

# Процессы изменения состояния термодинамических систем

## Классификация термодинамических процессов

Термодинамический процесс может быть задан либо графическим способом в виде изображения процесса в координатах  $p$ - $v$ ,  $p$ - $T$ ,  $T$ - $s$ , либо в аналитической форме в виде зависимости

$$\varphi(p, v) = 0$$

Уравнение процесса может быть также задано исходным условием о неизменном значении в этом процессе какой - либо функции состояния

$$z = idem; z = p, v, t, u, h, s$$

или условием о равенстве нулю какого – либо эффекта термодинамического процесса  $(\delta q = 0)$

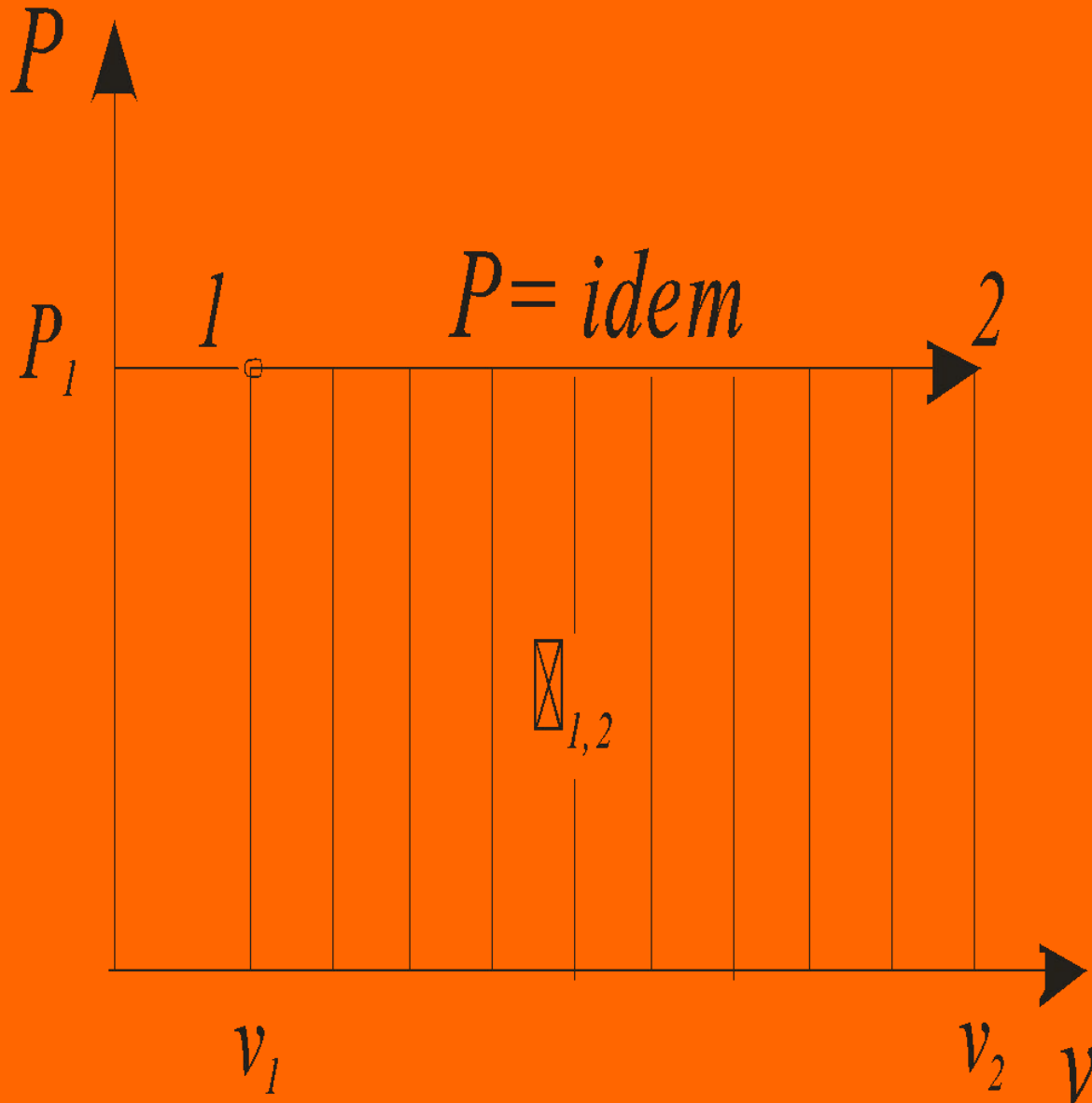
При изучении термодинамических процессов определяются:

- 1) закономерность изменения параметров состояния рабочего тела, то есть выводится уравнение процесса или дается его графическое изображение в координатах  $p-v$ ,  $p-T$ ,  $T-s$  и т.д.;
- 2) параметры состояния системы в начальной и конечной точках процесса;
- 3) численные значения работы и теплообмена в процессе;
- 4) изменение значений внутренней энергии, энтальпии и энтропии рабочего тела.

