



# Логика и компьютер. Логические операции. Диаграммы Эйлера - Венна

План урока

1. Что такое высказывания?
2. Логические операции.
3. Составление диаграмм Эйлера-Венна
4. Решение задач.
5. Тест по теме

# Основоположники логики

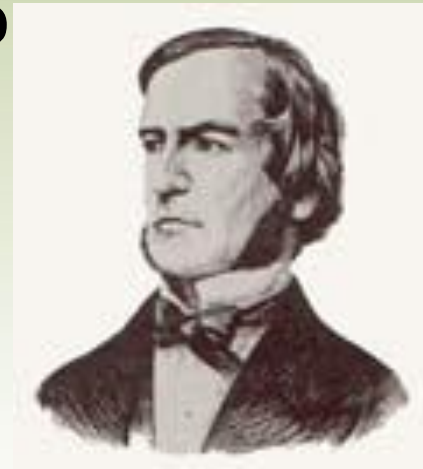


- **Аристотель**, в работах которого сформулированы понятия «суждение, умозаключение», начата разработка законов логики. Аристотелева логика считается классической, формальной логикой.
- Большой вклад в развитие логики внес **Лейбниц**. В его время словесная форма записи стала неудобна для записи сложных выражений. Лейбниц придал логике символный вид.
- Алгебра логики, основы которой заложил в начале 19 века **Дж. Буль**, используется для решения задач, написания сложных программ.

# Алгебра логики



- Алгебра логики — это математический аппарат, с помощью которого записывают, вычисляют, упрощают и преобразовывают логические высказывания.



Создателем алгебры логики является живший в XIX веке английский математик Джордж Буль, в честь которого эта алгебра названа булевой алгеброй высказываний.



**Логика** (древнегреч. - слово, мысль, понятие, рассуждение) - наука о законах и формах мышления (понятие, высказывание, умозаключение).

**Алгебра логики** изучает общие операции над высказываниями.

# ЧТО ИЗУЧАЕТ ШКОЛЬНАЯ АЛГЕБРА



ПРЕДМЕТ	ОБЪЕКТЫ ИЗУЧЕНИЯ	ДЕЙСТВИЯ НАД ОБЪЕКТАМИ	ЗАКОНЫ, РЕГЛАМЕНТ ИРУЮЩИЕ ДЕЙСТВИЯ
АЛГЕБРА			



**Высказывание (суждение)** - это повествовательное предложение, в котором что-либо утверждается или отрицается. По поводу любого высказывания можно сказать истинно оно или ложно.

# ВЫРАЖЕНИЯ, НЕ ЯВЛЯЮЩИЕСЯ ВЫСКАЗЫВАНИЯМИ



**выражение**

**Почему оно не является  
высказыванием**

ПО компьютера – это  
комплекс используемых в  
компьютере программ

$$5x+8=4$$

Она красива

Существуют внеземные  
цивилизации

На улице идет дождь



В алгебре логики высказывания обозначаются **именами логических переменных** (A, B, C), которые могут принимать значения **истина (1) или ложь (0)**.

Истина, ложь – **логические константы**.



# Что изучает алгебра логики



ПРЕДМЕТ

ОБЪЕКТЫ  
ИЗУЧЕНИЯ

ДЕЙСТВИЯ НАД  
ОБЪЕКТАМИ

ЗАКОНЫ,  
РЕГЛАМЕНТИ  
РУЮЩИЕ  
ДЕЙСТВИЯ

АЛГЕБРА  
ЛОГИКИ



# Примеры высказываний:



Город Вашингтон – столица США.  
(истинное)

Число 2 является делителем числа 7.  
(ложное)

# Какие из предложений являются высказываниями? Если являются, то истинными или ложными?



Число 6 – четное.	Да1
Посмотрите на доску.	Нет
Внимание!	Нет
$x > 0$ .	Нет
Некоторые люди являются художниками.	Да1
Память компьютера – совокупность устройств для хранения информации.	Нет
Наполеон был английским императором.	Да0
Все ребята умеют плавать.	Да0
Каждый человек – художник.	Да0
$H + H + O = H_2O$	Да1



**Логическое выражение –**  
простое или сложное  
высказывание. Сложное  
высказывание строится из простых  
с помощью логических операции.



