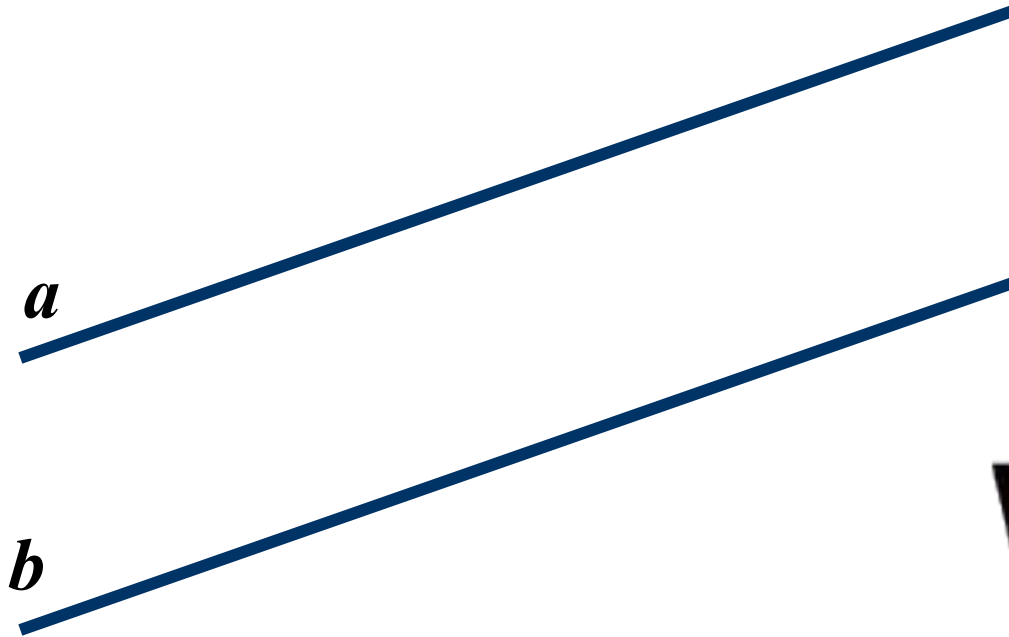


7 класс.





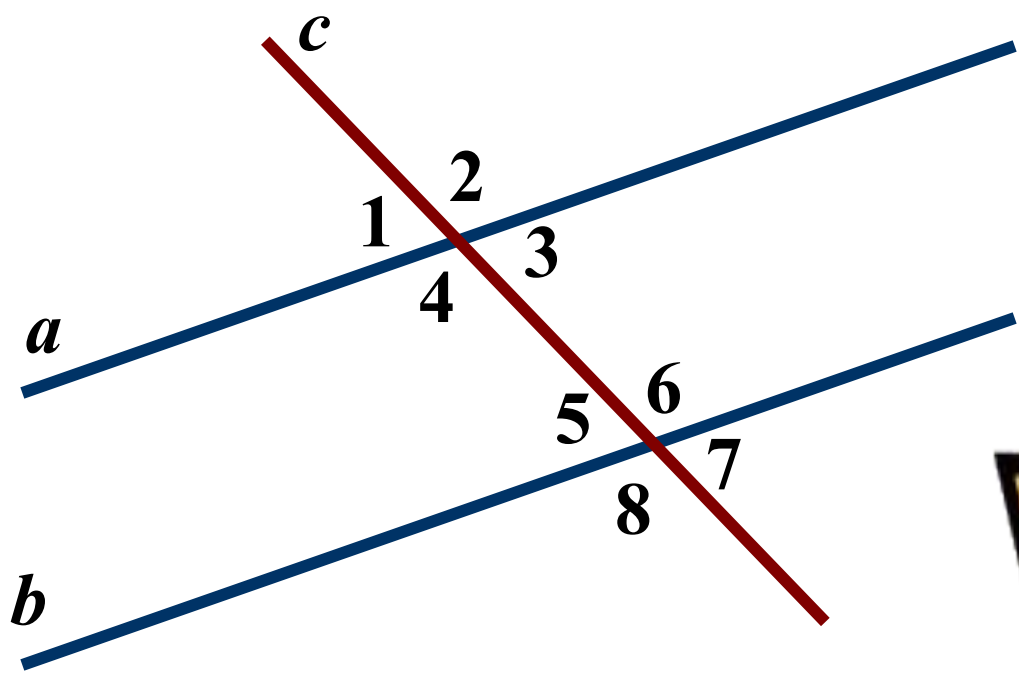
# Параллельные прямые. Определение.



Две прямые на плоскости называются **ПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ**, если они не пересекаются.



# Пары углов, образованные при пересечении прямых секущей.



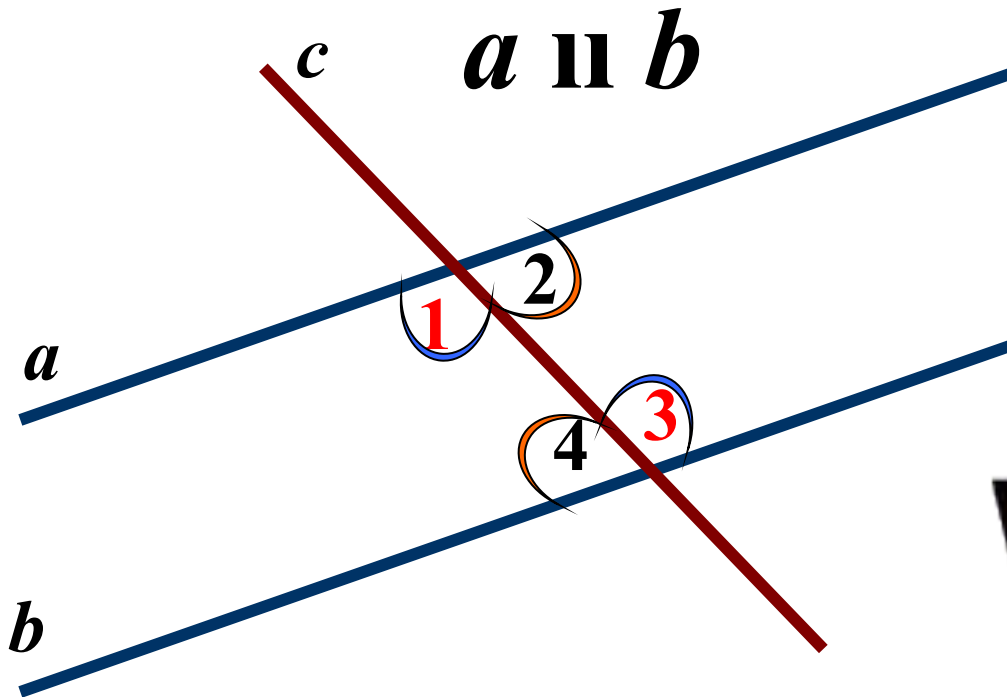
**Накрест лежащие углы**

**Односторонние углы**

**Соответственные углы**



# Признак параллельности двух прямых по накрест лежащим углам.

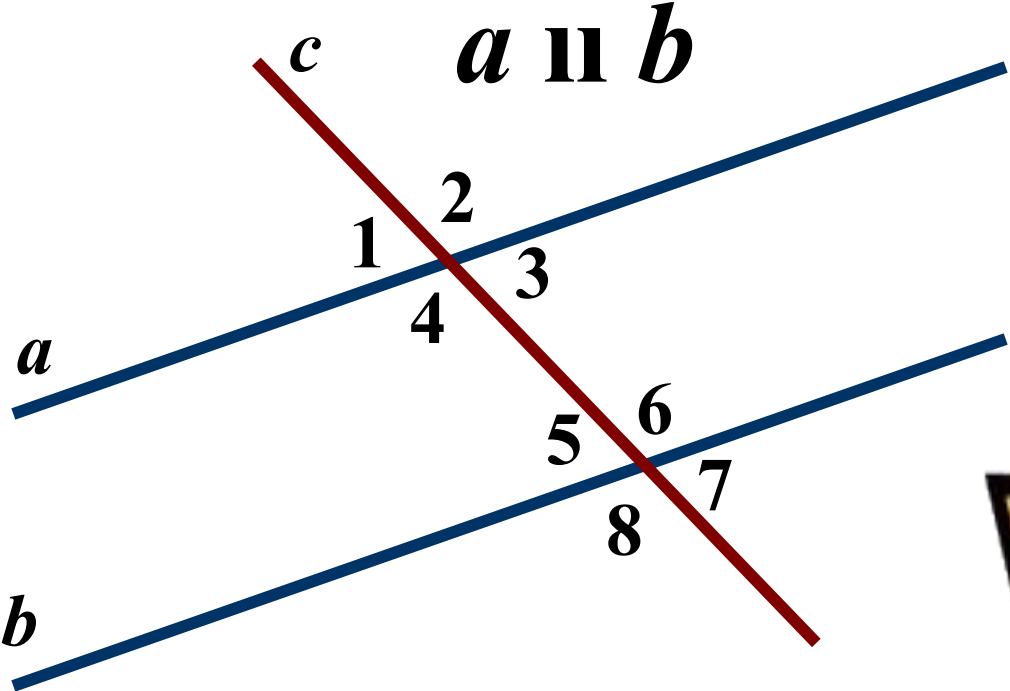


Если при пересечении двух прямых секущей  
**НАКРЕСТ ЛЕЖАЩИЕ** углы равны,  
то прямые параллельны





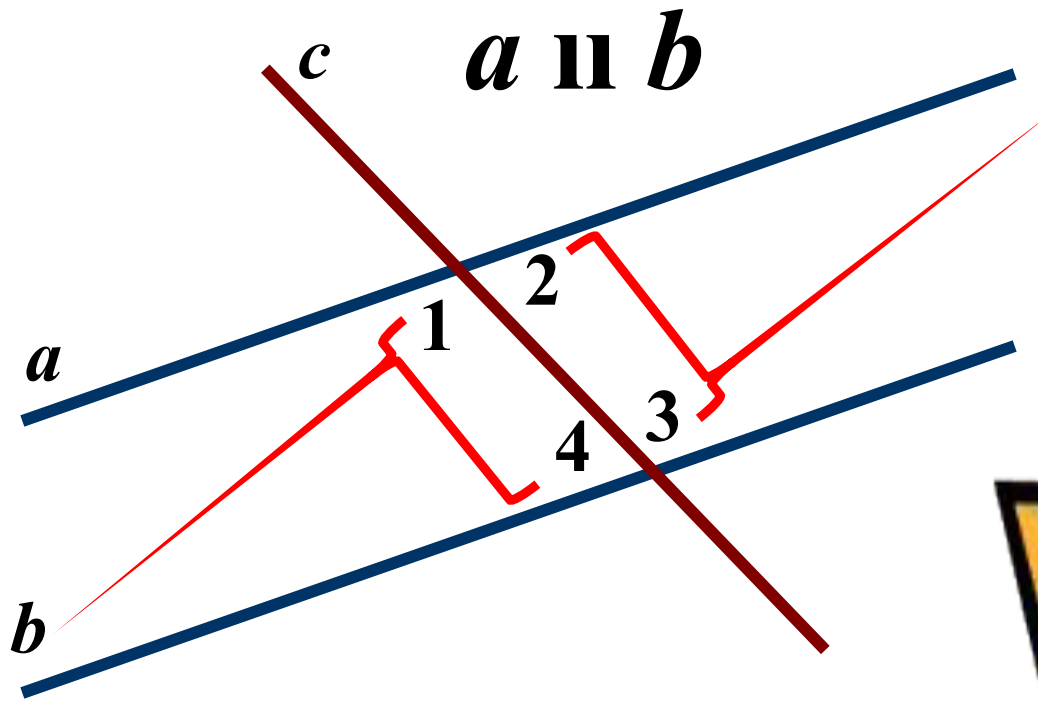
# Признак параллельности двух прямых по соответственным углам.



Если при пересечении двух прямых секущей  
**СООТВЕТСТВЕННЫЕ** углы равны.  
то прямые параллельны

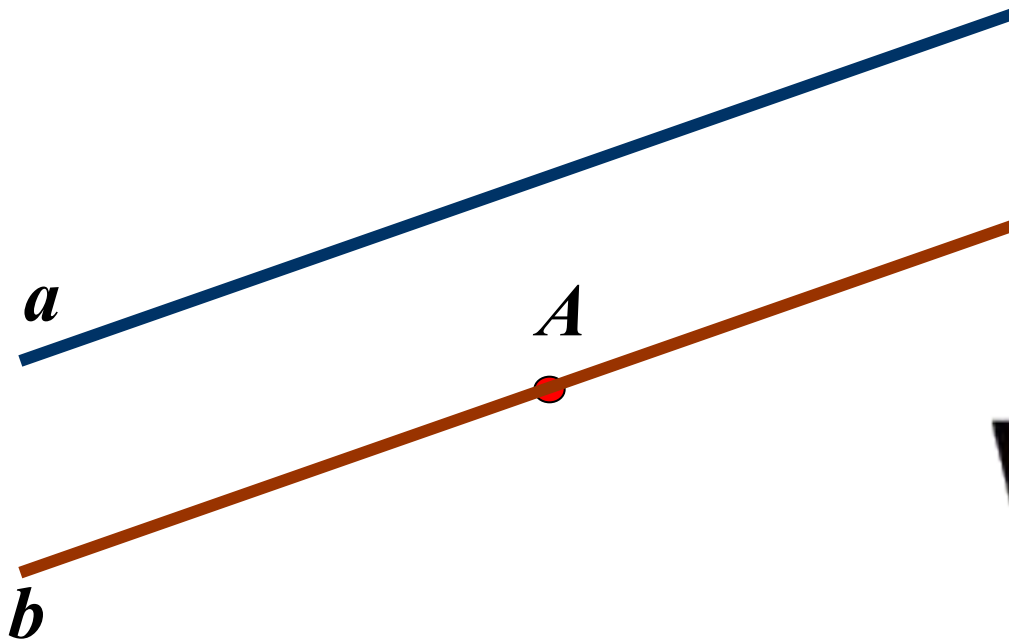


# Признак параллельности двух прямых по односторонним углам.



Если при пересечении двух прямых секущей сумма **ОДНОСТОРОННИХ** углов равна  **$180^\circ$** , то прямые параллельны

