

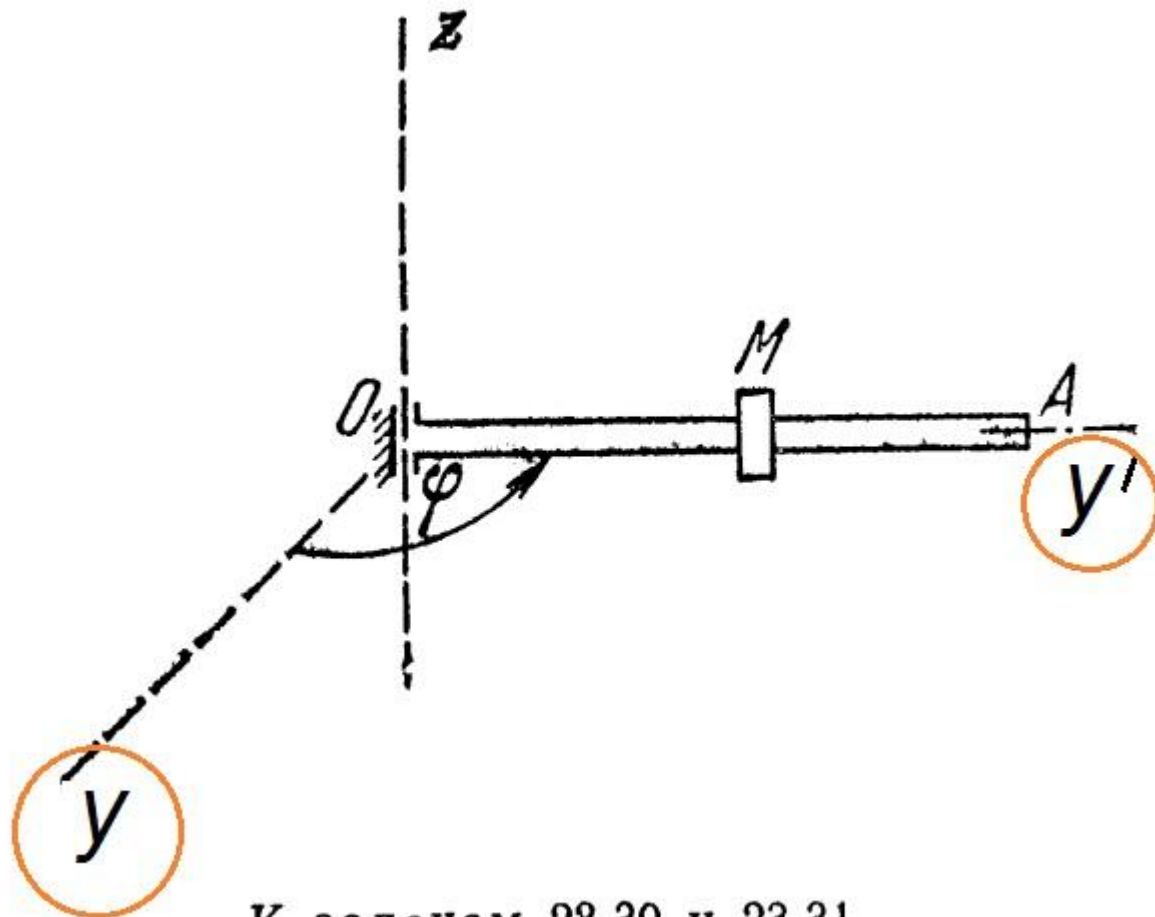
Теоретическая механика

Задачи

Сложение ускорений

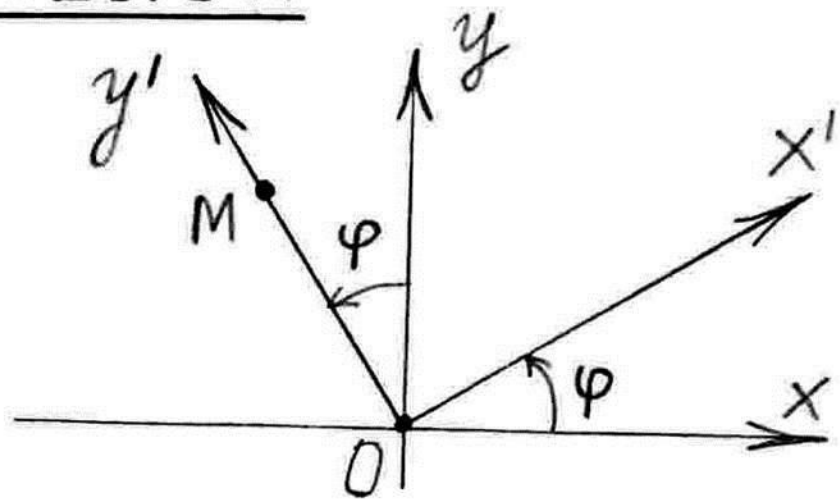
Дом. задание :

23.30, 23.31, 23.36



К задачам 23.30 и 23.31

N 23.30.



Дано:

$$\varepsilon = \ddot{\varphi}(t) \equiv -10 \text{ рад}/\text{с}^2;$$

$$y'(t_1) = |OM| = 0,6 \text{ м};$$

$$\dot{y}'(t_1) = |\dot{y}'_{\text{отн}}(t_1)| = 1,2 \text{ м}/\text{с};$$

$$\ddot{y}'(t_1) = |\dot{W}_{\text{отн}}(t_1)| = 0,9 \text{ м}/\text{с}^2;$$

$$\omega(t_1) = \dot{\varphi}(t_1) = 5 \text{ рад}/\text{с}.$$

Найти: $W_{\text{абс}}(t_1)$

$Oz = Oz'$; в нач. момент системы совпадают.

1) $r' = r'_{\text{отн}} = \begin{pmatrix} 0 \\ y'(t) \\ 0 \end{pmatrix}$ — закон движения т. М
в подвижной системе
 $Ox'y'z$.

$Oz = Oz'$; в каг. момент системы совпадают.

1) $z' = z'_{om} = \begin{pmatrix} 0 \\ y'(t) \\ 0 \end{pmatrix}$ — закон движения Т. М
в подвижной системе
 $Ox'y'z$.

2) $B(t) = \begin{pmatrix} \cos \varphi(t) & -\sin \varphi(t) & 0 \\ \sin \varphi(t) & \cos \varphi(t) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ — матрица
перехода
от $Ox'y'z'$ к $Oxyz$.

3) $z(t) = z_{om}(t) = B(t)z'(t) = y'(t) \begin{pmatrix} -\sin \varphi \\ \cos \varphi \\ 0 \end{pmatrix} = e_\varphi$;

$z(t) = y'(t) \cdot e_\varphi(t)$ — закон движения
Т. М в $Oxyz$

$$4) \dot{z}(t) = \dot{y}'(t) \cdot e_{\varphi} + y'(t) \cdot \dot{\varphi}(t) (-e_{\vartheta});$$

