

Оптимизационное моделирование в экономике



Старинная русская задача

Пошла баба на базар на людей посмотреть, да кое-что продать. Сколько надо бабе на базар для продажи живых гусей, уток и кур, чтобы выручить как можно больше денег, если она может взять товара массой не более 25 килограмм? Причем известно, что:

масса одной курицы – 1,5 кг, цена – 240 р.

масса одной утки – 2 кг, цена – 310 р.

масса одного гуся – 3,5 кг, цена – 450 р.

Оптимизационные модели

- Оптимизационные модели используются в задачах, позволяющих выбирать из всех решений самый лучший **оптимальный** вариант.
- В математическом смысле оптимальность понимается как достижение экстремума (**максимума** или **минимума**) критерия оптимальности, именуемого также **целевой функцией**.
- Оптимизационные задачи решаются посредством выполнения моделей с помощью методов математического программирования.

Оптимизационные модели

- Оптимизационная модель формируется в общем виде следующим образом:
- "Надо отыскать значения управляемых параметров (показателей) x_1, x_2, \dots, x_n , придающие **максимальное** или **минимальное** значение **целевой функции f** (x_1, x_2, \dots, x_n) при соблюдении ограничений.
- Если целевая функция, ограничения, связи между искомыми показателями выражены в виде линейных зависимостей,
- то оптимизационная модель сводится к задаче **линейного математического программирования** и саму модель также называют линейной.

Математическая модель задачи

Параметры

x_1, x_2, x_3 – число кур, уток и гусей соответственно, взятых бабой для продажи.

Целевая функция

стоимость всего товара стремится к максимуму

$$240 * x_1 + 310 * x_2 + 450 * x_3 \rightarrow \max$$

Ограничения

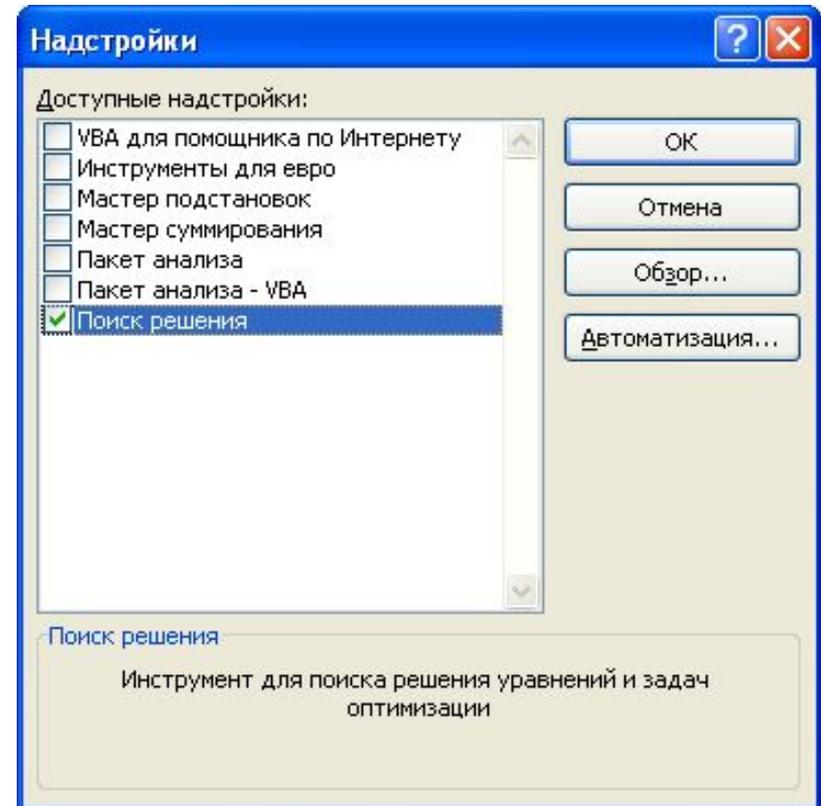
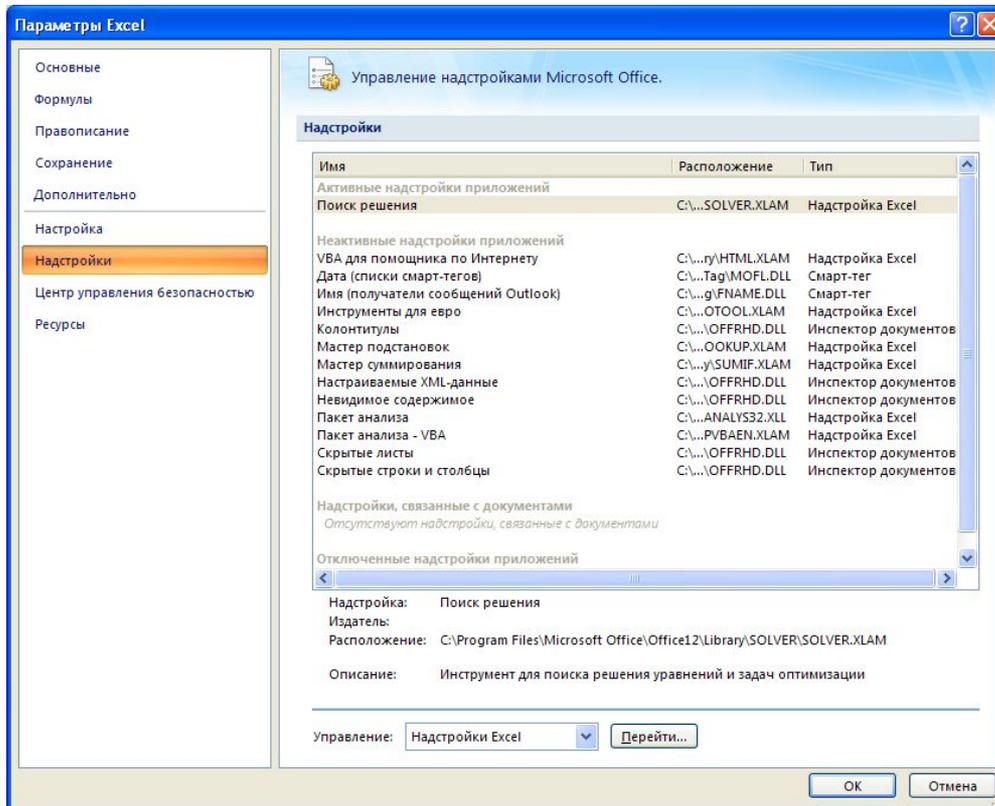
Так как баба может взять не более 25 кг товара, то должно выполняться условие:

$$1,5 * x_1 + 2 * x_2 + 3,5 * x_3 \leq 25$$

Кроме того, имеют место ограничения:

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, \quad x_1, x_2, x_3 - \text{целые.}$$

Установка надстройки Поиск решения в MS Excel 2007-2013



Поиск оптимального решения

Исходные данные и расчетные формулы

	A	B	C	D	E
1		X1	X2	X3	
2	Параметры				
3					
4	Целевая функция				
5					
6	Ограничения				
7					
8					

Поиск оптимального решения

Поиск решения

Установить целевую ячейку: 

Равной: максимальному значению значению:

минимальному значению

Изменяя ячейки:



Ограничения:

	A	B	C	D	E
1		X1	X2	X3	
2	Параметры				
3					
4	Целевая функция				
5					
6	Ограничения				
7					
8					

Данные - Поиск решения:

1. Выделить целевую ячейку **B4**.
2. Активизировать кнопку **максимальному значению**
3. В поле **Изменяя ячейки** указать диапазон изменяемых ячеек B2:D2 (можно выделением).
4. Перейти в поле **Ограничения** и выбрать кнопку **Добавить**.

Поиск оптимального решения

Добавление ограничения

Ссылка на ячейку: \$B\$2:\$D\$2 Ограничение: \$D\$2

>=

OK Отмена Добавить Справка

Добавление ограничения

Ссылка на ячейку: \$B\$2:\$D\$2 Ограничение: целое

цел

OK Отмена Добавить Справка

Добавление ограничения

Ссылка на ячейку: \$B\$6 Ограничение: 25

<=

OK Отмена Добавить Справка

В появившемся окне **Изменение ограничений** заполните поля и выберите кнопку **Добавить**.

После записи каждого ограничения нажимайте кнопку **Добавить** (для последнего ограничения - ОК).

Поиск оптимального решения

В диалоговом окне **Поиск решения** после ввода ограничений нажмите кнопку **Выполнить**.

