 = -2\pi$$

Ответ: А) $x = \pi n; x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$

Б) $-\pi; -\frac{4\pi}{3}; -2\pi$.

