



Логика и компьютер. Логические операции. Диаграммы Эйлера - Венна

План урока

1. Что такое высказывания?
2. Логические операции.
3. Составление диаграмм Эйлера-Венна
4. Решение задач.
5. Тест по теме

Основоположники логики

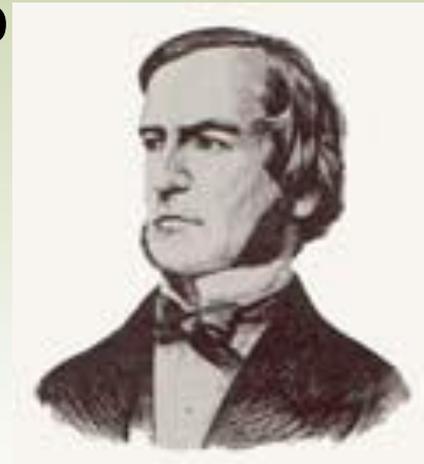


- **Аристотель**, в работах которого сформулированы понятия «суждение, умозаключение», начата разработка законов логики. Аристотелева логика считается классической, формальной логикой.
- Большой вклад в развитие логики внес **Лейбниц**. В его время словесная форма записи стала неудобна для записи сложных выражений. Лейбниц придал логике символный вид.
- Алгебра логики, основы которой заложил в начале 19 века **Дж. Буль**, используется для решения задач, написания сложных программ.

Алгебра логики



- Алгебра логики — это математический аппарат, с помощью которого записывают, вычисляют, упрощают и преобразовывают логические высказывания.



Создателем алгебры логики является живший в XIX веке английский математик Джордж Буль, в честь которого эта алгебра названа булевой алгеброй высказываний.



Логика (древнегреч. - слово, мысль, понятие, рассуждение) - наука о законах и формах мышления (понятие, высказывание, умозаключение).

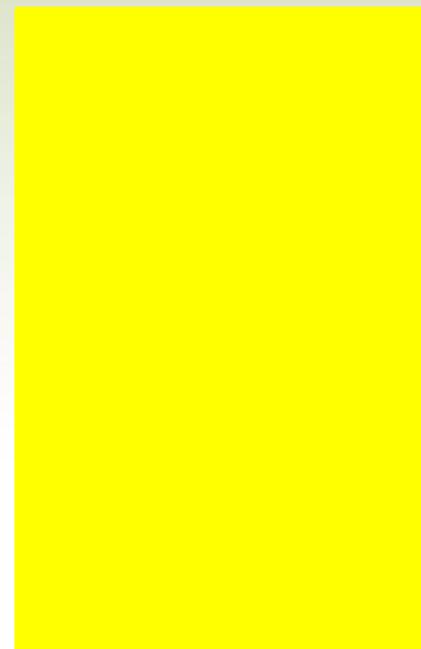
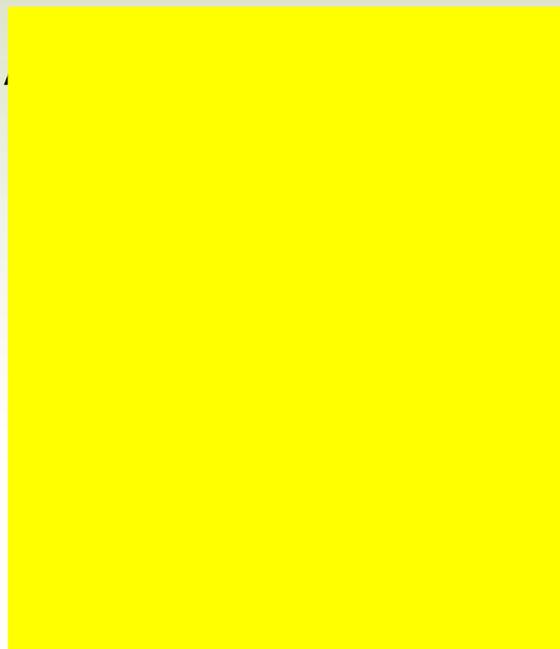
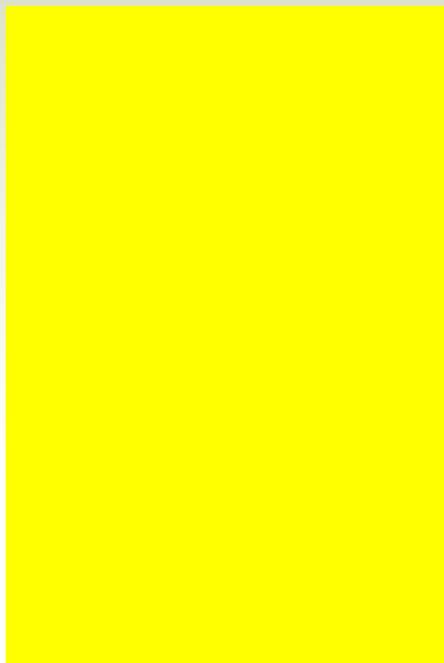
Алгебра логики изучает общие операции над высказываниями.