# Аксиома параллельных прямых.

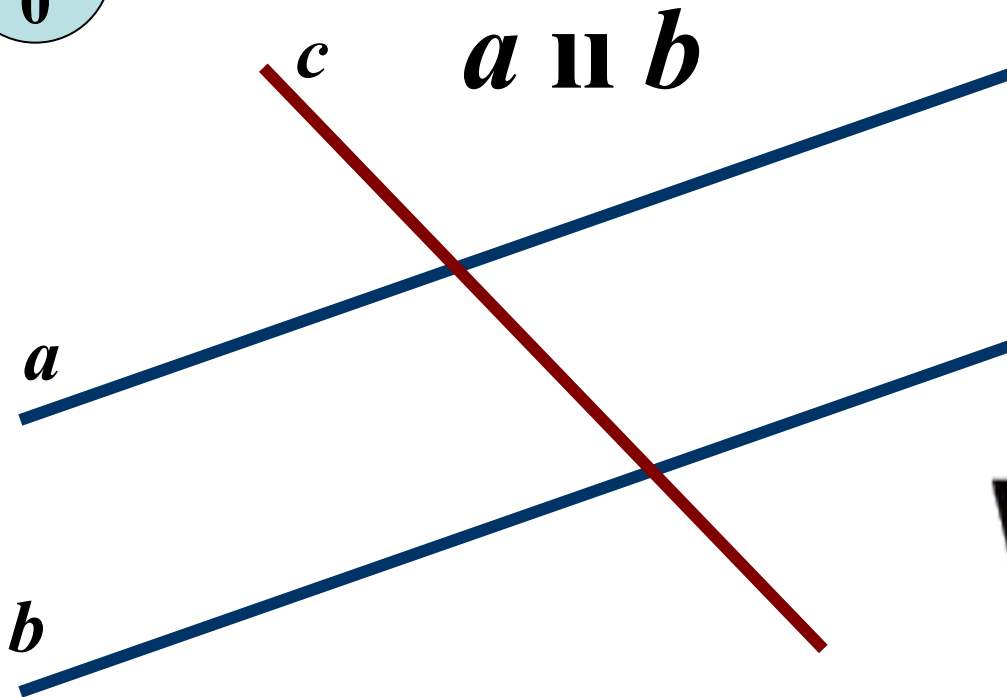


**Через точку, не лежащую на данной прямой,  
проходит только одна прямая,  
параллельная данной.**

# Следствие из аксиомы параллельных прямых.



1  
0



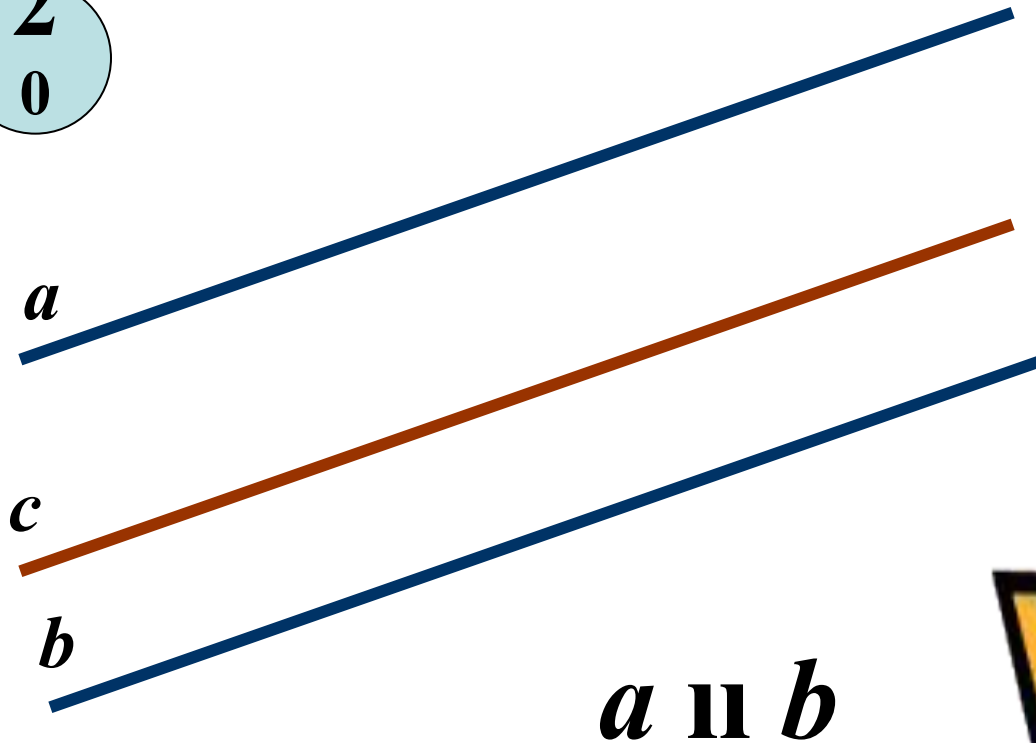
**Если прямая пересекает одну из двух параллельных прямых, то она пересекает и другую.**



# Следствие из аксиомы параллельных прямых.

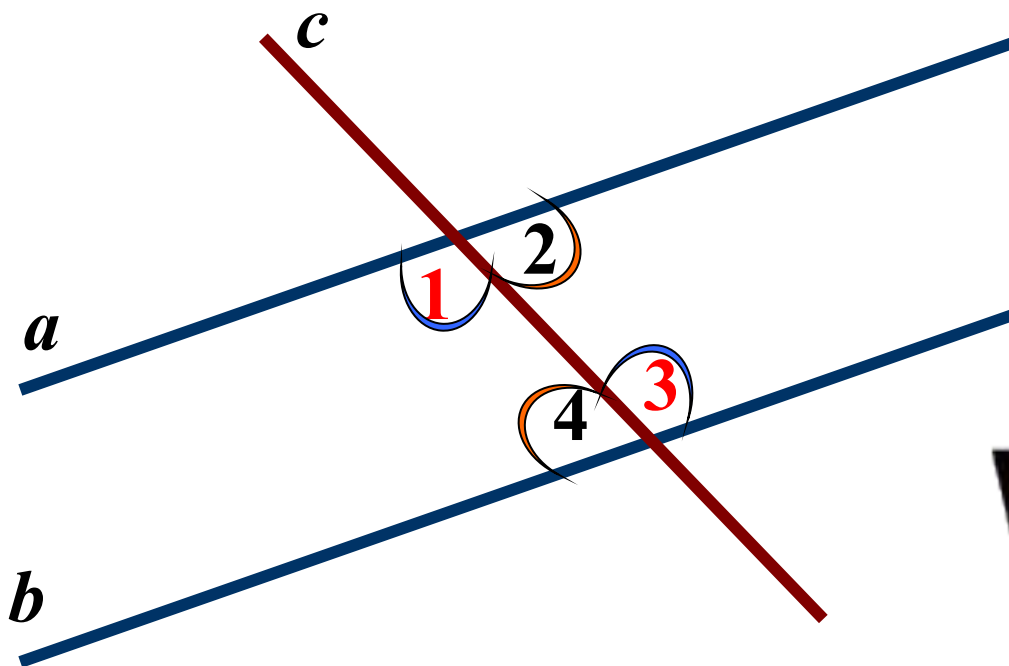


2  
0



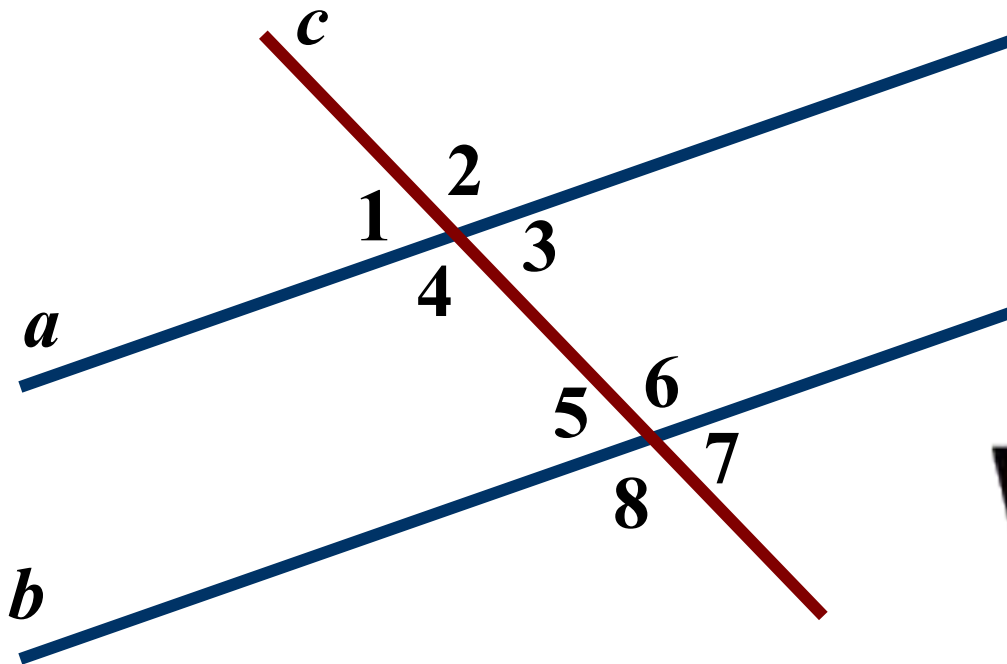
**Если две прямые параллельны третьей прямой,  
то они параллельны.**

# Свойства параллельных прямых.



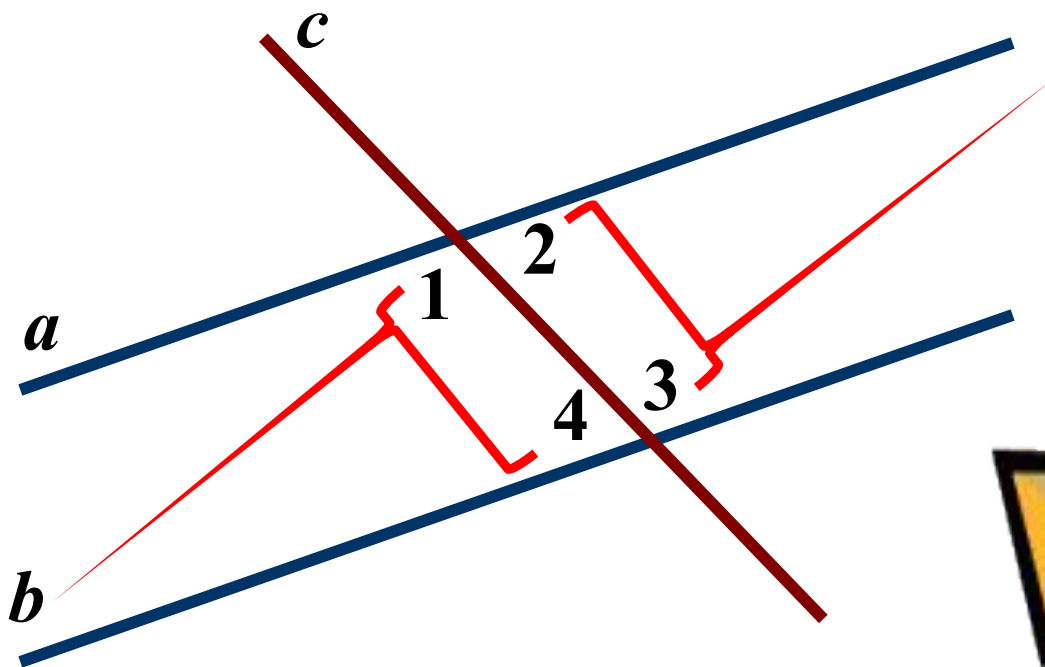
Если две параллельные прямые пересечены  
секущей, то  
**НАКРЕСТ ЛЕЖАЩИЕ** углы равны.

# Свойства параллельных прямых.



Если две параллельные прямые пересечены  
секущей, то  
**СООТВЕТСТВЕННЫЕ** углы равны.

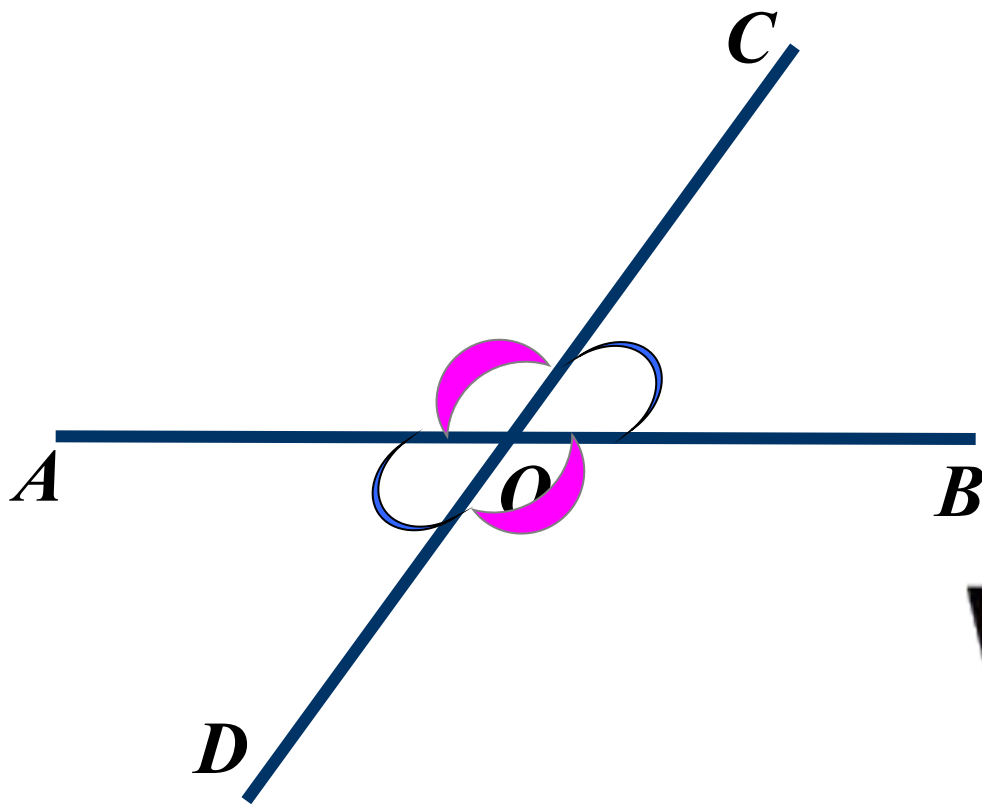
# Свойства параллельных прямых.



Если две параллельные прямые пересечены секущей, то сумма **ОДНОСТОРОННИХ** углов равна  **$180^{\circ}$** .



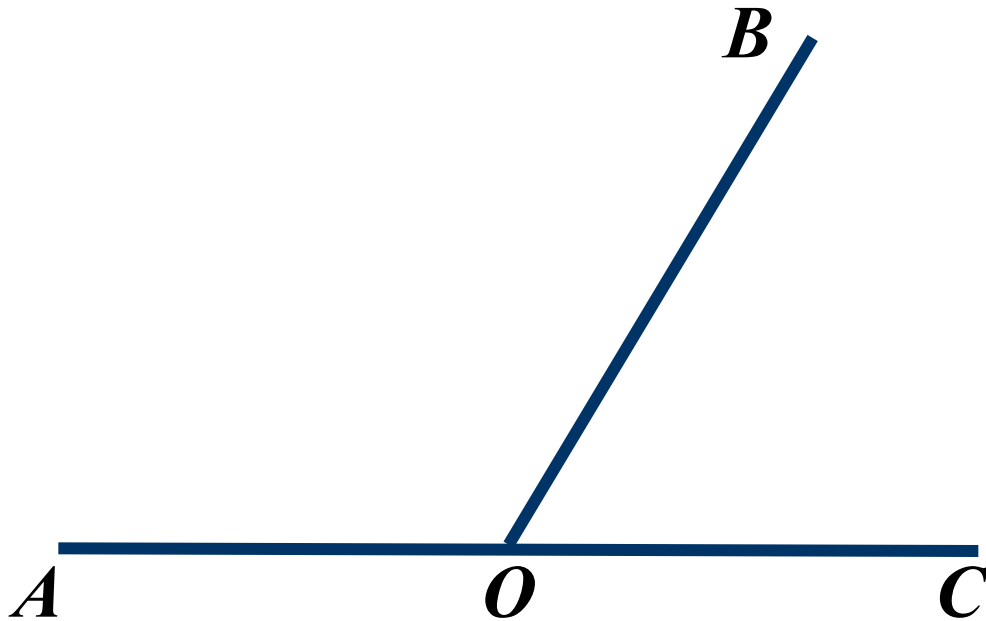
# Вертикальные углы



$$\angle AOD = \angle BOC; \angle AOC = \angle BOD$$

Вертикальные углы равны.

# Смежные углы



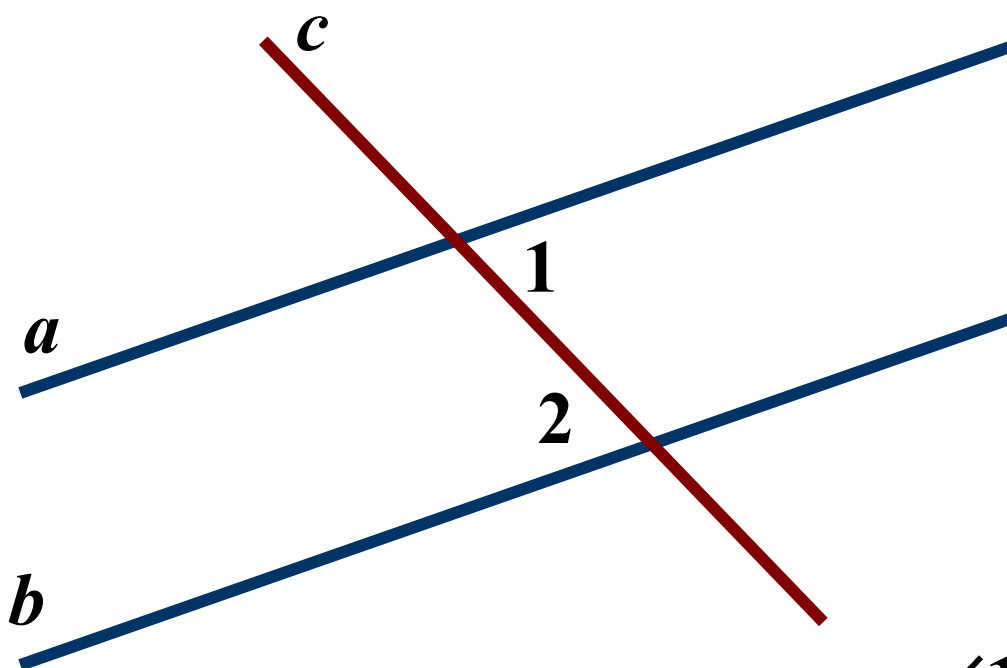
$$\angle AOB + \angle BOC = \angle AOC = 180^{\circ}$$

Сумма смежных углов равна  $180^{\circ}$ .

