

## Занятие № 10м

# Законы сохранения в механике.

(Закон сохранения импульса. Реактивное движение. Работа силы. Работа потенциальных сил. Мощность. )

Литература: Дмитриева В.Ф. **Физика для профессий и специальностей технического профиля:** учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования. – М., Издательский центр "Академия", 2017г. ;стр.**70-78**.

Домашнее задание: Ответить на вопросы **1 - 12** для самоконтроля (стр.**91**).

**Импульс тела**  $p$  — векторная величина, равная произведению массы  $m$  тела на скорость  $v$  поступательного движения:

$$p = mv. \quad (2.1)$$

Если материальная точка (тело) движется поступательно по инерции ( $v = \text{const}$ ), то импульс не изменяется, т. е. остается постоянным ( $p = \text{const}$ ).

**Произведение силы  $F$  на время ее действия  $\Delta t$ , т. е.  $F\Delta t$ , называют импульсом силы.**

Единица импульса силы — ньютон · секунда (Н · с).

1 Н · с равен импульсу силы 1 Н, действующей в течение 1 с.

Второй закон Ньютона можно сформулировать еще и следующим образом:

**Импульс силы, действующей на тело, равен изменению импульса тела:**

$$\Delta(mv) = F\Delta t \text{ или } \Delta p = F\Delta t,$$

**Третий закон Ньютона:** силы взаимодействия двух тел в инерциальной системе отсчета равны по модулю, противоположны по направлению и действуют вдоль прямой, соединяющей эти тела:

$$F_{12} = -F_{21}. \quad (2.1)$$

## Закон сохранения импульса

Изменение импульса системы тел. Рассмотрим систему, состоящую из двух тел, например двух звезд.

Силы взаимодействия между телами, входящими в систему (между звездами), называются **внутренними силами**. Внутренние силы будем обозначать символом  $\mathbf{F}_{ik}$ . Здесь первый индекс  $i$  обозначает номер тела, на которое действует сила  $\mathbf{F}_{ik}$ , а второй индекс  $k$  — номер тела, со стороны которого действует сила  $\mathbf{F}_{ik}$ .

Силы воздействия на тела данной системы (две звезды) со стороны тел, находящихся в эту систему (например, соседние космические тела), называются **внешними силами**.

Равнодействующую всех внешних сил, действующих на  $i$ -е тело системы, будем обозначать  $\mathbf{F}_i$ .

Для каждого тела, входящего в систему, запишем второй закон Ньютона (2)

$$\frac{\Delta(m_1 \mathbf{v}_1)}{\Delta t} = \mathbf{F}_{12} + \mathbf{F}_1; \quad \frac{\Delta(m_2 \mathbf{v}_2)}{\Delta t} = \mathbf{F}_{21} + \mathbf{F}_2. \quad (3.2)$$

Сложив левые и правые части уравнений, получим

$$\frac{\Delta(m_1 \mathbf{v}_1)}{\Delta t} + \frac{\Delta(m_2 \mathbf{v}_2)}{\Delta t} = \mathbf{F}_{12} + \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_{21} + \mathbf{F}_2.$$

Учитывая, что  $\mathbf{F}_{12} = -\mathbf{F}_{21}$ , имеем

$$\frac{\Delta(m_1\mathbf{v}_1 + m_2\mathbf{v}_2)}{\Delta t} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2, \quad \text{или} \quad \frac{\Delta\mathbf{p}}{\Delta t} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2, \quad (3.3)$$

$\mathbf{p} = m_1\mathbf{v}_1 + m_2\mathbf{v}_2$  — суммарный импульс системы двух тел.

Из соотношения (3.3) следует, что *изменение суммарного импульса системы тел определяется векторной суммой внешних сил, действующих на эту систему.*

Внутренние силы, изменяя импульсы отдельных тел системы (3.2), не изменяют суммарный импульс системы (3.3).

Если система тел замкнута, то сумма всех внешних сил, действующих на систему тел, равна нулю. Так как внешние силы не действуют ни на одно тело системы, то в уравнении (3.3)  $\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 = 0$ , тогда  $\Delta\mathbf{p} = 0$ ,  $\Delta t \neq 0$ .

Таким образом, независимо от продолжительности интервала времени суммарный импульс системы тел в начале и конце этого интервала времени будет один и тот же, следовательно,  $\mathbf{p} = \text{const}$  или  $m_1\mathbf{v}_1 + m_2\mathbf{v}_2 = \text{const}$ .

Соотношение (3.4) выражает закон сохранения импульса.

