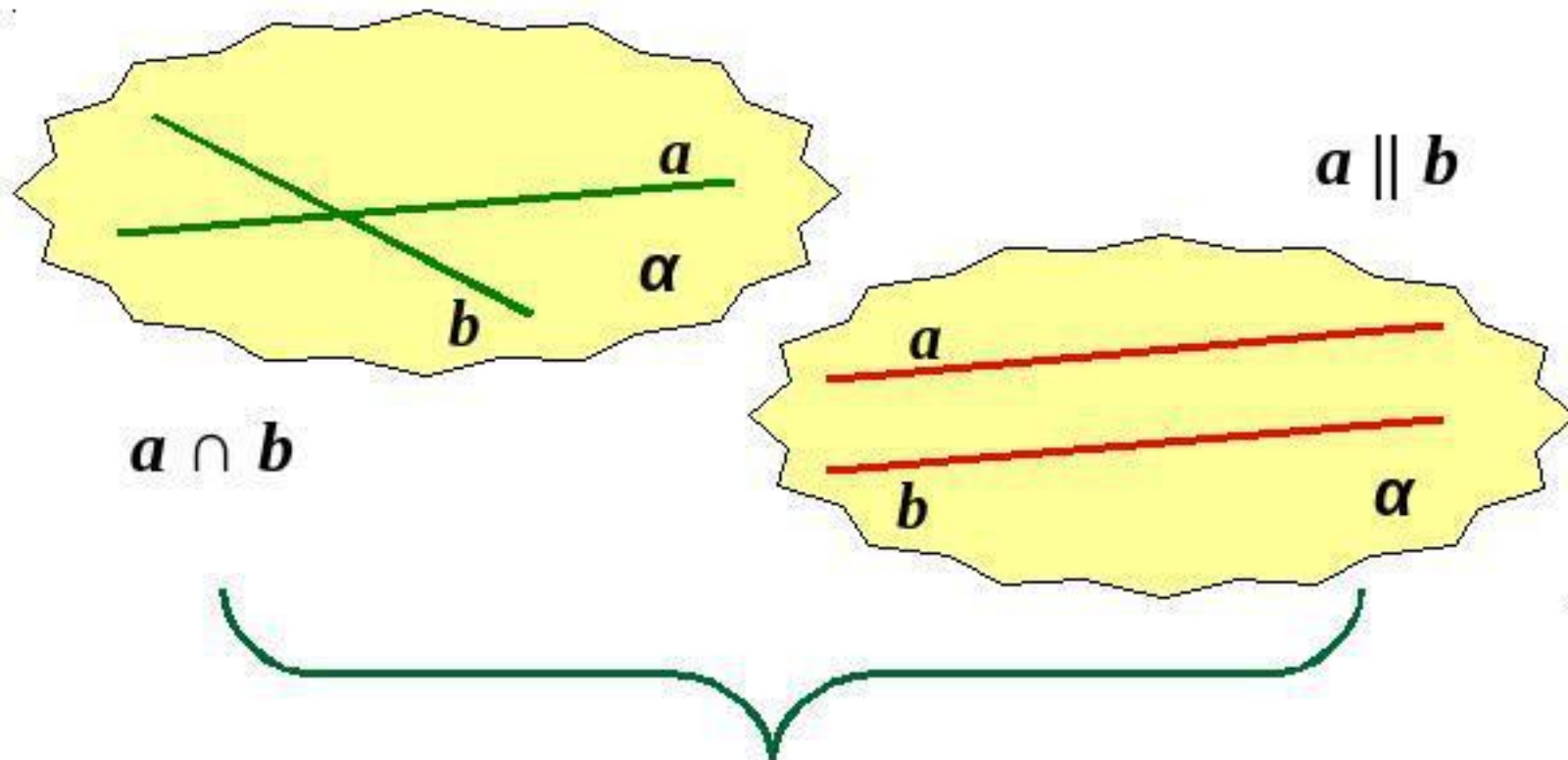
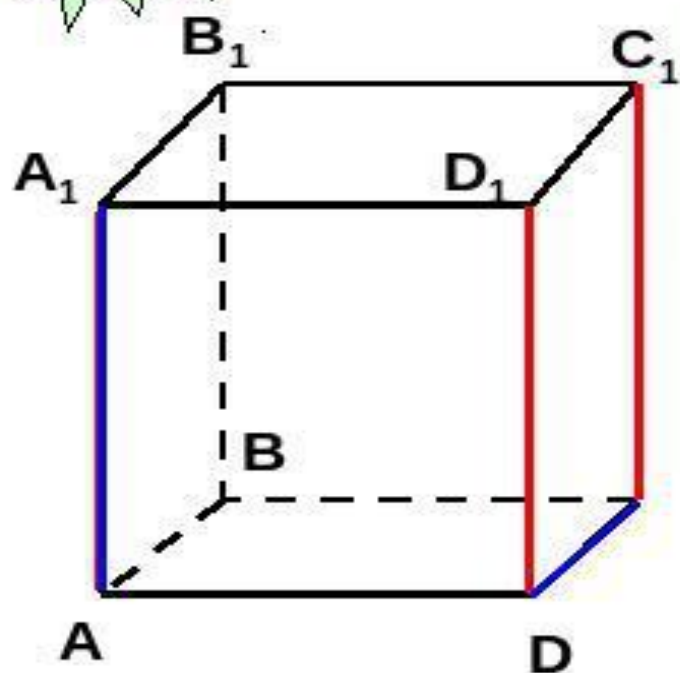


