Оптимизационное моделирование в экономике

Старинная русская задача

Пошла баба на базар на людей посмотреть, да кое-что продать. Сколько надо бабе на базар для продажи живых гусей, уток и кур, чтобы выручить как можно больше денег, если она может взять товара массой не более *25* килограмм? Причем известно, что:

масса одной курицы – 1,5 кг, цена – 240 р.
масса одной утки – 2 кг, цена – 310 р.
масса одного гуся – 3,5 кг, цена – 450 р.

Оптимизационные модели

- Оптимизационные модели используются в задачах, позволяющих выбирать из всех решений самый лучший ***оптимальный*** вариант.
- В математическом смысле оптимальность понимается как достижение экстремума (***максимума*** или ***минимума***) критерия оптимальности, именуемого также <u>**целевой функцией**</u>.
- Оптимизационные задачи решаются посредством выполнения моделей с помощью методов математического программирования.

Оптимизационные модели

- Оптимизационная модель формируется в общем виде следующим образом:
- "Надо отыскать значения управляемых параметров (показателей) $x_1, x_2, \ldots.. x_n$, придающие **максимальное** или **минимальное** значение **целевой функции** $\mathbf{f}$ $x_1, x_2, \ldots.. x_n$)
при соблюдении ограничений.
- Если целевая функция,
ограничения,
связи между искомыми показателями
выражены в виде линейных зависимостей,
- то оптимизационная модель сводится к задаче ***линейного математического программирования*** и саму модель также называют линейной.

Математическая модель задачи

Параметры

x_1, x_2, x_3 – число кур, уток и гусей соответственно, взятых бабой для продажи.

Целевая функция

стоимость всего товара стремится к максимуму

$240 * x_1 + 310 * x_2 + 450 * x_3 \rightarrow max$

Ограничения

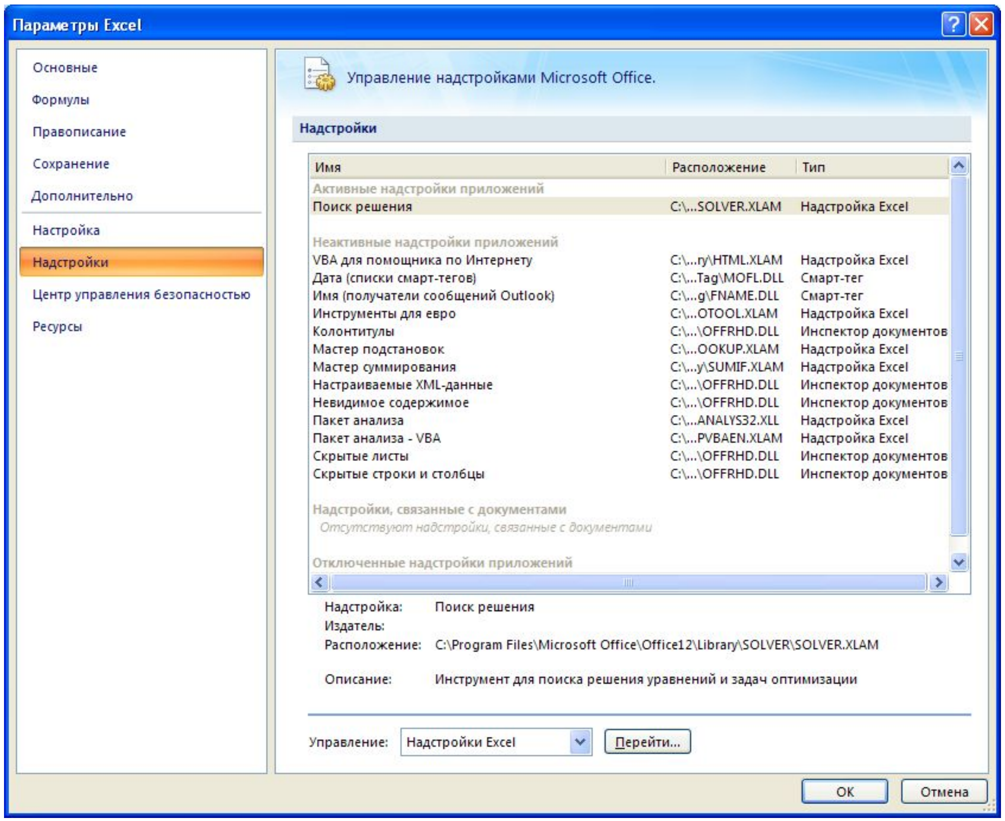
Так как баба может взять не более **25** кг товара, то должно выполняться условие:

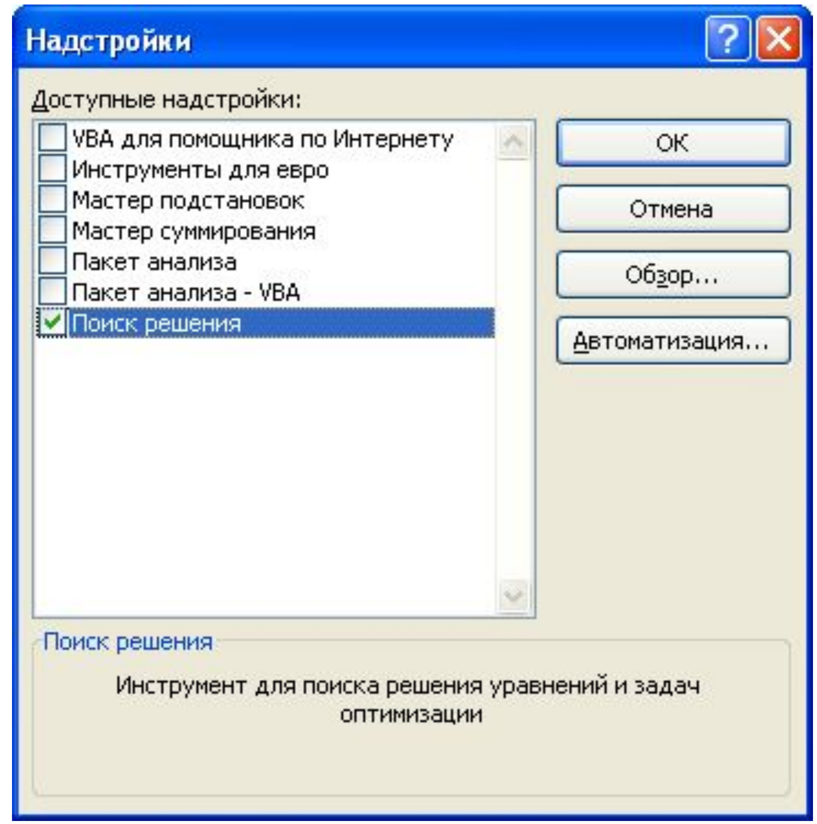
$1,5 * x_1 + 2 * x_2 + 3,5 * x_3 \leq 25$

Кроме того, имеют место ограничения:

$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0,$ x_1, x_2, x_3 **– целые**.