**Закон сохранения импульса:** в инерциальной системе отсчета суммарный импульс замкнутой системы тел с течением времени не изменяется.

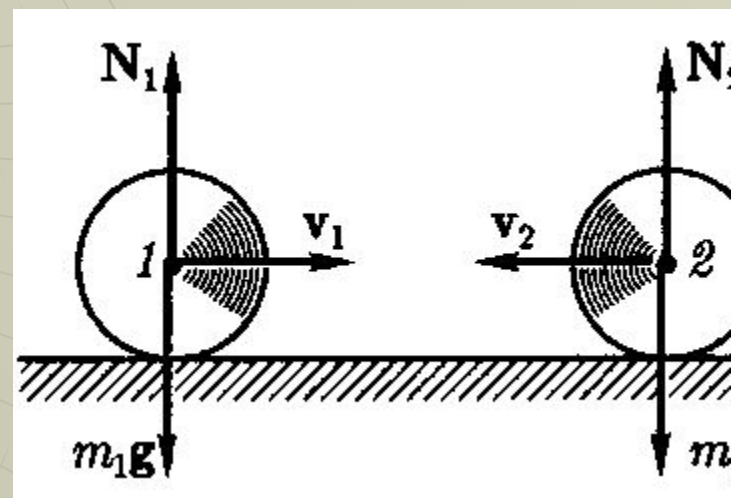
Импульс системы равен произведению массы  $m$  системы на скорость ее центра масс  $v_C$   $p = mv_C$ . (3.5)

Для замкнутой системы тел  $p = mv_C = \text{const}$ , так как  $m = \text{const}$ , следовательно  $v_C = \text{const}$ . (3.6)

*В инерциальной системе отсчета центр масс замкнутой системы тел движется прямолинейно и равномерно.*

Все реальные системы не являются замкнутыми, потому что на тела системы действуют как силы тяжести, так и различные силы сопротивления, например трения. В некоторых случаях закон сохранения импульса можно применять и для незамкнутых систем тел, если внешние силы, действующие на любое тело системы

сбалансируются, т. е. сумма всех внешних сил равна нулю. Например, при соударении двух тел, например бильярдных шаров, можно применить закон сохранения импульса, так как силы тяжести  $m_1g_1$  и  $m_2g_2$  и силы реакции  $N_1$  и  $N_2$  уравновешиваются (рис. 3.1). Силой трения можно пренебречь в силу ее малости.



**Столкновение тел.** Столкновения, или удары, тел подразделяют на абсолютно неупругие и абсолютно упругие.

**Абсолютно неупругий удар** – столкновение тел, при котором между ними действуют непотенциальные силы и после взаимодействия тела движутся в единое целое.

**Абсолютно упругий удар** – столкновение тел, при котором силы взаимодействия соударяющихся тел являются потенциальными и в результате взаимодействия механическая энергия системы не изменяется.

Абсолютно неупругий и абсолютно упругий удары являются физическими идеями для описания реальных столкновений.

Рассмотрим в качестве примера абсолютно неупругого удара столкновение грузового автомобиля с песком  $M$ , движущегося со скоростью  $v_1$ , и пули  $m$ , летящей со скоростью  $v_2$ . После центрального неупругого удара (пуля застревает в песке) их общая скорость равна  $U$  (рис. 3.17). Определим эту скорость.

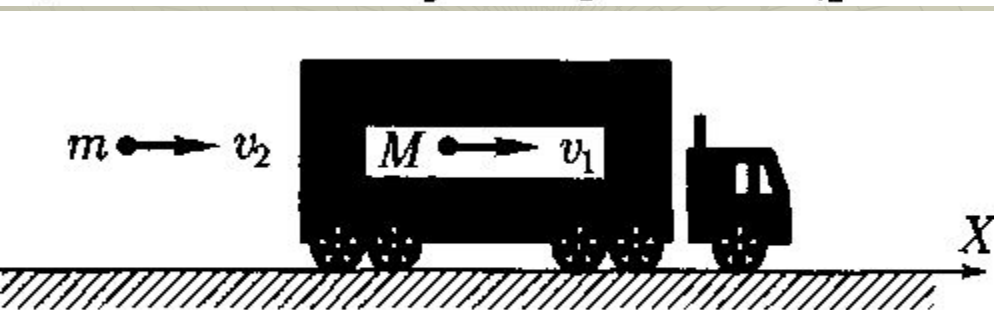


Рис. 3.17

$$Mv_1 + mv_2 = (M + m)U,$$

$$U = \frac{Mv_1 + mv_2}{M + m}. \quad (3.32)$$

**Абсолютно упругий удар.** К абсолютно упругим ударам можно отнести столкновение бильярдных шаров, удар шайбы о штангу ворот при игре в хоккей. Рассмотрим центральное соударение двух шаров массами  $m_1$  и  $m_2$ , движущихся параллельно вдоль оси  $X$  со скоростями  $v_1$  и  $v_2$  (рис. 3.18). Определим скорости шаров  $U_1$  и  $U_2$  после центрального упругого удара.