**Простейшие термодинамические процессы**

Простейшими термодинамическими процессами обычно считают *изобарный, изохорный и изопотенциальные процессы.*

**Изобарный процесс  $p = idem$  ;  $dp = 0$  – процесс в котором давление в системе остается постоянным**



**Изобарные процессы подвода или отвода теплоты происходят в поршневых двигателях внутреннего сгорания, газотурбинных, паросиловых, холодильных установках и др.**

**Для идеального газа в изобарном процессе (1-2) соотношение объемов прямо пропорционально соотношению температур**

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{v_2}{v_1}$$

**Удельная термодинамическая и потенциальная работы в изобарном процессе определяются из соотношений**

$$w_{1,2} = -\int_1^2 v dp = 0; \quad l_{1,2} = \int_1^2 p dv = p \cdot (v_2 - v_1)$$

**Для идеального газа**

$$l_{1,2} = p \cdot (v_2 - v_1) = R(T_2 - T_1)$$

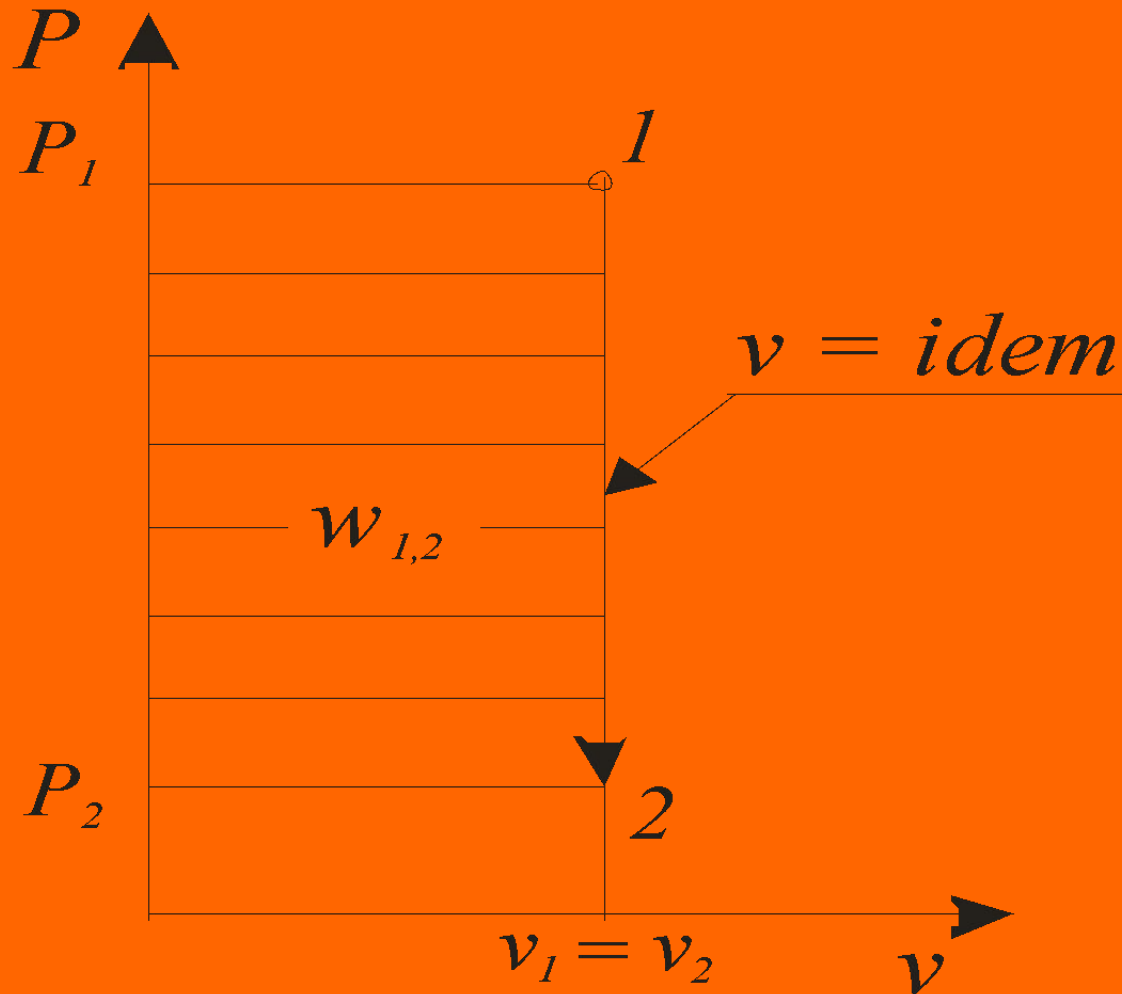
**Количество теплоты, подведенной к рабочему телу или отведенной от него в изобарном процессе, определяется из выражения первого начала термодинамики**

