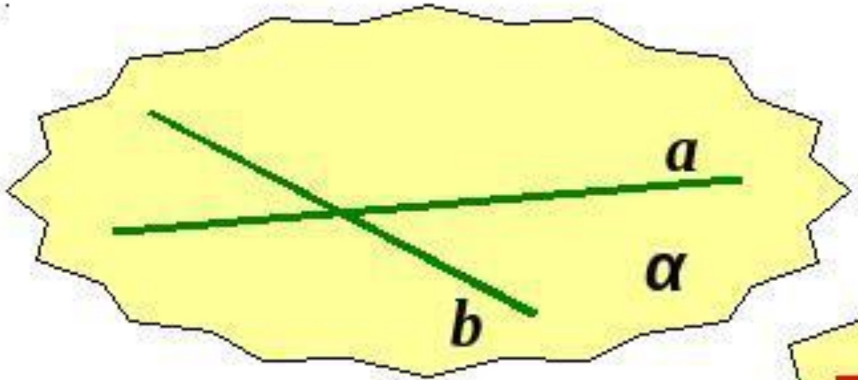
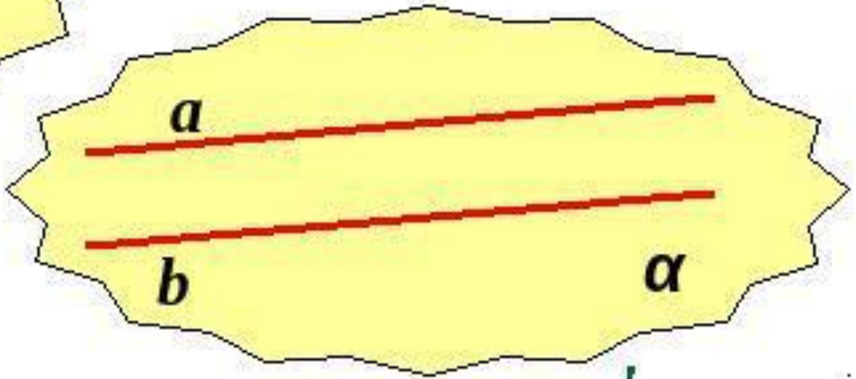
Расположение прямых в пространстве:



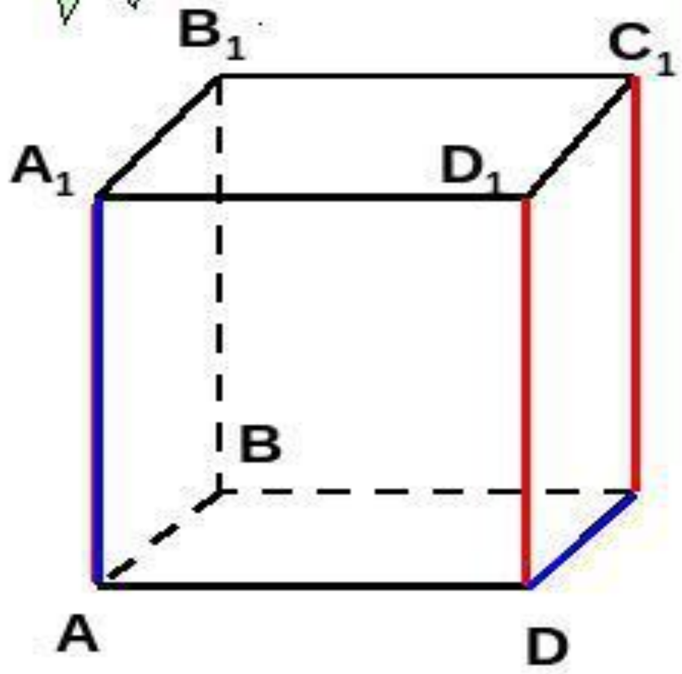
$a \cap b$

$a \parallel b$



Лежат в одной плоскости!

???



Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$

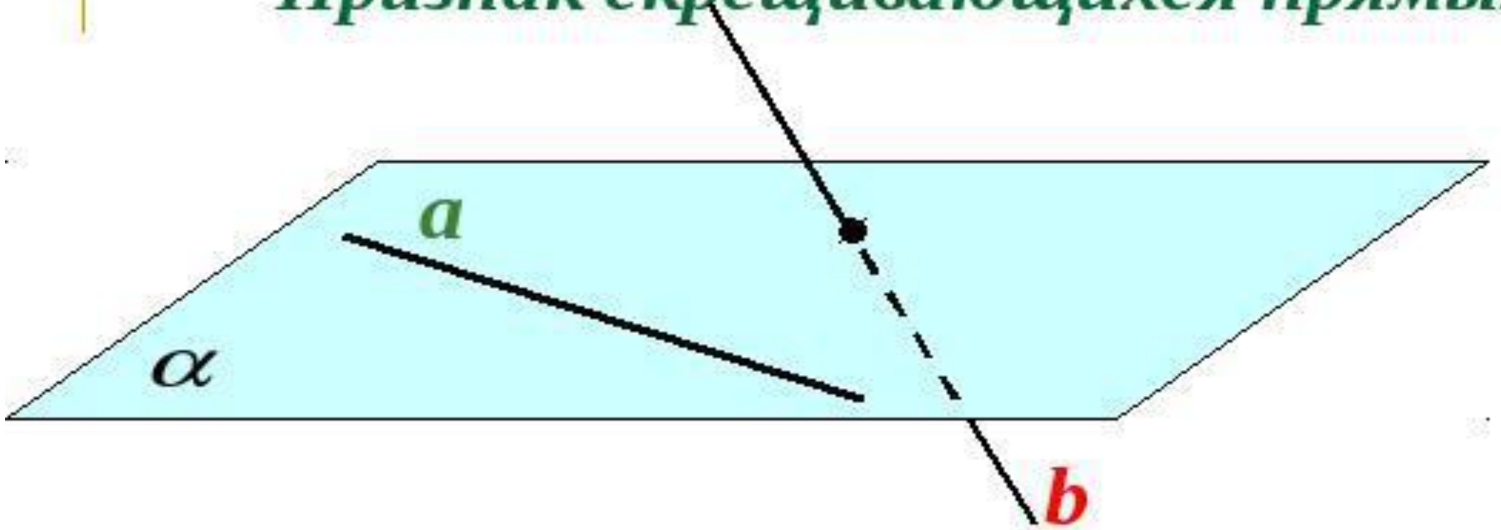
$AA_1 \parallel DD_1$, как противоположные стороны квадрата, лежат в одной плоскости и не пересекаются.

$AA_1 \parallel DD_1$; $DD_1 \parallel CC_1 \rightarrow AA_1 \parallel CC_1$
по теореме о трех параллельных прямых.

2. Являются ли AA_1 и DC параллельными?
Они пересекаются?

Две прямые называются скрещивающимися, если они не лежат в одной плоскости.

Признак скрещивающихся прямых.



- ***Если одна из двух прямых лежит в некоторой плоскости, а другая прямая пересекает эту плоскость в точке, не лежащей на первой прямой, то эти прямые скрещивающиеся.***

Признак скрещивающихся прямых.

Дано: $AB \subset \alpha$, $CD \cap \alpha = C$, $C \in AB$.

Доказать, что AB Скрещивается с CD

Доказательство:

Допустим, что CD и AB лежат в одной плоскости. Пусть это будет плоскость β.

