СӘТБАЕВ УНИВЕРСИТЕТІ

SATBAYEV UNIVERSITY

Лекция 3. Формы представления чисел в цифровых устройствах

Преподаватель: **Джунусов Нуридин Ауелович, лектор. Кафедры «Электроники, телекоммуникаций и космических технологий»**

n.aueluly@gmail.com

Содержание

1. Формы представления чисел в цифровых устройствах
2. Числа с фиксированной точкой
3. Числа с плавающей точкой
4. Машинные коды чисел

Введение

Большое внимание уделено выполнении арифметических операций с двоичными числами, с фиксированной и с плавающей точкой, а также и с двоично-десятичными числами.

Вид кода	*Правило кодирования*	*Вид закодированного числа*
Прямой	Изображение кода совпадает с изображением числа. В знаковой части ставится 1(если число отрицательно).	$A_{пр.} = 1.0001010$
Обратный	Значение разрядов после точки меняется на обратное. Код знака остается без изменения.	$A_{обр.} = 1.1110101$
Дополнительный	Образуется как обратный с дополнительным прибавлением 1к младшему разряду.	$A_{доп.} = 1.1110101$ $+\quad 1$ 1.1110110

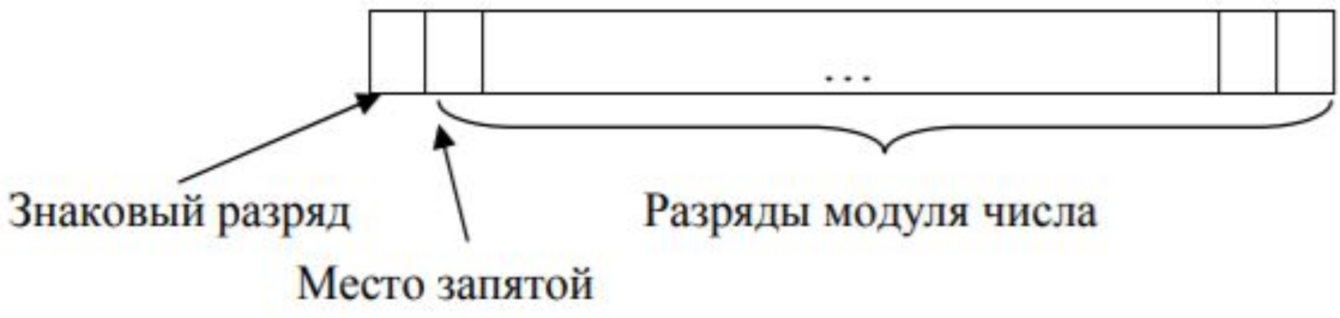
разрядная сетка

Дополнительный код – это число, дополняющее отрицательное число до переполнения ячейки памяти, где оно хранится (т.е. разрядной сетки). Чтобы получить дополнительный код отрицательного числа надо инвертировать все цифровые разряды (знаковый разряд не изменять), т.е. получить обратный код, и прибавить к полученному **обратному коду** единицу.

Обратным кодом называется инверсия прямого кода (не затрагивающая знаковый разряд).

Если число представлено в десятичном виде, то ***алгоритм получения дополнительного двоичного кода можно представить следующим образом***:

Числа с фиксированной точкой



При этой форме обычно запятая, отделяющая целую часть числа от ее дробной части, фиксируется перед старшим разрядом модуля числа (рис. 2.2). Таким образом, значение модуля числа всегда оказывается меньше единицы. Это условие путем выбора определенных *масштабных коэффициентов* должно выполняться для исходных данных задачи и всех промежуточных результатов вычислений.