Для этой системы тел выполняется закон сохранения проекции импульса на ось  $X$ . С учетом направления векторов  $v_1$ ,  $v_2$  и оси  $X$  закон сохранения импульса запишем в виде:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 U_1 + m_2 U_2.$$

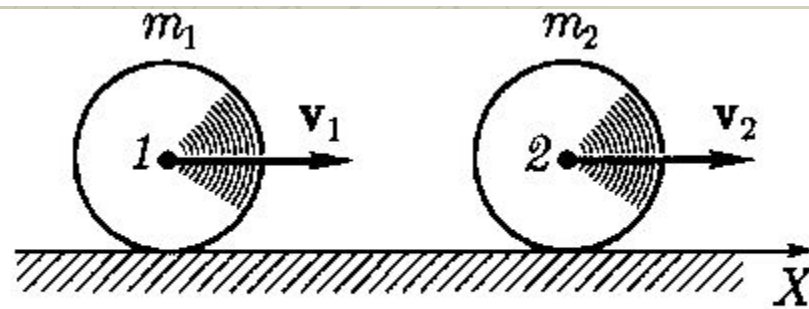


Рис. 3.18

**Реактивное движение** — движение, возникающее при отделении от тела некоторой его части с определенной скоростью относительно тела.

Примером реактивного движения является движение ракеты. При запуске ракеты происходит истечение продуктов сгорания топлива с некоторой скоростью  $v_1$  относительно ракеты (рис 3.3). Импульс продуктов сгорания  $p_1$  направлен «вниз». Согласно закону сохранения импульса, ракета будет иметь такой же по модулю импульс  $p_2$ , но направленный в противоположную сторону — «вверх». В полете масса ракеты с течением времени убывает. Динамика тел переменной массы была создана в конце XIX в. русским профессором И. В. Мещерским (1859 – 1935) и К. Э. Циолковским (1857 – 1935). Приведем без доказательства формулу Циолковского для определения максимальной скорости  $v_{\max}$ , которую получит ракета по израсходованию всего топлива:

$$v_{\max} = 2,3v_1 \lg \frac{M_0}{M_1} \quad \text{или} \quad v_{\max} = v_1 \ln \frac{M_0}{M_1},$$

где  $v_1$  — скорость истечения газов;  $M_0$  — масса ракеты в момент старта, т. е. с полным запасом топлива;  $M_1$  — масса ракеты без топлива.

Из этой формулы следует, что увеличить  $v_{\max}$  можно, если:

- увеличить отношение  $\frac{M_0}{M_1}$ ;
- увеличить  $v_1$  — скорость истечения газов. Этот путь увеличения скорости ракеты был указан К. Э. Циолковским. Он предложил использовать многоступенчатые ракеты для полета в космос.



**Элементарная работа силы.** Элементарной работой  $\Delta A$  силы  $\mathbf{F}$  на элементарном перемещении  $\Delta \mathbf{r}$  называют скалярную физическую величину, равную скалярному произведению векторов силы  $\mathbf{F}$  и перемещения  $\Delta \mathbf{r}$ :

$$\Delta A = (\mathbf{F}, \Delta \mathbf{r}). \quad (3.7)$$

Согласно определению скалярного произведения векторов:

$$\Delta A = F \Delta r \cos \alpha, \quad (3.8)$$

$\alpha$  — угол между векторами  $\mathbf{F}$  и  $\Delta \mathbf{r}$  (рис. 3.4);  $F$  и  $\Delta r$  — соответственно модули силы и перемещения.

*Работа силы  $\mathbf{F}$  на перемещении  $\Delta \mathbf{r}$  равна произведению модулей этих векторов на косинус угла между ними.*

Единица работы — джоуль (Дж),  $1 \text{ Дж} = 1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 / \text{с}^2$ .

1 Дж — работа, совершаемая силой 1 Н на перемещении 1 м, если направления силы и перемещения совпадают.

Если на материальную точку (тело) одновременно действует несколько сил, то элементарная работа всех этих сил при перемещении точки (тела) на  $\Delta \mathbf{r}$  равна

$$\Delta A = F_{\text{рез}} \Delta r \cos \alpha,$$

где  $F_{\text{рез}}$  — модуль результирующей (равнодействующей) всех сил, действующих на материальную точку;  $\alpha$  — угол между векторами  $\mathbf{F}_{\text{рез}}$  и  $\Delta \mathbf{r}$ .