$C \in \alpha$ и $C \in \beta$

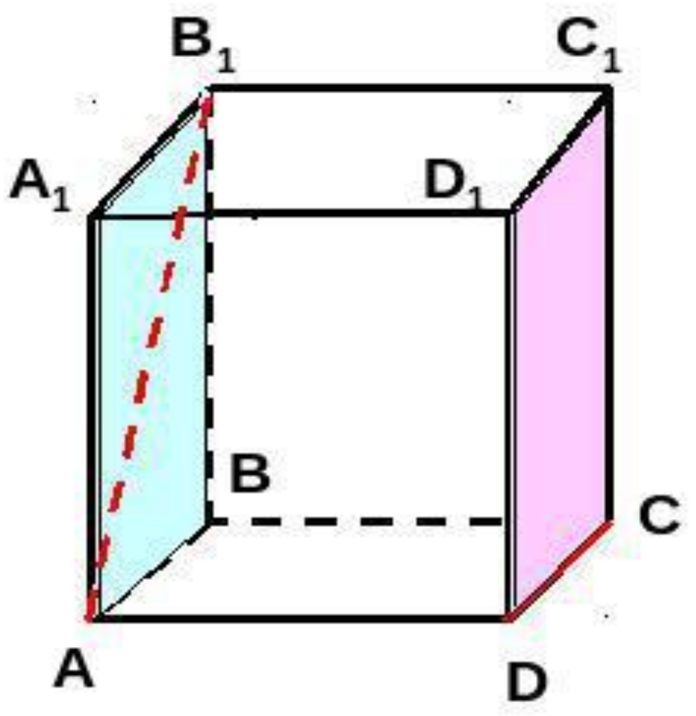
$AB \subset \alpha$ и $AB \subset \beta$

⇒ α совпадает с β

Плоскости совпадают, чего быть не может, т.к. прямая CD пересекает α. Плоскости, которой принадлежат AB и CD не существует и следовательно по определению скрещивающихся прямых AB скрещивается с CD. Ч.т.д.

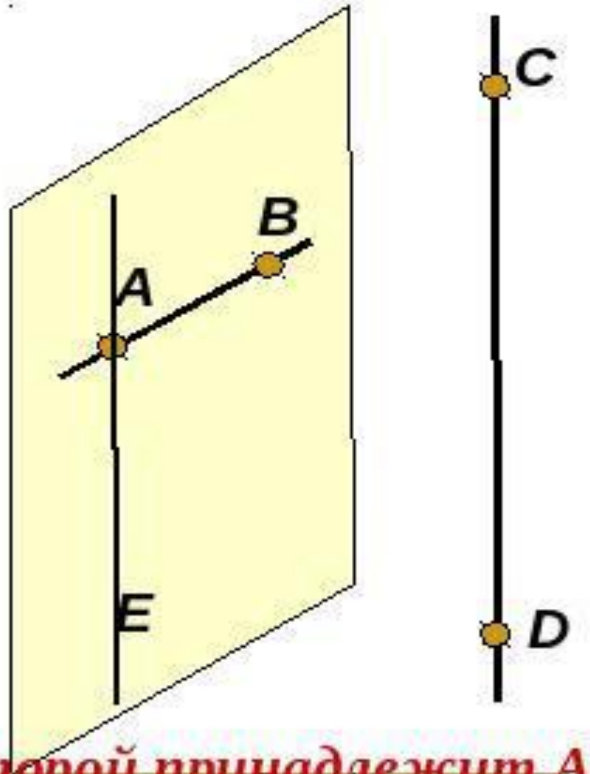
Закрепление изученной теоремы:

1. *Определить взаимное расположение прямых AB_1 и DC.*
2. *Указать взаимное расположение прямой DC и плоскости AA_1B_1B*
3. *Является ли прямая AB_1 параллельной плоскости DD_1C_1C?*



Теорема:

- **Через каждую из двух скрещивающихся прямых проходит плоскость, параллельная другой плоскости, и притом только одна.**



Дано: AB скрещивается с CD.

Построить α: AB ⊂ α, CD ∥ α.

Доказать, что α – единственная.

1. **Через точку A проведем прямую AE, AE ∥ CD.**
2. **Прямые AB и AE пересекаются и образуют плоскость α. AB ⊂ α, CD ∥ α. α – единственная плоскость.**
3. **Доказательство: α – единственная по следствию из аксиом. Любая другая плоскость, которой принадлежит AB, пересекает AE и, следовательно, прямую CD.**

Задача №34.