1.

Дано:  $\angle 1 = 32^\circ, \angle 2 = 32^\circ$

Доказать:  $a \parallel b$



Подсказка (2)

Определите углы



Признак  
параллельности  
прямых



$$\angle 1 = \angle 2 \Rightarrow a \parallel b$$

Вывод

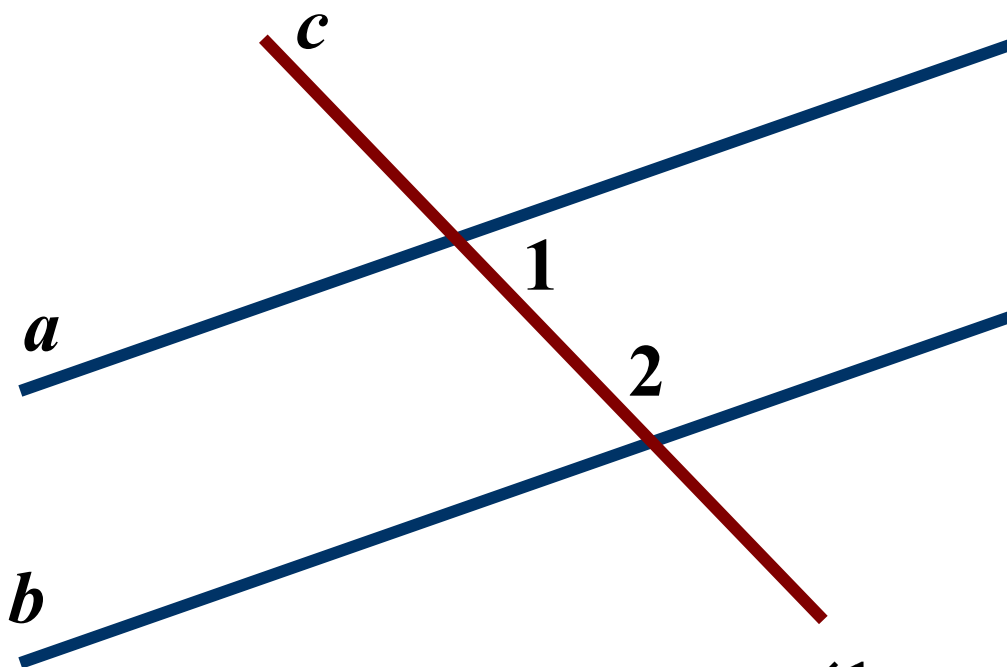
Накрест лежащие углы равны  
- прямые параллельны



2.

Дано:  $\angle 1 = 48^\circ, \angle 2 = 132^\circ$

Доказать:  $a \parallel b$



Подсказка (2)

Определите углы



Признак  
параллельности  
прямых



$$\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ \Rightarrow a \parallel b$$

Вывод

Сумма односторонних углов  
 $180^\circ$

- прямые параллельны

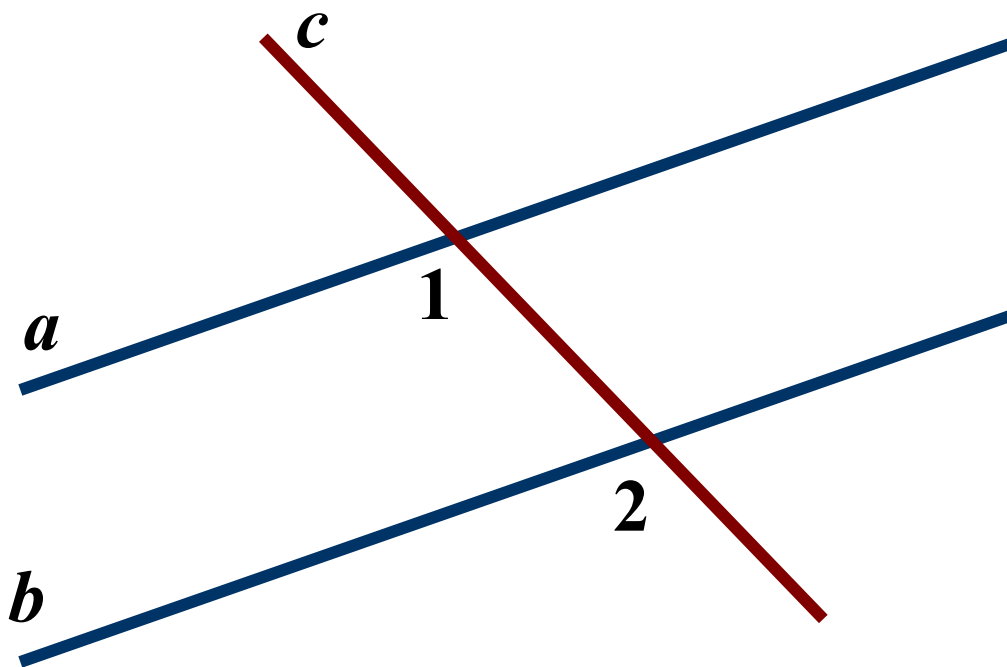




3.

Дано:  $\angle 1 = 102^\circ, \angle 2 = 102^\circ$

Доказать:  $a \parallel b$



Подсказка (2)

Определите углы



Признак  
параллельности  
прямых



$$\angle 1 = \angle 2 \Rightarrow a \parallel b$$

Вывод

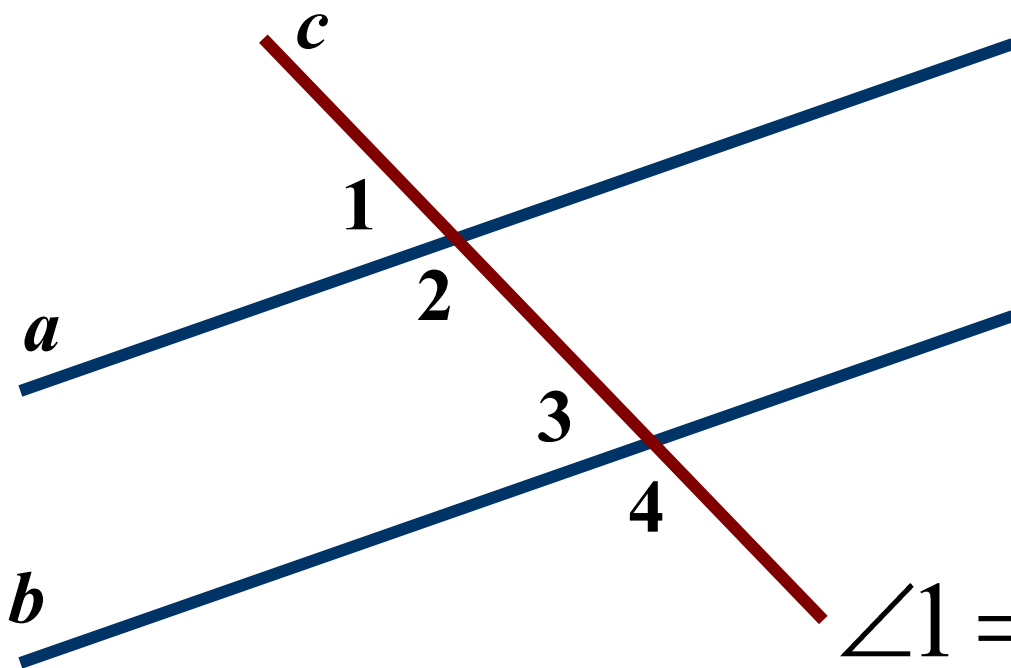
Соответственные углы равны  
- прямые параллельны



4.

Дано:  $\angle 1 = 42^\circ, \angle 4 = 138^\circ$

Доказать:  $a \parallel b$



Подсказка (2)

Смежные углы?



Признак  
параллельности  
прямых



$$\angle 1 = \angle 3 \Rightarrow a \parallel b$$

или  $\angle 2 = \angle 4 \Rightarrow a \parallel b$

Вывод (2)

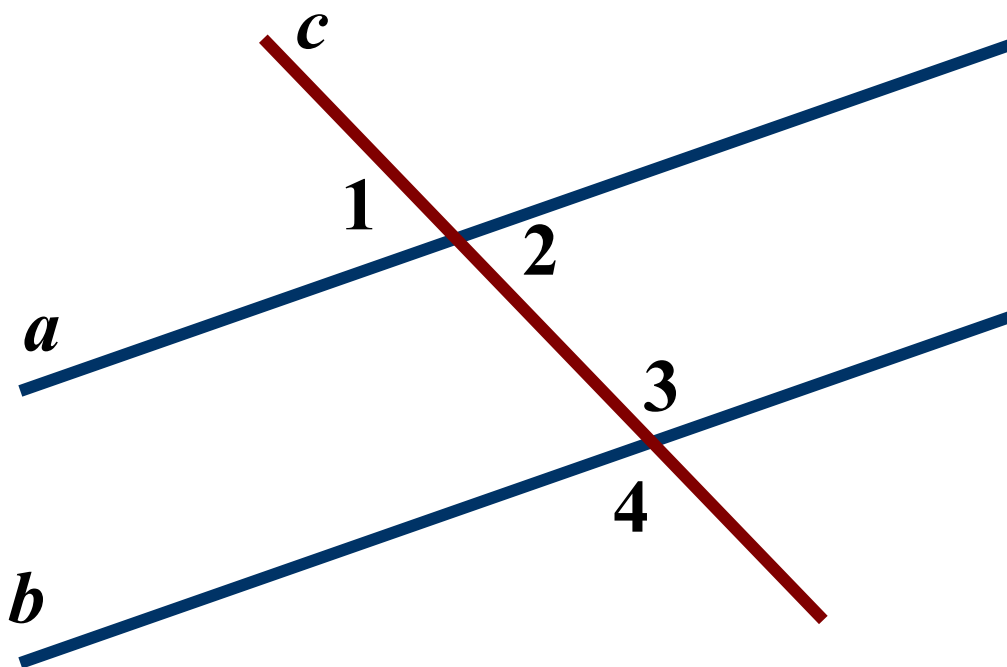
Соответственные углы равны  
- прямые параллельны



5.

Дано:  $\angle 1 = 47^\circ, \angle 4 = 133^\circ$

Доказать:  $a \parallel b$



Подсказка (2)

Вертикальные  
углы?



Признак  
параллельности  
прямых



$$\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ \Rightarrow a \parallel b$$

Вывод

Сумма односторонних углов  
 $180^\circ$

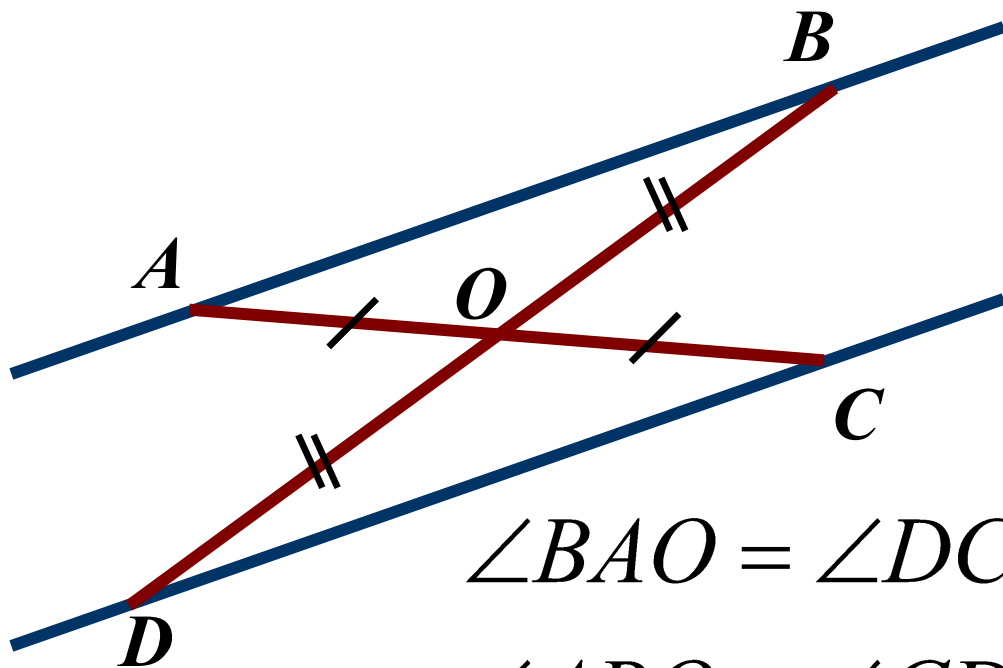
- прямые параллельны



6.

Дано:  $AO = CO, BO = DO$

Доказать:  $AB \parallel CD$



$$\angle BAO = \angle DCO$$

$$\angle ABO = \angle CDO$$

**Подсказка (3)**

Необходимо  
доказать,  
что  $\triangle AOB = \triangle COD$



Определите углы



Признак  
параллельности  
прямых



**Вывод**

Накрест лежащие углы равны  
- прямые параллельны

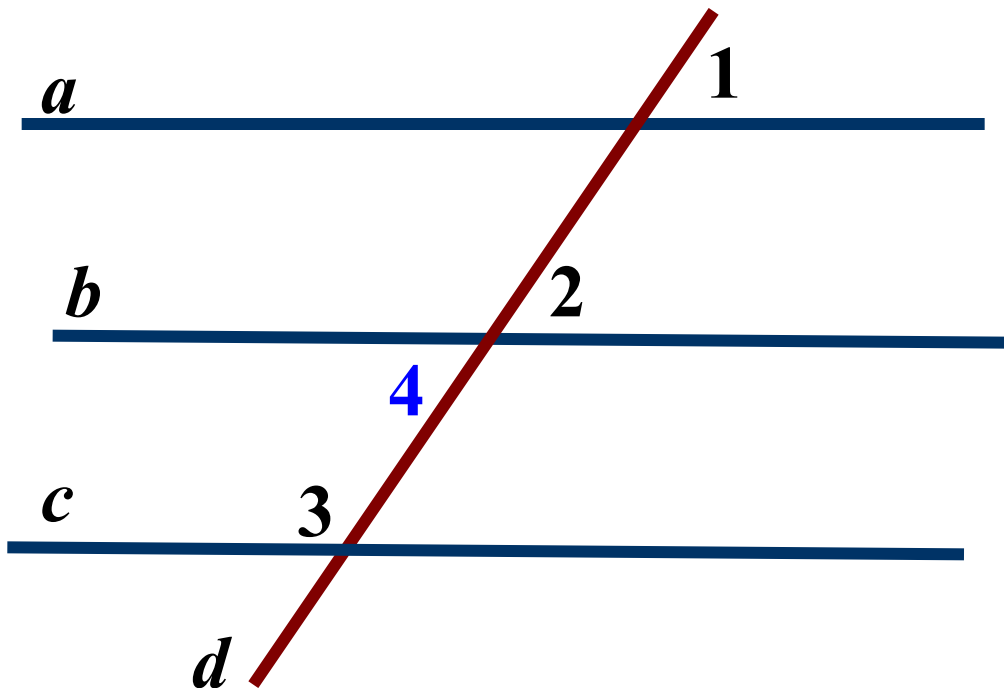




7.

Дано:  $\angle 1 = \angle 2, \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$

Доказать:  $a \parallel c$



$$a \parallel b, c \parallel b \Rightarrow a \parallel c$$

Подсказка (3)

Углы 1 и 2...  
Признак?



Определите углы  
3 и 2



Следствие из  
аксиомы  
параллельных  
прямых



Вывод

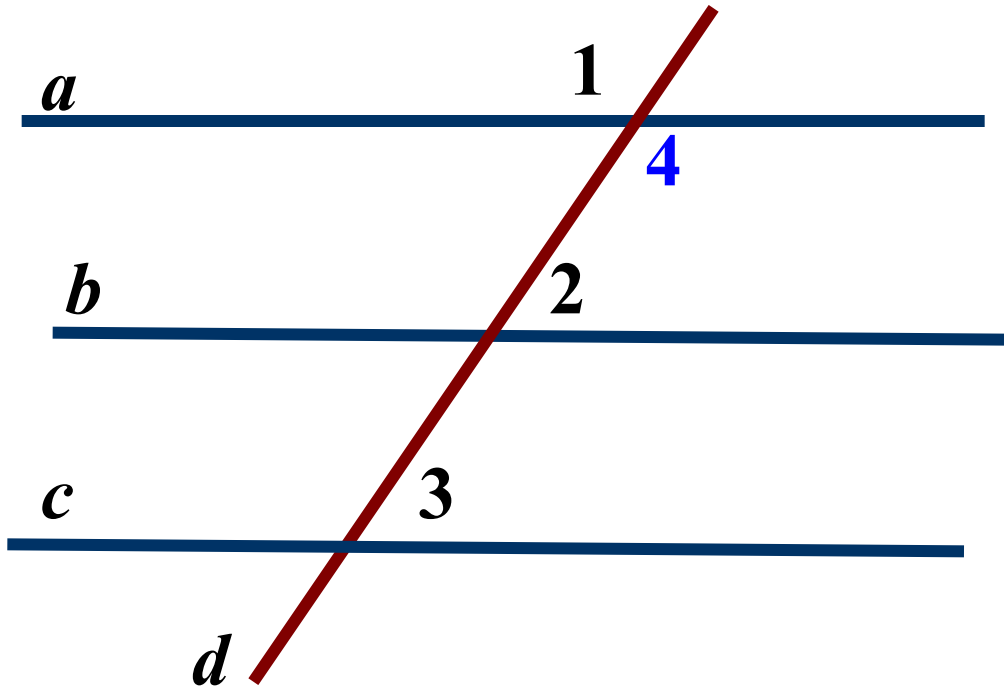
Если две прямые параллельны  
третьей прямой, то они  
параллельны



8.

