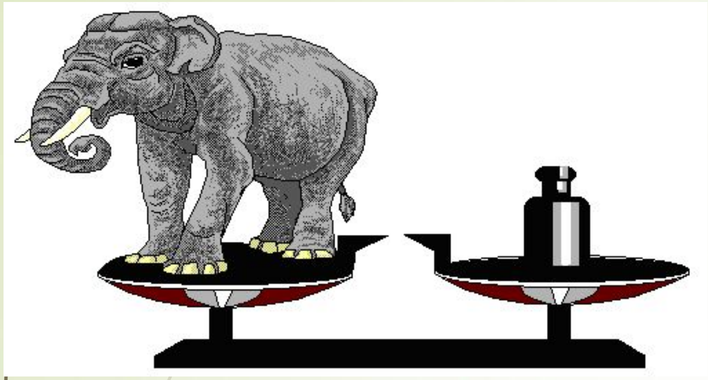
Системы счисления

Тема урока: Другие системы счисления. Троичная уравновешенная система счисления. Двоично-десятичная система счисления.
Практическая работа № 7. Необычные системы счисления

§ 14. Другие системы счисления

Задача Баше о наборе гирь



Как с помощью 4-х гирь взвесить от 0 до 40 кг?

+ 1 гиря на правой чашке
0 гиря снята
– 1 гиря на левой чашке

! Троичная система!

Веса гирь – степени числа 3:
1 кг, 3 кг, 9 кг, 27 кг

Пример:
27 кг + 9 кг + 3 кг + 1 кг = 40 кг

Троичная уравновешенная система

ЭВМ «Сетунь» (1958) , Н.П. Брусенцов

Основание: **3**

Алфавит: $\bar{1}$ («-1»), **0, 1**

Для *N* разрядов: всего $\mathbf{3^N}$ значений:

0 + по **[3^N/2]** положительных и отрицательных чисел

уравновешенная система

–4	$\bar{1}\bar{1}$	$= (-1)\cdot 3^1 + (-1)\cdot 3^0$
–3	$\bar{1}0$	$= (-1)\cdot 3^1 + 0\cdot 3^0$
–2	$\bar{1}1$	$= (-1)\cdot 3^1 + 1\cdot 3^0$
–1	$0\bar{1}$	$= 0\cdot 3^1 + (-1)\cdot 3^0$
0	00	$= 0\cdot 3^1 + 0\cdot 3^0$
1	01	$= 0\cdot 3^1 + 1\cdot 3^0$
2	$1\bar{1}$	$= 1\cdot 3^1 + (-1)\cdot 3^0$
3	10	$= 1\cdot 3^1 + 0\cdot 3^0$

+
- и положительные, и отрицательные числа
- для изменения знака нужно поменять знаки у всех цифр
- запись короче, чем в двоичной системе

–
- нужны элементы с **тремя** состояниями

Двоично-десятичная система (ДДС)

Десятичные цифры, закодированные в двоичном коде.
Binary coded decimal (BCD).

$$9024{,}19 = \mathbf{1001\ 0000\ 0010\ 0100,\ 0001\ 1001}_{\text{ДДС}}$$

9 0 2 4 1 9

$$101010011{,}01111_{\text{ДДС}} =$$

$$= 0001\ 0101\ 0011,\ 0111\ 1000_{\text{ДДС}} = 153{,}78$$

- легко переводить в десятичную систему
- просто умножать и делить на 10
- конечные десятичные дроби записываются **точно** (аналог ручных расчётов)

- длиннее, чем двоичная запись
- сложнее арифметические операции

Использование – в калькуляторах.

Другие нетрадиционный системы счисления

≤ ≤

Рассмотрим еще две нетрадиционные системы счисления.

Первая называется факториальной.

В этой системе счисления базис образует последовательность факториалов натуральных чисел: 1!=1, 2!=1*2=2, 3! =1*2*3=6, 4!=1*2*3*4=24, 5!=1*2*3*4*5=120, 6!=1*2*3*4*5*6=720 и т.д.

Другой ее особенностью является то, что количество цифр, используемых в том или ином разряде (так называемая размерность алфавита), неодинаково — оно увеличивается с ростом номера разряда. В первом разряде могут быть только цифры 0 и 1, во втором — 0, 1 и 2, в k-м — 0, 1, 2, …, k и так далее. Следовательно, если запись числа в факториальной системе имеет вид $d_n\ d_{n-1}\ldots d_2 d_1$, то этому числу соответствует десятичное значение, равное

$$\sum_{k=1}^{n} d_k k! = d_1 \cdot 1! + d_2 \cdot 2! + d_3 \cdot 3! + \ldots + d_n \cdot n!,$$

где d_k — цифра числа (0 d_k k).