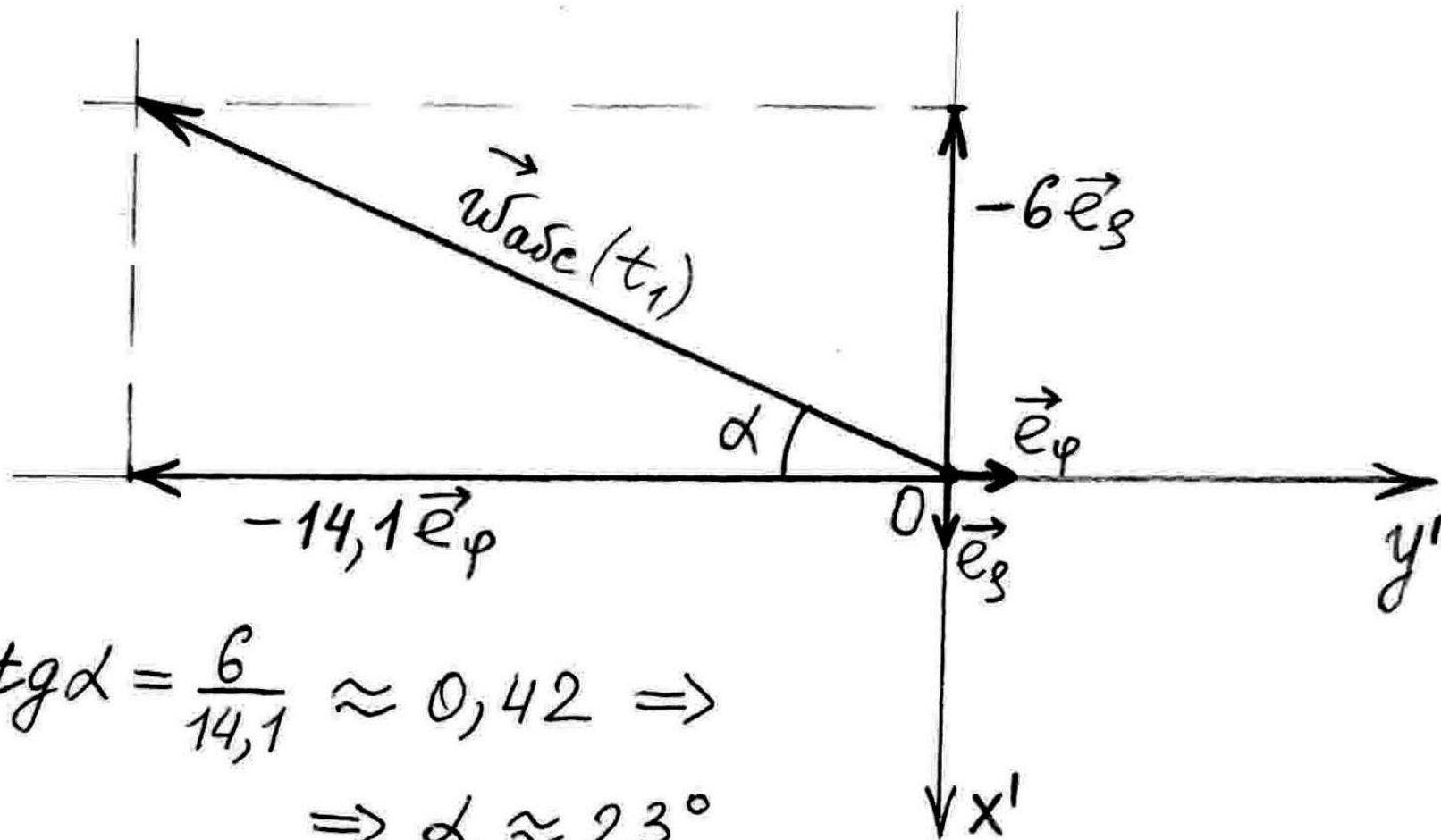
$$\begin{aligned} \underline{\ddot{z}} &= \ddot{y}' \cdot e_{\varphi} + \dot{y}' \cdot \dot{\varphi} (-e_{\vartheta}) + \dot{y}' \dot{\varphi} (-e_{\vartheta}) + \\ &+ y' \cdot \ddot{\varphi} (-e_{\vartheta}) + y' \cdot \dot{\varphi}^2 (-e_{\varphi}) = \\ &= (\ddot{y}' - y' \cdot \dot{\varphi}^2) e_{\varphi} - (2\dot{y}' \dot{\varphi} + y' \ddot{\varphi}) e_{\vartheta} \end{aligned}$$

$$\text{(т.к. } \dot{e}_{\vartheta} = \dot{\varphi} e_{\varphi}, \dot{e}_{\varphi} = -\dot{\varphi} e_{\vartheta}\text{)}.$$

$$\begin{aligned} 5) \underline{w_{acc}(t_1)} &= (\ddot{y}'(t_1) - y'(t_1) \cdot \dot{\varphi}^2(t_1)) e_{\varphi} - \\ &- (2\dot{y}'(t_1) \dot{\varphi}(t_1) + y'(t_1) \ddot{\varphi}(t_1)) e_{\vartheta} = \\ &= (0,9 - 0,6 \cdot 5^2) e_{\varphi} - (2 \cdot 1,2 \cdot 5 - 0,6 \cdot 10) e_{\vartheta} = \\ &= \underline{-14,1 \cdot e_{\varphi} - 6 \cdot e_{\vartheta}}. \end{aligned}$$

$$= -14,1 \cdot \vec{e}_\varphi - 6 \cdot \vec{e}_g.$$

$$|\vec{w}_{asc}(t_1)| \approx 15,32 \text{ (u/e}^2\text{)}$$



$$\text{tg } \alpha = \frac{6}{14,1} \approx 0,42 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{\alpha \approx 23^\circ}$$

N23.31. Равномерно — как в N23.30.