Дано:  $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ, \angle 2 = \angle 3$

Доказать:  $a \parallel c$



$a \parallel b, c \parallel b \Rightarrow a \parallel c$

Подсказка (3)

Вертикальные  
углы



Определите углы  
3 и 2



Следствие из  
аксиомы  
параллельных  
прямых



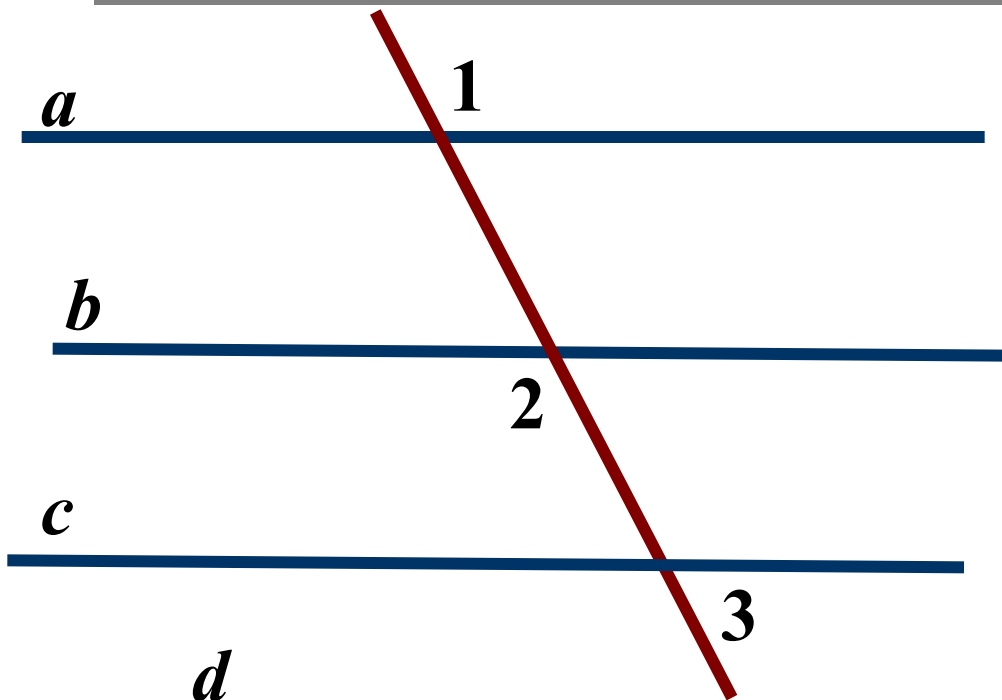
Вывод

Если две прямые параллельны  
третьей прямой, то они  
параллельны



9.

Дано:  $\angle 1 = \angle 2 = 112^\circ$ ,  $\angle 3 = 68^\circ$   
Какие из прямых параллельны?



Подсказка (3)

Вертикальные  
углы 

Смежные углы 

Виды углов 

Вывод

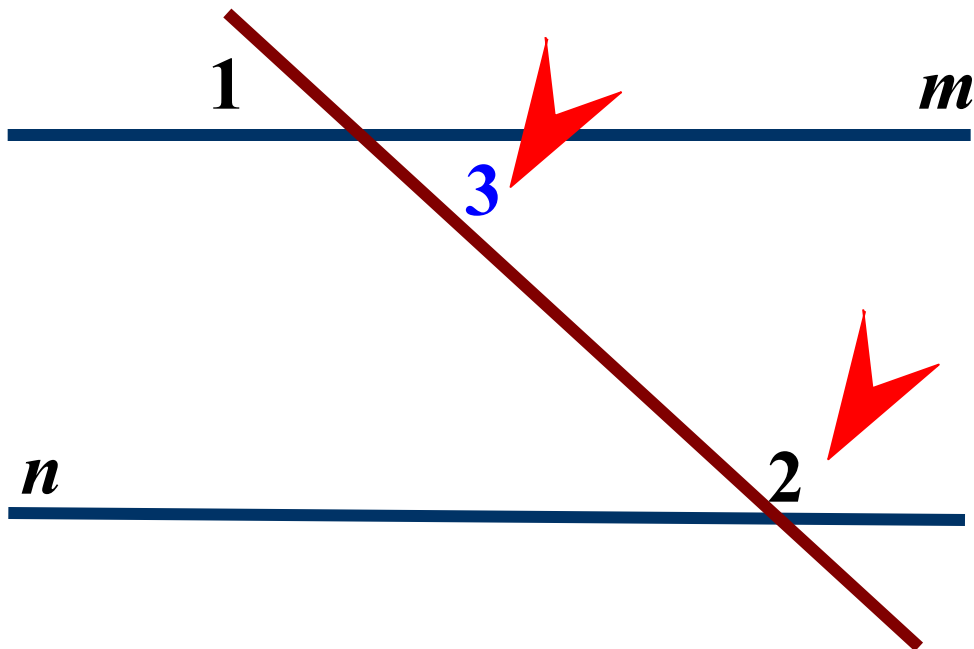
$a \parallel b, c \parallel b, a \parallel c$



10.

Дано:  $\angle 1 = 27^\circ, \angle 2 = 153^\circ$

Доказать:  $m \parallel n$



Подсказка (3)

Вертикальные углы



Определите углы  
3 и 2



Признак  
параллельности  
прямых



$$\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ \Rightarrow m \parallel n$$

Вывод

Сумма односторонних углов  
 $180^\circ$   
- прямые параллельны

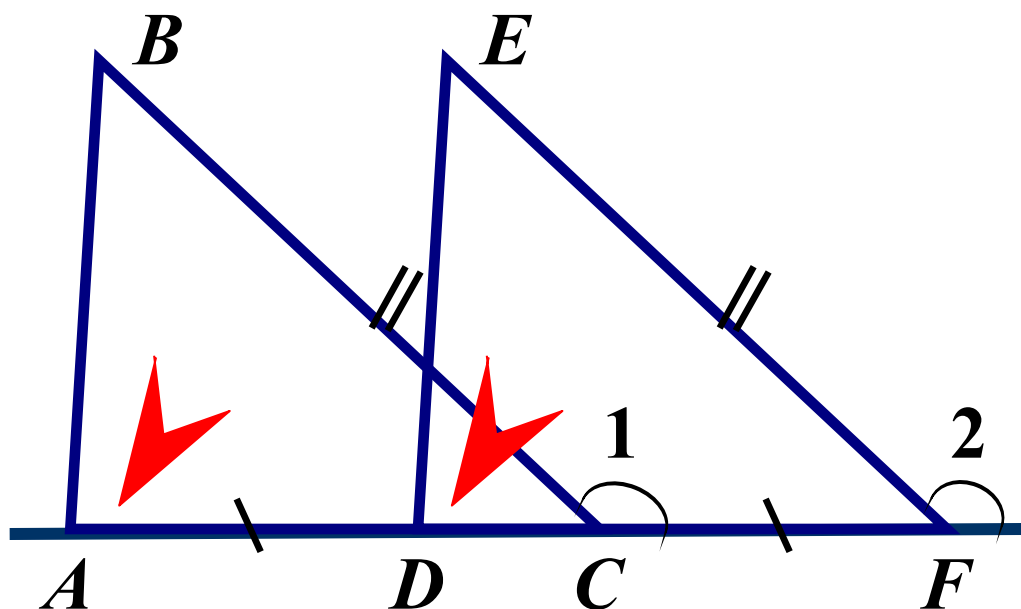





11.

Дано:  $\angle 1 = \angle 2$ ,  $BC = EF$ ,  $AD = CF$

Доказать:  $AB \parallel DE$



Подсказка (3)


Равенство  
треугольников 

Определите углы  
 $BAC$  и  $EDF$  

Признак  
параллельности  
прямых 

$\angle BAC = \angle EDF \Rightarrow AB \parallel DE$

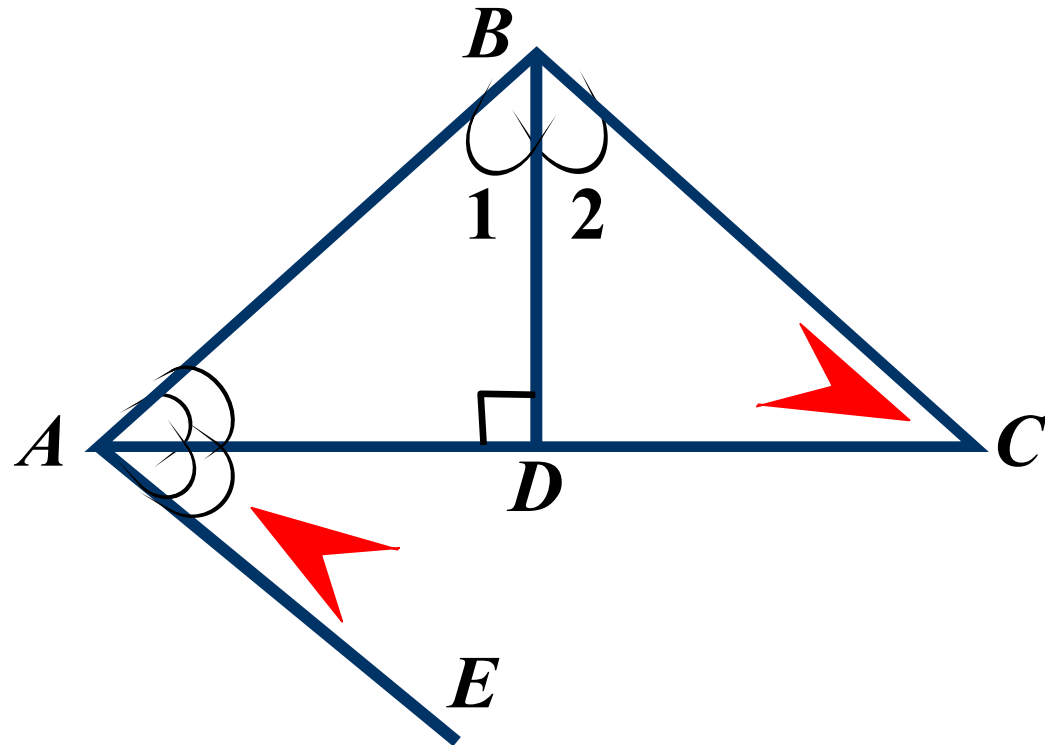
Вывод

Соответственные углы равны  
- прямые параллельны 

12.


Дано:  $\angle 1 = \angle 2$ ,  $BD \perp AC$ ,  $AC$  – биссектриса

Доказать:  $BC \parallel AE$



$$\angle BCD = \angle DAE \Rightarrow BC \parallel AE$$


Подсказка (3)

Равенство  
треугольников 

Определите углы  
 $BCD$  и  $DAE$  

Признак  
параллельности  
прямых 

Вывод

Накрест лежащие углы равны  
- прямые параллельны 



# Решение задач по готовым чертежам.

**Необходимо по рисунку  
записать условие задачи  
и ответить на поставленный  
вопрос.**

**В задачах подсказки  
отсутствуют.**



13

14

15

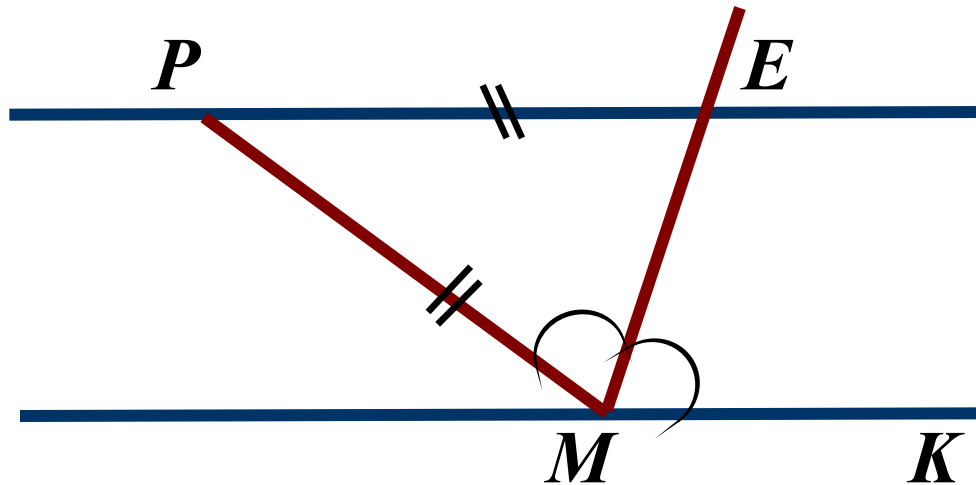
16

17

18

13.

Доказать:  $PE \parallel MK$



$$\angle PEM = \angle KME \Rightarrow$$

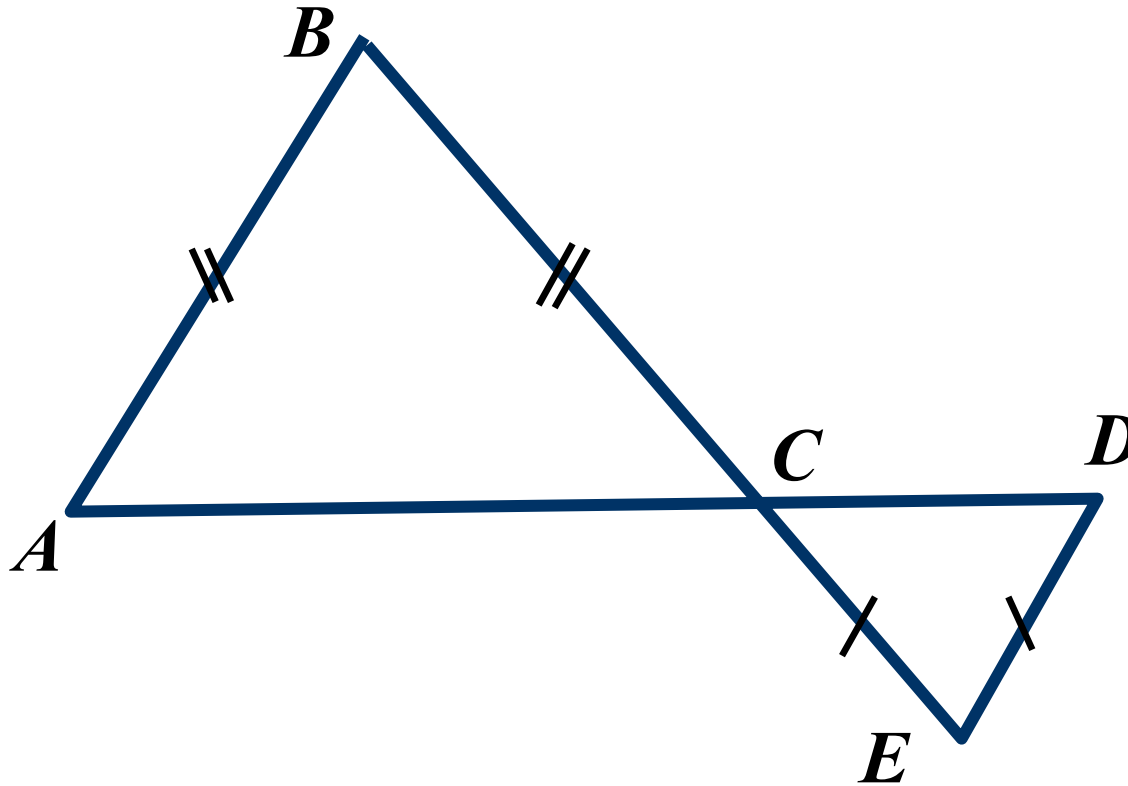
$PE \parallel MK$

Вывод



14.

