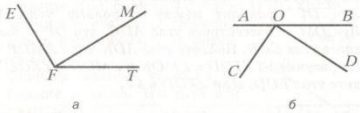


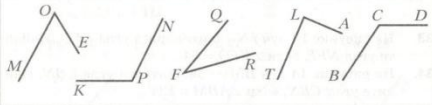
21. Запишите все углы, изображённые на рисунке 8.

Рис. 8



22. Начертите угол  $MOF$  и проведите лучи  $OK$  и  $OP$  между его сторонами. Запишите все образовавшиеся углы.  
 23. Пользуясь транспортиром, найдите градусные меры углов, изображённых на рисунке 9. Укажите вид каждого угла.

Рис. 9

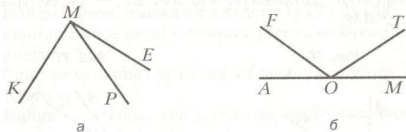


24. Начертите угол, градусная мера которого равна: 1)  $73^\circ$ ; 2)  $91^\circ$ ; 3)  $90^\circ$ ; 4)  $152^\circ$ . Укажите вид каждого угла.  
 25. Начертите угол  $AOB$ , равный  $54^\circ$ . Пользуясь транспортиром, проведите его биссектрису.  
 26. Луч  $BD$  проходит между сторонами угла  $ABC$ . Найдите угол  $DBC$ , если  $\angle ABC = 63^\circ$ ,  $\angle ABD = 51^\circ$ .  
 27. Луч  $DA$  проходит между сторонами угла  $EDN$ , равного  $112^\circ$ . Найдите углы  $EDA$  и  $NDA$ , если угол  $EDA$  в 6 раз меньше угла  $NDA$ .  
 28. Прямой угол разделили на 3 угла, градусные меры которых относятся как 2 : 3 : 5. Найдите величины этих углов.

# Самостоятельная работа

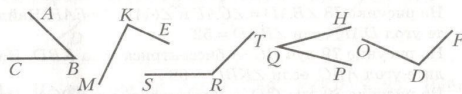
Запишите все углы, изображённые на рисунке 74.

Рис. 74



22. Начертите угол  $ABC$  и проведите лучи  $BD$  и  $BE$  между его сторонами. Запишите все образовавшиеся углы.  
 23. Пользуясь транспортиром, найдите градусные меры углов, изображённых на рисунке 75. Укажите вид каждого угла.

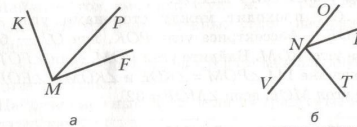
Рис. 75



24. Начертите угол, градусная мера которого равна: 1)  $54^\circ$ ; 2)  $90^\circ$ ; 3)  $147^\circ$ ; 4)  $88^\circ$ . Укажите вид каждого угла.  
 25. Начертите угол  $DEF$ , равный  $116^\circ$ . Пользуясь транспортиром, проведите его биссектрису.  
 26. Луч  $DF$  проходит между сторонами угла  $EDK$ . Найдите угол  $FDK$ , если  $\angle EDK = 38^\circ$ ,  $\angle EDF = 29^\circ$ .  
 27. Луч  $BC$  проходит между сторонами угла  $ABD$ , равного  $115^\circ$ . Найдите углы  $CBD$  и  $ABC$ , если угол  $CBD$  в 4 раза больше угла  $ABC$ .  
 28. Развёрнутый угол разделили на 3 угла, градусные меры которых относятся как 2 : 3 : 4. Найдите величины этих углов.

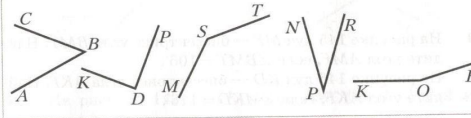
21. Запишите все углы, изображённые на рисунке 140.

Рис. 140



22. Начертите угол  $ASB$  и проведите лучи  $SK$  и  $SP$  между его сторонами. Запишите все образовавшиеся углы.  
 23. Пользуясь транспортиром, найдите градусные меры углов, изображённых на рисунке 141. Укажите вид каждого угла.