Числа с плавающей точкой

Число состоит из *мантиссы,* старший разряд которой определяет знак числа, и *порядка* со знаком. Значение модуля мантиссы представляется двоичным дробным числом, т. е. запятая фиксируется перед старшим разрядом модуля мантиссы, порядок представляется целым числом. Порядок указывает действительное положение запятой в числе. Код в приведенном формате представляет значение числа в полулогарифмической форме:

$$N = M \cdot 2^{п},$$

Десятичные числа

7…4	3…0		7…4	3…0	7…4	3…0
Цифра	Цифра	…	Цифра	Цифра	Цифра	Цифра
байт			байт		байт	

а)

7…4	3…0		7…4	3…0	7…4	3…0
Зона	Цифра	…	Зона	Цифра	Знак	Цифра
байт			байт		байт	

б)

Введение

Например, число $–6378_{10}$ представляется в упакованном формате в следующем виде:

0000 0110 0011 0111 1000 1101.

байт *байт* *байт*

В распакованном формате каждый байт содержит лишь одну десятичную цифру в младшей тетраде; старшая тетрада, называемая *зоной*, заполняется стандартной комбинацией 1111 (рис. 2.4, *б*). Число $–6378_{10}$ представляется в этом формате в следующем виде:

1111 0110 1111 0011 1111 0111 1101 10000.

байт *байт* *байт* *байт*

Машинные коды чисел

Прямой код. Целое число x в прямом коде $[x]_{пр}$ представляется в виде

$$[x]_{пр} = 0\varepsilon_1\varepsilon_2...\varepsilon_n, \text{ если } x \geq 0,$$

$$[x]_{пр} = 1\varepsilon_1\varepsilon_2...\varepsilon_n, \text{ если } x \langle 0,$$

где ε – двоичная цифра 0 или 1.

Пример 3.1.

Пусть x = +10110, тогда $[x]_{пр}$= 010110; для x = –11011, $[x]_{пр}$= 111011.

Обратный код. Если двоичное число $x = \varepsilon_1\varepsilon_2\ldots\varepsilon_n$ является положительным (x>0), то обратный код этого числа совпадает с прямым.

Если x<0, то обратный код получают следующим образом. В знаковом разряде записывается единица, а все остальные разряды заменяются дополнениями до единицы. Следовательно,

$$[x]_{обр} = 1\varepsilon_1^*\varepsilon_2^*...\varepsilon_n^*,$$

где $\varepsilon_1^* = 1$, если ε_i=0, и $\varepsilon_i^* = 0$, если ε_1=1.

Таким образом, для отрицательных чисел обратный код получается заменой нулей единицами и обратно и дополнением единицы в знаковом разряде.

Пример 3.2.

Пусть x = –101, тогда $[x]_{обр}$=1010.

Машинные коды чисел

Дополнительный код. Дополнительный код числа $[x]_{доп}$ совпадает с самим числом, если $x \geq 0$. Если $x<0$, то дополнительный код получают по следующему правилу: находится обратный код числа и к последнему младшему разряду прибавляется единица.

Пример 3.3.

Пусть $x = -11010$, тогда $[x]_{доп} = 100101 + 00001 = 100110$.

Сложение и вычитание чисел в ЭВМ с использованием кодов

Рассмотрим примеры сложения и вычитания двоичных чисел x и y и их десятичных эквивалентов в различных кодах и с помощью этих примеров установим соответствующие правила. Предположим, что технические возможности ЭВМ не позволяют оперировать числами, большими 63 (т. е. $n = 6$). Если окажется, что $x+y > 63$, то такое событие называют *переполнением* разрядной сетки.

Пример 3.4.

Даны $x = 22$, $y = 34$, $x+y = 56$.

$$
\begin{array}{rl}
[x]_{\text{доп}} = & 0\,0\,1\,0\,1\,1\,0 = [x]_{\text{обр}} \\
 & \quad\quad\quad + \\
[y]_{\text{доп}} = & \underline{0\,1\,0\,0\,0\,1\,0} = [y]_{\text{обр}} \\
 & \underline{0}\ \underline{1\,1\,1\,0\,0\,0}
\end{array}
$$

$$\text{знак} \qquad 1\cdot2^5+1\cdot2^4+1\cdot2^3+0\cdot2^2+0\cdot2^1+0\cdot2^0=56$$

Так как числа положительные, то обратный и дополнительный коды одинаковы, знаковый разряд равен нулю.