Доказать:  $AB \parallel DE$



$$\angle BAC = \angle EDC \Rightarrow$$

$AB \parallel DE$

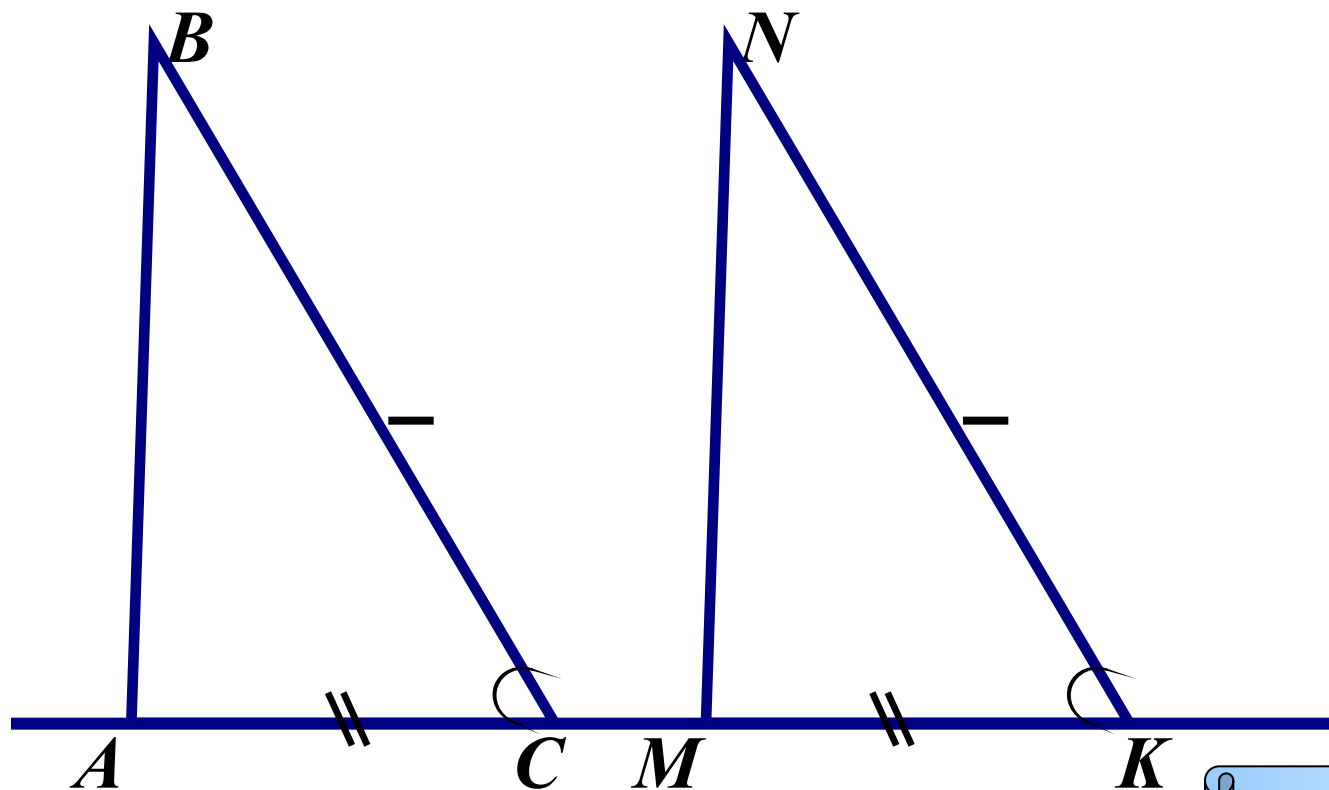
**Вывод**





15.

Доказать:  $AB \parallel MN$



$$\angle BAC = \angle NMK \Rightarrow$$

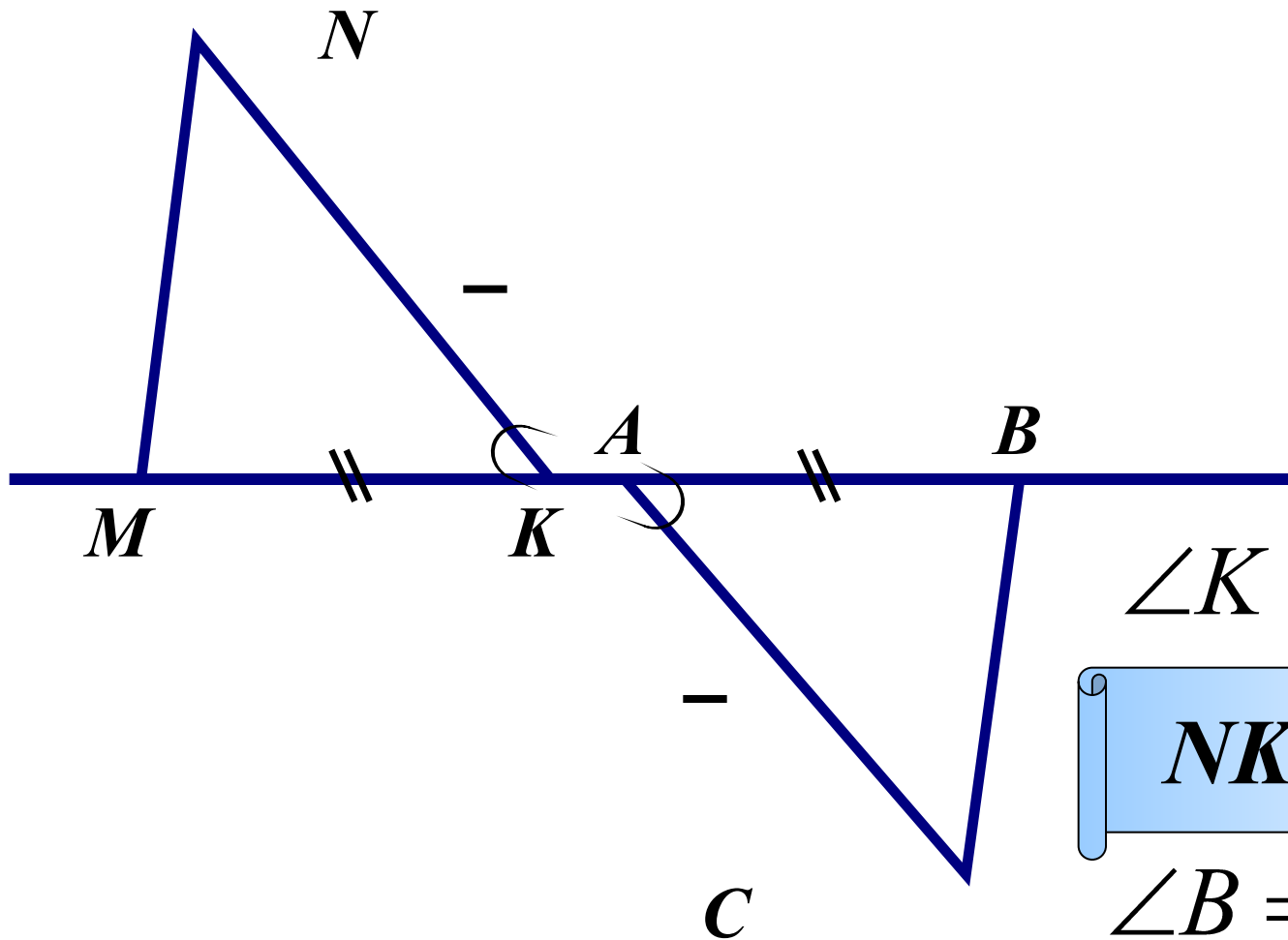
$AB \parallel MN$

Вывод



16.

Доказать:  $NK \parallel AC, MN \parallel BC$



$$\angle K = \angle A \Rightarrow$$

$$NK \parallel AC$$

$$\angle B = \angle M \Rightarrow$$

$$MN \parallel BC$$

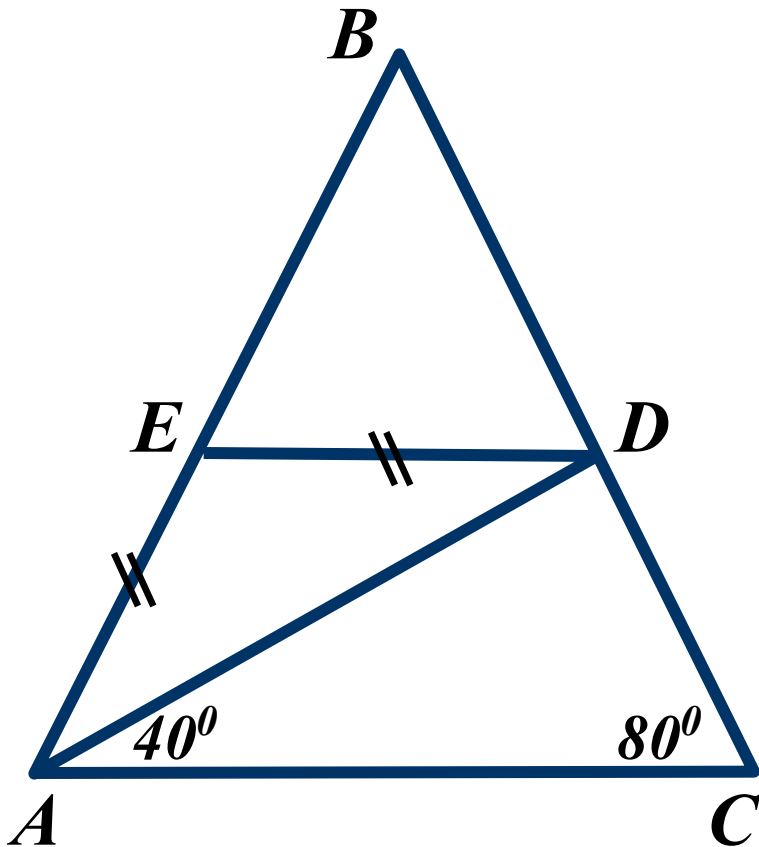
Вывод (2)



17.

$$AB = BC$$

Доказать:  $DE \parallel AC$



$$\angle EDA = \angle DAC \Rightarrow$$

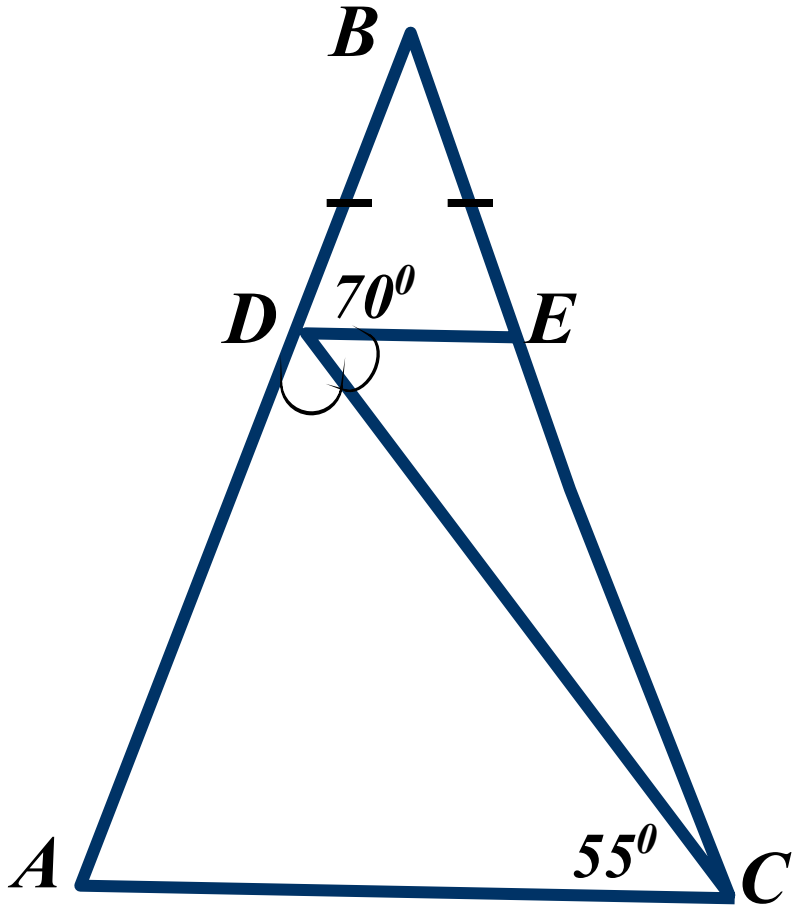
$$DE \parallel AC$$

**Вывод**



18.

Доказать:  $DE \parallel AC$



$$\angle EDC = \angle DCA \Rightarrow$$

$$DE \parallel AC$$

**Вывод**





# Тестовые задания на проверку теоретических знаний.

**В заданиях 19 и 20 необходимо выбрать верные утверждения.**

**В 21 задании необходимо указать продолжение высказывания, **НЕ соответствующее действительности.****

**В 22 и 23 заданиях кратко ответить на вопрос и дать пояснение к ответу**



19

20

21

22

23



19.

Выберите верные утверждения:



$\angle 1$  и  $\angle 3$  - вертикальные

$\angle 5$  и  $\angle 1$  - односторонние

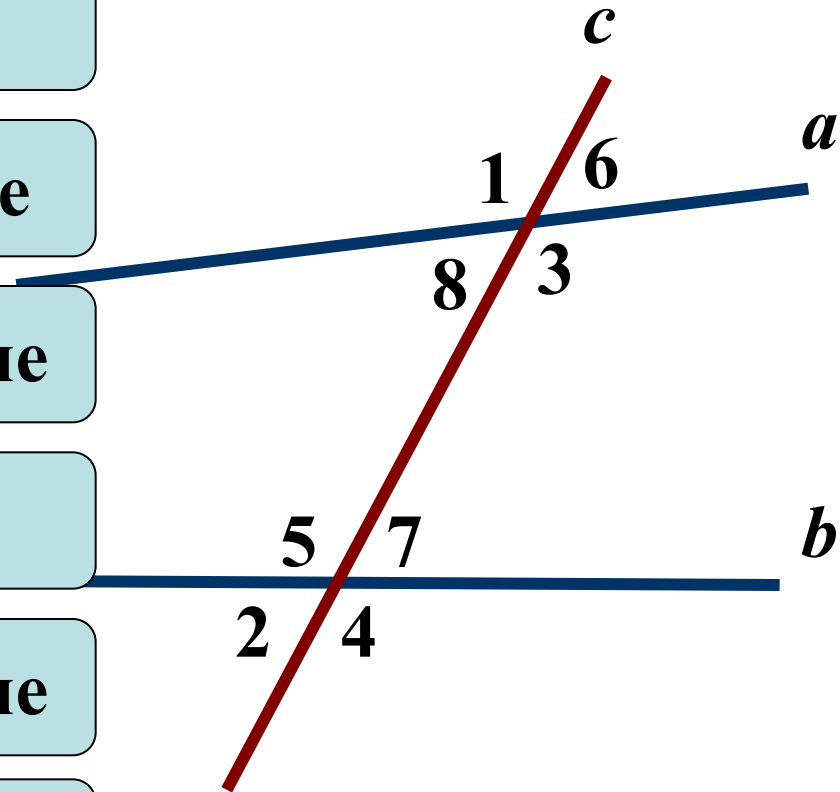
$\angle 7$  и  $\angle 6$  - соответственные

$\angle 5$  и  $\angle 3$  - накрест лежащие

$\angle 2$  и  $\angle 4$  - смежные

$\angle 7$  и  $\angle 1$  - накрест лежащие

$\angle 3$  и  $\angle 7$  - односторонние



20.