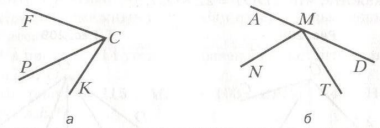
Рис. 141



24. Начертите угол, градусная мера которого равна: 1)  $68^\circ$ ; 2)  $93^\circ$ ; 3)  $168^\circ$ ; 4)  $90^\circ$ . Укажите вид каждого угла.  
 25. Начертите угол  $MOD$ , равный  $78^\circ$ . Пользуясь транспортиром, проведите его биссектрису.  
 26. Луч  $OD$  проходит между сторонами угла  $AOB$ . Найдите угол  $BOD$ , если  $\angle AOB = 108^\circ$ ,  $\angle AOD = 87^\circ$ .  
 27. Луч  $SE$  проходит между сторонами угла  $ASB$ , равно  $94^\circ$ . Найдите углы  $ESA$  и  $ESB$ , если угол  $ESA$  на меньше угла  $ESB$ .  
 28. Прямой угол разделили на 3 угла, градусные меры которых относятся как 3 : 4 : 8. Найдите величины этих углов.

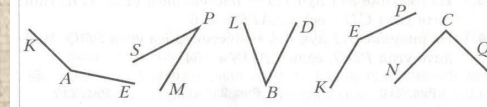
21. Запишите все углы, изображённые на рисунке 206.

Рис. 206



22. Начертите угол  $MXD$  и проведите лучи  $XE$  и  $XF$  между его сторонами. Запишите все образовавшиеся углы.  
 23. Пользуясь транспортиром, найдите градусные меры углов, изображённых на рисунке 207. Укажите вид каждого угла.

Рис. 207



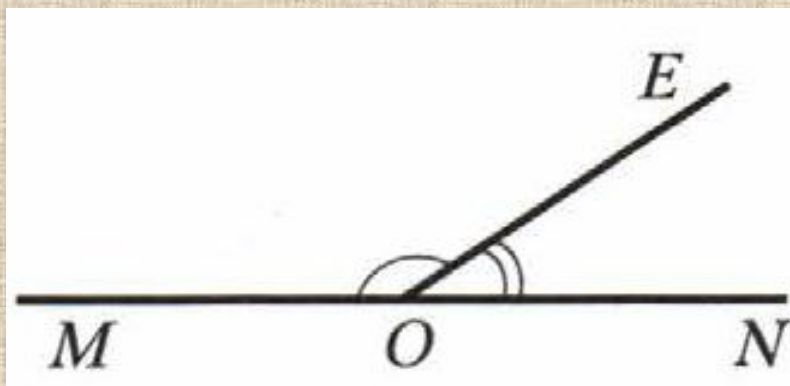
24. Начертите угол, градусная мера которого равна: 1)  $73^\circ$ ; 2)  $90^\circ$ ; 3)  $89^\circ$ ; 4)  $173^\circ$ . Укажите вид каждого угла.  
 25. Начертите угол  $MTF$ , равный  $132^\circ$ . Пользуясь транспортиром, проведите его биссектрису.  
 26. Луч  $BN$  проходит между сторонами угла  $ABC$ . Найдите угол  $ABN$ , если  $\angle ABC = 83^\circ$ ,  $\angle CBN = 69^\circ$ .  
 27. Луч  $QM$  проходит между сторонами угла  $CQF$ , равного  $69^\circ$ . Найдите углы  $MQC$  и  $MQF$ , если угол  $MQC$  на  $27^\circ$  больше угла  $MQF$ .  
 28. Развёрнутый угол разделили на 3 угла, градусные меры которых относятся как 3 : 5 : 7. Найдите величины этих углов.

28.11.18

# Смежные и вертикальные углы

✓ **Определение**

Два угла называют смежными, если у них одна сторона общая, а две другие являются дополнительными лучами.



✓ **Теорема 4.1**

Сумма смежных углов равна  $180^\circ$ .

