Длина окружности.

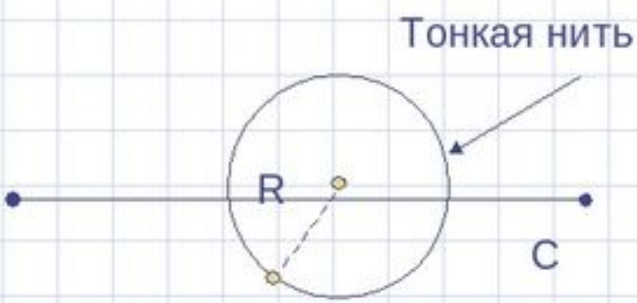
Вариант 1.

1) Многоугольник является правильным, если все его углы равны.
2) Если все вершины многоугольника лежат на окружности, то окружность называется описанной.
3) Окружность, вписанная в правильный многоугольник, касается каждой стороны многоугольника в его середине.
4) Угол с вершиной в центре окружности называется центральным углом.
5) Около любого ромба можно описать окружность.

Вариант 2.

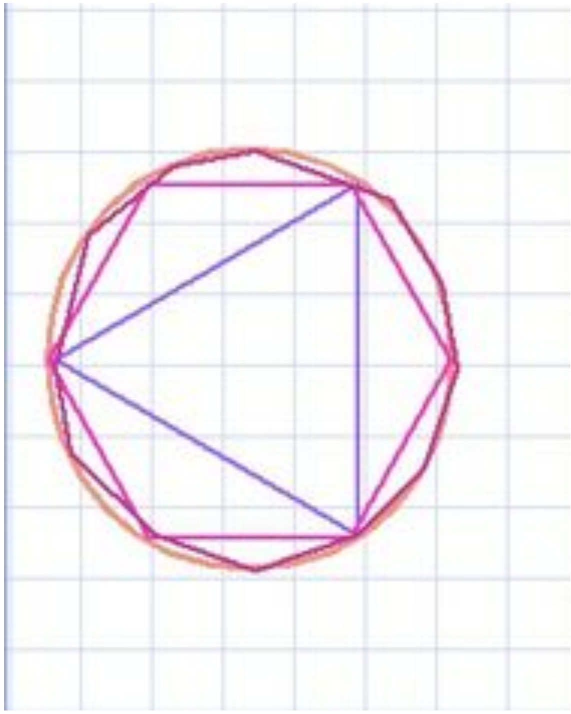
1) Любой четырехугольник с равными сторонами является правильным.
2) Около любого правильного многоугольника можно описать окружность и притом только одну.
3) Окружность, касающаяся всех сторон многоугольника, называется вписанной.
4) В любой прямоугольник можно вписать окружность.
5) Геометрическая фигура, состоящая из всех точек, расположенных на заданном расстоянии от данной точки, называется кругом.

- Представим себе нить в форме окружности. Разрежем её и растянем за концы.



- Длина полученного отрезка и есть длина окружности.

Длина окружности – **это предел, к которому стремится периметр правильного вписанного в окружность многоугольника при неограниченном увеличении числа его сторон.**



◆ **Отношение длины окружности к её диаметру есть одно и тоже число для всех окружностей.**

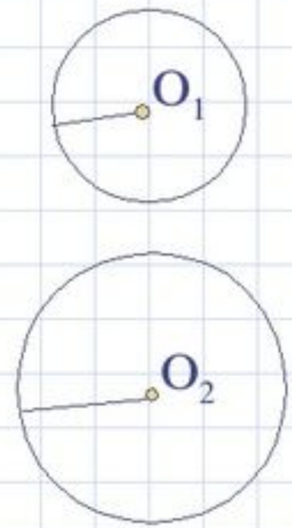
Дано:

Окр(O_1;R_1),Окр(O_2;R_2),

C_1 – длина Окр(O_1; R_1),

C_2 – длина Окр(O_2; R_2).

Доказать: $\boxed{\dfrac{C_1}{2R_1} = \dfrac{C_2}{2R_2}.}$



Доказательство:

1) Впишем в каждую окружность правильный n-угольник.

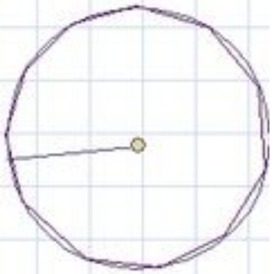
2) Пусть P_1, P_2 – их периметры;

а a_{n1}, a_{n2} – их стороны.