ЧТО ИЗУЧАЕТ ШКОЛЬНАЯ АЛГЕБРА



ПРЕДМЕТ	ОБЪЕКТЫ ИЗУЧЕНИЯ	ДЕЙСТВИЯ НАД ОБЪЕКТАМИ	ЗАКОНЫ, РЕГЛАМЕНТ ИРУЮЩИЕ ДЕЙСТВИЯ
---------	---------------------	---------------------------	---

АЛГЕБРА





Высказывание (суждение) - это повествовательное предложение, в котором что-либо утверждается или отрицается. По поводу любого высказывания можно сказать истинно оно или ложно.

ВЫРАЖЕНИЯ, НЕ ЯВЛЯЮЩИЕСЯ ВЫСКАЗЫВАНИЯМИ



выражение

**Почему оно не является
высказыванием**

ПО компьютера – это
комплекс используемых в
компьютере программ

$$5x+8=4$$

Она красива

Существуют внеземные
цивилизации

На улице идет дождь



В алгебре логики высказывания обозначаются **именами логических переменных** (А, В, С), которые могут принимать значения **истина (1) или ложь (0)**.

Истина, ложь – **логические константы**.

Что изучает алгебра логики



ПРЕДМЕТ

ОБЪЕКТЫ
ИЗУЧЕНИЯ

ДЕЙСТВИЯ НАД
ОБЪЕКТАМИ

ЗАКОНЫ,
РЕГЛАМЕНТИ
РУЮЩИЕ
ДЕЙСТВИЯ

АЛГЕБРА
ЛОГИКИ



Примеры высказываний:



Город Вашингтон – столица США.
(истинное)

Число 2 является делителем числа 7.
(ложное)

Какие из предложений являются высказываниями? Если являются, то истинными или ложными?



Число 6 – четное.	Да1
Посмотрите на доску.	Нет
Внимание!	Нет
$x > 0$.	Нет
Некоторые люди являются художниками.	Да1
Память компьютера – совокупность устройств для хранения информации.	Нет
Наполеон был английским императором.	Да0
Все ребята умеют плавать.	Да0
Каждый человек – художник.	Да0
$H + H + O = H_2O$	Да1



Логическое выражение –
простое или сложное
высказывание. Сложное
высказывание строится из простых
с помощью логических операции.



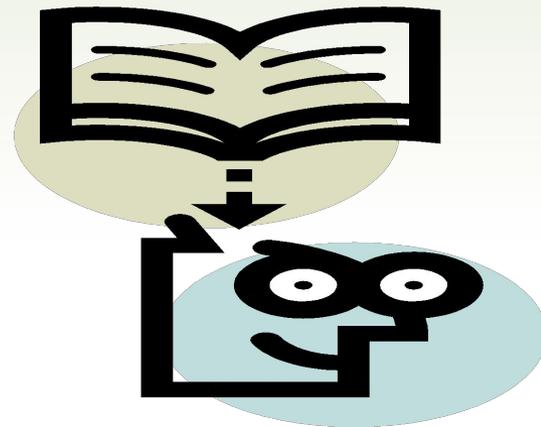
ЛОГИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ.

Булева алгебра.



Булева алгебра состоит из компонентов:

- ➔ Логические объекты (выражения)
- ➔ Операции над логическими объектами
- ➔ Аксиомы и теоремы, регламентирующие эти операции



**Высказывание может принимать одно из двух
возможных логических значений:
ИСТИНА или ЛОЖЬ**



**ИСТИНА
ЛОЖЬ**

*ЛОГИЧЕСКИЕ ПОСТОЯННЫЕ
Или
ЛОГИЧЕСКИЕ КОНСТАНТЫ*

ЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ:



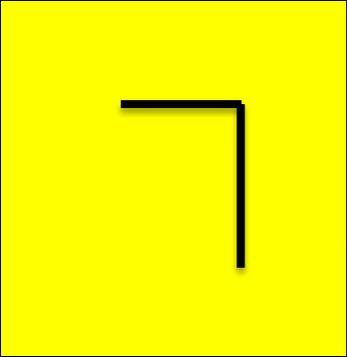
А	\bar{A}
И	Л
Л	И

Отрицание, или
инверсия

«НЕ», «НЕВЕРНО, ЧТО»

NOT

Отрицанием, или инверсией
высказывания А называется новое
высказывание \bar{A} , которое истинно тогда,
когда А – ложно, и ложно тогда, когда А –
истинно.