Дано: $D \notin (ABC)$,

$AM = MD$; $BN = ND$; $CP = PD$

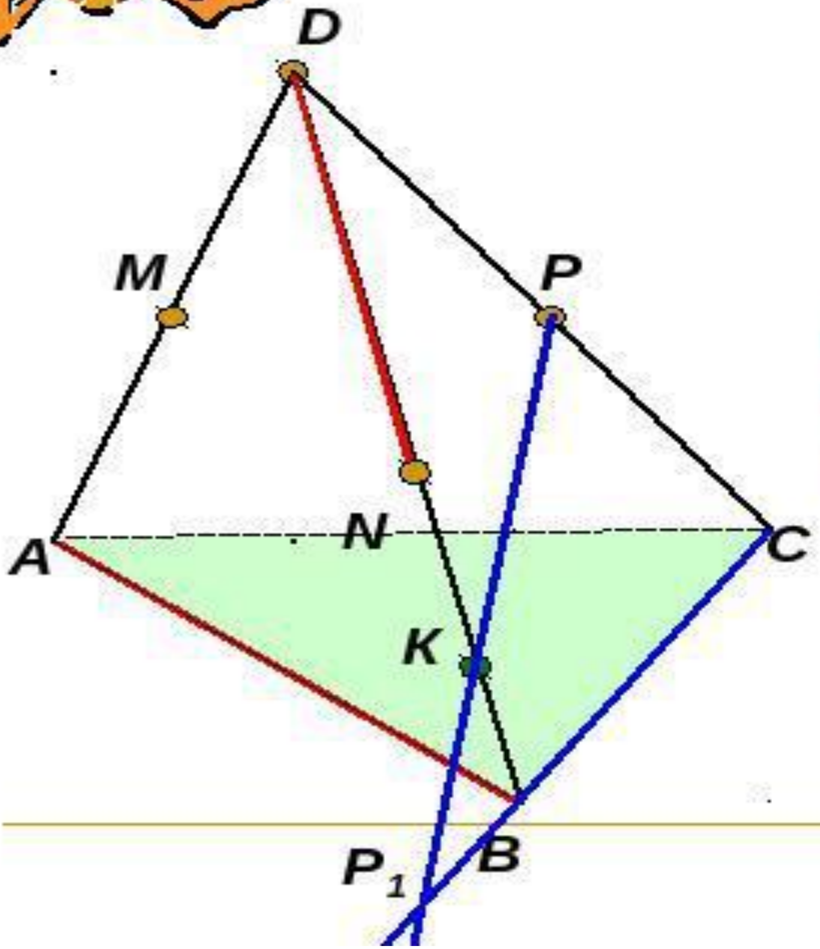
$K \in BN$.

Определить взаимное расположение прямых:

а) ND и AB

б) PK и BC

в) MN и AB



Задача №34.

Дано: $D \notin (ABC)$,

$AM = MD$; $BN = ND$; $CP = PD$

$K \in BN$.

Определить взаимное расположение прямых:

а) ND и AB

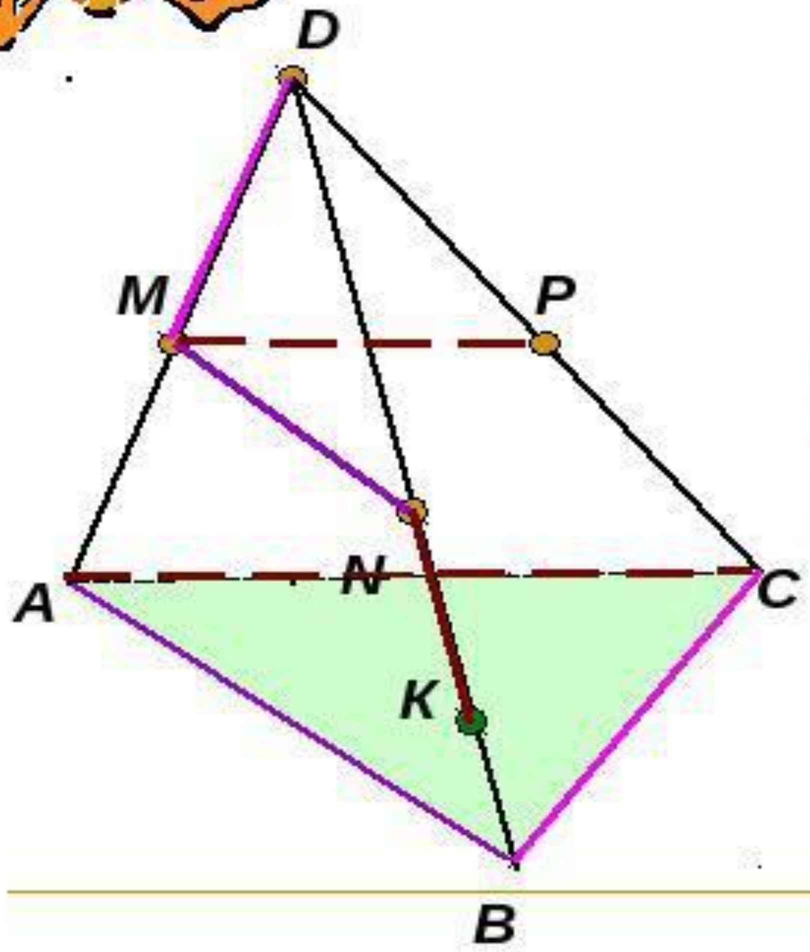
б) PK и BC

в) MN и AB

г) MP и AC

д) KN и AC

е) MD и BC



Сонаправленные лучи

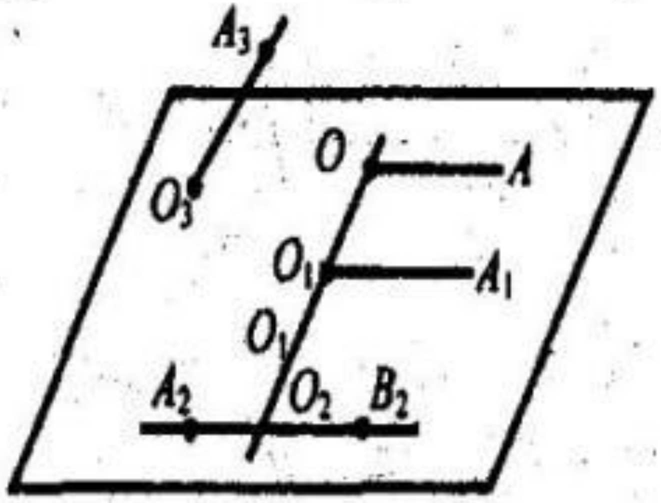


Рис. 1

- Два луча ОА иO_1A_1,

  не лежащие на одной прямой, называются сонаправленными, если они параллельны и лежат в одной плоскости с границей OO_1.

- Два луча ОА иO_1A_1,

  лежащие на одной прямой, называются сонаправленными, если они совпадают или один из них содержит другой.

Теорема об углах с сонаправленными сторонами

- Если стороны двух углов соответственно сонаправлены, то такие углы равны.

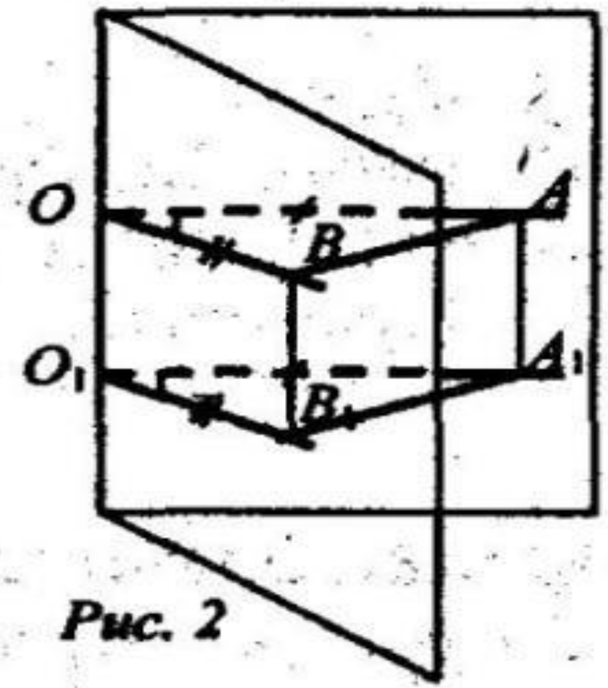


Рис. 2

Угол между скрещивающимися прямыми

- Угол между прямыми – это градусная мера, а не геометрическая фигура.
- Угол между скрещивающимися прямыми AB и CD определяется как угол между пересекающимися прямыми $A_1B_1 \parallel AB$ и $C_1D_1 \parallel CD$ (от выбора точки M_1 или M_2 величина угла φ не зависит)