$a \parallel b$ , если верные утверждения:



$$\angle 1 = \angle 3$$

$$\angle 8 + \angle 5 = 180^\circ$$

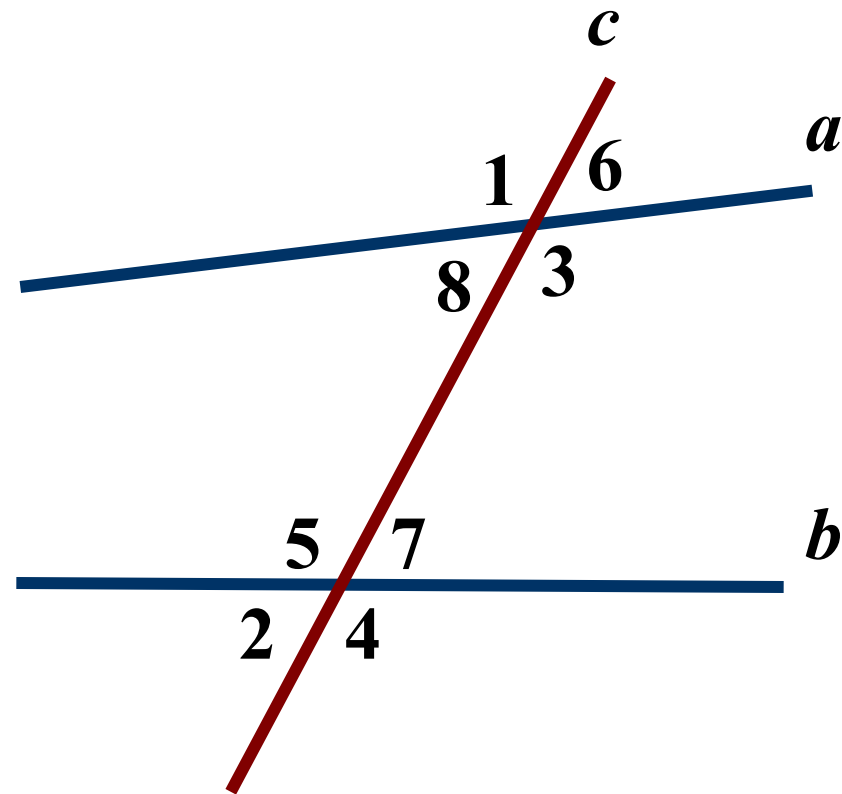
$$\angle 7 = \angle 6$$

$$\angle 8 + \angle 3 = 180^\circ$$

$$\angle 5 = \angle 3$$

$$\angle 1 + \angle 4 = 180^\circ$$

$$\angle 2 = \angle 6$$



21.

**Прямые не параллельны, если при пересечении двух прямых секущей:**



сумма односторонних углов не равна  $180^{\circ}$ .

сумма соответственных углов равна  $180^{\circ}$ .

вертикальные углы равны .

накрест лежащие углы не равны .

сумма смежных углов не равна  $180^{\circ}$ .

соответственные углы не равны .

**НЕ СООТВЕТСТВУЕТ**



22.

Параллельны ли прямые  $a$  и  $b$ , если



$$\angle 1 = \angle 3$$

ДА

$$\angle 1 = \angle 4$$

ДА

$$\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$$

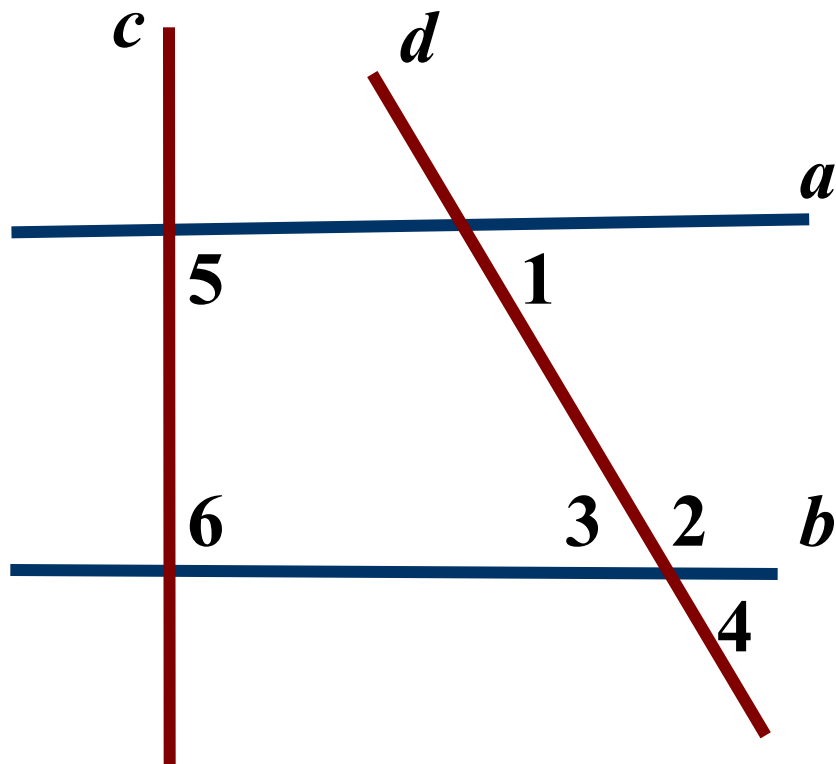
ДА

$$\angle 5 = \angle 6 = 90^\circ$$

ДА

$$\angle 1 = \angle 2$$

НЕТ



23.

Параллельны ли прямые  $a$  и  $b$ , если



$$\angle 3 = \angle 4$$

ДА

$$\angle 4 = \angle 5$$

ДА

$$\angle 6 = \angle 4$$

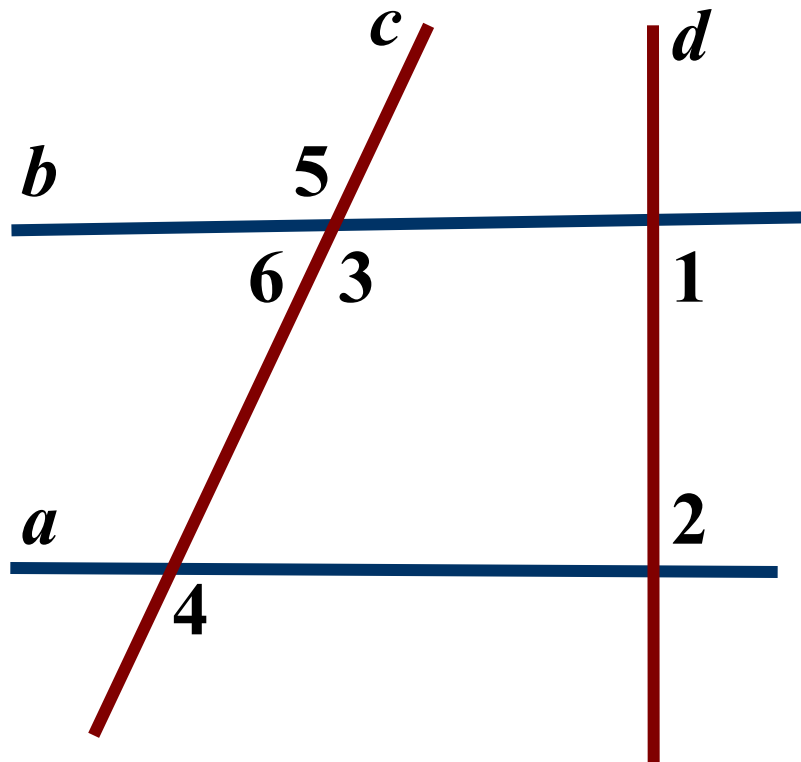
НЕТ

$$\angle 1 = \angle 2 = 90^{\circ}$$

ДА

$$\angle 4 + \angle 6 = 180^{\circ}$$

ДА

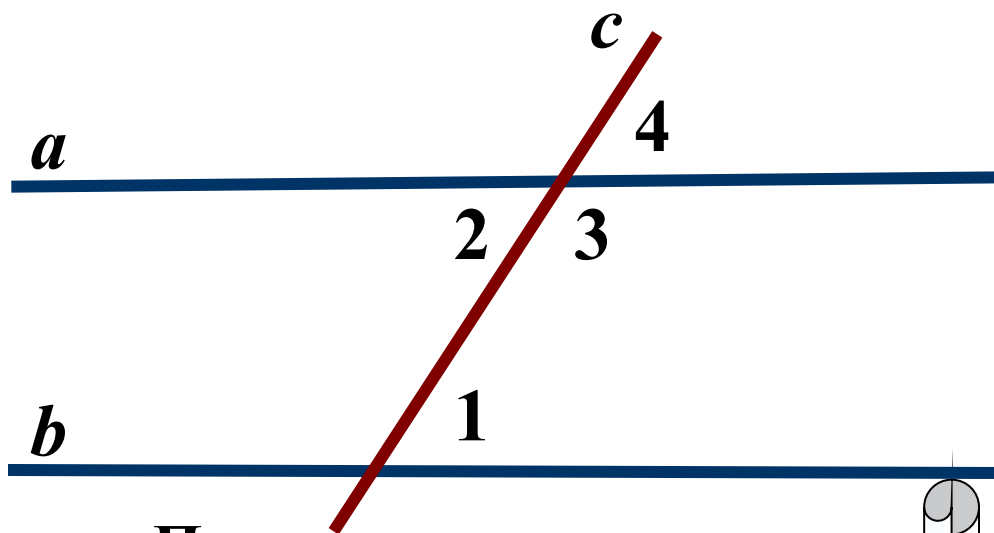




24.

Дано:  $a \parallel b$ ,  $\angle 1 = 75^\circ$

Найти:  $\angle 2, \angle 3, \angle 4$



Прямые параллельны

-накрест лежащие углы равны

-сумма односторонних углов

$180^\circ$

-соответственные углы равны

$75^\circ$

Ответ

Подсказка (5)

Определите углы



Свойство  
параллельных  
прямых



Свойство  
параллельных  
прямых



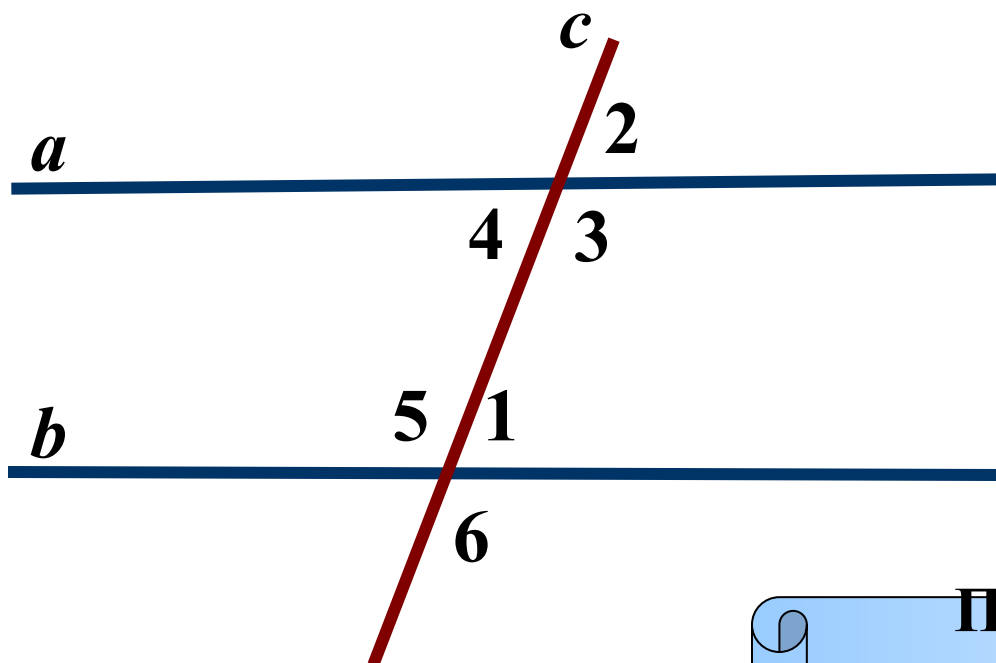
Свойство  
параллельных  
прямых



25.

Дано:  $a \parallel b$ ,  $\angle 1 + \angle 2 = 160^\circ$

Найти все углы



Подсказка (2)

Определите углы



Прямые параллельны

-накрест лежащие углы равны

-сумма односторонних углов

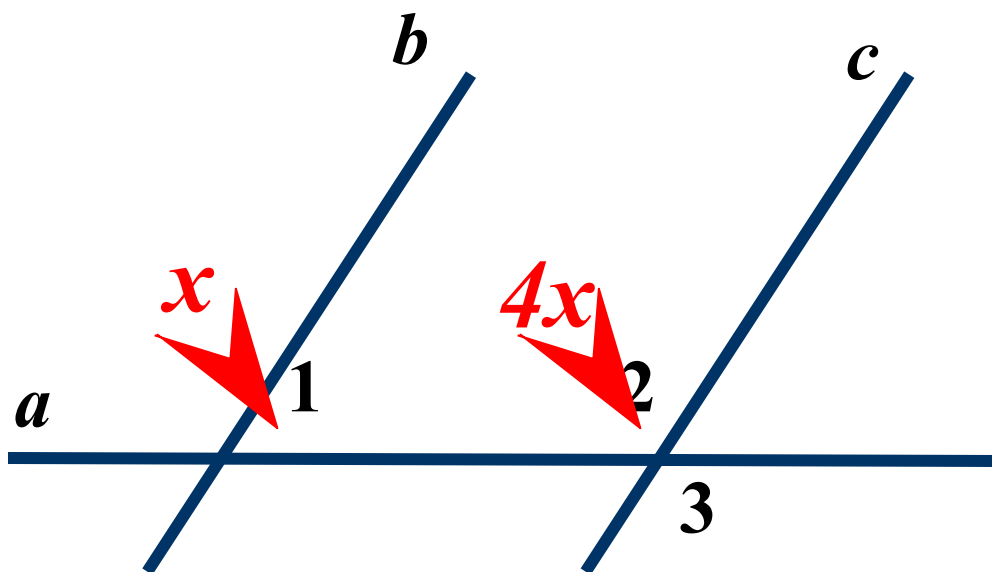
$180^\circ$

-соответственные углы равны

Ответ



26. Дано:  $a \parallel b$ ,  $\angle 1 < \angle 2$  в 4 раза  
Найти:  $\angle 3$



Подсказка (3)

Определите углы



Свойство  
параллельных  
прямых



Вертикальные углы



Ответ

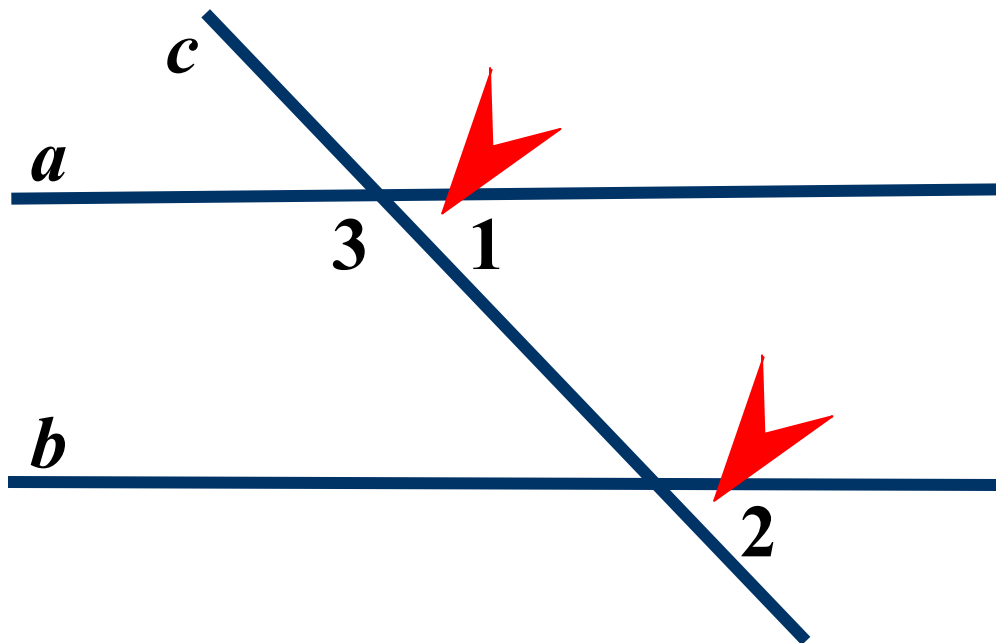
$$\angle 3 = 36^{\circ}$$



27.

