Движение абсолютно твёрдого тела.

Работу выполнил студент 17 группы:
Колганова Софья.

1. Момент силы.

Момент силы относительно оси - величина, характеризующая вращательное действие силы и равная векторному произведению радиуса-вектора точки приложения силы на составляющую вектора силы в плоскости перпендикулярной оси вращения.

Плечо силы (h)- кратчайшее расстояние от оси вращения до линии действия силы:

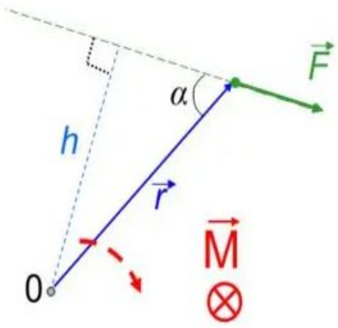
Направление вектора момента силы определяется правилом буравчика.Модуль вектора момента силы равен произведению перпендикулярной оси составляющей вектора силы на её плечо.

Момент силы равен нулю, если линия действия силы:

1)параллельна оси 2)вращения пересекает ось вращения

$$M = F \cdot 1$$

M – момент силы, Н·м
F – сила, Н
1 – плечо силы, м



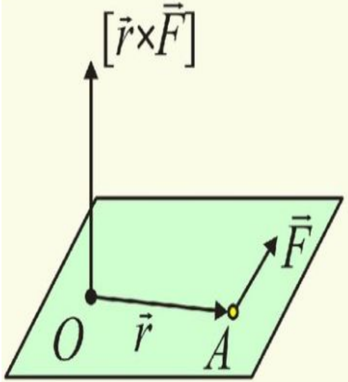
Момент силы
определяется векторным
произведением:

$$\boxed{\vec M = \vec r \times \vec F}$$

Направление: по правилу
правого винта
(правило буравчика)

По модулю: $\boxed{M = F\, r\sin\alpha}$

$\boxed{M = F\,h}$ h – плечо силы



$т.A$ – точка приложения силы

$т.O$ – начало (центр)

<u>Моментом силы относительно $т.O$</u> называется векторное произведение радиус-вектора $\vec r$ на силу $\vec F$

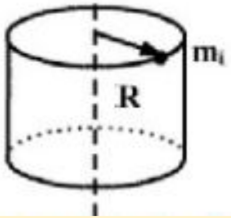
$$\boxed{\vec M = [\vec r \times \vec F]}$$

Момент инерции.

Момент инерции тела- мера его инертности во вращательном движении, равен сумме моментов инерции всех материальных точек, составляющих данное тело. Момент инерции зависит от распределения массы тела относительно оси вращения, т.е. зависит от положения оси вращения.

$$I = \sum m_i r_i^2 \qquad I = \int r^2 dm \qquad I = \int \rho r^2 dV$$

Примеры: 1)Момент инерции полого тонкостенного цилиндра радиусом R относительно его оси



$$I = \int r^2 dm = R^2 \int dm = mR^2$$

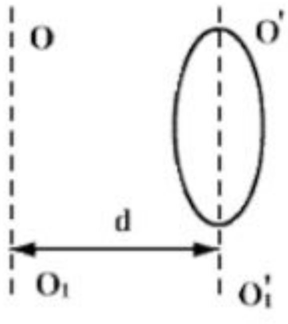
2) Момент инерции сплошного однородного цилиндра (диска) относительно его оси. Сплошной цилиндрический диск высотой h , радиусом R , массой m, плотностью ρ. Элемент массы- тонкостенный цилиндр радиусом r , толщиной стенки dr , массой dm.

$$dI = r^2 dm = r^2 \rho dV \qquad dm = 2\pi r h \rho dr$$

$$I = \int r^2 dm = \int r^2 2\pi r h \rho dr = 2\pi h \rho \int r^3 dr = \tfrac{1}{2}\pi \rho h R^4 = \tfrac{1}{2} mR^2$$

Момент инерции твердого тела относительно произвольной оси. Теорема Штейнера

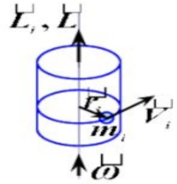
Момент инерции тела относительно произвольной оси равен сумме момента инерции тела относительно параллельной оси, проходящей через центр масс, и произведения массы тела на квадрат расстояния между осями .



$$I = I_0 + md^2$$

Момент Импульса материальной точки.