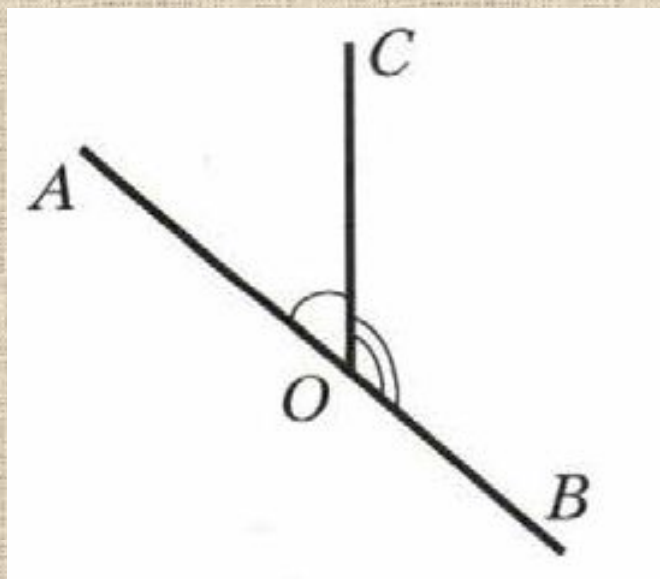
✓ **Теорема 4.1**

**Сумма смежных углов равна  $180^\circ$ .**

**Доказательство**

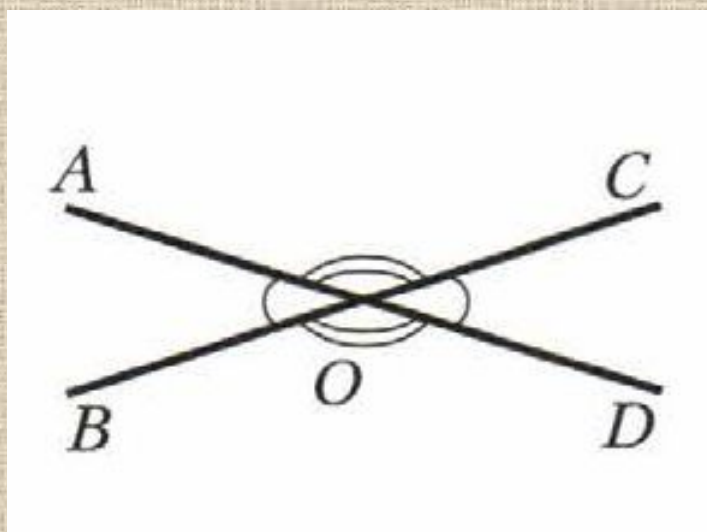
Пусть углы  $\angle AOC$  и  $\angle COB$  – смежные (рис. 79). Надо доказать, что  $\angle AOC + \angle COB = 180^\circ$ .

Так как углы  $\angle AOC$  и  $\angle COB$  смежные, то лучи  $OA$  и  $OB$  являются дополнительными. Тогда  $\angle AOB$  – развёрнутый. Следовательно,  $\angle AOB = 180^\circ$ . Луч  $OC$  принадлежит углу  $\angle AOB$ . По основному свойству величины угла имеем:  $\angle AOC + \angle COB = \angle AOB = 180^\circ$ . ◀



 **Определение**

Два угла, отличные от развёрнутого, называют вертикальными, если стороны одного угла являются дополнительными лучами сторон другого.