Отрицательное число y заменяем обратным или дополнительным кодом.

Введение

Дано $x = 54, y = -23, x+y = 31$.

$[x]_{обр} = 0\,1\,1\,0\,1\,1\,0$

$+$

$[y]_{обр} = \underline{1\,1\,0\,1\,0\,0\,0}$

$1\,0\,0\,1\,1\,1\,1\,0$

$+$ 1

$0\,0\,1\,1\,1\,1\,1$

$[x]_{доп} = 0\,1\,1\,0\,1\,1\,0$

$+$

$[y]_{доп} = \underline{1\,1\,0\,1\,0\,0\,1}$

$1\,0\,0\,1\,1\,1\,1\,1$

В обратном коде единица переполнения разрядной сетки прибавляется к младшему разряду, в дополнительном – отбрасывается.

Введение

Дано $x = 23$, $y = -54$, $x+y = -31$. Суммирование двух чисел, одно из которых отрицательно и больше по модулю чем положительное.

Введение

Сложение чисел, представленных в форме с плавающейточкой

	Знак	Порядок	Знак мантиссы	Мантисса
1-е слагаемое	0	011	0	11110010
2-е слагаемое	0	001	1	11010011

Шаг 1. Выравнивание порядка второго слагаемого (денормализация) с помощью сдвига его мантиссы вправо на два разряда, подсуммирование двух единиц к разрядам порядка. Тогда второе слагаемое запишется в виде:

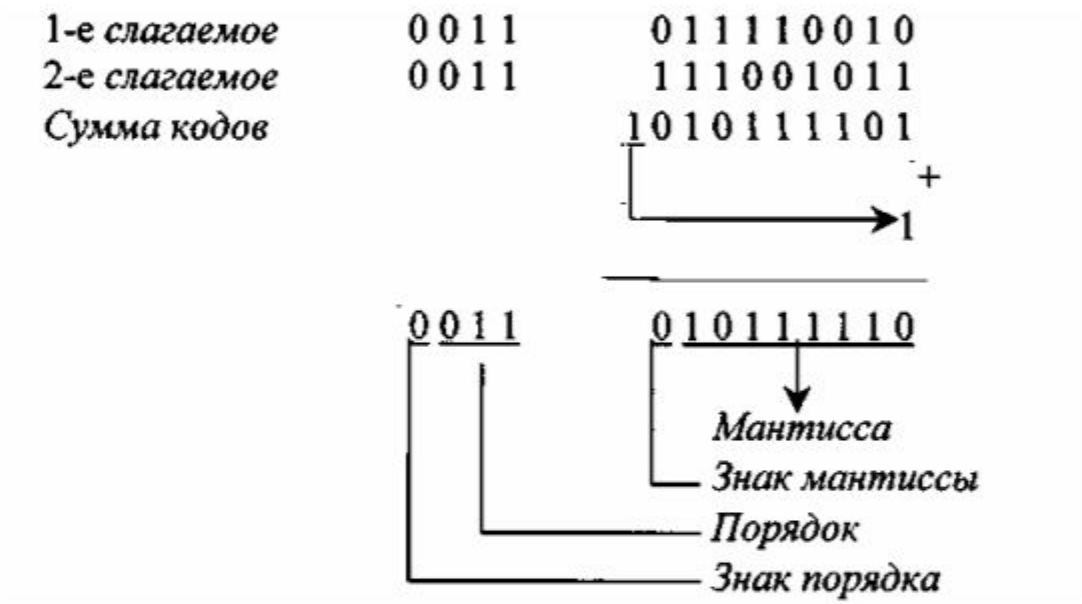
0 011 1 00110100.

Отметим, что в результате денормализации младшие разряды оказались потерянными.

Шаг 2. Перевод мантисс в один из кодов (например, обратный) и их сложение.

Введение

Сложение чисел, представленных в форме с плавающейточкой



Полученное в результате сложений число является положительным и нормализованным (в первом значащем разряде мантиссы стоит единица). В таком виде оно может быть использовано для дальнейших вычислений.