Момент импульса материальной точки относительно оси- векторная характеристика вращательного движения, равная векторному произведению её радиуса-вектора на вектор импульса.



$$\vec{P}_i = m_i \vec{V}_i \qquad \vec{L}_i = [\vec{r}_i \times \vec{P}_i] = [\vec{r}_i \times m_i \vec{V}_i]$$

$$V_i = r_i \omega \qquad L_i = r_i m_i V_i = m_i r_i^2 \omega = I\omega$$

Момент импульса абсолютно твёрдого тела (системы материальных точек) равен сумме моментов импульса всех составляющих его материальных точек:

$$\vec{L} = \sum \vec{L}_i = \sum I_i \vec{\omega} = I\vec{\omega} \qquad \vec{L} \uparrow\uparrow \vec{\omega}$$

Момент импульса АТТ относительно некоторой оси равен произведению его момента инерции относительно данной оси на вектор угловой скорости.

Основной закон динамики вращательного движения абсолютно твёрдого тела

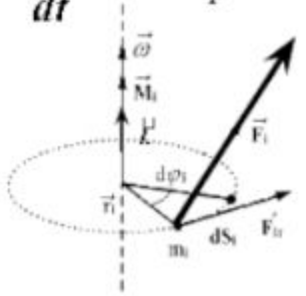
Угловое ускорение, приобретаемое телом, при вращении вокруг неподвижной оси прямо пропорционально результирующему моменту действующих на тело сил и обратно пропорционально моменту инерции тела относительно данной оси.

Скорость изменения момента импульса тела равна суммарному моменту всех действующих на него сил.

$$\vec{\varepsilon} = \frac{\vec{M}_p}{I} \Rightarrow \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{\vec{M}_p}{I} \Rightarrow \frac{d(I\vec{\omega})}{dt} = \vec{M}_p$$

Момент импульса АТТ: $\vec{L} = I\vec{\omega}$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}_p$$



Закон сохранения момента импульса

Экспериментально, XVIII в., Эйлер.

В XX в. теоретически обоснована связь закона сохранения момента импульса с изотропностью пространства Нашей Вселенной.

$$\sum \frac{d\vec{L}_i}{dt} = \sum \vec{M}_{i\,внутр.} + \sum \vec{M}_{i\,внеш.}$$

$$\sum \vec{M}_{i\,внутр.} = 0 \Longrightarrow \sum \frac{d\vec{L}_i}{dt} = \sum \vec{M}_{i\,внеш.}$$

ДЛЯ ЗАМКНУТОЙ СИСТЕМЫ:

Векторная сумма моментов импульсов замкнутой системы тел есть величина постоянная.

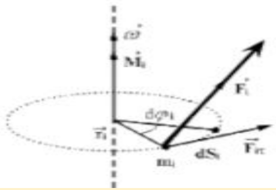
$$\sum \vec{M}_{i\,внеш.} = 0$$

$$\Longrightarrow \sum \frac{d\vec{L}_i}{dt} = 0$$

$$\Longrightarrow \sum \vec{L}_i = \sum I_i \vec{\omega}_i = const$$

Кинетическая энергия вращения

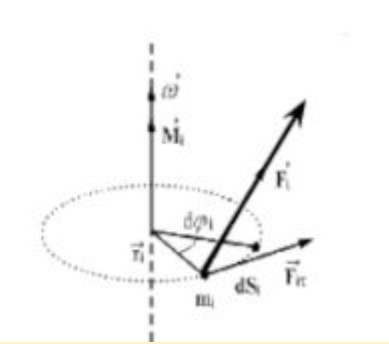
В общем случае любое сложное движение АТТ можно представить как сумму двух движений: поступательного со скоростью, равной скорости центра инерции тела Vc , и вращательного с угловой скоростью ω вокруг мгновенной оси, проходящей через центр инерции.