Дано: $y'(t) = |\dot{\theta}| = 0,5t^2 \text{ см}; \varphi(t) = t^2 + t.$

Найти: $v_{\text{раг}}, v_{\text{тр}}, w_{\text{раг}}, w_{\text{тр}}$ при $t = 2 \text{ с}.$

1) $Ox'y'z'$: $z'(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ y'(t) \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0,5t^2 \\ 0 \end{pmatrix}$

2) $Oxyz$: $z(t) = B(t)z'(t) = 0,5t^2 \cdot e_\varphi$

3) $\dot{z}(t) = t \cdot e_\varphi - t^2(t + 0,5)e_\rho;$

$\ddot{z}(t) = (\ddot{y} - y' \cdot \dot{\varphi}^2)e_\varphi - (2y'\dot{\varphi} + y'\ddot{\varphi})e_\rho =$

(как в N23.30)

$$3) \dot{r}(t) = t \cdot e_{\varphi} - t^2(t+0,5)e_{\vartheta};$$

$$\ddot{r}(t) = (\ddot{y} - y' \cdot \dot{\varphi}^2) e_{\varphi} - (2y' \dot{\varphi} + y' \ddot{\varphi}) e_{\vartheta} =$$

(кан в N 23.30)

$$= (1 - 0,5t^2(2t+1)^2) e_{\varphi} - (5t^2 + 2t) e_{\vartheta}.$$

$$4) v_{acc}(2) = \dot{r}(2) = 2 \cdot e_{\varphi} - 10 \cdot e_{\vartheta};$$

$$w_{acc}(2) = \ddot{r}(2) = -49 \cdot e_{\varphi} - 24 \cdot e_{\vartheta}.$$

Радиальная скорость — проекция скорости т. М на направление \vec{OM} (т.е. на \vec{e}_φ):