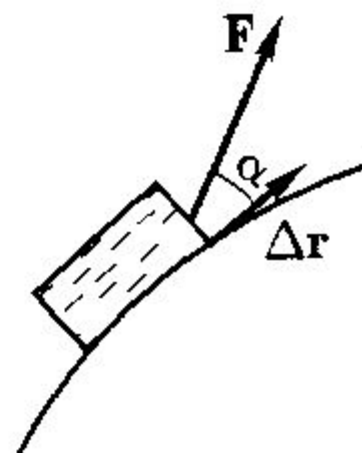


Рис. 3.4

**Потенциальные силы** — это силы, работа которых зависит только от начального и конечного положений движущегося тела.

Следовательно, работа потенциальных сил не зависит от формы траектории движения.

**Работа потенциальной силы при замкнутой траектории всегда равна нулю.**

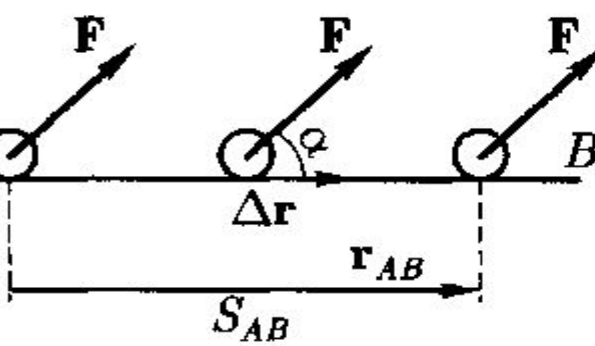


Рис. 3.5

**Непотенциальные силы** — это силы, работа которых зависит от формы траектории (например, силы трения).

Если известен график зависимости  $F_r = f(\Delta r)$ , то работа силы на перемещении 1—2 равна площади фигуры 1ab2 (рис. 3.6 и 3.7).

Элементарной работе  $\Delta A$  соответствует площадь криволинейной трапеции с основанием  $\Delta r_i$  (см. рис. 3.7).

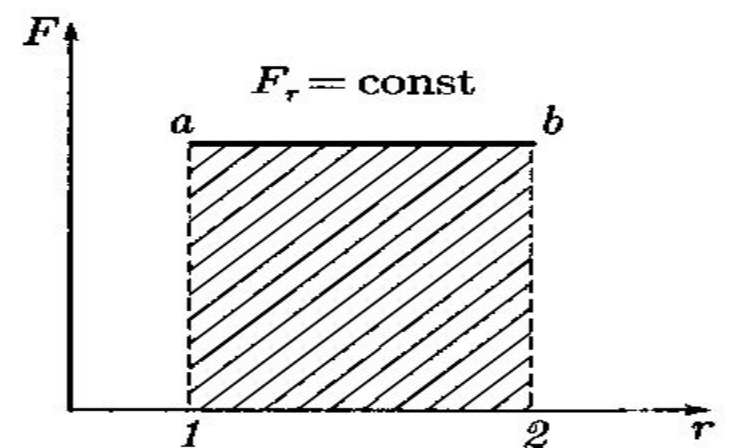


Рис. 3.6

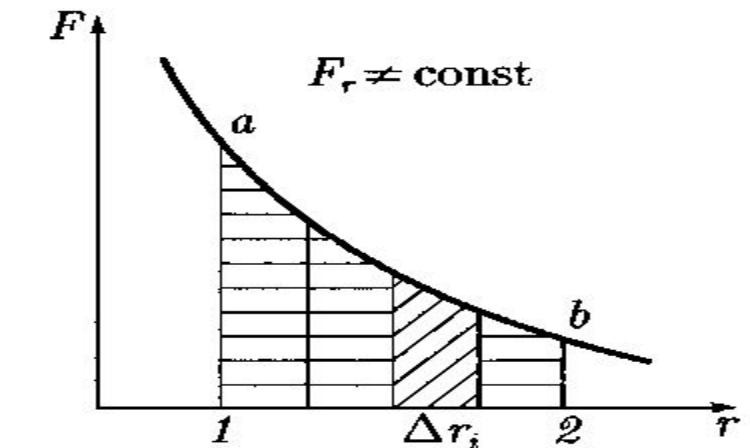


Рис. 3.7

**средняя мощность.** При конструировании и эксплуатации машин необходимо учитывать не только работу, совершенную машиной, но и быстроту выполнения работы. Величина, характеризующая скорость выполнения работы, называется **мощностью**.