$$q_{1,2} = \Delta u + l_{1,2} = \Delta h$$

**Для идеального газа**

$$q_{1,2} = \Delta u + l_{1,2} = \Delta h = \\ = c_{vm}(T_2 - T_1) + R(T_2 - T_1) = c_{pm}(T_2 - T_1)$$

**Изохорный процесс**  $v = idem; dv = 0$  – процесс, при котором объем системы или удельный объем рабочего тела остается постоянным.



**В изохорных процессах происходит увеличение или уменьшение давления, что связано с соответственным изменением температуры – подводом или отводом теплоты.**

**Изохорные процессы подвода или отвода теплоты происходят в поршневых двигателях внутреннего сгорания, газотурбинных, паросиловых установках и др.**

**Для идеального газа в изохорном процессе соотношение давлений прямо пропорционально соотношению температур**

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2}{p_1}$$

**Удельная термодинамическая и потенциальная работы в изохорном процессе определяются из соотношений**

$$l_{1,2} = \int_1^2 p dv = 0; w_{1,2} = -\int_1^2 v dp = v \cdot (p_1 - p_2)$$

**Для идеального газа**

$$w_{1,2} = v(p_1 - p_2) = R(T_1 - T_2)$$

**Количество теплоты, подведенной к рабочему телу или отведенной от него в изохорном процессе, определяется из выражения первого начала термодинамики**



$$q_{1,2} = \Delta h + w_{1,2} = \Delta u$$

**Для идеального газа**

$$\begin{aligned} q_{1,2} &= \Delta h + w_{1,2} = \Delta u = \\ &= c_{pm}(T_2 - T_1) + R(T_1 - T_2) = c_{vm}(T_2 - T_1) \end{aligned}$$

**Изопотенциальный процесс** – термодинамический процесс изменения состояния системы, при котором значение потенциальной функции сохраняет неизменное значение  $pv = idem; d(pv) = 0$

Для идеального газа, согласно уравнению Клапейрона  $p\nu = RT$  изопотенциальный процесс  $p\nu = idem$  является и изотермическим  $T = idem$ .

$$\frac{p_2\nu_2}{p_1\nu_1} = \frac{T_2}{T_1}$$

Удельная термодинамическая и потенциальная работы в изопотенциальном процессе определяются из следующих соотношений:

$$l_{1,2} = \int_1^2 p d\nu = \int_1^2 p\nu \cdot \frac{d\nu}{\nu} = p\nu \cdot \ln \frac{\nu_2}{\nu_1}$$

$$w_{1,2} = -\int_1^2 \nu dp = -\int_1^2 \nu p \cdot \frac{dp}{p} = p\nu \cdot \int_2^1 \frac{dp}{p} = p\nu \cdot \ln \frac{p_1}{p_2}$$

Нетрудно заметить, что постоянство  
приводит к условию

$$pv = idem$$

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{v_2}{v_1}$$

Поэтому, в изопотенциальном процессе численные значения термодинамической и потенциальной работ равны между собой.

$$l_{1,2} = w_{1,2} = pv \cdot \ln \frac{v_2}{v_1} = pv \cdot \ln \frac{p_1}{p_2}$$

Для идеального газа  $pv=RT=idem$  (изотермический)

$$l_{1,2} = w_{1,2} = RT \cdot \ln \frac{v_2}{v_1} = RT \cdot \ln \frac{p_1}{p_2}$$

