

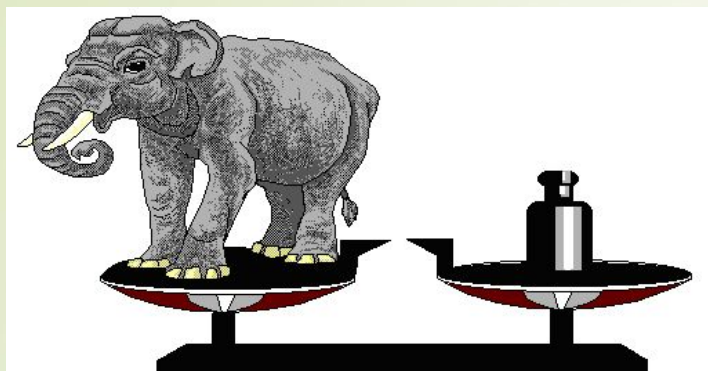
# Системы счисления

Тема урока: Другие системы счисления. Троичная уравновешенная система счисления. Двоично-десятичная система счисления.

Практическая работа № 7. Необычные системы счисления

## § 14. Другие системы счисления

## Задача Баше о наборе гирь



Как с помощью 4-х гирь  
взвесить от 0 до 40 кг?

- + 1    гиря на правой чашке
- 0    гиря снята
- 1    гиря на левой чашке



Троичная система!

**Веса гирь – степени числа 3:**

1 кг, 3 кг, 9 кг, 27 кг

**Пример:**

$$27 \text{ кг} + 9 \text{ кг} + 3 \text{ кг} + 1 \text{ кг} = 40 \text{ кг}$$

# Троичная уравновешенная система

ЭВМ «Сетунь» (1958), Н.П. Брусенцов

Основание: 3

Алфавит:  $\bar{1}$  («-1»), 0, 1

Для  $N$  разрядов: всего  $3^N$  значений:

0 + по  $\lfloor 3^N/2 \rfloor$  положительных  
и отрицательных чисел

уравновешенная  
система

$$\begin{array}{l} -4 \\ -3 \\ -2 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{array} \quad \begin{array}{l} \bar{1} \bar{1} \\ \bar{1} \\ \bar{1} 0 \\ \bar{1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \bar{1} \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} = (-1) \cdot 3^1 + (-1) \\ \cdot 3^0 \\ = (-1) \cdot 3^1 + 0 \cdot 3^0 \\ = (-1) \cdot 3^1 + 1 \cdot 3^0 \\ = 0 \cdot 3^1 + (-1) \cdot 3^0 \\ = 0 \cdot 3^1 + 0 \cdot 3^0 \\ = 0 \cdot 3^1 + 1 \cdot 3^0 \\ = 1 \cdot 3^1 + (-1) \cdot 3^0 \end{array}$$



- и положительные, и отрицательные числа
- для изменения знака нужно поменять знаки у всех цифр
- запись короче, чем в двоичной системе
- нужны элементы с **тремя** состояниями





## Двоично-десятичная система (ДДС)

Десятичные цифры, закодированные в двоичном коде.  
*Binary coded decimal (BCD).*

$$9024,19 = \underset{9}{1001} \underset{0}{0000} \underset{2}{0010} \underset{4}{0100}, \underset{1}{0001} \underset{9}{1001} \text{ ддс}$$

$$101010011,01111 \text{ ддс} = \\ = \underset{0}{000}1 \underset{0}{0101} \underset{0}{0011}, \underset{0}{0111} \underset{0}{1000} \text{ ддс} = 153,78$$

- 
  - легко переводить в десятичную систему
  - просто умножать и делить на 10
  - конечные десятичные дроби записываются **точно** (аналог ручных расчётов)
- 
  - длиннее, чем двоичная запись
  - сложнее арифметические операции

Использование – в калькуляторах.

# Другие нетрадиционные системы счисления

Рассмотрим еще две нетрадиционные системы счисления.

**Первая называется факториальной.**

В этой системе счисления базис образует последовательность факториалов натуральных чисел:  $1!=1$ ,  $2!=1*2=2$ ,  $3!=1*2*3=6$ ,  $4!=1*2*3*4=24$ ,  $5!=1*2*3*4*5=120$ ,  $6!=1*2*3*4*5*6=720$  и т.д.

Другой ее особенностью является то, что количество цифр, используемых в том или ином разряде (так называемая размерность алфавита), неодинаково — оно увеличивается с ростом номера разряда. В первом разряде могут быть только цифры 0 и 1, во втором — 0, 1 и 2, в  $k$ -м — 0, 1, 2, ...,  $k$  и так далее. Следовательно, если запись числа в факториальной системе имеет вид  $d_n d_{n-1} \dots d_2 d_1$ , то этому числу соответствует десятичное значение, равное

$$\sum_{k=1}^n d_k k! = d_1 \cdot 1! + d_2 \cdot 2! + d_3 \cdot 3! + \dots + d_n \cdot n!,$$

где  $d_k$  — цифра числа ( $0 \leq d_k \leq k$ ).

Десятичному же числу 2008 соответствует

$2 \cdot 720 + 4 \cdot 120 + 3 \cdot 24 + 2 \cdot 6 + 2 \cdot 2 + 0 \cdot 1 = 2 \cdot 6! + 4 \cdot 5! + 3 \cdot 4! + 2 \cdot 3! + 2 \cdot 2! + 0 \cdot 1! = 243220_f$  (буква  $f$  в виде индекса говорит о записи числа в факториальной системе).