**Средняя мощность**  $N_{\text{ср}}$  численно равна отношению работы  $\Delta A$  к промежутку времени  $\Delta t$ , за который она совершается:

$$N_{\text{ср}} = \frac{A}{\Delta t}. \quad (3.14)$$

Единица мощности — ватт (Вт);  $1 \text{ Вт} = 1 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}}$ .

*1 Вт равен мощности, при которой работа 1 Дж совершается за время 1 с.*

Подставляя вместо работы  $A$  ее выражение, получаем

$$N_{\text{ср}} = \frac{F \Delta S \cos \alpha}{\Delta t} = F \frac{\Delta S}{\Delta t} \cos \alpha = F v_{\text{ср}} \cos \alpha, \quad (3.15)$$

$$v_{\text{ср}} = \frac{\Delta S}{\Delta t}.$$

Если машина работает неравномерно, т. е. мощность изменяется с течением времени, то формула (3.14) будет определять среднюю мощность.

**Мгновенная мощность.** Мгновенная мощность — мощность в данный момент — определяется по формуле:

$$N = Fv \cos \alpha, \quad (3.15)$$

$v$  — мгновенная скорость.

**Мгновенная мощность** равна произведению модуля вектора силы на модуль вектора мгновенной скорости и на косинус угла между направлениями векторов.

*Мощность, как и работа, — величина скалярная.*

Мощность различных двигателей, в том числе и автомобильных, до сих пор измеряется в лошадиных силах: 1 л. с. = 735 Вт. Мощность человека  $\approx 70$  Вт.

Занятие 11м

# Законы сохранения в механике

(Энергия. Кинетическая энергия.

Потенциальная энергия. Закон сохранения механической энергии. Применение законов сохранения.)

Литература: Дмитриева В.Ф. **Физика для профессий и специальностей технического профиля:** учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования. – М., Издательский центр "Академия", 2017г.; стр. **78 - 90**.

Домашнее задание: Ответить на вопросы **13 - 23** для самоконтроля (стр. **91**).

**Виды энергии.** *Энергия* – скалярная физическая величина, являющаяся единой мерой различных форм движения и взаимодействия материи.

В соответствии с различными формами движения материи говорят о различных видах энергии – механической, внутренней, ядерной и др. В процессе взаимодействия тел форма движения материи может изменяться, например при трении тела нагреваются, при этом изменяется и вид энергии, т.е. механическая энергия переходит во внутреннюю. Изменение вида энергии обусловлено действием сил и связано с совершением работы.

*Энергия – физическая величина, характеризующая способность тела или системы тел совершать работу.*

Единица энергии, как и единица работы, – джоуль (Дж).

Совершая механическую работу, тело или система тел переходят из одного состояния в другое. Состояние механической системы определяется радиусами-векторами или координатами тел и их скоростями. При изменении состояния тела или системы тел их энергия меняется.

**Работа**  $A$ , совершенная телом или системой тел при этом, является мерой изменения их энергии  $\Delta E$ :

$$A = \Delta E \text{ или } A = E_2 - E_1. \quad (3)$$

Запас энергии тела (системы тел) определяется наибольшей работой, к

Совершение работы силами связано с изменением энергии:

- если система тел совершает работу над внешними телами, то энергия системы тел уменьшается. Например, механические (пружинные) часы работают за счет энергии определенного промежутка времени, так как энергия пружины расходуется на совершение работы по преодолению сил трения колесиков, стрелочного механизма часов;

- если внешние силы (внешние тела) совершают работу над системой тел, то энергия системы тел увеличивается. Чтобы механические часы работали, их необходимо периодически приводить в движение, т.е. внешние силы должны совершить работу по деформации пружин часов.

**Механическая энергия** — физическая величина, которая является функцией скоростей и взаимного расположения тел.

**Определение кинетической энергии.** Кинетическая (от греч. *kinetikos* — движущий в движение) энергия  $E_k$  материальной точки (тела) является мерой механического движения и зависит от скорости движения точки (тела) в данной инерциальной системе отсчета.

При движении тела переходят из одного состояния в другое, следовательно, изменяется их энергия. Изменение энергии равно работе внешних сил.

**Кинетическая энергия** при поступательном движении тела равна половине произведения массы тела на квадрат его скорости<sup>1</sup>:

$$E_k = \frac{mv^2}{2}$$

(3.20)

ИЛИ

$$E_k = \frac{p^2}{2m},$$

(3.21)

И

$$E_k \geq 0.$$

# Потенциальная энергия

**Определение потенциальной энергии.** Тела, поднятые на некоторую высоту над поверхностью Земли, при падении могут совершить работу (например, при забивании сваи в грунт). Следовательно, такие тела обладают энергией, которая называется потенциальной.

