«Решение простейших логарифмических неравенств»

Неравенство, содержащее переменную только под знаком логарифма, называется логарифмическим.

Например, неравенства вида:

$$\log_a f(x) > \log_a \varphi(x) \quad \log_a f(x) < \log_a \varphi(x)$$

При a>0, a $\neq$ 1 являются логарифмическими.

⇔

Свойства логарифмических неравенств:

1. $$\log_a x_1 > \log_a x_2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a > 1 \\ x1 > x2 > 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 0 < a < 1 \\ x2 > x1 > 0 \end{cases} \end{array}\right.$$

2. $$\log_a x_1 < \log_a x_2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a > 1 \\ x2 > x1 > 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 0 < a < 1 \\ x1 > x2 > 0 \end{cases} \end{array}\right.$$

- **Тренинг. Устная работа**
- 1) Заполни пропуски:
- а)$\log_2 16 = \ldots$;
- б)$\log_2 1/8 = \ldots$;
- в) $\log_2 1 = \ldots$;
- г)$\log_{0,2} 25 = \ldots$;
- д)$\log_2 1/32 = \ldots$.
- 2)Решить неравенство:
- а)$\log_2 X > \log_2 8$;
- б)$\log_{0,2} 4X < \log_{0,2} 10$;
- в)$\log_{0,5} X > \log_{0,5} 2$;
- г)$\log_4 2x < \log_4 20$.

1. **Решите неравенство:**

$$\log_3(1-2x) < 2$$

Решение:

$$\log_3(1-2x) < \log_3 3^2 \Leftrightarrow \begin{cases} 1-2x < 9 \\ 1-2x > 0 \\ 3 > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x > -8 \\ 2x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -4 \\ x < \dfrac{1}{2.} \end{cases}$$

Ответ: $(-4; \dfrac{1}{2})$

2. **Решите неравенство**:

$$\log_2(3x-2) > \log_2(6-5x)$$

Решение:

$$\log_2(3x-2) > \log_2(6-5x) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-2 > 6-5x \\ 6-5x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x > 8 \\ 6 > 5x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

Ответ: $(1; \frac{1}{2})$.

3. **Решите неравенство**:

$$x^{-2+\lg x} < 1000$$

Решение:

Прологарифмируем обе части неравенства по основанию 10.

$$\lg x^{-2+\lg x} < \lg 1000 \;;$$

$$(-2+\lg x)\lg x < 3\,;$$

$$\lg^2 x - 2\lg x - 3 < 0;$$

Ответ: $(0{,}1;1000)$

Дом задание:

1. Решите неравенство:

$\log_{0,3}(x - 21) > \log_{0,3}(4x)$

1)(-∞; -7); 2)(3; 21);

3)(21;+∞) ; 4)(-∞; -21).

2.Решите неравенство:

$$\log_{2x-3} x > 1$$

<u>Ответ:</u> (2;3)

3.

ЕГЭ 2013
вариант 22, С3

Индивидуальная работа по теме:

Вариант 1:

1. $\log_{\frac{1}{2}}(3x-1)<\log_{\frac{1}{2}}(3-x)$

2. $\log_3(4x-9)<1$

3. $\log_{\frac{1}{ï}}\frac{2+x}{2-x}>\log_{\frac{1}{ï}}2$

4. $\log_{\frac{1}{26}}(26x-2\geq 0)$

5. $\log_{28}x+\log_{28}(x-27)<1$

Вариант 2:

1. $\log_2(2x-2).\log_2(6-5x)$

2. $\log_{\frac{1}{2}}(5x-8)>1$

3. $\log_{ï}\frac{x-2}{x-3}<\log_{ï}3$

4. $\log_{\frac{1}{2}}(2x-2)\geq 0$

5. $\log_4 x+\log_4(x-3)<1$

Вариант 3:

1. $\log_{\frac{1}{2}}(5x-2)<\log_{\frac{1}{2}}(3-2x)$

2. $\log_3(2x-7)<1$

3. $\log_{\frac{1}{2}}\frac{3+x}{x-1}>1$

4. $\log_{37}(37x+2)\leq 1$

5. $\log_{\frac{1}{5}}(2x-1)+\log_{\frac{1}{5}}x>0$

Спасибо за внимание