Дано:  $a \parallel b$ ,  $\angle 1 + \angle 2 = 100^\circ$

Найти:  $\angle 3$



Подсказка (3)

Определите углы



Свойство  
параллельных  
прямых



Смежные углы



Ответ

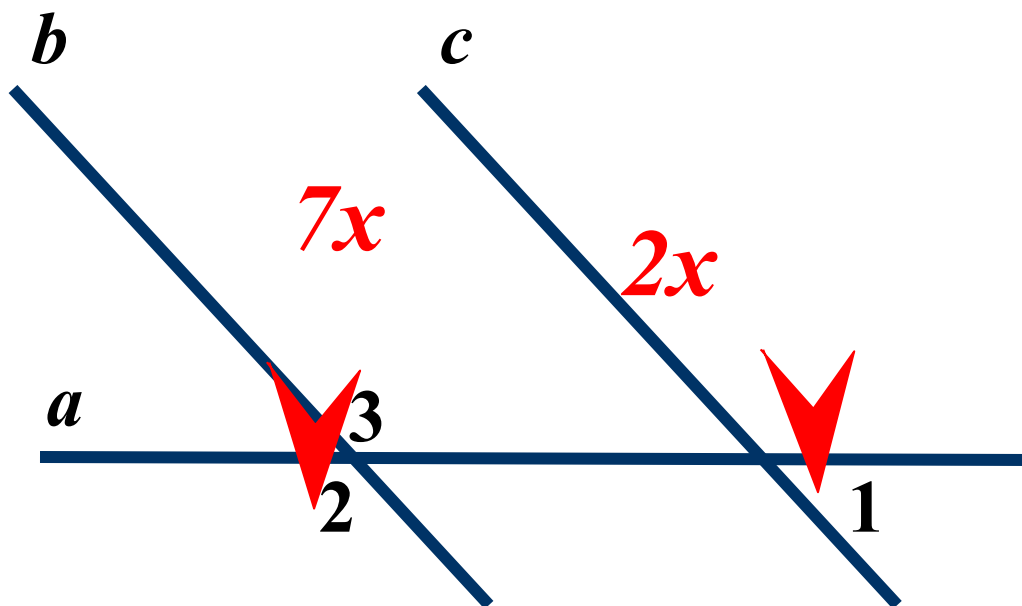
$$\angle 3 = 130^\circ$$



28.

Дано:  $a \parallel b$ ,  $\angle 1 : \angle 2 = 2 : 7$

Найти:  $\angle 3$



Подсказка (4)

Вертикальные углы



Определите углы



Свойство  
параллельных  
прямых



Ответ

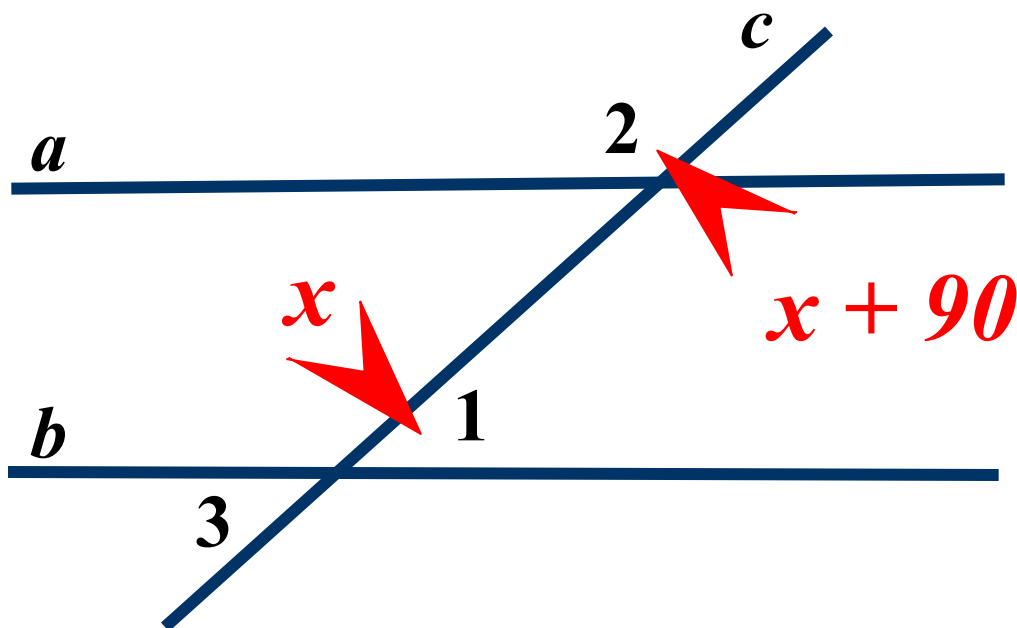
$$\angle 3 = 140^{\circ}$$



29.

Дано:  $a \parallel b$ ,  $\angle 1 < \angle 2$  на  $90^\circ$

Найти:  $\angle 3$



Подсказка (3)

Определите углы



Свойство  
параллельных  
прямых



Вертикальные углы



Ответ

$$\angle 3 = 130^\circ$$







# Решение задач по готовым чертежам.

**Необходимо по рисунку  
записать условие задачи  
и ответить на поставленный  
вопрос.**

**В задачах подсказки  
отсутствуют.**



30

31

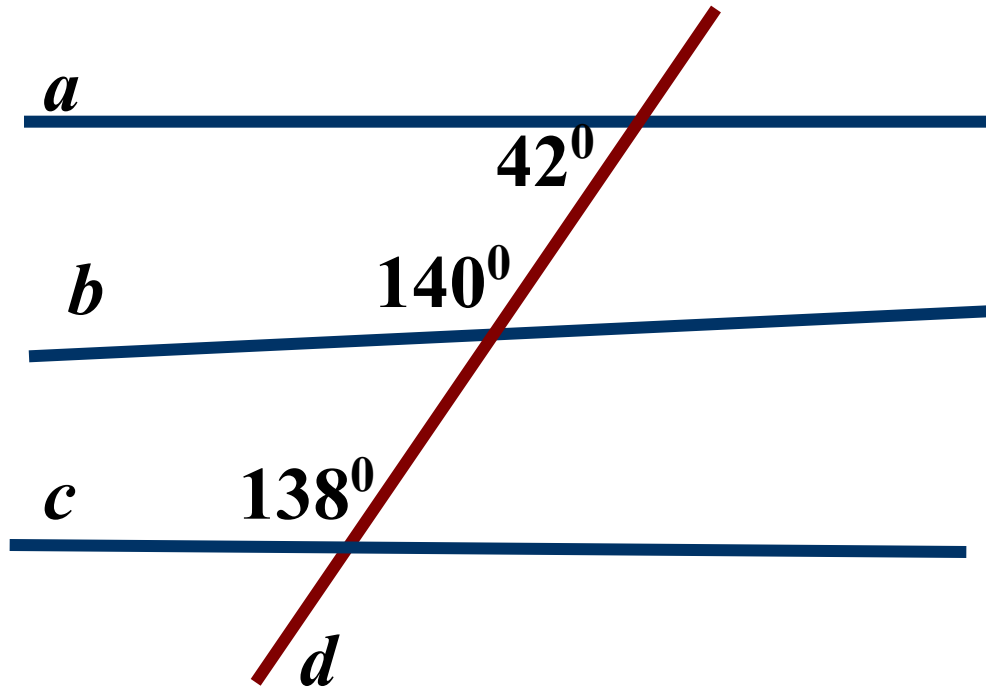
32

33

34

30.

Прямые  $a$ ,  $b$ ,  $c$  пересечены прямой  $d$ .  
Какие из прямых  $a$ ,  $b$ ,  $c$  параллельны?

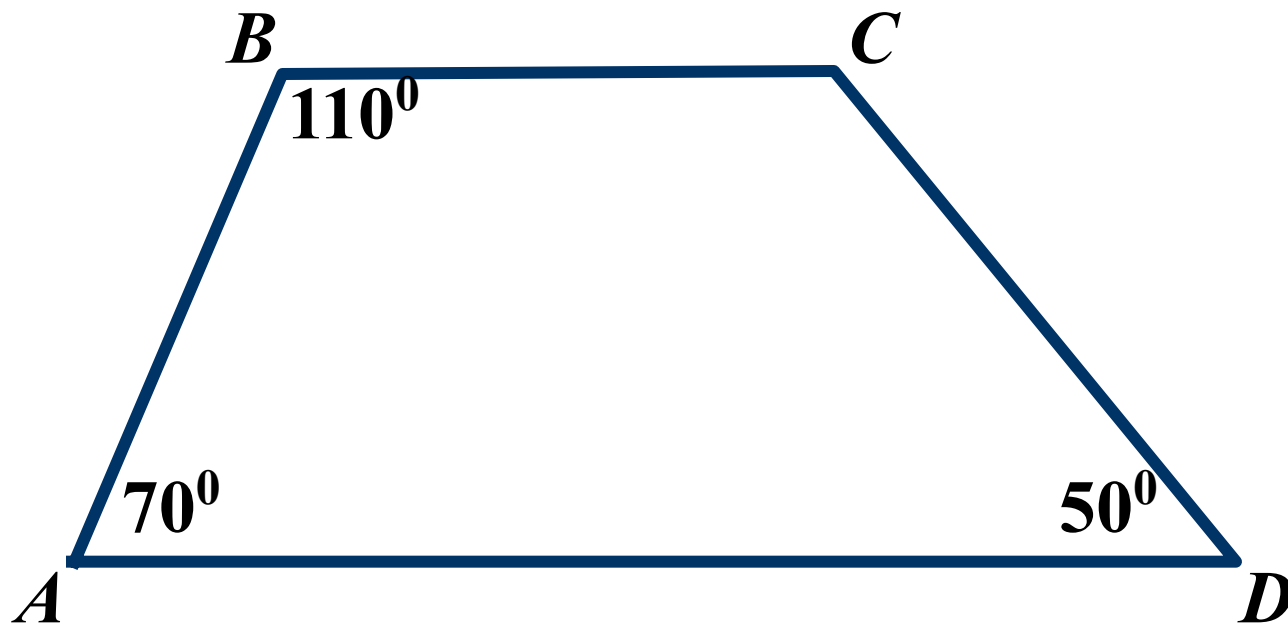


**Вывод**

$a \parallel c$



31. Найти:  $\angle C$

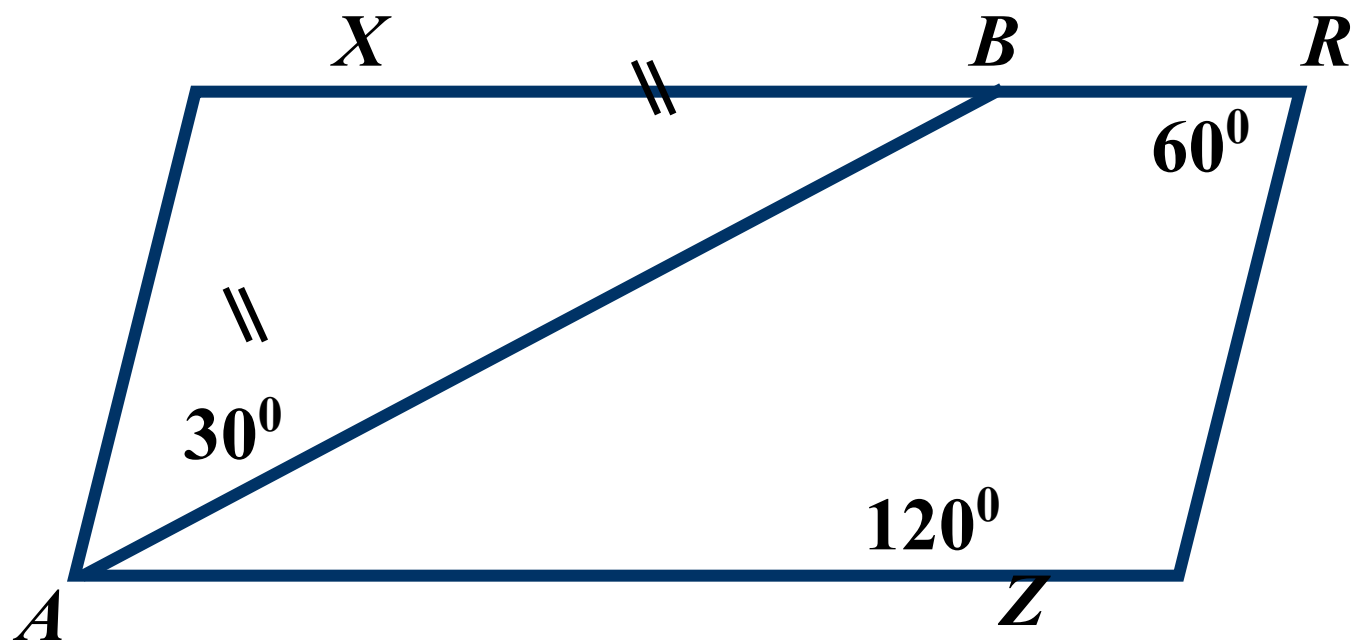


**Ответ**

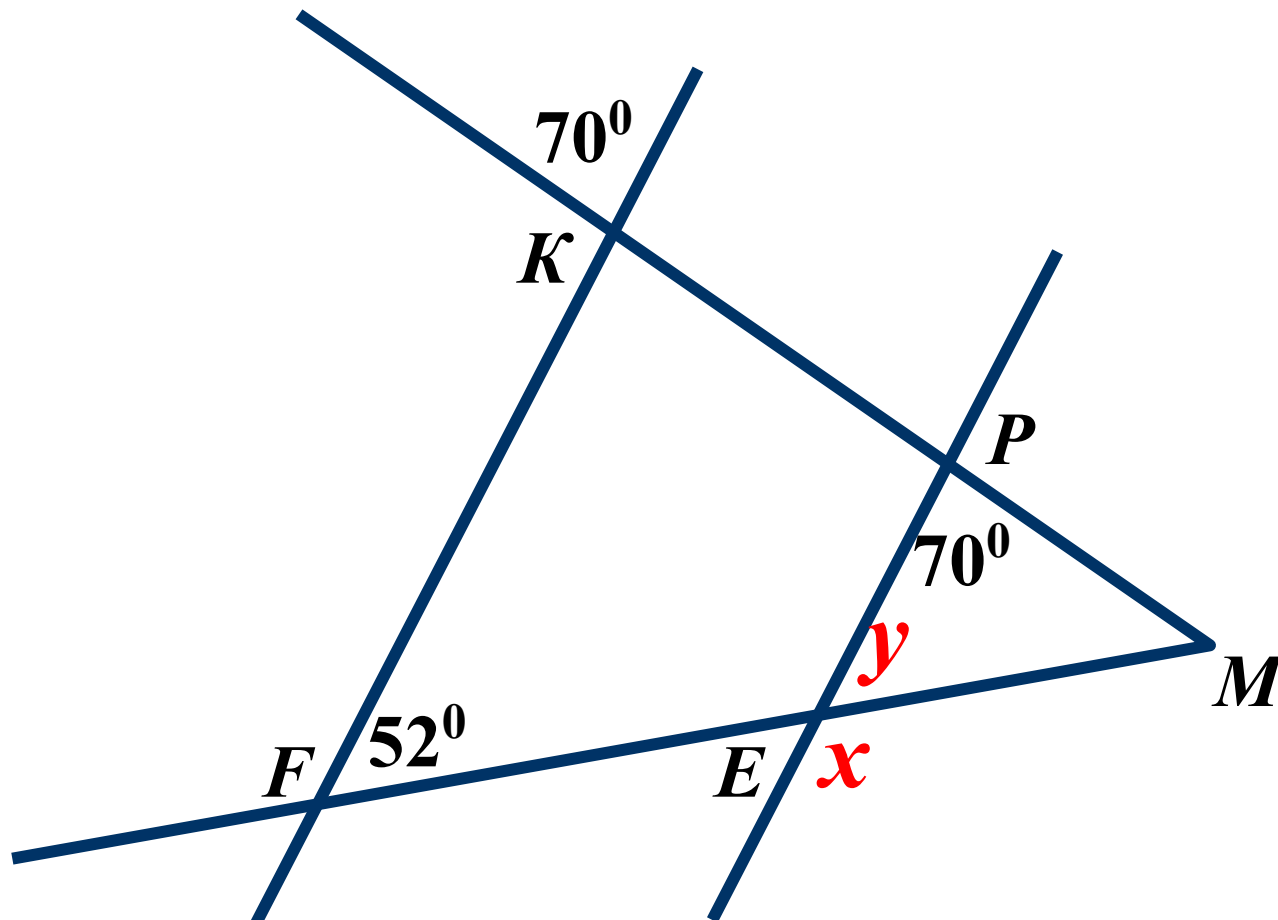
$$\angle C = 130^\circ$$



32. Доказать:  $AB$  – биссектриса угла  $XAZ$



33. Найти:  $x$  и  $y$



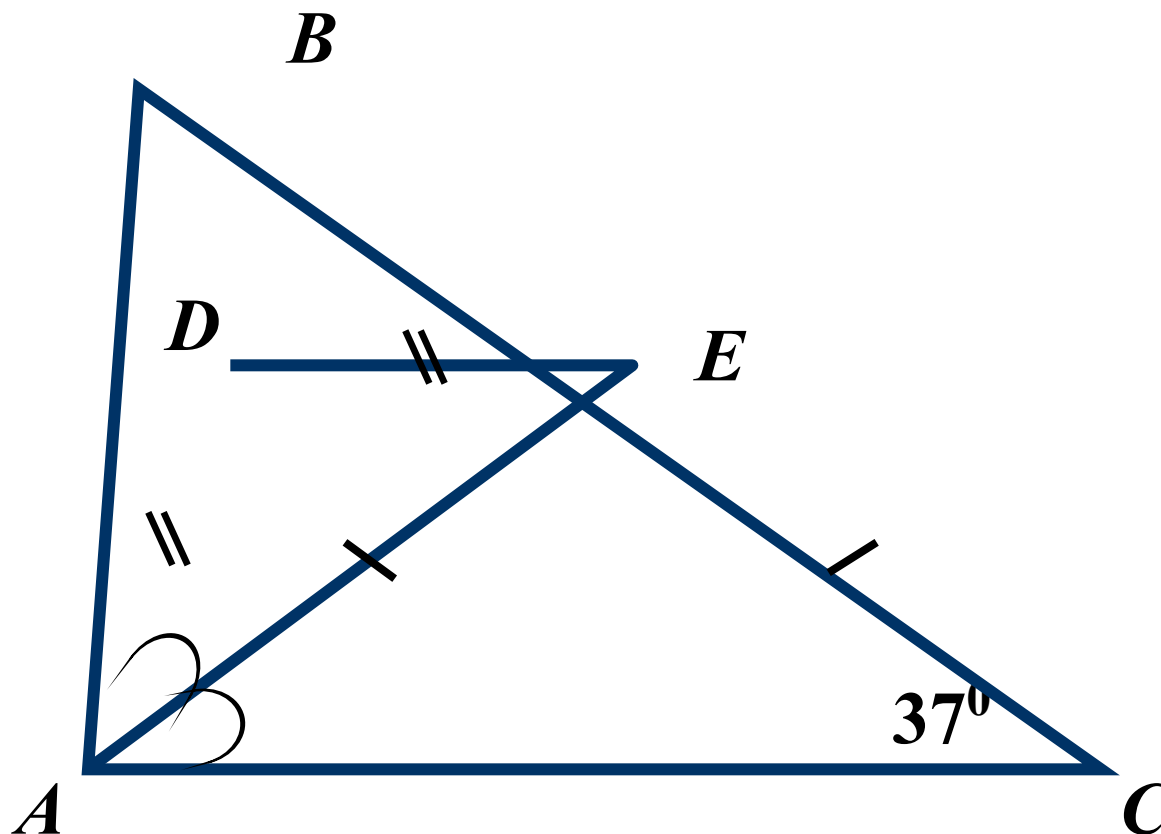
Ответ

$$y = 52^\circ, x = 128^\circ$$



34.