Установка надстройки Поиск решения в MS Excel 2007-2013



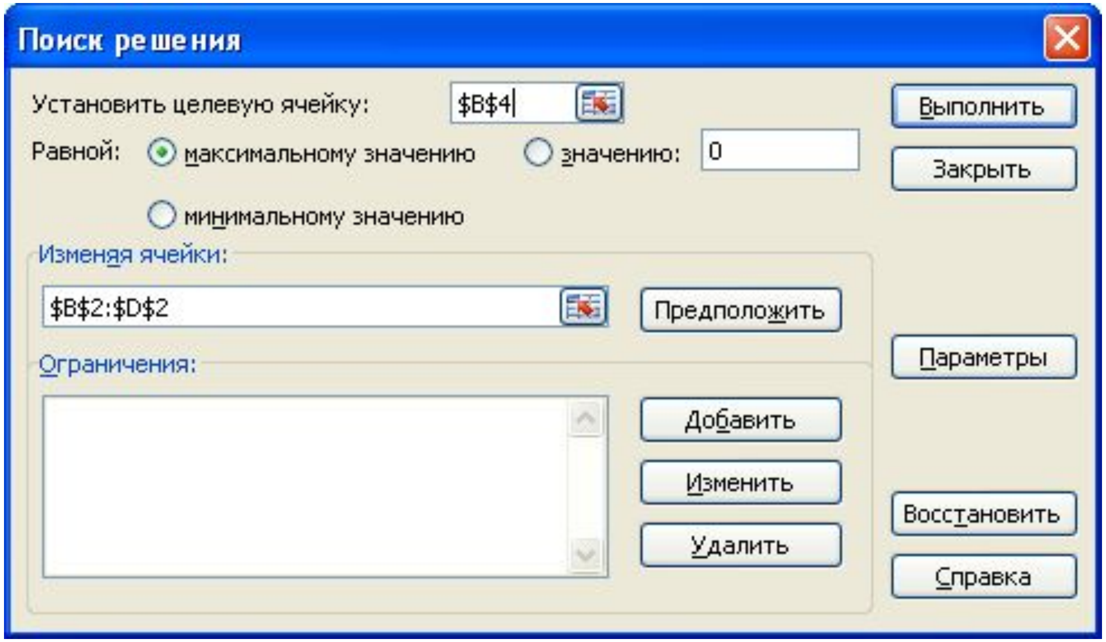


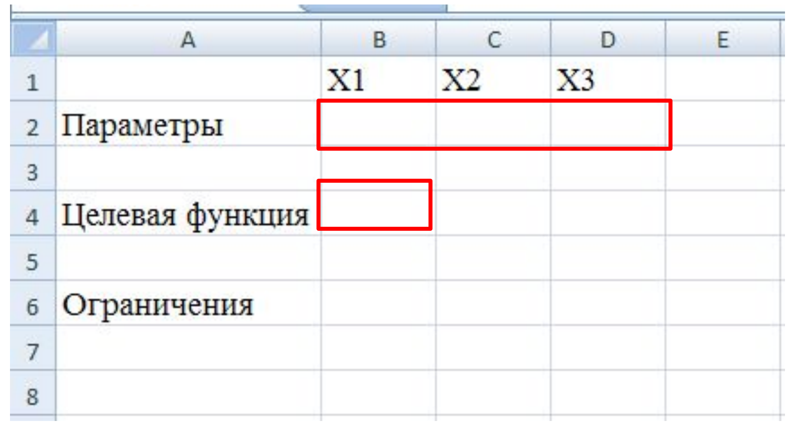
Поиск оптимального решения

Исходные данные и расчетные формулы

	A	B	C	D	E
1		X1	X2	X3	
2	Параметры				
3					
4	Целевая функция				
5					
6	Ограничения				
7					
8					

Поиск оптимального решения

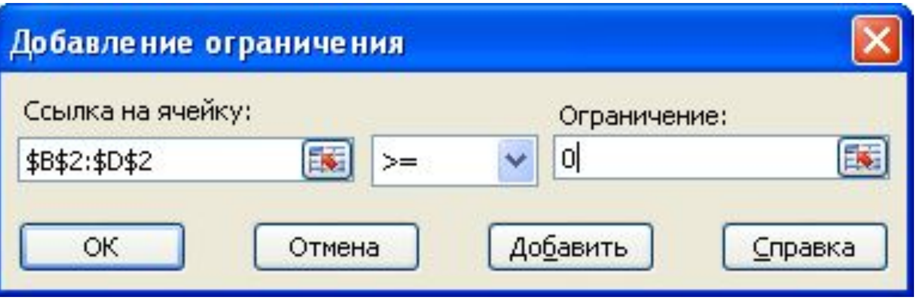


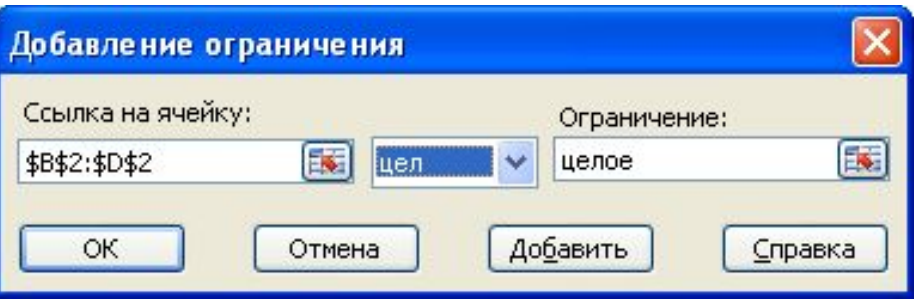


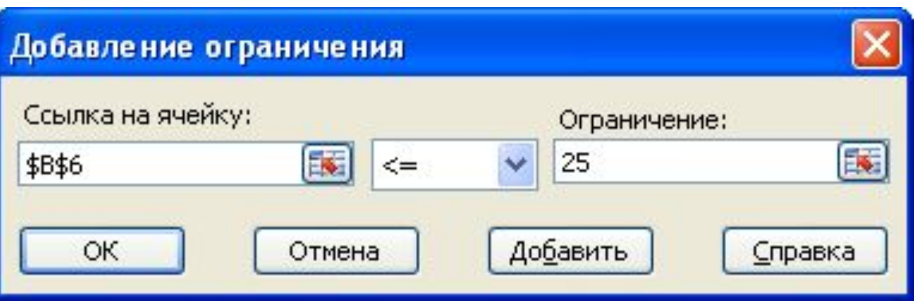
Данные - Поиск решения:

1. Выделить целевую ячейку **B4**.
2. Активизировать кнопку **максимальному значению**
3. В поле **Изменяя ячейки** указать диапазон изменяемых ячеек B2:D2 (можно выделением).
4. Перейти в поле **Ограничения** и выбрать кнопку **Добавить**.