Тогда $P_1 = n \cdot a_{n1} = n \cdot 2R_1 \sin \frac{180^\circ}{n}$.

$P_2 = n \cdot a_{n2} = n \cdot 2R_2 \sin \frac{180^\circ}{n}$.

$\Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{2R_1}{2R_2}$



3) Если число сторон неограниченно увеличивать, то $n \to \infty$, $P_1 \to C_1$, $P_2 \to C_2$ тогда $\frac{P_1}{P_2} = \frac{C_1}{C_2}$.

$\Rightarrow \frac{C_1}{C_2} = \frac{2R_1}{2R_2}$.

4) По свойству пропорции $\frac{C_1}{2R_1} = \frac{C_2}{2R_2}$. Ч.т.д.

◆ Из свойства длины окружности следует, что $\frac{C}{2R}$ есть число постоянное и теоретически доказано, что это число иррациональное.

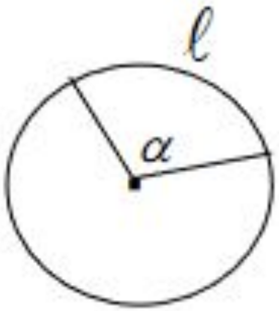
Обозначают его греческой буквой «пи».

$$\pi \approx 3{,}14159$$

Это я знаю и помню прекрасно.

$$\boxed{\frac{C}{2R} = \pi} \Rightarrow \boxed{C = 2\pi R}$$

- формула длины окружности.

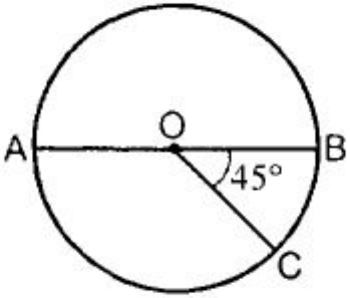


ℓ - длина дуги окружности

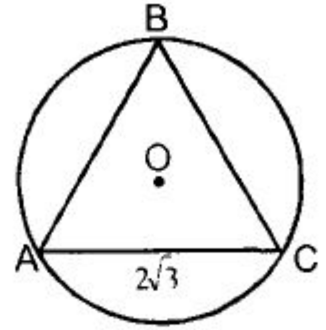
$$\ell = \frac{C}{360} \cdot \alpha = \frac{2\pi R}{360} \cdot \alpha = \frac{\pi R}{180} \cdot \alpha$$

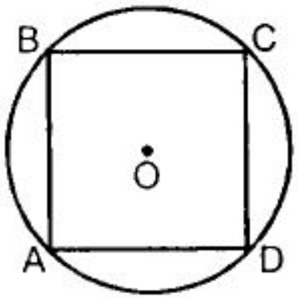
$$\boxed{\ell = \frac{\pi R}{180} \cdot \alpha}$$

$AB = 10$. *Найти*: длины дуг CB и AC.

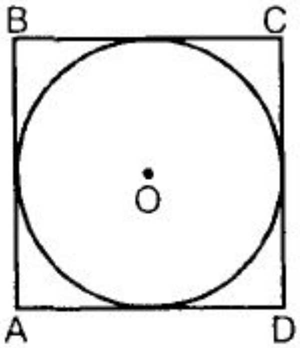


ΔABC – правильный.
Найти: длину дуги BC.

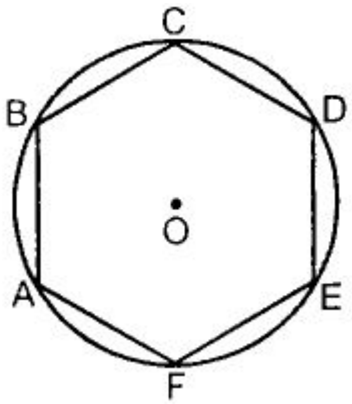




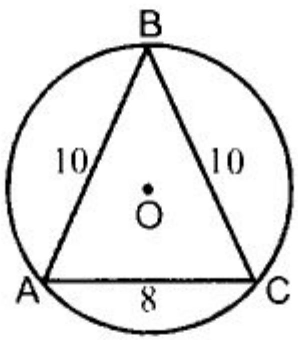
$ABCD$ – правильный четырехугольник, длина дуги AD равна 4π. *Найти*: S_{ABCD}.



$ABCD$ – правильный четырехугольник, $P_{ABCD} = 16$.
Найти: длину окружности.



ABCDEF – правильный шестиугольник, $S_{ABCDEF} = 36\sqrt{3}$. *Найти*: длину дуги *AFE*.



Найти: длину окружности.