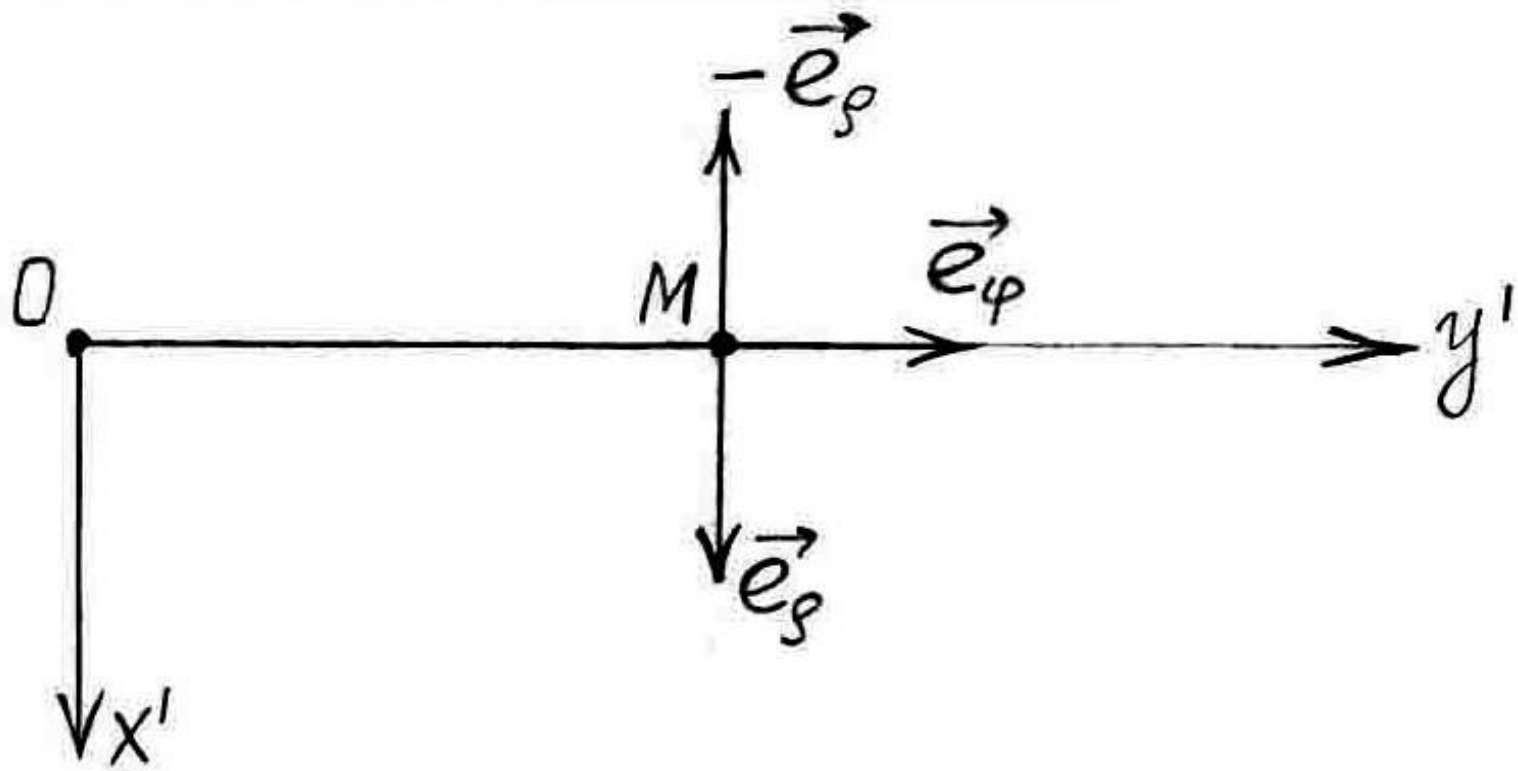
$$v_{\text{рад}} = v_\varphi = \langle \vec{v}, \vec{e}_\varphi \rangle = 0,02 \text{ (м/с)}$$

Тангенциальная скорость — проекция скорости на направление, ортогональное \vec{OM} (полученное из \vec{OM} поворотом на 90° против час. стрелки), т.е. на $-\vec{e}_\varphi$:

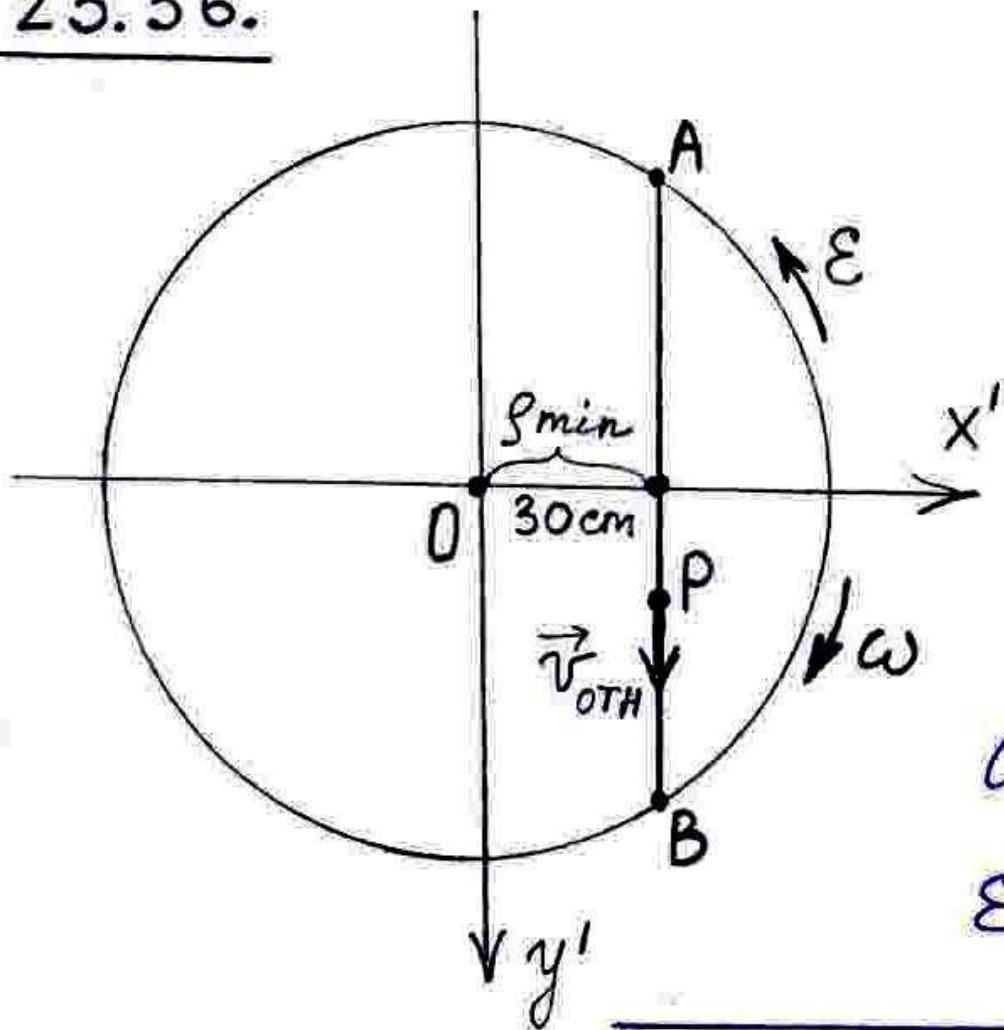
$$v_{\text{тр}} = -v_\varphi = -\langle \vec{v}, \vec{e}_\varphi \rangle = 0,1 \text{ (м/с)}$$

Рад-е ускорение: $w_{\text{рад}} = w_\varphi = -0,49 \text{ (м/с}^2\text{)}$

Танг-е ускорение: $w_{\text{тр}} = -w_\varphi = 0,24 \text{ (м/с}^2\text{)}$



N 23.36.



Дано:

$$|v_{OTH}| = 1,2 \text{ м/с};$$

$$g = 10 \text{ П/с};$$

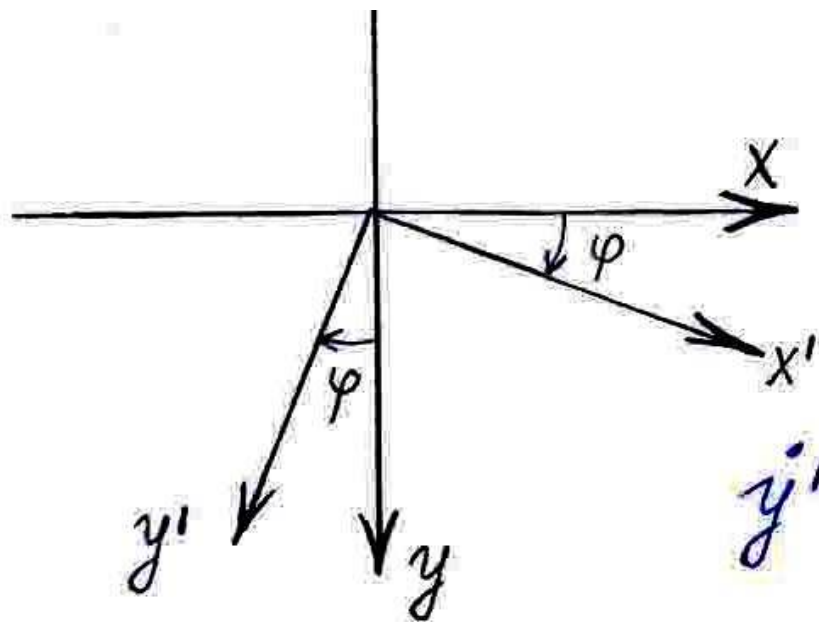
$$g(t_1) = g_{min};$$

$$g_{min} = 30 \text{ см};$$

$$\omega(t_1) = \dot{\varphi}(t_1) = 3 \text{ П/с};$$

$$\epsilon(t_1) = \ddot{\varphi}(t_1) = -8 \text{ П/с}^2.$$

Найти: $w_{acc}(t_1)$



Oz направ. "от зрителя".