**Потенциальная энергия  $E_p$**  — это энергия, которая зависит от взаимного положения тел или частей одного и того же тела.

Падающие на Землю тела совершают работу, потому что тело взаимодействует с Землей. Упругодеформированная пружина способна совершить работу, только происходит взаимодействие между ее частями.

**Потенциальная энергия — это энергия взаимодействия.**

Когда говорят о потенциальной энергии одного тела, всегда имеют в виду другое тело, с которыми данное тело взаимодействует. Поэтому иногда ее называют взаимной потенциальной энергией, или энергией потенциальных взаимодействий, например гравитационного взаимодействия.

**Понятие потенциальной энергии относится к системе взаимодействующих объектов.**

Мерой изменения потенциальной энергии при переходе системы из одного состояния в другое является работа потенциальных сил, осуществляющих взаимодействие между телами системы или частями одного и того же тела.



Потенциальная энергия определяется взаимным расположением (расстоянием) тел в системе или частей одного и того же тела. Расстояния между телами зависят от выбора системы отсчета, т. е. не изменяются при переходе от одной системы отсчета к другой, поэтому и *потенциальная энергия не зависит от выбора системы отсчета.*

**Потенциальная энергия гравитационного взаимодействия.** Работа гравитационной силы, согласно (3.11), по перемещению тела массой  $m$  из точки 1 в точку 2, находящихся на расстоянии  $r_1$  и  $r_2$  от центра Земли (рис. 3.13), равна:

$$A = \frac{GM_{\oplus}m}{r_1} - \frac{GM_{\oplus}m}{r_2}. \quad (3.24)$$

Работа гравитационной силы может быть определена как по формуле (3.24) и по формуле (3.25). Из сравнения этих формул следует:

$$E_{п1} = \frac{GM_{\oplus}m}{r_1}, \quad E_{п2} = \frac{GM_{\oplus}m}{r_2}.$$

Принято потенциальную энергию взаимодействия *относительно нулевого уровня отсчета считать положительной*, если при взаимодействии тела отталкиваются, например одноименно заряженные тела.

## Закон сохранения полной механической энергии

**Полная энергия тела.** *Полная механическая энергия тела (системы тел)* равна сумме кинетической и потенциальной энергий всех тел, входящих в систему,  $E = E_k + E_p$ . (3.29)

В зависимости от сил, действующих на тела, входящие в систему, различают консервативные и неконсервативные системы тел:

• если внутренние и внешние силы, действующие на тела системы, являются потенциальными (например, гравитационными или упругими силами), то систему тел называют консервативной;

• если наряду с потенциальными действуют и непотенциальные силы (например, силы трения), то систему тел называют неконсервативной.

Предположим, что система тел является замкнутой и консервативной. Применим к этой системе тел теорему о кинетической энергии (3.23):

$\Delta A$  — работа потенциальных сил, равная убыли потенциальной энергии.

Следовательно,  $E_{п1} - E_{п2} = E_{к2} - E_{к1}$  или  $E_{п1} + E_{к1} = E_{п2} + E_{к2}$ .

Учитывая, что  $(E_{п1} + E_{к1}) = E_1$  — механическая энергия системы в начальном состоянии, а  $(E_{п2} + E_{к2}) = E_2$  — механическая энергия системы в конечном состоянии, получим:  $E_1 = E_2$ , или  $E = \text{const}$ . (3.30)

Формула (3.30) выражает закон сохранения полной механической энергии.

**Полная механическая энергия замкнутой консервативной системы не изменяется, т.е. сохраняется.**

■ **Закон сохранения энергии — это универсальный закон природы.**

**Законы сохранения — фундаментальные законы природы.\*** Законы сохранения являются фундаментальными законами природы по следующим причинам:

- позволяют решать ряд сложных задач без рассмотрения действующих сил и не прослеживая движения системы тел. К таким задачам относятся, например, задачи о столкновении тел. Применение законов сохранения упрощает решение многих механических задач;

- выходят далеко за рамки механики (законы сохранения, открытые в механике). В тех случаях, когда законы Ньютона неприменимы, например для описания движения электронов в атоме, законы сохранения механических величин сохраняют своего значения. Механические величины — масса, импульс, энергия — являются всеобщими в физике;

- «работают» в микро-, макро- и мегамире, т.е. применимы к системам материальных объектов, независимо от их размеров: элементарным частицам, микротелам (обычных для нас размеров) и к космическим телам. Законы сохранения играют центральную роль в физике, особенно при изучении атомов и элементарных частиц;

# Применение законов сохранения

**Вторая космическая скорость.** *Вторая космическая скорость* – наименьшая скорость, которую нужно сообщить телу, чтобы оно, преодолев гравитационное притяжение Земли (Венеры, Марса, Луны или другого космического тела), удалилось от нее на бесконечно большое расстояние.