Отрицанием *или* инверсией



A	\bar{A}
И	Л
Л	И

A	$\neg A$
0	1
1	0

ЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ:



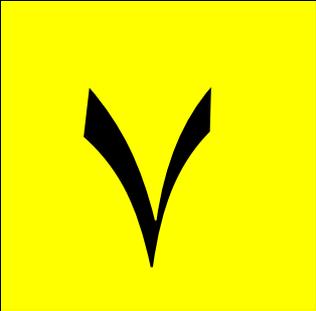
A	B	$A \vee B$
И	И	И
И	Л	И
Л	И	И
Л	Л	Л

Дизъюнкция –
логическое
сложение

«ИЛИ»

OR

Дизъюнкцией двух высказываний A и B называется новое высказывание **$A \vee B$** , которое ложно тогда и только тогда, когда оба исходных (простых) высказывания ложны.



Логическое сложение

или Дизъюнкция



А	В	АилиВ
И	И	И
И	Л	И
Л	И	И
Л	Л	Л

А	В	А∨В
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

ЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ:



А	В	А&В
И	И	И
И	Л	Л
Л	И	Л
Л	Л	Л

Конъюнкция –
логическое
умножение

«И»

AND

Конъюнкцией двух высказываний А и В называется новое высказывание А&В, которое истинно тогда и только тогда, когда истинны оба исходных (простых) высказывания.



Логическое умножение

КОНЪЮНКЦИЯ



А	В	А&В
И	И	И
И	Л	Л
Л	И	Л
Л	Л	Л

А	В	А[^]В
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

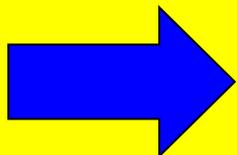
ЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ:



А	В	$A \Rightarrow B$
И	И	И
И	Л	Л
Л	И	И
Л	Л	И

**Импликация –
логическое
следование**
«ЕСЛИ... , ТО...»

Импликация -- связывает два простых логических высказывания, из которых первое (А) является условием, а второе (В) – следствием. Результатом импликации является ЛОЖЬ тогда и только тогда, когда условие (А) истинно, а следствие (В) ложно.



Логическое следование или Импликация



А	В	$A \Rightarrow B$
И	И	И
И	Л	Л
Л	И	И
Л	Л	И

А	В	$A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

ЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ:



A	B	$A \Leftrightarrow B$
И	И	И
И	Л	Л
Л	И	Л
Л	Л	И

**Эквивалентность –
равнозначность**

Эквивалентность -- операция сравнения двух логических высказываний А и В, результатом которой является новое логическое высказывание $A \Leftrightarrow B$, которое истинно тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания одновременно истинны или ложны.

Эквивалентность или Равнозначность



А	В	$A \Leftrightarrow B$
И	И	И
И	Л	Л
Л	И	Л
Л	Л	И

А	В	$A \leftrightarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Порядок выполнения логических операций.



1. Инверсия - \neg
2. Конъюнкция - $\&$ или \wedge
3. Дизъюнкция - \vee
4. Импликация - \rightarrow
5. Эквивалентность - \leftrightarrow

Для изменения указанного порядка выполнения логических операций используются круглые скобки.

Например: $D = \neg (A \vee B \wedge C)$



РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ



Вычислить значение логической формулы:

$$\neg X \& Y \vee X \& Z,$$

если логические переменные имеют следующие значения:

$$X=0, Y=1, Z=1$$

Из двух простых высказываний постройте сложное высказывание, используя логические операции И, ИЛИ.



- Все ученики изучают математику. Все ученики изучают литературу.
- Все ученики изучают математику и литературу.
- $x \geq 3$.
- $5 \geq 3, 8 \geq 3$
- Синий кубик меньше красного. Синий меньше зеленого.
- В кабинете есть учебники. В кабинете есть справочники.



Соотнести логические операции и их обозначения.

- | | | |
|---------------|--|-----------|
| 1. Конъюнкция | | a) \neg |
| 2. Отрицание | | b) \vee |
| 3. Дизъюнкция | | c) $\&$ |



Расположите правильно
последовательность выполнения
операций:

& , V, ¬

2 3 1



ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

§ 17-18

**Тест «Алгебра
ЛОГИКИ»**