Расположение прямых в пространстве:



Лежат в одной плоскости!



Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$

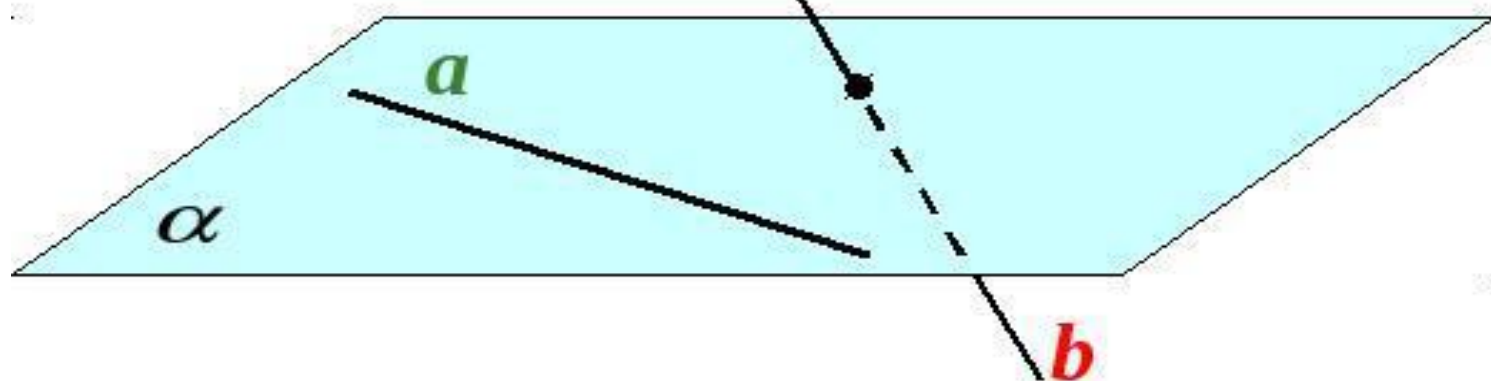
$AA_1 \parallel DD_1$, как противоположные стороны квадрата, лежат в одной плоскости и не пересекаются.

$AA_1 \parallel DD_1$; $DD_1 \parallel CC_1 \rightarrow AA_1 \parallel CC_1$
по теореме о трех параллельных прямых.

2. Являются ли AA_1 и DC параллельными?
Они пересекаются?

Две прямые называются **скрещивающимися**, если они не лежат в одной плоскости.

Признак скрещивающихся прямых.



- Если одна из двух прямых лежит в некоторой плоскости, а другая прямая пересекает эту плоскость в точке, не лежащей на первой прямой, то эти прямые **скрещивающиеся**.

Признак скрещивающихся прямых.



