

**ФОРМУЛА ПЕРЕХОДА К НОВОМУ
ОСНОВАНИЮ ЛОГАРИФМА**



Проблема

Обратите внимание - действия с логарифмами **возможны только при одинаковых основаниях!**

А если основания разные!?

$$\log_5 16 \cdot \log_2 25$$

Полезно запомнить

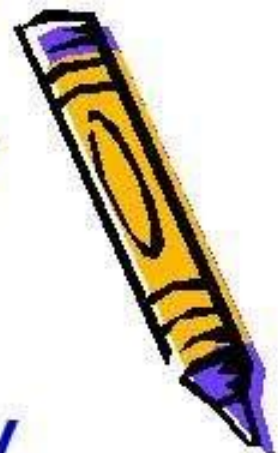
$$\log_a b \cdot \log_b a = \log_a b \cdot \frac{1}{\log_a b} = 1$$

$$\log_a b \cdot \log_b a = 1$$



Формула перехода от
логарифма по одному
основанию к
логарифму по другому
основанию:

$$\log_a X = \frac{\log_b X}{\log_b a}$$



Свойства логарифмов

Основное логарифмическое тождество.

$$a^{\log_a b} = b$$

Логарифм произведения.

$$\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$$

Логарифм частного.

$$\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$$

Логарифм степени.

$$\log_a x^n = n \log_a x$$

$$a > 0 \text{ и } a \neq 1, x > 0, y > 0, b > 0, n \in \mathbb{R}$$

АЛГОРИТМ.

Действия с логарифмами

1. Приведите основания логарифмов к одному основанию по формулам.
2. Числа без логарифмов запишите в виде логарифмов с общим основанием по формуле или через тождество .
3. Числовой множитель n перед логарифмом запишите в виде показателя степени числа b по формуле или вынесите его за скобку.
4. Упростите полученное выражение, если можно, примените тождество
5. Примените свойства логарифмов ,
6. Если надо вычислить логарифм от логарифма, начинайте вычисления с первого логарифма (который внутри) и, постепенно вычисляя, найдите последний логарифм.



Формулы перехода к новому основанию

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

$$\frac{\log_3 121}{\log_3 11} = \log_{11} 121 = 2$$

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

$$\log_5 9 \cdot \log_9 5 = \log_5 9 \cdot \frac{1}{\log_5 9} = 1$$

$$\log_{a^n} b^m = \frac{m}{n} \log_a b$$

$$\frac{\log_3 16}{\log_3 32} =$$
$$\log_{32} 16 = \log_{2^5} 2^4 = \frac{4}{5} \log_2 2 = 0,8 \cdot 1 = 0,8$$

$$\log_{\frac{1}{a}} b = -\log_a b$$

$$\log_{\frac{1}{5}} 25 = -\log_5 25 = -2$$

5. Основное логарифмическое тождество

$$a^{\log_a x} = x$$

6. Переход от одного основания к другому

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a} \Rightarrow \log_a x = \frac{1}{\log_x a}$$

ПРИМЕРЫ

№П/П	ФОРМУЛА	ПРИМЕР
1	$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$	$\log_4 3 = \frac{1}{\log_3 4}$
2	$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$	$\log_2 3 = \frac{\lg 3}{\lg 2}$
3	$\lg b = \frac{\ln b}{\ln 10}$	$\lg 5 = \frac{\ln 5}{\ln 10}$
4	$\ln b = \frac{\lg b}{\lg e}$	$\ln 2 = \frac{\lg 2}{\lg e}$

Домашнее задание:

Вычислить

$$\log_5 9 \cdot \log_3 25 = 2\log_5 3 \cdot 2\log_3 5 = 4\log_5 3 \cdot \frac{1}{\log_5 3} = 4$$

$$\log_5 7 \cdot \log_7 25$$

$$\log_3 13 \cdot \log_{13} 9$$

$$\log_4 13 \cdot \log_{13} 16$$

$$\log_7 8 \cdot \log_8 49$$

$$\log_3 11 \cdot \log_{11} 27$$

$$\log_2 5 \cdot \log_5 8$$