Десятичному же числу 2008 соответствует

2 · 720 + 4 · 120 + 3 · 24 + 2 · 6 + 2 · 2 + 0 · 1 = 2 · 6! + 4 · 5! + 3 · 4! + 2 · 3! + + 2 · 2! + 0 · 1! = 243220_f (буква f в виде индекса говорит о записи числа в факториальной системе).

Задача№1

- *Переведите числа из десятичной системы счисления в факториальную :*

Десятичная система	Факториальная система
91	3301_f
67	
84	

Рассмотрим решение задачи

ЗНАЕМ 1!=1, 2!=2, 3! =6, 4!=24, 5!=120

Записать десятичное число в факториальной системе значит представить его в виде последовательности:

$$d_n \cdot n! + \ldots d_3 \cdot 3! + d_2 \cdot 2! + d_1 \cdot 1!\ ,$$

Т.к. 4! < 91 < 5!, то **n=4**

Следовательно, 91= d4 · 4! +d3 · 3! +d2 · 2!+ d1 · 1! =dn · 24 +d3 · 6 +d2 · 2+ d1 · 1 ,

А теперь найдем коэффициенты

Сколько раз число 24 содержится в числе 91? d4 =91 div 24=3 (деление нацело)

Что останется? 91 mod 24=19 (остаток от деления нацело) 91-24*3=19

Теперь анализируем число 19?

Сколько раз число 19 содержит 6 (3!)? d3 = 19 div 6=3

Что останется? *19* mod 6 =1

Понятно, что d2=0 (т.к 1<2!), а d_1=1

Таким образом, 91= 3 · 4! +3 · 3! +0 · 2!+ 1 · 1!=3301_f

Ответ: 3301_f

Задача №2

- Переведите в десятичную систему числа, записанные в факториальной системе

Факториальная система	Десятичная система
2121_f	59_{10}
2201_f	
$3211_ф$	

Рассмотрим решение задачи

ЗНАЕМ 1!=1, 2!=2, 3! =6, 4!=24, 5!=120

Перевести число из факториальной системы в десятичную значит подсчитать значениие многочлена:

$d_n \cdot n! + \ldots d_3 \cdot 3! + d_2 \cdot 2! + d_1 \cdot 1!$,

В числе 2121_f четыре цифры, значит

$$2121_f = 2*4! + 1*3! + 2*2! + 1*1! = 2*24 + 1*6 + 2*2 + 1*1 = 59_{10}$$

ОТВЕТ: 59_{10}

Другие нетрадиционный системы счисления

Фибоначчиева система счисления известна еще более узкому кругу специалистов. Из названия нетрудно догадаться, что она основывается на числах Фибоначчи. В этой системе счисления вес k-го разряда равен k-му числу Фибоначчи (каждый член, начиная с третьего, равен сумме двух предыдущих):

$$1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, \ldots$$

Используемые цифры (алфавит) — только 0 и 1. Следовательно, если запись числа в фибоначчиевой системе имеет вид $f_n f_{n-1} \ldots f_2 f_1$, то этому числу соответствует

десятичное значение, равное **,** где F_k — числа Фибоначчи, f_k $\{0, 1\}$, причем в записи числа **две единицы не должны стоять рядом**[1]. Последнее замечание крайне важно: при несоблюдении этого условия запись числа будет неоднозначной. Например, число 5_{10} может быть записано как

110_{Fib} $(5 = 1 \cdot 3 + 1 \cdot 2 + 0 \cdot 1)$ и

1000_{Fib} $(5 = 1 \cdot 5 + 0 \cdot 3 + 0 \cdot 2 + 0 \cdot 1)$,

но правильным считается второе число, где в записи **нет двух подряд идущих единиц**. В этом случае каждое натуральное число в фибоначчиевой системе счисления записывается единственным образом. Например, $2008_{10} = 1597 + 377 + 34 = F_{16} + F_{13} + F_8 = 1001000010000000_{Fib}$.

Необходимо отметить, что, хотя для записи числа в этой системе счисления используются только цифры 0 и 1, эту запись нельзя считать двоичным представлением числа.

Задача №3

- Найдите все способы перевода следующих чисел из десятичной системы счисления в фибоначчиеву:

Десятичная система	Фибоначчиева система
14	100001_{fib}
40	

Примените алгоритм решения Задачи №1, используя ряд Фиббоначи 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, …

14=1***8**+0***5**+1***3**+1***2**+1***1**=10111- вариант не верный, т.к. подряд стоят 1

14=1***13**+0***8**+0***5**+0***3**+0***2**+1***1**=100001 – вариант верен

Задача №4

- Переведите в десятичную систему числа, записанные в фибоначчиевой системе

Фибоначчиева система	Десятичная система
10100_{fib}	
100010_{fib}	