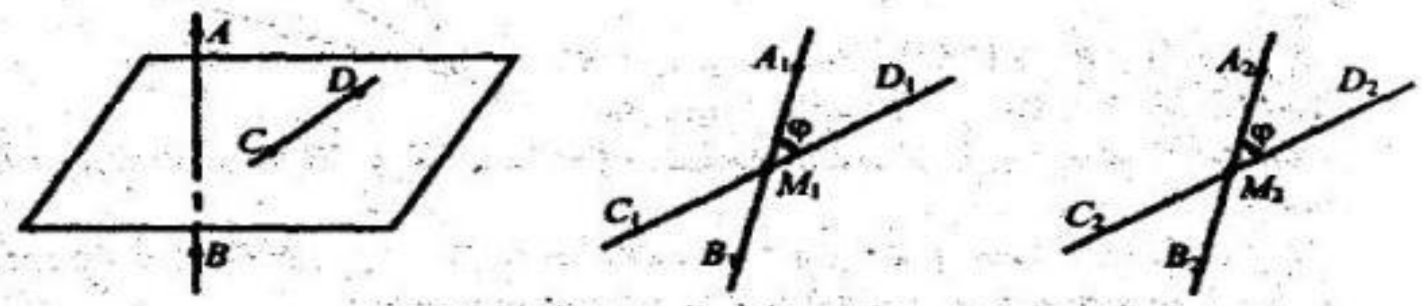


Рис. 3

Ответьте на вопросы по чертежу:

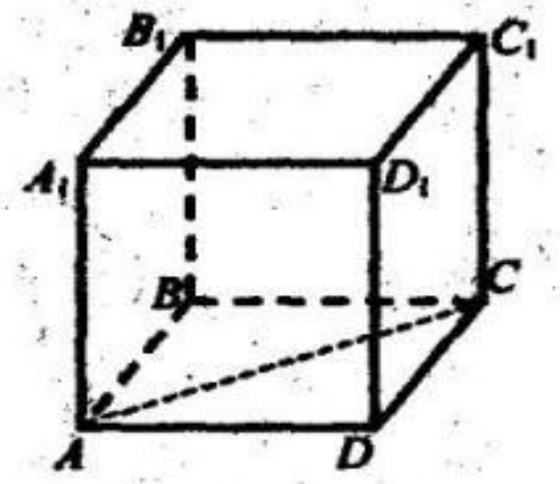


Рис. 4

Найдите угол между прямыми

- BC и CC_1
- AC и BC
- D_1C_1 и BC
- A_1B_1 и AC

Задача № 44

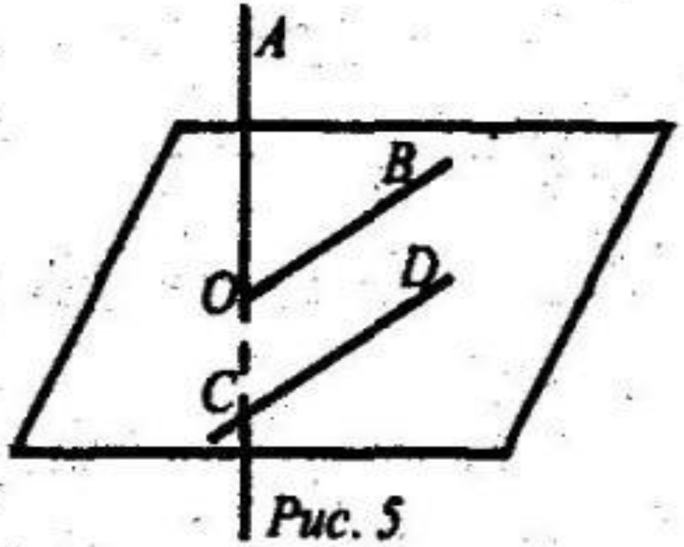


Рис. 5

- Дано:

$OB \parallel CD$; $AB \dot{-} CD$

а) ∠AOB=40º

б) ∠AOB=135º

в) ∠AOB=90º

- Найти:

угол между OA и CD