

Степень с отрицательным показателем

П.37

последняя тема 8 класса

Сделайте себе табличку степеней, чтобы она всегда была под рукой.

СТЕПЕНИ ЧИСЕЛ ОТ 2 ДО 10									
n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2ⁿ	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
3ⁿ	9	27	81	243	729	2187	6561	19683	59049
4ⁿ	16	64	256	1024	4096	16384	65536	262144	
5ⁿ	25	125	625	3125	15625	78125	390625		
6ⁿ	36	216	1296	7776	46656	279936			
7ⁿ	49	343	2401	16807	117649				
8ⁿ	64	512	4096	32768					
9ⁿ	81	729	6561	59049					

ПРИМЕРЫ

3⁷ = 2187
5⁵ = 3125
8³ = 512

Повторение: степень с натуральным показателем

Произведение нескольких одинаковых множителей можно записать в виде выражения, называемого степенью. Например:

$$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^7.$$

Повторяющийся множитель называют *основанием степени*, а число повторяющихся множителей — *показателем степени*.

Так, в выражении 5^7 число 5 — основание степени, а число 7 — показатель степени.

Нахождение значения степени называют *возведением в степень*.

Приведём примеры возведения в степень:

$$3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81; 0^2 = 0.$$
$$(-6)^3 = (-6) \cdot (-6) \cdot (-6) = -216; 9^1 = 9.$$

При возведении в степень положительного числа получается положительное число; при возведении в степень нуля получается нуль.

При возведении в степень отрицательного числа может получиться как положительное число, так и отрицательное. Например:

$$(-2)^1 = -2;$$

$$(-2)^2 = (-2) \cdot (-2) = 4;$$

$$(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8;$$

$$(-2)^4 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = 16.$$

Степень отрицательного числа с чётным показателем — положительное число.

Степень отрицательного числа с нечётным показателем — отрицательное число.

Действия со степенями:

при умножении степеней с одинаковыми основаниями основание оставляют прежним, а показатели степеней складывают.

$$a^m a^n = a^{m+n}$$

при делении степеней с одинаковыми основаниями основание оставляют прежним, а из показателя степени делимого вычитают показатель степени делителя.

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

при возведении степени в степень основание оставляют тем же, а показатели перемножают.

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

чтобы возвести в степень произведение, достаточно возвести в эту степень каждый множитель и результаты перемножить.

$$(ab)^n = a^n b^n$$

Степень с показателем, равным 0.

считают, что при $a \neq 0$

$$a^0 = 1.$$

Определение. Степень числа a , не равного нулю, с нулевым показателем равна единице.

Напомним, как получаем это равенство на примере.

По правилу деления степеней $5^6 : 5^6 = 5^0$.

По правилу деления двух равных чисел $5^6 : 5^6 = 1$

Объединяем эти два равенства, получим $5^6 : 5^6 = 1$

Степень с отрицательным показателем.

Сегодня мы узнаем, что такое степень с отрицательным показателем,

например ,

$$10^{-3}; 2^{-1}; \left(\frac{2}{5}\right)^{-3}$$

Сразу хочу сказать, что это не отрицательное число!

Определение:

степень с отрицательным показателем – это дробь,

в числителе которой стоит **1,**

а в знаменателе та же степень, но с противоположным показателем.

$$10^{-3} = \frac{1}{10^3}$$

$$2^{-1} = \frac{1}{2^1}$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{-3} = \frac{1}{\left(\frac{2}{5}\right)^3}$$

$$(0,6)^{-2} = \frac{1}{(0,6)^2}$$

Даже степень с положительным показателем можно представить так:

$$5^4 = \frac{1}{5^{-4}}$$

Ещё примеры.

$$5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25};$$

$$(-3)^{-4} = \frac{1}{(-3)^4} = \frac{1}{81};$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3} = \frac{1}{\left(-\frac{1}{2}\right)^3} = -8.$$

Выполните несколько упражнений:

1. Воспользовавшись определением степени с отрицательным показателем, запишите в виде степени с положительным показателем, следующие выражения:

а) $2^{-3} =$ _____

е) $c^{-4} =$ _____

б) $15^{-2} = \frac{1}{15^2}$ _____

ж) $(a - b)^{-3} = \frac{1}{(a - b)^3}$ _____

в) $33^{-4} =$ _____

з) $(x + y)^{-2} =$ _____

г) $5^{-2} =$ _____

и) $(t - n)^{-4} =$ _____

д) $a^{-5} =$ _____

к) $(2a)^{-5} =$ _____

2.

Вычислите:

а) $9 \cdot 3^{-2} =$ _____

б) $4 \cdot 2^{-2} =$ _____

в) $2 \cdot 3^{-1} =$ _____

г) $3 \cdot 9^{-2} =$ _____

д) $4 \cdot 2^{-4} =$ _____

е) $6 \cdot 3^{-3} =$ _____

Образец: $9 \cdot 3^{-2} = 9 \cdot \frac{1}{3^2} = 9 \cdot \frac{1}{9} = \frac{9 \cdot 1}{1 \cdot 9} = 1$

ц:

Чтобы выполнить следующие два задания воспользуйтесь таблицей степеней.

СТЕПЕНИ ЧИСЕЛ ОТ 2 ДО 10									
n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2ⁿ	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
3ⁿ	9	27	81	243	729	2187	6561	19683	59049
4ⁿ	16	64	256	1024	4096	16384	65536	262144	
5ⁿ	25	125	625	3125	15625	78125	390625		
6ⁿ	36	216	1296	7776	46656	279936			
7ⁿ	49	343	2401	16807	117649				
8ⁿ	64	512	4096	32768					
9ⁿ	81	729	6561	59049					

ПРИМЕРЫ

$3^7 = 2187$
$5^5 = 3125$
$8^3 = 512$

3. Заполните таблицу:

Число	2	4	8	16	32	64	128	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{128}$	1
Данное число в виде степени числа 2	2^1		2^3			2^6		2^{-1}		2^{-3}		2^{-7}	

4.

Заполните таблицу:

Число	3	9	27	81	243	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{27}$	$\frac{1}{81}$	$\frac{1}{243}$	1
Данное число в виде степени числа 3				3^4					3^{-4}		

Если остались вопросы, отметьте в тетради, что было не понятно.