 **Теорема 4.2**

**Вертикальные углы равны.**

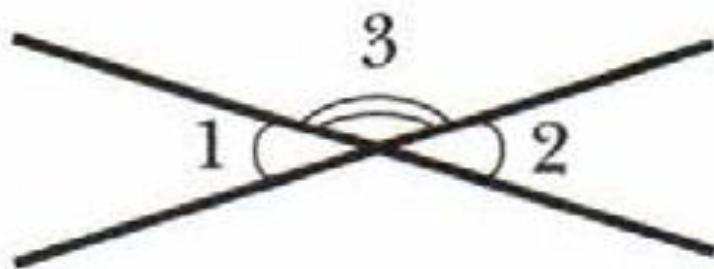
✓ **Теорема 4.2**

**Вертикальные углы равны.**

**Доказательство**

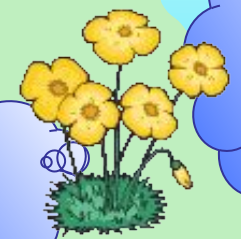
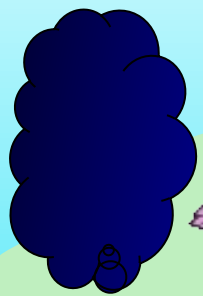
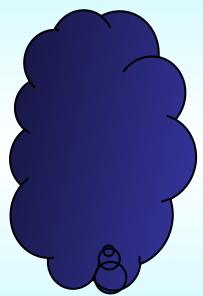
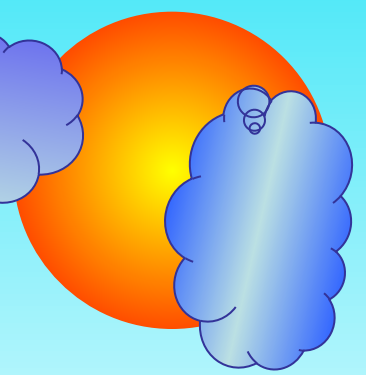
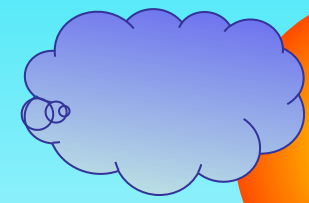
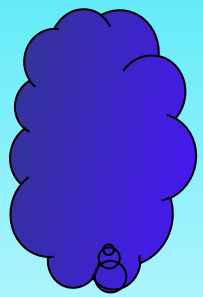
На рисунке  $\angle 1$  и  $\angle 2$  – вертикальные. Надо доказать, что  $\angle 1 = \angle 2$ .

Каждый из углов  $\angle 1$  и  $\angle 2$  смежный с углом  $\angle 3$ . Тогда  $\angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$  и  $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ . Отсюда  $\angle 1 = 180^\circ - \angle 3$  и  $\angle 2 = 180^\circ - \angle 3$ . Получаем, что градусные меры углов  $\angle 1$  и  $\angle 2$  равны, а значит, равны и сами углы. ◀





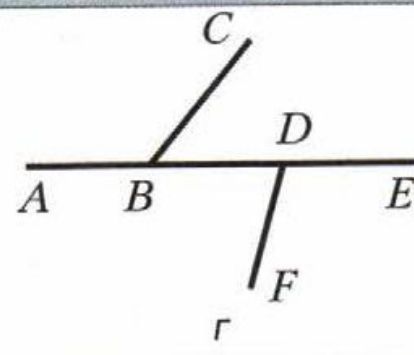
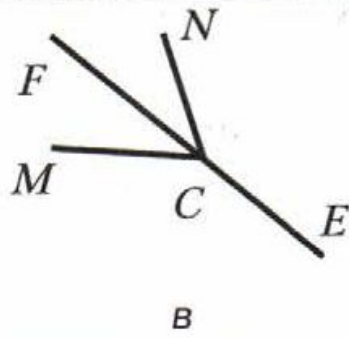
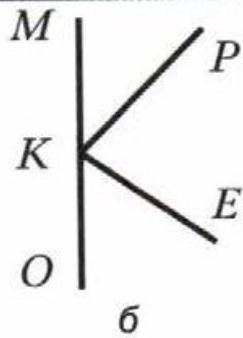
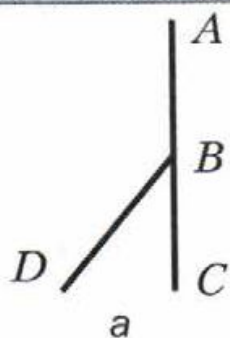
**Ребята, берегите зрение!**