Определим вторую космическую скорость  $v_{II}$  ракеты массой  $m$ , стартовавшей с поверхности Земли ( $M_{\oplus}$ ) со скоростью  $v_0$ . Вблизи поверхности Земли механическая энергия ракеты будет

По мере удаления от Земли потенциальная энергия ракеты увеличивается, а кинетическая – уменьшается. В точке, находящейся на расстоянии  $r$  от центра Земли, механическая энергия ракеты, движущейся со скоростью  $v < v_0$ , будет

$$E = \frac{mv^2}{2} - G \frac{mM_{\oplus}}{r}.$$

На основании закона сохранения энергии

$$\frac{mv_0^2}{2} - G \frac{mM_{\oplus}}{R_{\oplus}} = \frac{mv^2}{2} - G \frac{mM_{\oplus}}{r}$$

Ракета преодолеет гравитационное притяжение Земли, если потенциал взаимодействия с Землей  $E_{II} \rightarrow 0$ , т.е.

$$-G \frac{mM_{\oplus}}{r} \rightarrow 0, \text{ при } r \rightarrow \infty$$

В этом случае закон сохранения энергии имеет вид

$$\frac{mv_0^2}{2} - G \frac{mM_{\oplus}}{R_{\oplus}} = \frac{mv^2}{2}$$

Скорость  $v_0$  будет минимальна, т. е. будет являться второй космической скоростью  $v_0 = v_{II}$ , если подкоренное выражение будет иметь минимальное значение,

т. е.  $\frac{mv^2}{2} = 0$ , тогда 
$$v_{II} = \sqrt{\frac{2GM_{\oplus}}{R_{\oplus}}}. \quad (3.37)$$

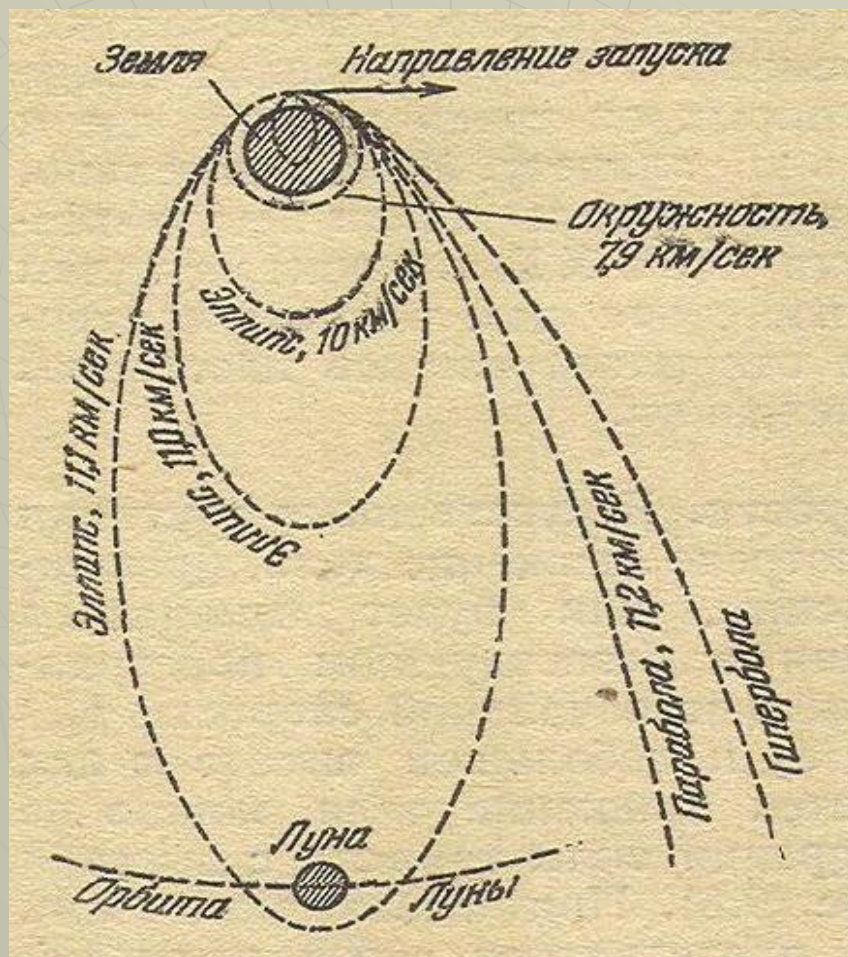
Вычислим по формуле (3.37) вторую космическую скорость