$$W_{кин\ АТТ} = \frac{m\upsilon_c^2}{2} + \frac{I_c\omega^2}{2}$$

Кинетическая энергия тела, движущегося произвольным образом, равна сумме кинетических энергий всех составляющих его материальных точек.

$$W_{к\ пост} = \sum \frac{m_i V_i^2}{2} \qquad V_i = \omega r_i \qquad W_{к\ вр} = \frac{\omega^2}{2}\sum m_i r_i^2 = \frac{I\omega^2}{2}$$



Элементарная работа i-той силы при вращении тела:

$$dA_i = F_{i\tau} dS_i = F_{i\tau} r_i \, d\varphi = M_i d\varphi = M_i \omega dt$$

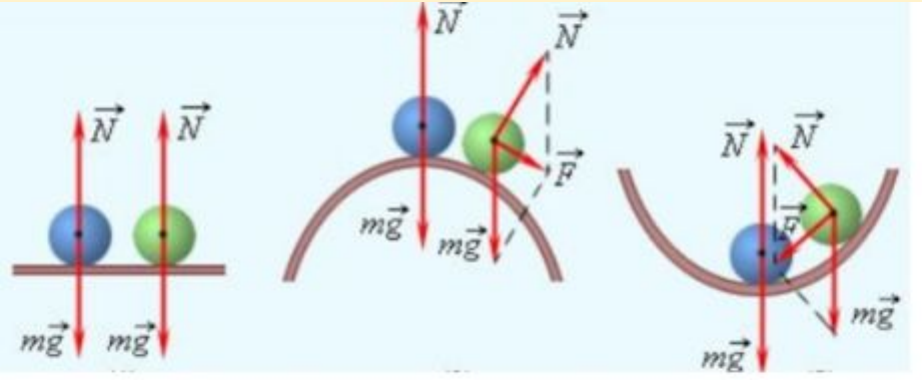
Элементарная работа равнодействующей при вращении тела:

$$dA = \sum M_i d\varphi = d\varphi \sum M_i = M_p d\varphi = M_p \omega dt$$

Работа равнодействующей всех сил при вращении тела:

$$A = \int M_p d\varphi = \int M_p \omega dt$$

Условия равновесия тел.



1) Безразличное: При любых малых отклонениях от положения равновесия равновесие не нарушается .

2) Неустойчивое: При любых малых отклонениях от положения равновесия возникают силы, смещающие тело от начального положения.

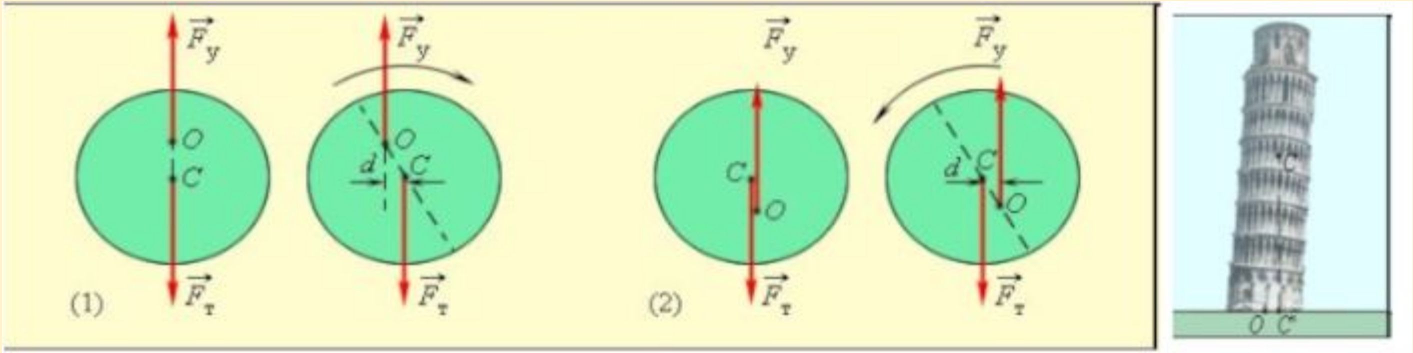
3) Устойчивое: При любых малых отклонениях от положения равновесия возникают силы, которые стремиться возвратить тело в начальное положение.