Доказательство:

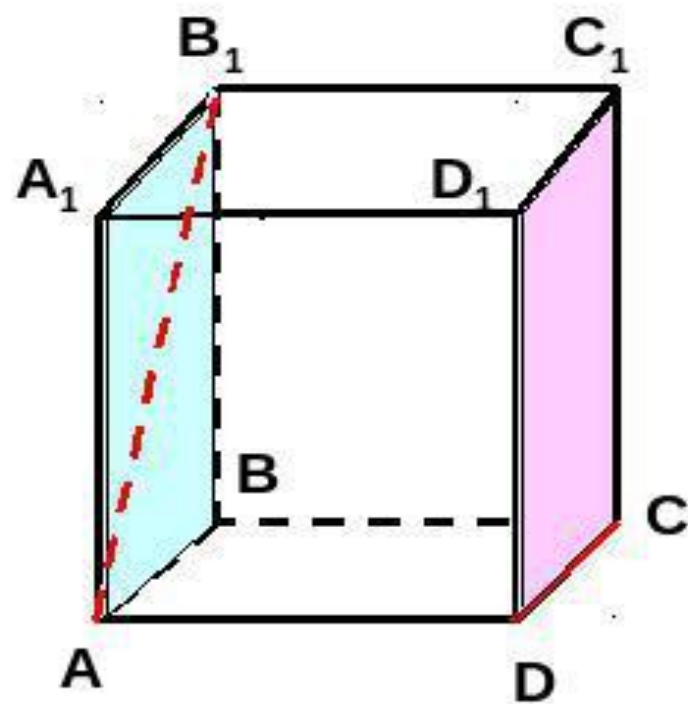
Допустим, что CD и AB лежат в одной плоскости.
Пусть это будет плоскость β .

$$\begin{array}{l} C \in \alpha \text{ и } C \in \beta \\ AB \subset \alpha \text{ и } AB \subset \beta \end{array} \left| \begin{array}{l} \longrightarrow \\ \longrightarrow \end{array} \right. \alpha \text{ совпадает с } \beta$$

Плоскости совпадают, чего быть не может, т.к. прямая CD пересекает α . Плоскости, которой принадлежат AB и CD не существует и следовательно по определению скрещивающихся прямых AB скрещивается с CD . Ч.т.д.

Закрепление изученной теоремы:

1. Определить взаимное расположение прямых AB_1 и DC .
2. Указать взаимное расположение прямой DC и плоскости AA_1B_1B .
3. Является ли прямая AB_1 параллельной плоскости DD_1C_1C ?



Теорема:

- Через каждую из двух скрещивающихся прямых проходит плоскость, параллельная другой плоскости, и притом только одна.

Дано: AB скрещивается с CD .

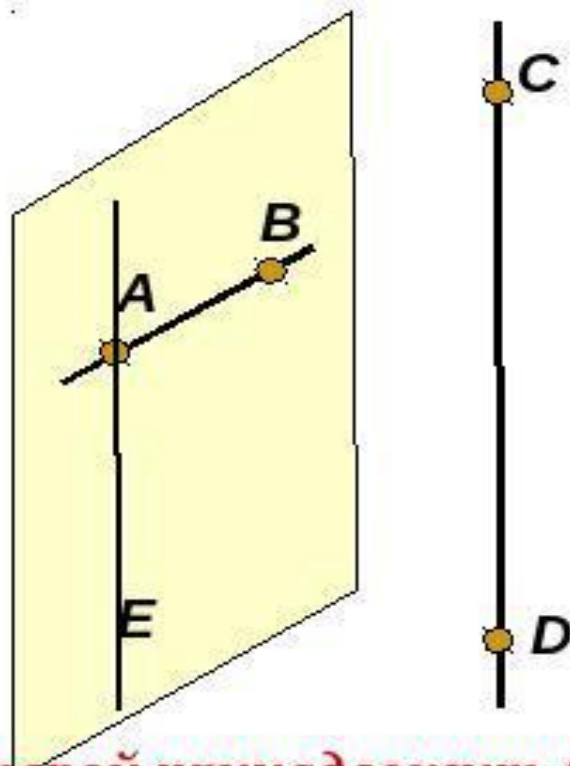
Построить α : $AB \subset \alpha$, $CD \parallel \alpha$.

Доказать, что α – единственная.

- Через точку A проведем прямую AE , $AE \parallel CD$.
- Прямые AB и AE пересекаются и образуют плоскость α . $AB \subset \alpha$, $CD \parallel \alpha$. α – единственная плоскость.

3. Доказательство:

α – единственная по следствию из аксиом. Любая другая плоскость, которой принадлежит AB , пересекает AE и, следовательно, прямую CD .