## Упражнения

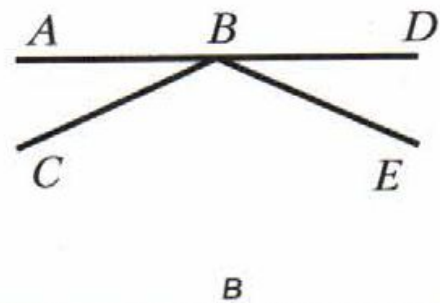
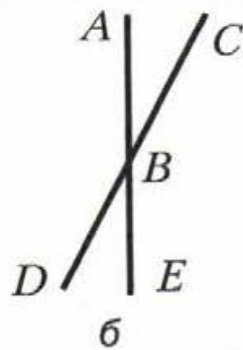
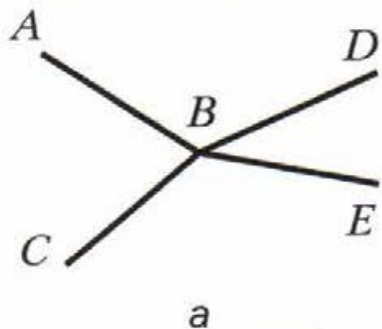
88. Укажите пары смежных углов (рис. 83).

Рис. 83



89. Являются ли углы  $ABC$  и  $DBE$  вертикальными (рис. 84)?

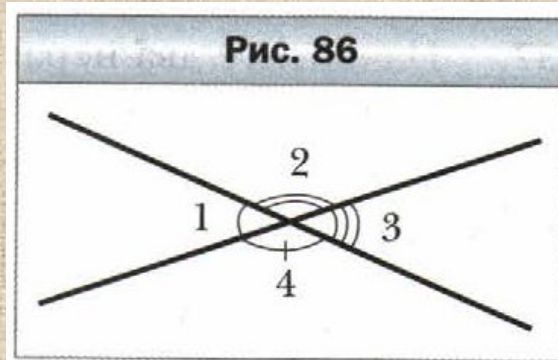
Рис. 84





91. Могут ли два смежных угла быть равными: 1)  $24^\circ$  и  $156^\circ$ ; 2)  $63^\circ$  и  $107^\circ$ ? Ответ обоснуйте.
92. Найдите угол, смежный с углом: 1)  $29^\circ$ ; 2)  $84^\circ$ ; 3)  $98^\circ$ ; 4)  $135^\circ$ .
93. Может ли пара смежных углов состоять:
- 1) из двух острых углов;
  - 2) из двух тупых углов;
  - 3) из прямого и тупого углов;
  - 4) из прямого и острого углов?
94. Один из смежных углов – прямой. Каким является второй угол?

96. Найдите углы 2, 3 и 4 (рис. 86), если  $\angle 1 = 42^\circ$ .



100. Сумма двух углов, образованных при пересечении двух прямых, равна  $140^\circ$ . Докажите, что эти углы – вертикальные.

## Практические задания

- 86.** Начертите три угла: острый, прямой и тупой. Для каждого из них постройте смежный угол.
- 87.** Начертите два неравных смежных угла так, чтобы их общая сторона была вертикальной.

**97.** Найдите смежные углы, если:

- 1) один из них на  $70^\circ$  больше второго;
- 2) один из них в 8 раз меньше второго;
- 3) их градусные меры относятся как 3 : 2.

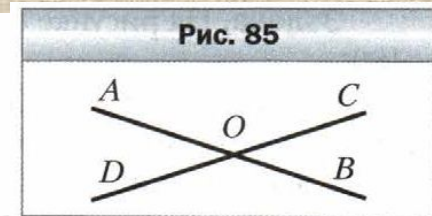
- 1) 1 ряд
- 2) 2 ряд
- 3) 3 ряд

**101.** Найдите углы, образованные в результате пересечения двух прямых, если:

- 1) сумма двух из них равна  $106^\circ$ ;
- 2) сумма трёх из них равна  $305^\circ$ .

# Дома: §4, №90, 95, 98, 102

**90.** Сколько пар смежных углов изображено на рисунке 85? Назовите их. Укажите пары вертикальных углов.



**95.** Найдите угол, смежный с углом  $ABC$ , если: 1)  $\angle ABC = 36^\circ$ ; 2)  $\angle ABC = 102^\circ$ .

**98.** Найдите смежные углы, если:  
1) один из них в 17 раз больше второго;  
2) их градусные меры относятся как 19 : 26.

**102.** Найдите углы, образованные при пересечении двух прямых, если разность двух из них равна  $64^\circ$ .