Поиск оптимального решения





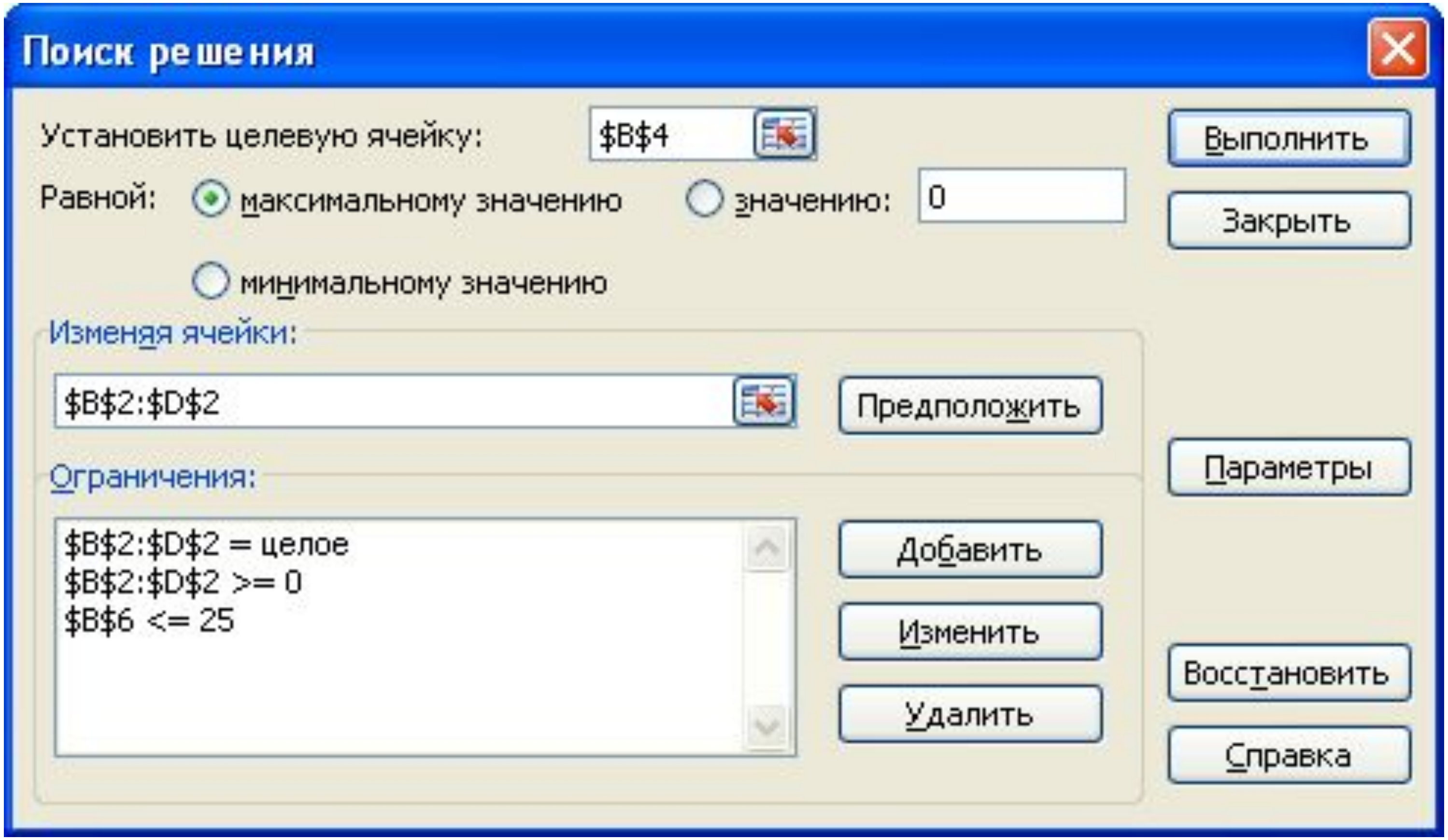


В появившемся окне **Изменение ограничений** заполните поля и выберите кнопку **Добавить**.

После записи каждого ограничения нажимайте кнопку **Добавить** (для последнего ограничения - ОК).

Поиск оптимального решения

В диалоговом окне **Поиск решения** после ввода ограничений нажмите кнопку **Выполнить**.