Задача №34.

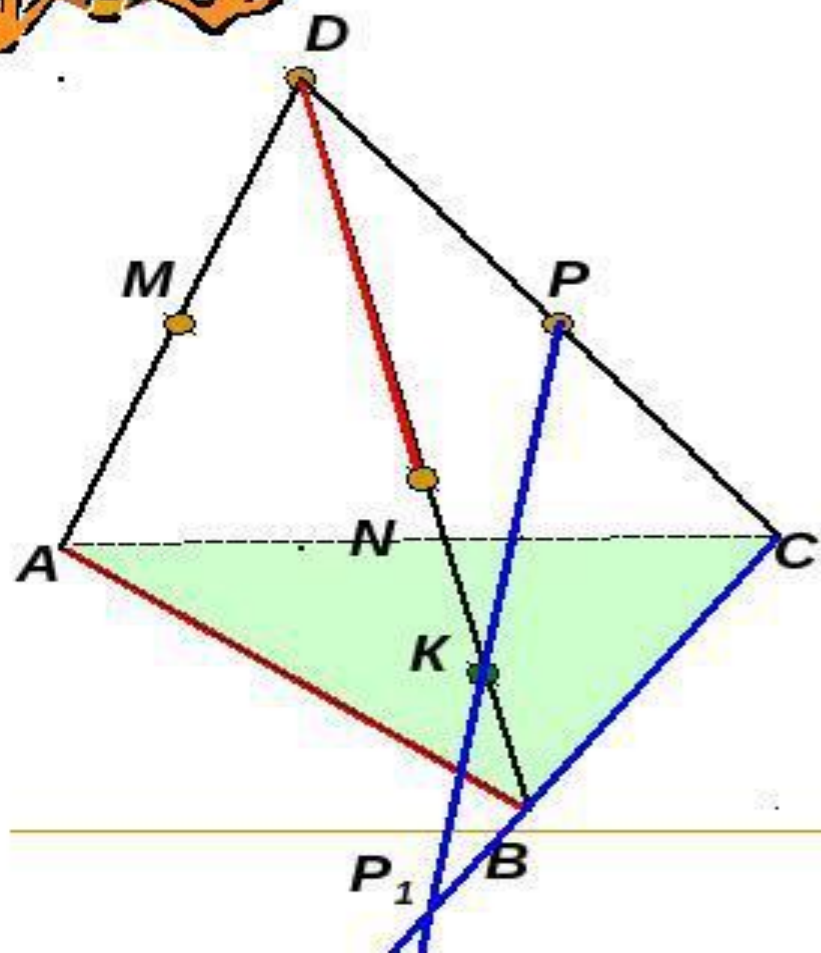
Дано: $D \notin (ABC)$,

$AM = MD$; $BN = ND$; $CP = PD$

$K \in BN$.

Определить взаимное
расположение прямых:

- а) ND и AB
- б) PK и BC
- в) MN и AB





Задача №34.