Найти:  $\angle BDE$



Ответ

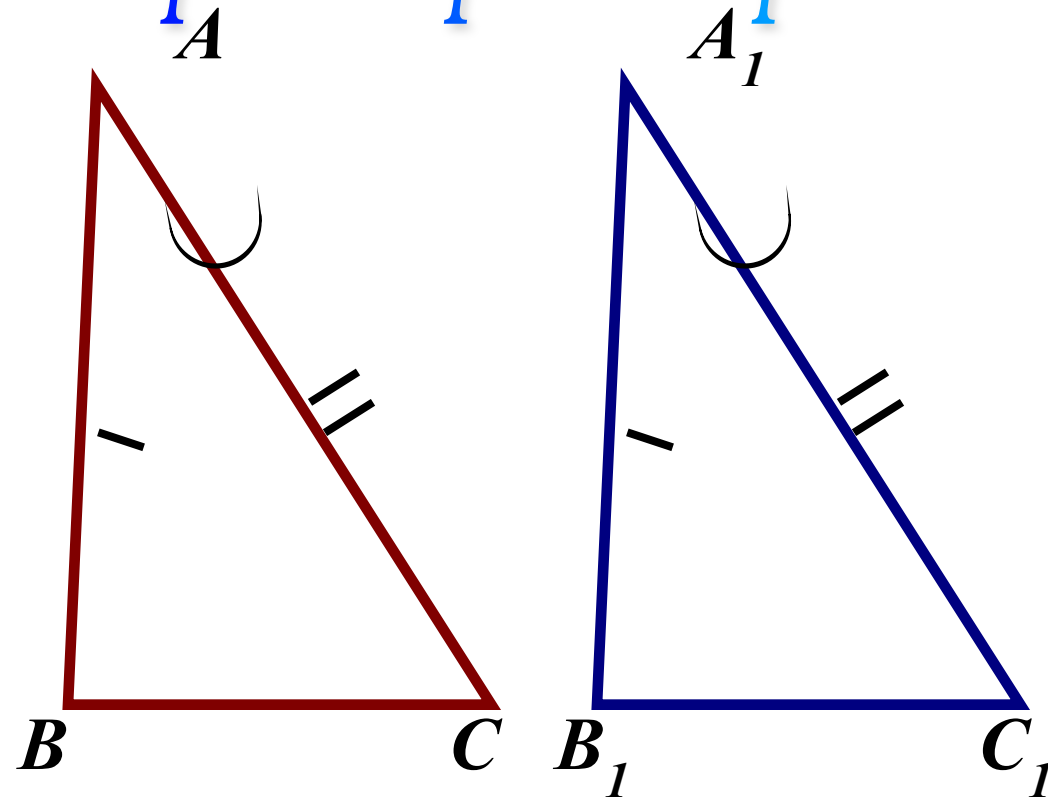
$$\angle BDE = 74^\circ$$







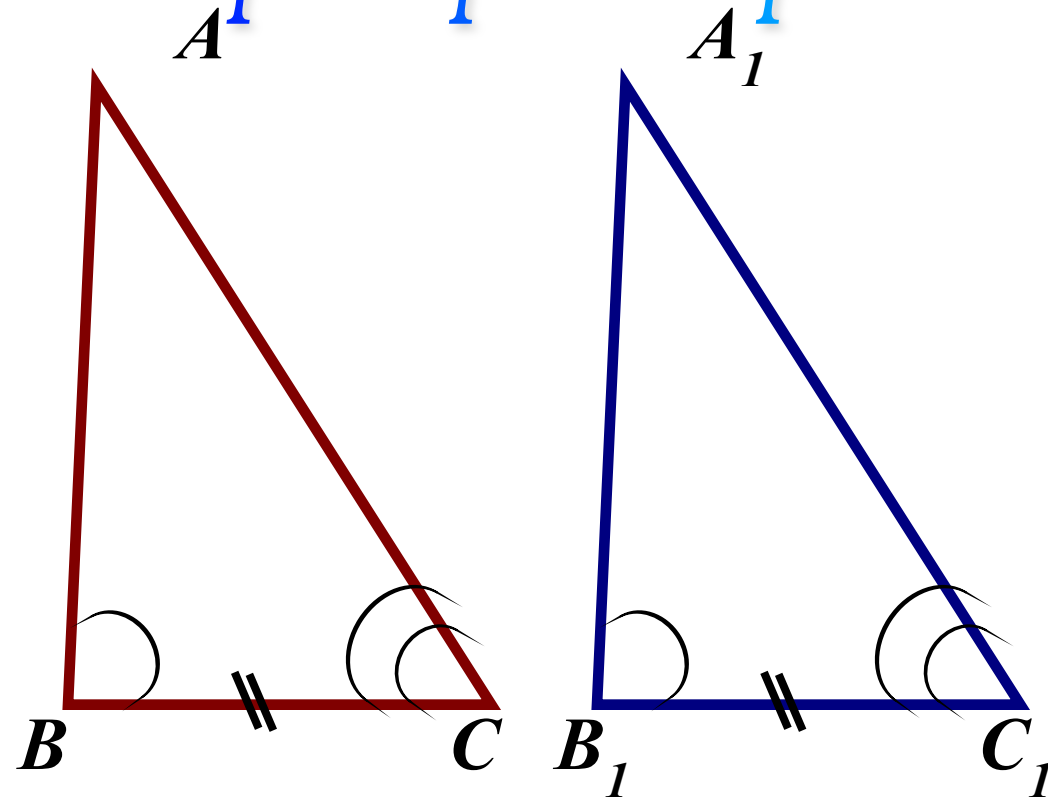
# Первый признак равенства треугольников.



**По двум сторонам и углу между ними.**



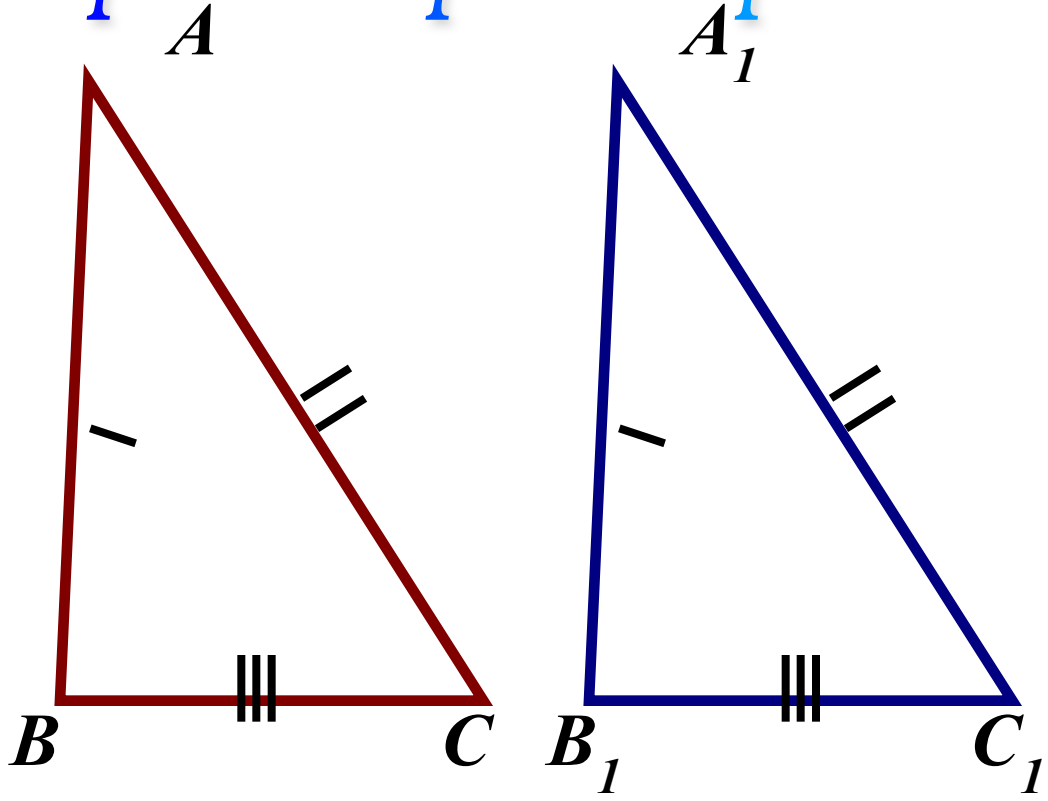
# Второй признак равенства треугольников.



**По стороне и прилежащим к ней углам.**



# Третий признак равенства треугольников.

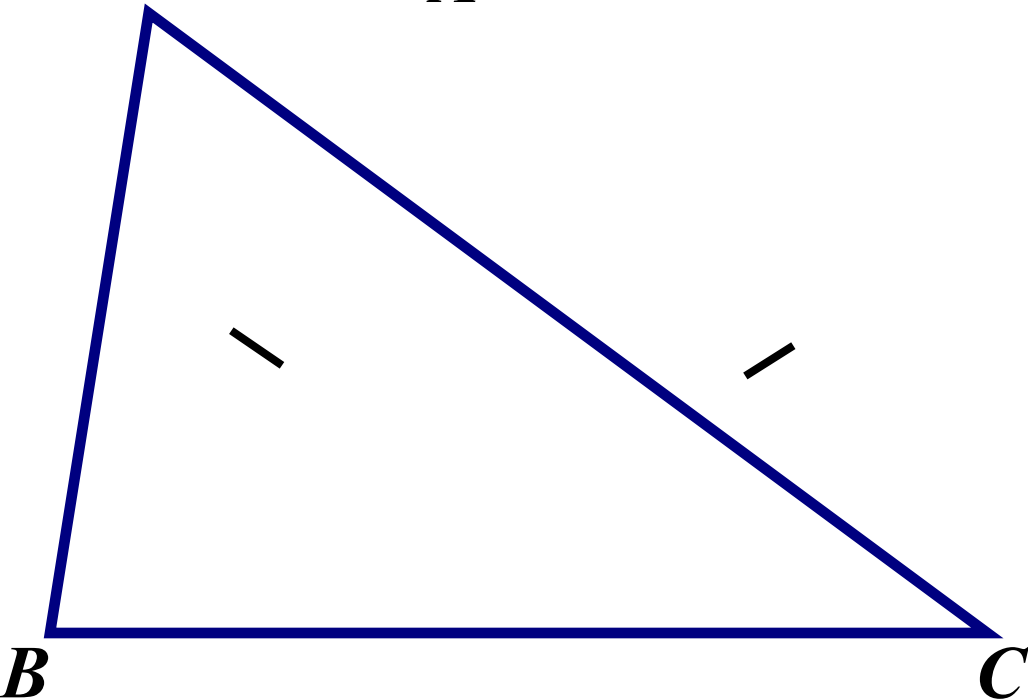


**По трём сторонам.**



# Равнобедренный треугольник.

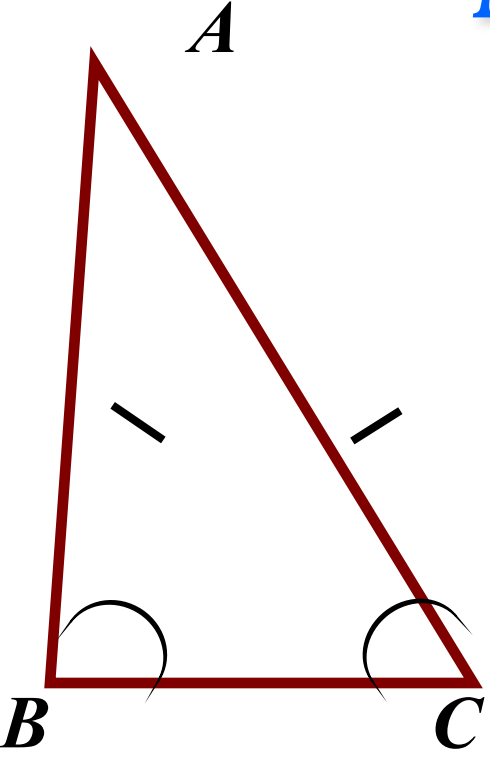
*A*



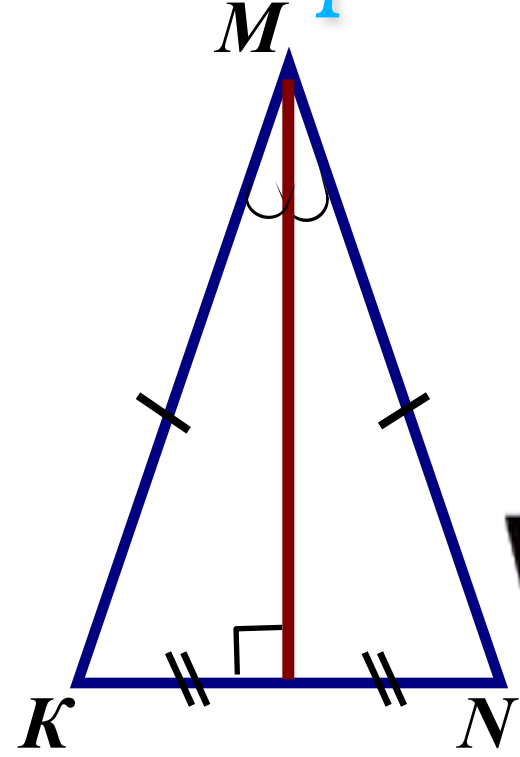
Треугольник называется равнобедренным  
если две его стороны равны.  $AB = AC$



# Свойства равнобедренного треугольника.



Углы при основании.



Медиана, высота, биссектриса.



В равнобедренном тр-ке биссектриса, проведённая к основанию, является медианой и высотой



# *Используемые ресурсы:*

1. Картинка:

<http://900igr.net/kartinki/geometrija/Ugly-pri-parallelnykh-prjamykh/004-Tema-Parallelnye.html>

2. «Геометрия 7 - 9»: Учеб. для общеобразоват. учреждений/  
Л.С.Атанасян, В.Ф.Бутузов, С.Б.Кадомцев и др. – 12-е изд.- М.:  
Просвещение, 2002

3. Гаврилова Н.Ф. Поурочные разработки по геометрии  
7 класс. – 2-е изд., перераб и доп. – М.:  
ВАКО, 2006..



**Задачник**