$$1) z'(t) = \begin{pmatrix} 0,3 \\ 1,2t + c \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\dot{y}' = |v_{отн}| = 1,2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{y'(t) = 1,2t + c.}$$

$$2) z = Bz' = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,3 \\ 1,2t + c \\ 0 \end{pmatrix} =$$

$$= 0,3 \cdot \begin{pmatrix} \cos \varphi \\ \sin \varphi \\ 0 \end{pmatrix} = e_s + (1,2t + c) \begin{pmatrix} -\sin \varphi \\ \cos \varphi \\ 0 \end{pmatrix} = e_\varphi.$$

$$3) \dot{z}(t) = 0,3 \dot{\varphi} e_{\varphi} + 1,2 e_{\varphi} + (1,2t + c) \dot{\varphi} (-e_{\varphi})$$

$$\begin{aligned} \ddot{z}(t) &= 0,3 \ddot{\varphi} e_{\varphi} + 0,3 \dot{\varphi}^2 (-e_{\varphi}) + 1,2 \dot{\varphi} (-e_{\varphi}) + \\ &+ 1,2 \dot{\varphi} (-e_{\varphi}) + (1,2t + c) \ddot{\varphi} (-e_{\varphi}) + \\ &+ (1,2t + c) \dot{\varphi}^2 (-e_{\varphi}); \end{aligned}$$