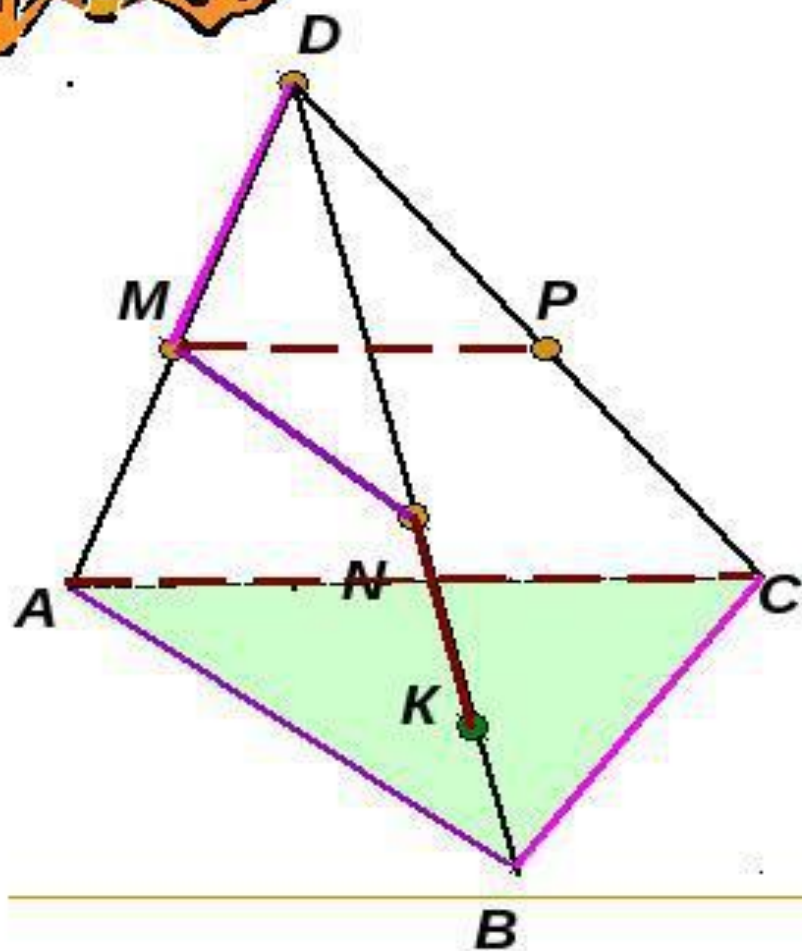
Дано: $D \notin (ABC)$,

$AM = MD$; $BN = ND$; $CP = PD$

$K \in BN$.

Определить взаимное
расположение прямых:

- а) ND и AB
- б) PK и BC
- в) MN и AB
- г) MP и AC
- д) KN и AC
- е) MD и BC





Сонаправленные лучи

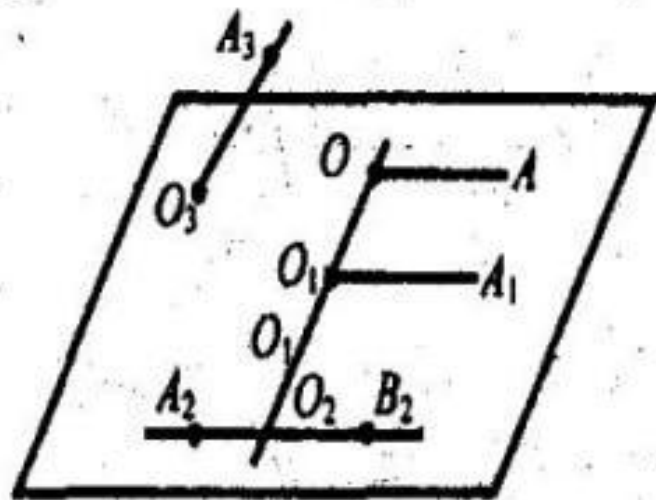


Рис. 1

- Два луча OA и O_1A_1 , не лежащие на одной прямой, называются сонаправленными, если они параллельны и лежат в одной плоскости с границей OO_1 .
- Два луча OA и O_1A_1 , лежащие на одной прямой, называются сонаправленными, если они совпадают или один из них содержит другой.

теорема об углах с сонаправленными сторонами



- Если стороны двух углов соответственно сонаправлены, то такие углы равны.

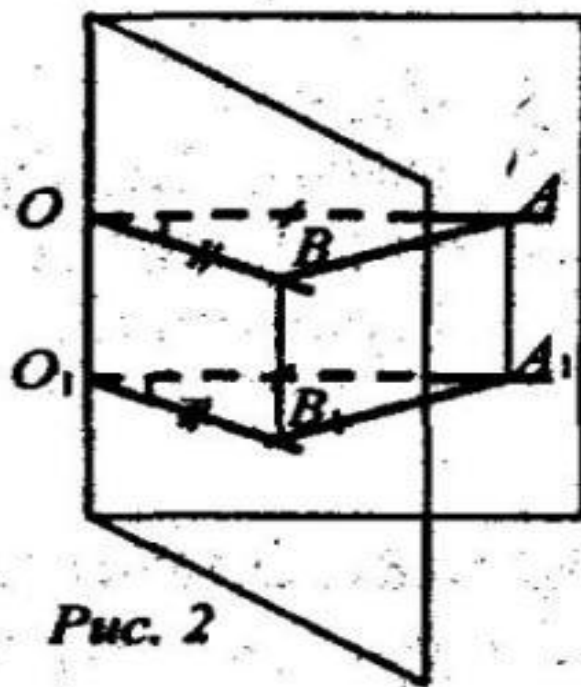
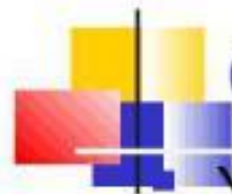


Рис. 2

Угол между



скрещивающимися прямыми

Угол между прямыми – это градусная мера, а не геометрическая фигура.