$$v_{II} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ (Н} \cdot \text{м}^2\text{)/кг}^2 \cdot 6 \cdot 10^{24} \text{ кг}}{6,4 \cdot 10^6 \text{ м}}} \approx 11,2 \cdot 10^3 \text{ м/с, или } v_{II} \approx 11,2 \text{ км/с}$$

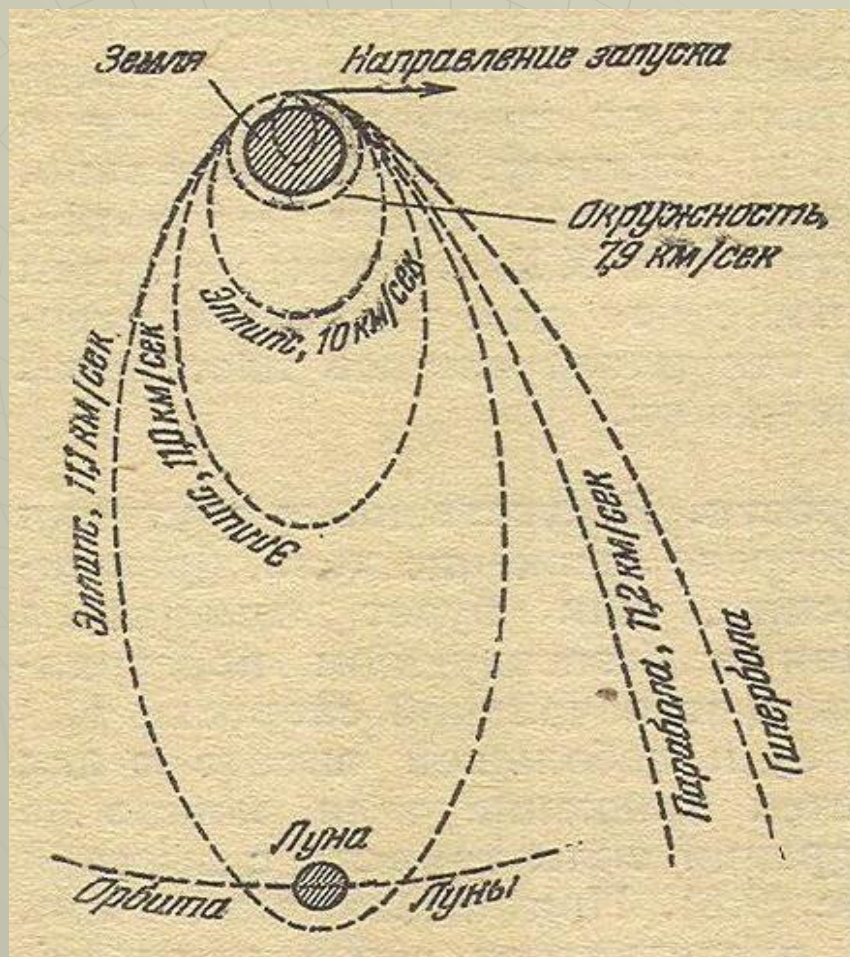
Согласно (2.19),  $g = G \frac{M_{\oplus}}{R_{\oplus}^2}$ , поэтому

$$v_{II} = \sqrt{2gR_{\oplus}}. \quad (3.38)$$

Учитывая, что первая космическая скорость [см. (2.22)]  $v_I = \sqrt{gR_{\oplus}} = 7,9 \text{ км/с}$ , вторая космическая скорость больше первой космической в  $\sqrt{2}$  раз, т. е.  $v_{II} = \sqrt{2} v_I$  и  $v_{II} \approx 1,41 v_I$ .



- ◆ Скорость, которую нужно придать телу, чтобы оно преодолело притяжение Земли, называется *второй космической скоростью*.
- ◆  $V_{k2} = 11,19 \text{ км/с}$  ;
- ◆ Тело движется по параболе и становится спутником Солнца.



- ◆ Скорость, которую нужно придать телу, чтобы оно преодолело притяжение Солнца, называется *третьей космической скоростью*.

- ◆  $V_{к3} = 16,67 \text{ км/с}$  ;

- ◆ Тело движется по гиперболе и уходит в Галактику.

