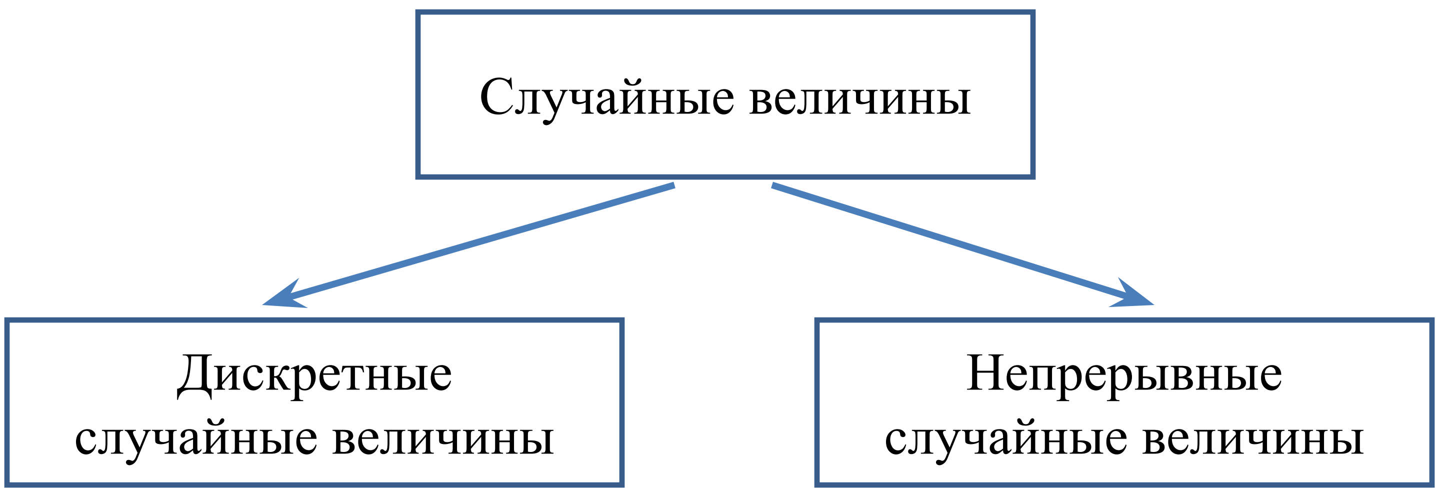
ОСНОВЫ

МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

Понятие о случайной величине

Случайной величиной называется переменная величина, которая в результате опыта может принять то или иное значение, заранее неизвестное.



Типы случайных величин

К ***дискретным*** относятся такие величины, которые могут принимать конечное или счетное число значений (число вагонов, поездов, пассажиров).

К ***непрерывным*** относятся величины, которые могут принимать любые значения из некоторого конечного или бесконечного промежутка (вес, интервалы времени, тормозной путь, дальность пробега).

Закон распределения случайной величины

Законом распределения случайной величины называется любое правило (таблица, функция), которое позволяет находить вероятности всевозможных событий, связанных со случайной величиной.

Например, вероятность того, что она примет какое-то значение или попадет в какой-то интервал.

Закон распределения случайной величины

Законом распределения случайной величины называется любое правило (таблица, функция), которое позволяет находить вероятности всевозможных событий, связанных со случайной величиной.

Например, вероятность того, что она примет какое-то значение или попадет в какой-то интервал.

Закон распределения случайной величины

Простейшей формой задания закона распределения дискретной случайной величины x является таблица, в которой перечислены в порядке возрастания все возможные значения случайной величины и соответствующие их вероятности.

x_1	x_2	$\dots$	x_i	$\dots$	x_n
p_1	p_2	$\dots$	p_i	$\dots$	p_n

Такая таблица называется ***рядом распределения*** дискретной случайной величины.

Функция распределения случайной величины

Функцией распределения случайной ξ величины называется вероятность того, что она примет значение меньше, чем заданное х.

$$F(x) = P(\xi < x)$$

Общие свойства функции распределения случайной величины

1. Функция распределения случайной величины есть неотрицательная функция, заключенная между нулем и единицей.

$$0 \le F(x) \le 1$$

2. Функция распределения случайной величины есть неубывающая функция на всей числовой оси, т. е. при $x_1 < x_2$, справедливо

$$F(x_1) \le F(x_2)$$

Общие свойства функции распределения случайной величины

3. На минус бесконечности функция распределения равна нулю, на плюс бесконечности равна единице.

$$F(-\infty) = 0 \qquad F(+\infty) = 1$$

4. Для любых вещественных чисел *a* и *b* таких, что $a \le b$

$$P(a \le \xi \le b) = F(b) - F(a)$$

Плотность распределения случайной величины

Плотностью распределения непрерывной случайной величины ξ в точке x называется производная ее функции распределения в этой точке x,

т. е., если – функция распределения случайной величины ξ, а $f(x)$ обозначает плотность распределения, то

$$f(x) = F'(x)$$

Плотность распределения иногда называют дифференциальной функцией или дифференциальным законом распределения. График плотности распределения f(x) называется кривой распределения.

Основные параметры распределения случайной величины

1. ***Математическое ожидание*** m (среднее значение) дискретной случайной величины $\mathrm{E}\xi$ равно сумме произведений всех возможных ее значений на соответствующие вероятности.

для дискретной случайной величины

$$m = \mathrm{E}\xi = \sum_{i=1}^{n} p_i \tau_i$$

для непрерывной случайной величины

$$m = \mathrm{E}\xi = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$$

Основные параметры распределения случайной величины

2. **Дисперсия** D случайной величины ξ является характеристикой ее рассеивания и отражает разбросанность случайной величины относительно ее математического ожидания.

Дисперсия равна математическому ожиданию квадрата отклонения случайной величины от ее математического ожидания.

для дискретной случайной величины

$$D = \mathrm{E}(\xi - m)^2 = \sum_{i=1}^{n}(x_i - m)^2 p_i = \sum_{i=1}^{n} p_i x_i^2 - m^2$$

для непрерывной случайной величины

$$D = \mathrm{E}(\xi - m)^2 = \int_{-\infty}^{\infty}(x - m)^2 f(x)dx = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)dx - m^2$$

Основные параметры распределения случайной величины

3. ***Среднеквадратическое (стандартное) отклонение*** σ есть положительное значение квадратного корня из дисперсии.

$$\sigma = \sqrt{D}$$

4. ***Коэффициент вариации*** ϑ относительно характеризует рассеивание случайной величины по сравнению с ее математическим ожиданием.

$$\vartheta = \frac{\sigma}{m}$$

Законы распределения непрерывной случайной величины

1. Нормальный закон распределения.

2. Равномерное распределение.

3. Экспоненциальное (показательное) распределение.

4. Распределение Эрланга.

Законы распределения дискретной случайной величины

1. Биноминальное распределение.

2. Распределение Пуассона.