Поиск решения

Установить целевую ячейку: 

Равной: максимальному значению значению:

минимальному значению

Изменяя ячейки: 

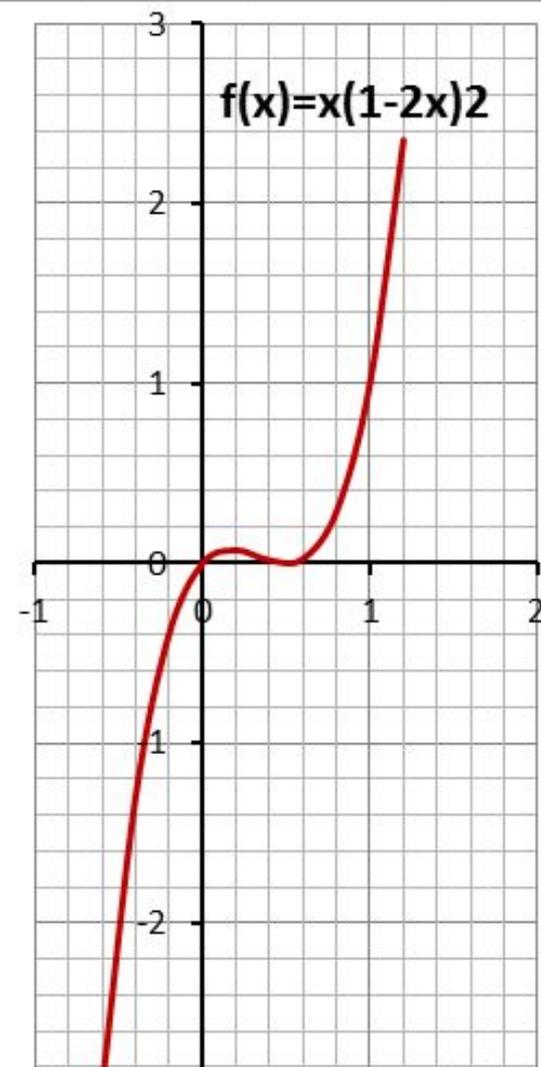
Ограничения:

Поиск оптимального решения

В появившемся окне **Результаты поиска решения** активизируйте кнопку **Сохранить найденное решение**, а потом нажмите **ОК**.

	A	B	C	D	E
1		X1	X2	X3	
2	Параметры	14	2	0	
3					
4	Целевая функция	3980			
5					
6	Ограничения	25			
7					

высота коробки(м)	Объём (м ³)	x	$f(x)=x(1-2x)^2$
параметр	целевая функция	-0,6	-2,904
x	$f(x)=x(1-2x)^2$	-0,4	-1,296
0,167	0,074	-0,2	-0,392
ограничения		0	0
x>0		0,2	0,072
x<0,5		0,4	0,016
		0,6	0,024
		0,8	0,288
		1	1
		1,2	2,352



Задача 1: Фирма производит 2 модели (А и Б) книжных полок. Их производство ограничено количеством сырья (за неделю 1700 м² досок) и временем машинной обработки (160 часов в неделю). Сколько изделий каждой модели нужно выпускать фирме в неделю, если каждое

изделие модели **А** приносит 2 доллара прибыли, а модели **В** – 4 доллара прибыли?

Модель	количество досок	машинное время на 1 изделие
А	3 кв м	12 мин
В	4 кв м	30 мин

Решение

	X1	X2
Параметры	300	200
Целевая функция	1400	
Ограничения:		
кол-во сырья	1700	
машинное время	160	

Пусть x – количество изделий модели А,

y – кол-во изделий модели В.

Тогда прибыль за неделю:

$2x+4y$ – целевая функция, стремится к максимуму.

Ограничения:

$$3x+4y \leq 1700$$

$$0.2x+0.5y \leq 160, \text{ } x \text{ и } y \text{ – целые, положительные}$$

Задача 2: Требуется перевезти 15 компьютеров на одном легковом автомобиле. Каждый компьютер упакован в 2 коробки. Существует 3 варианта погрузки коробок в автомобиль:

Тип коробки	Вариант погрузки		
	1	2	3
Монитор	3	2	1
Системный блок	1	2	4

Необходимо выбрать оптимальное сочетание вариантов погрузки, чтобы совершить минимальное количество рейсов.

[Решение](#)

	X1	X2	X3
Параметры	3	2	2
Целевая функция	7		
Ограничения:			
Мониторы	15		
Системные блоки	15		

X_1 – кол-во рейсов, загруженных по варианту 1

X_2 – по варианту 2

X_3 – по варианту 3

Целевая функция:

$F = X_1 + X_2 + X_3$ стремится к минимуму

Ограничения: $3X_1 + 2X_2 + X_3 = 15$

$1X_1 + 2X_2 + 4X_3 = 15$

X_1, X_2, X_3 – целые, неотрицательные