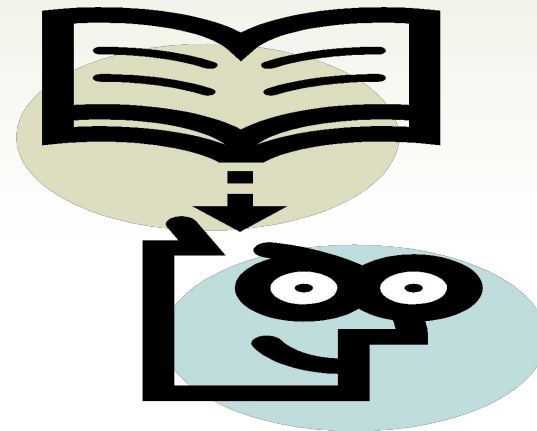
# ЛОГИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ.

# Булева алгебра.



Булева алгебра состоит из компонентов:

- ➔ Логические объекты ( выражения)
- ➔ Операции над логическими объектами
- ➔ Аксиомы и теоремы, регламентирующие эти операции



**Высказывание может принимать одно из двух  
возможных логических значений:  
ИСТИНА или ЛОЖЬ**



**ИСТИНА  
ЛОЖЬ**

*ЛОГИЧЕСКИЕ ПОСТОЯННЫЕ  
Или  
ЛОГИЧЕСКИЕ КОНСТАНТЫ*

# ЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ:



<b>A</b>	<b><math>\bar{A}</math></b>
<b>И</b>	<b>Л</b>
<b>Л</b>	<b>И</b>

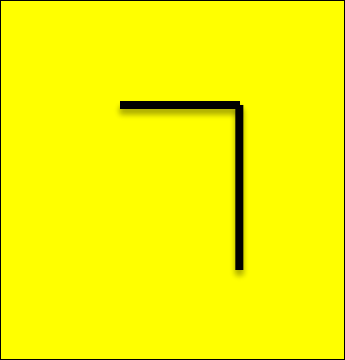
Отрицание, или  
инверсия

«НЕ», «НЕВЕРНО, ЧТО»

NOT

**Отрицанием, или инверсией**  
**высказывания A называется новое**  
**высказывание  $\bar{A}$ , которое истинно тогда,**  
**когда A – ложно, и ложно тогда, когда A –**  
**истинно.**





# Отрицанием *или* инверсией



<b>A</b>	<b><math>\bar{A}</math></b>
<b>И</b>	<b>Л</b>
<b>Л</b>	<b>И</b>

<b>A</b>	<b><math>\neg A</math></b>
<b>0</b>	<b>1</b>
<b>1</b>	<b>0</b>

# ЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ:



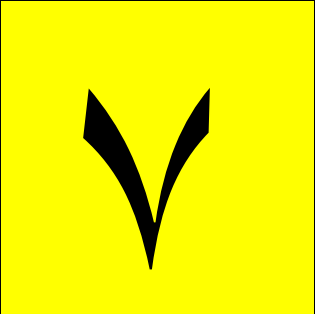
A	B	$A \vee B$
И	И	И
И	Л	И
Л	И	И
Л	Л	Л

Дизъюнкция –  
логическое  
сложение

«ИЛИ»

OR

**Дизъюнкцией** двух высказываний A и B называется новое высказывание  **$A \vee B$** , которое ложно тогда и только тогда, когда оба исходных (простых) высказывания ложны.



# Логическое сложение

## или Дизъюнкция



<b>А</b>	<b>В</b>	<b>АилиВ</b>
<b>И</b>	<b>И</b>	<b>И</b>
<b>И</b>	<b>Л</b>	<b>И</b>
<b>Л</b>	<b>И</b>	<b>И</b>
<b>Л</b>	<b>Л</b>	<b>Л</b>

<b>А</b>	<b>В</b>	<b>А∨В</b>
<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
<b>1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>

# ЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ:



А	В	А&В
И	И	И
И	Л	Л
Л	И	Л
Л	Л	Л

Конъюнкция –  
логическое  
умножение

«И»

AND

**Конъюнкцией** двух высказываний А и В называется новое высказывание А&В, которое истинно тогда и только тогда, когда истинны оба исходных (простых) высказывания.