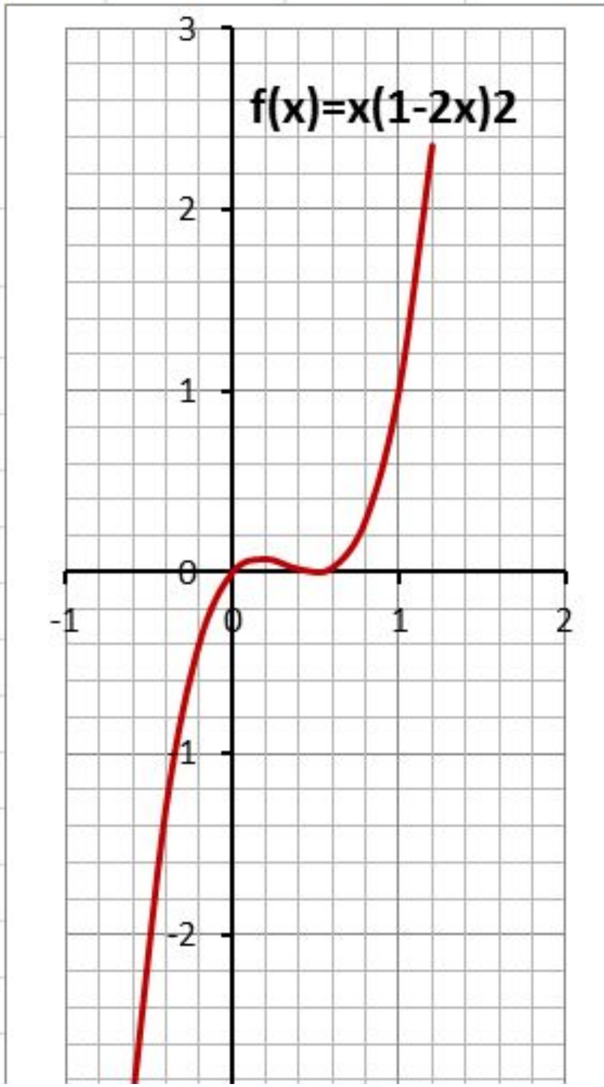
Поиск оптимального решения

В появившемся окне **Результаты поиска** решения активизируйте кнопку **Сохранить найденное решение**, а потом н

	A	B	C	D	E
1		X1	X2	X3	
2	Параметры	14	2	0	
3					
4	Целевая функция	3980			
5					
6	Ограничения	25			
7					

высота коробки(м)	Объём ($м^3$)
параметр	целевая функция
x	$f(x)=x(1-2x)^2$
0,167	0,074
ограничения	
X>0	
X<0,5	

x	$f(x)=x(1-2x)^2$
-0,6	-2,904
-0,4	-1,296
-0,2	-0,392
0	0
0,2	0,072
0,4	0,016
0,6	0,024
0,8	0,288
1	1
1,2	2,352



Задача 1: Фирма производит 2 модели (А и Б) книжных полок. Их производство ограничено количеством сырья (за неделю 1700 м² досок) и временем машинной обработки (160 часов в неделю). Сколько изделий каждой модели нужно выпускать фирме в неделю, если каждое

изделие модели **А** приносит 2 доллара прибыли, а модели **В** – 4 доллара прибыли?

Модель	количество досок	машинное время на 1 изделие
А	3 кв м	12 мин
В	4 кв м	30 мин

Решение

	X1	X2
Параметры	300	200
Целевая функция	1400	
Ограничения:		
кол-во сырья	1700	
машинное время	160	

Пусть **x** – количество изделий модели А,

y – кол-во изделий модели В.

Тогда прибыль за неделю:

2x+4y – целевая функция, стремится к максимуму.

Ограничения:

3x+4y≤1700

0.2x+0.5y≤160, x и y – целые, положительные

Задача 2: Требуется перевезти 15 компьютеров на одном легковом автомобиле. Каждый компьютер упакован в 2 коробки. Существует 3 варианта погрузки коробок в автомобиль:

Тип коробки	Вариант погрузки		
	1	**2**	**3**
Монитор	3	2	1
Системный блок	1	2	4

Необходимо выбрать оптимальное сочетание вариантов погрузки, чтобы совершить минимальное количество рейсов.

Решение

	X1	X2	X3
Параметры	3	2	2
Целевая функция	7		
Ограничения:			
Мониторы	15		
Системные блоки	15		

X_1 – кол-во рейсов, загруженных по варианту 1

X_2 – по варианту 2

X_3 – по варианту 3

Целевая функция:

$F=X_1+X_2+X_3$ стремится к минимуму

Ограничения: **$3X_1+2X_2+X_3=15$**

$1X_1+2X_2+4X_3=15$

X_1, X_2, X_3 – целые, неотрицательные