Условия равновесия тела имеющего неподвижную ось вращения:

безразличное равновесие - ось вращения проходит через центр масс

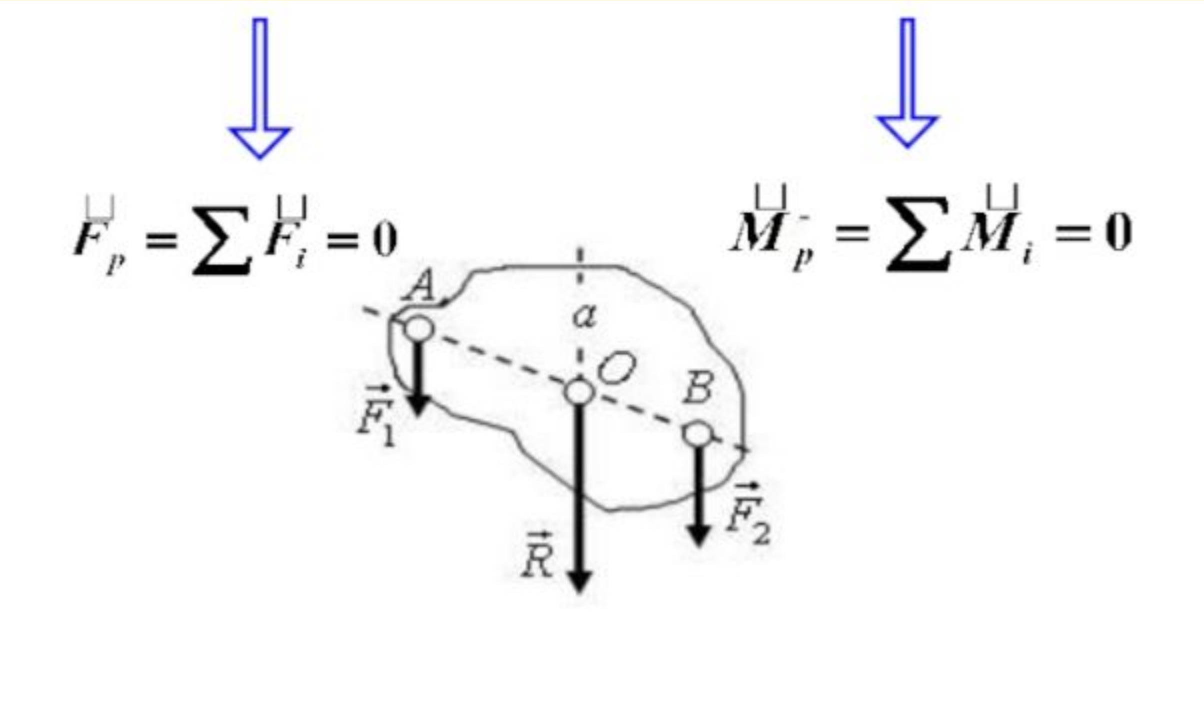
устойчивое равновесие - центр масс находится ниже оси вращения

неустойчивое равновесие –центр масс расположен выше оси вращения



Условия равновесия твёрдого тела

Твердое тело находится в равновесии, если равны нулю равнодействующая приложенных к телу сил и векторная сумма моментов всех сил относительно произвольной оси.



СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!