- Угол между скрещивающимися прямыми AB и CD определяется как угол между пересекающимися прямыми $A_1B_1 \parallel AB$ и $C_1D_1 \parallel CD$ (от выбора точки M_1 или M_2 величина угла φ не зависит)

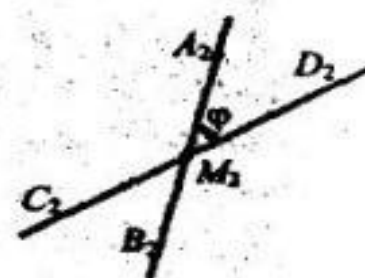
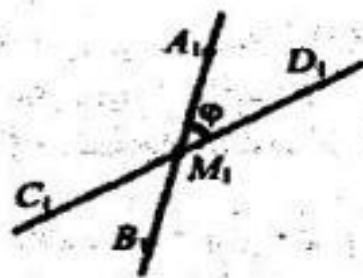
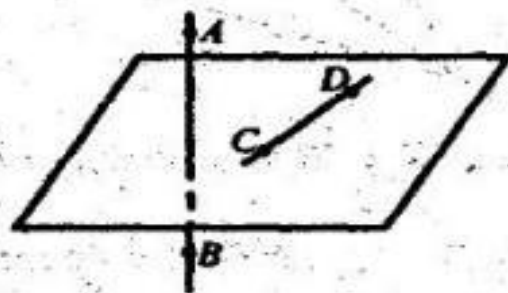


Рис. 3

Ответьте на вопросы по
чертежу:

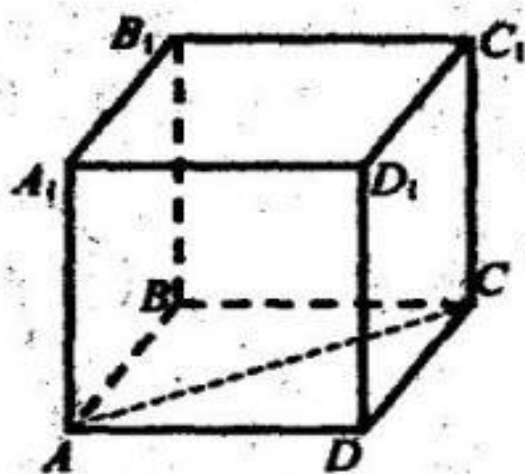
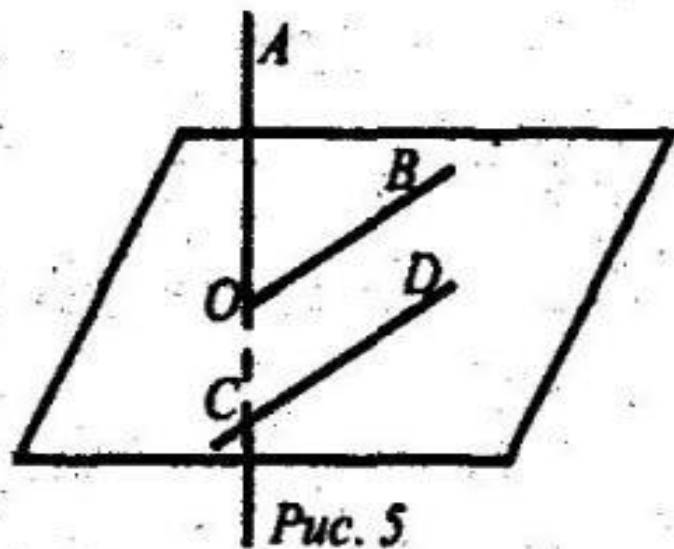


Рис. 4

Найдите угол
между прямыми

- BC и CC_1
- AC и BC
- D_1C_1 и BC
- A_1B_1 и AC

Задача № 44



■ Дано:

$OB \parallel CD; \angle AOB = \alpha$

а) $\angle AOB = 40^\circ$

б) $\angle AOB = 135^\circ$

в) $\angle AOB = 90^\circ$

■ Найти:

угол между OA и CD