# Задача №1

- Переведите числа из десятичной системы счисления в факториальную :

Десятичная система	Факториальная система
91	3301 <sub>f</sub>
67	
84	

Рассмотрим решение задачи

**ЗНАЕМ**  $1!=1, 2!=2, 3!=6, 4!=24, 5!=120$

Записать десятичное число в факториальной системе значит представить его в виде последовательности:

$$d_n \cdot n! + \dots + d_3 \cdot 3! + d_2 \cdot 2! + d_1 \cdot 1! ,$$

Т.к.  $4! < 91 < 5!$ , то  $n=4$

Следовательно,  $91 = d_4 \cdot 4! + d_3 \cdot 3! + d_2 \cdot 2! + d_1 \cdot 1! = d_n \cdot 24 + d_3 \cdot 6 + d_2 \cdot 2 + d_1 \cdot 1$ ,

А теперь найдем коэффициенты

Сколько раз число 24 содержится в числе 91?  $d_4 = 91 \text{ div } 24 = 3$  (деление нацело)

Что останется?  $91 \text{ mod } 24 = 19$  (остаток от деления нацело)  $91 - 24 \cdot 3 = 19$

Теперь анализируем число 19?

Сколько раз число 19 содержит 6 (3!)?  $d_3 = 19 \text{ div } 6 = 3$

Что останется?  $19 \text{ mod } 6 = 1$

Понятно, что  $d_2 = 0$  (т.к.  $1 < 2!$ ), а  $d_1 = 1$

Таким образом,  $91 = 3 \cdot 4! + 3 \cdot 3! + 0 \cdot 2! + 1 \cdot 1! = 3301_f$

**Ответ: 3301<sub>f</sub>**

## Задача №2

- Переведите в десятичную систему числа, записанные в факториальной системе

Факториальная система	Десятичная система
$2121_f$	$59_{10}$
$2201_f$	
$3211_\phi$	

Рассмотрим решение задачи

**ЗНАЕМ**  $1!=1, 2!=2, 3!=6, 4!=24, 5!=120$

Перевести число из факториальной системы в десятичную значит подсчитать значение многочлена:

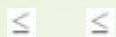
$$d_n \cdot n! + \dots + d_3 \cdot 3! + d_2 \cdot 2! + d_1 \cdot 1!,$$

В числе  $2121_f$  четыре цифры, значит

$$2121_f = 2 \cdot 4! + 1 \cdot 3! + 2 \cdot 2! + 1 \cdot 1! = 2 \cdot 24 + 1 \cdot 6 + 2 \cdot 2 + 1 \cdot 1 = 59_{10}$$

ОТВЕТ:  $59_{10}$

# Другие нетрадиционные системы счисления



**Фибоначчиева система счисления** известна еще более узкому кругу специалистов. Из названия нетрудно догадаться, что она основывается на числах Фибоначчи. В этой системе счисления вес  $k$ -го разряда равен  $k$ -му числу Фибоначчи (каждый член, начиная с третьего, равен сумме двух предыдущих):

$$1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, \dots$$

Используемые цифры (алфавит) — только 0 и 1. Следовательно, если запись числа в фибоначчиевой системе имеет вид  $f_n f_{n-1} \dots f_2 f_1$ , то этому числу соответствует

десятичное значение, равное  $\sum_{k=1}^n f_k$ , где  $F_k$  — числа Фибоначчи,  $f_k \in \{0, 1\}$ , причем в записи числа **две единицы не должны стоять рядом**<sup>1</sup>. Последнее замечание крайне важно: при несоблюдении этого условия запись числа будет неоднозначной.

Например, число  $5_{10}$  может быть записано как

$$110_{\text{Fib}} \quad (5 = 1 \cdot 3 + 1 \cdot 2 + 0 \cdot 1) \text{ и}$$

$$1000_{\text{Fib}} \quad (5 = 1 \cdot 5 + 0 \cdot 3 + 0 \cdot 2 + 0 \cdot 1),$$

но правильным считается второе число, где в записи **нет двух подряд идущих единиц**. В этом случае каждое натуральное число в фибоначчиевой системе счисления записывается единственным образом. Например,  $2008_{10} = 1597 + 377 + 34 = F_{16} + F_{13} + F_8 = 1001000010000000_{\text{Fib}}$ .

Необходимо отметить, что, хотя для записи числа в этой системе счисления используются только цифры 0 и 1, эту запись нельзя считать двоичным



## Задача №3

- Найдите все способы перевода следующих чисел из десятичной системы счисления в фибоначчиеву:

Десятичная система	Фибоначчиева система
14	100001 <sub>fib</sub>
40	

Примените алгоритм решения Задачи №1, используя ряд Фиббоначи 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ...

$14 = \underline{1} * 8 + \underline{0} * 5 + \underline{1} * 3 + \underline{1} * 2 + \underline{1} * 1 = 10111$  - вариант не верный, т.к. подряд стоят 1

$14 = \underline{1} * 13 + \underline{0} * 8 + \underline{0} * 5 + \underline{0} * 3 + \underline{0} * 2 + \underline{1} * 1 = 100001$  – вариант верен

## Задача №4

- Переведите в десятичную систему числа, записанные в фибоначчиевой системе

Фибоначчиева система	Десятичная система
10100 <sub>fib</sub>	
100010 <sub>fib</sub>	