$$\dot{\varphi}(t_1) = 3 P/c; \quad \ddot{\varphi}(t_1) = -8 P/c;$$

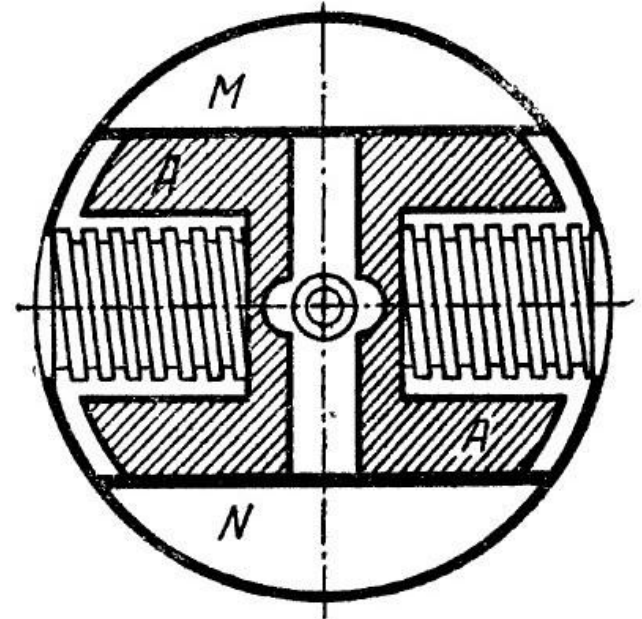
$$y'(t_1) = 1,2t_1 + c = 0.$$

$$w_{acc}(t_1) = \ddot{z}(t_1) = -2,4 e_{\varphi} - 9,9 e_{\varphi}.$$

$$|w_{acc}| \approx 10,1867.$$

Дом. задание : 23.37, 23.11

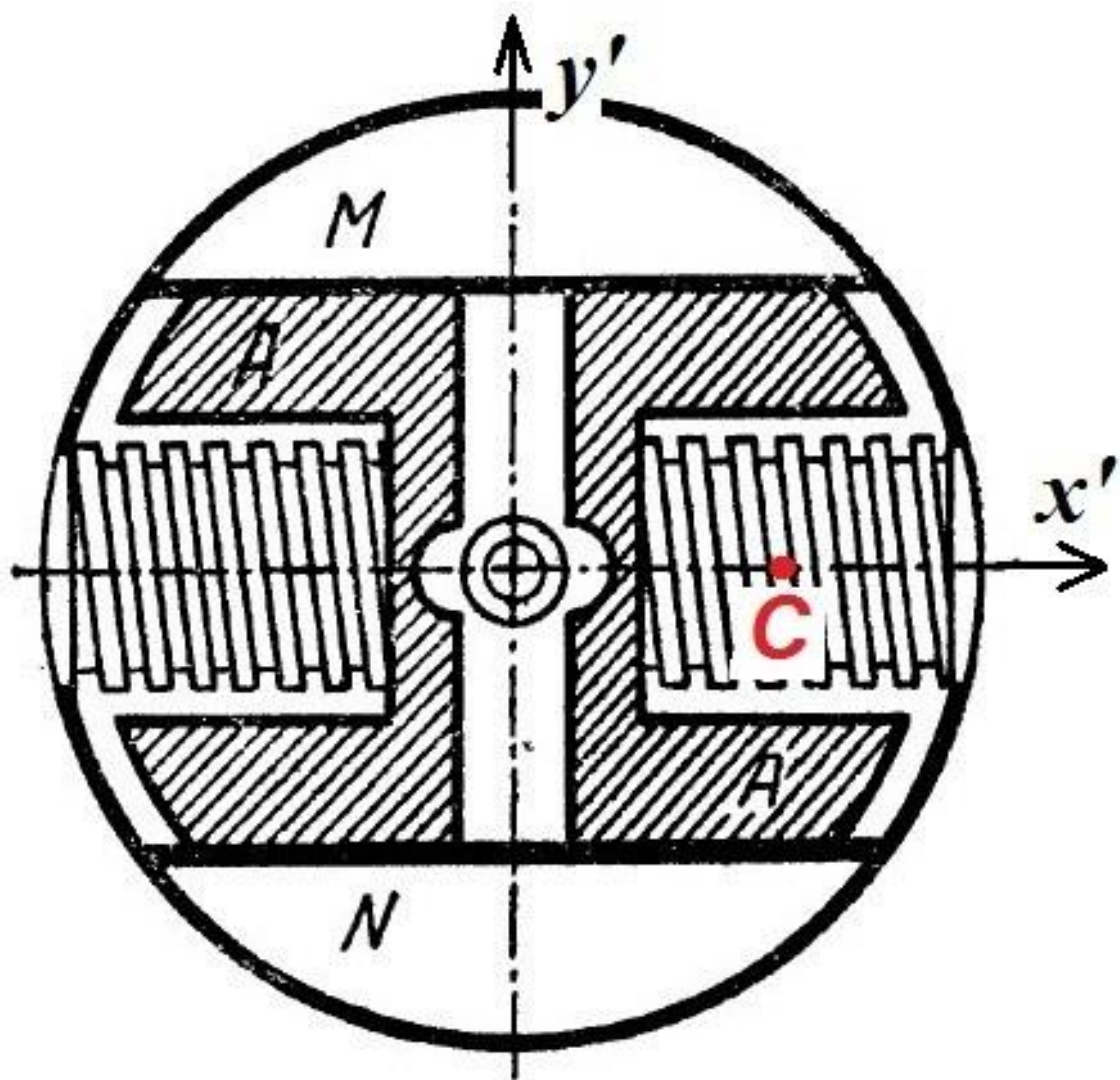
23.11(23.11). В регуляторе, вращающемся вокруг вертикальной оси с постоянной угловой скоростью $\omega = 6\pi$ рад/с, тяжелые гири A , прикрепленные к концам пружины, совершают гармонические колебания вдоль паза MN таким образом, что расстояние их центров тяжести от оси вращения изменяется по закону $x = (0,1 + 0,05 \sin 8\pi t)$ м. Определить ускорение центра тяжести гири в момент, когда кориолисово ускорение достигает максимального значения, и указать значение кориолисова ускорения при крайних положениях гири.



К задаче 23.11

Ответ: $\omega_a = 6\pi^2$ м/с², $\omega_c = 0$.

23.12(23.12). Струя воды течет по го-



$$x' = 0,1 + 0,05 \sin 8\pi t$$