# Логическое умножение

## КОНЪЮНКЦИЯ



<b>А</b>	<b>В</b>	<b>А&amp;В</b>
<b>И</b>	<b>И</b>	<b>И</b>
<b>И</b>	<b>Л</b>	<b>Л</b>
<b>Л</b>	<b>И</b>	<b>Л</b>
<b>Л</b>	<b>Л</b>	<b>Л</b>

<b>А</b>	<b>В</b>	<b>А<sup>∧</sup>В</b>
<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
<b>0</b>	<b>1</b>	<b>0</b>
<b>1</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>

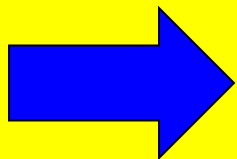
# ЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ:



А	В	$A \Rightarrow B$
И	И	И
И	Л	Л
Л	И	И
Л	Л	И

**Импликация –  
логическое  
следование**  
**«ЕСЛИ... , ТО...»**

**Импликация** -- связывает два простых логических высказывания, из которых первое (А) является условием, а второе (В) – следствием. Результатом импликации является ЛОЖЬ тогда и только тогда, когда условие (А) истинно, а следствие (В) ложно.



# Логическое следование или Импликация



А	В	$A \Rightarrow B$
И	И	И
И	Л	Л
Л	И	И
Л	Л	И

А	В	$A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

# ЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ:



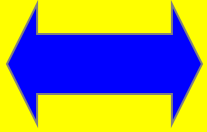
A	B	$A \Leftrightarrow B$
И	И	И
И	Л	Л
Л	И	Л
Л	Л	И

**Эквивалентность –  
равнозначность**

**Эквивалентность** -- операция сравнения двух логических высказываний A и B, результатом которой является новое логическое высказывание  $A \Leftrightarrow B$ , которое истинно тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания одновременно истинны или ложны.



# Эквивалентность или Равнозначность



<b>А</b>	<b>В</b>	<b><math>A \Leftrightarrow B</math></b>
<b>И</b>	<b>И</b>	<b>И</b>
<b>И</b>	<b>Л</b>	<b>Л</b>
<b>Л</b>	<b>И</b>	<b>Л</b>
<b>Л</b>	<b>Л</b>	<b>И</b>

<b>А</b>	<b>В</b>	<b><math>A \leftrightarrow B</math></b>
<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>
<b>0</b>	<b>1</b>	<b>0</b>
<b>1</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>

# Порядок выполнения логических операций.



1. Инверсия -  $\neg$
2. Конъюнкция -  $\&$  или  $\wedge$
3. Дизъюнкция -  $\vee$
4. Импликация -  $\rightarrow$
5. Эквивалентность -  $\leftrightarrow$

Для изменения указанного порядка выполнения логических операций используются круглые скобки.

Например:  $D = \neg (A \vee B \wedge C)$



# РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ



Вычислить значение логической формулы:

$$\neg X \& Y \vee X \& Z,$$

если логические переменные имеют следующие значения:

$$X=0, Y=1, Z=1$$

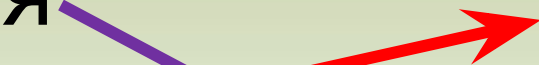
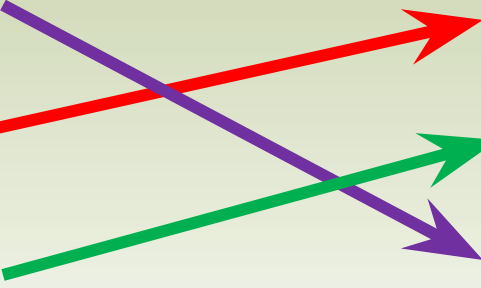

Из двух простых высказываний постройте сложное высказывание, используя логические операции И, ИЛИ.



- Все ученики изучают математику. Все ученики изучают литературу.
- Все ученики изучают математику и литературу.
- $X \geq 3$ .
- $5 \geq 3, 8 \geq 3$
- Синий кубик меньше красного. Синий меньше зеленого.
- В кабинете есть учебники. В кабинете есть справочники.



## Соотнести логические операции и их обозначения.

- |               |  |           |
|---------------|--|-----------|
| 1. Конъюнкция |  | a) $\neg$ |
| 2. Отрицание  |  | b) $\vee$ |
| 3. Дизъюнкция |  | c) $\&$   |



Расположите правильно  
последовательность выполнения  
операций:

**& , V, ¬**

**2 3 1**



# **ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ**

**§ 17-18**

**Тест «Алгебра  
ЛОГИКИ»**