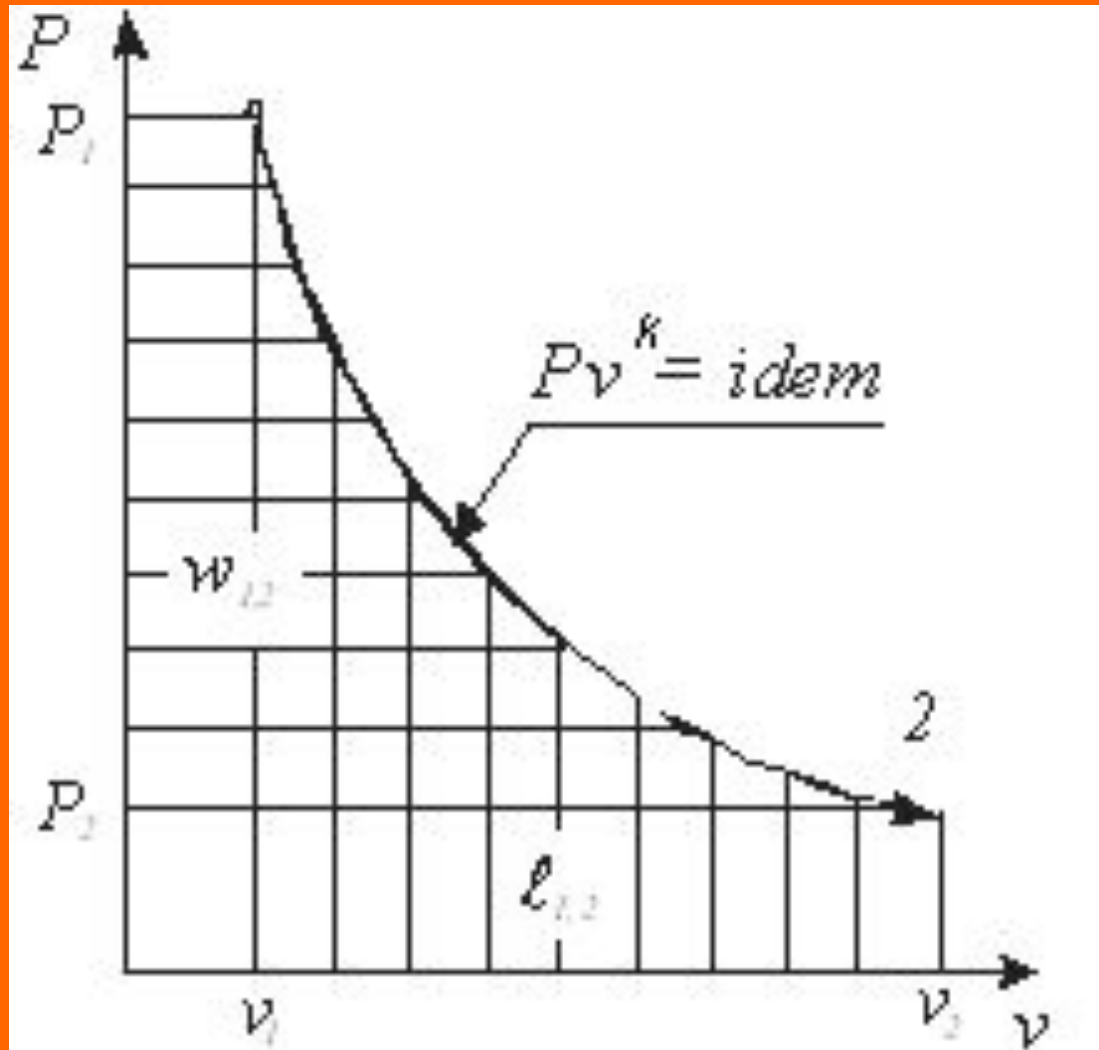
Количество теплоты, подведенной к рабочему телу или отведенной от него в изопотенциальном процессе определяется из выражения первого начала термодинамики по балансу рабочего тела

$$q_{1,2} = \Delta u + l_{1,2} = \Delta h + w_{1,2}$$

Для идеального газа  $du=0; dh=0$

$$q_{1,2} = RT \cdot \ln \frac{v_2}{v_1} = RT \cdot \ln \frac{p_1}{p_2}$$

**Адиабатный процесс - термодинамический процесс изменения состояния системы, при котором отсутствует теплообмен ( $\delta q = 0$ ) и в силу обратимости процесса энтропия остается величиной постоянной ( $s = idem$ )**



Из выражения первого начала термодинамики для простого тела при условии  $(\delta q = 0)$  имеем  $(s = idem)$

$$\delta q = \delta q^* + \delta q^{**} = du + pdv = dh - vdp = 0$$

Отсюда следует выражение для показателя адиабатного процесса

$$\frac{dh}{du} = -\frac{vdp}{pdv} = n_s = k$$

где  $n_s = k$  – показатель адиабаты.

Расчетное выражение для расчета показателя адиабатного процесса

$$n_s = k = -\frac{\frac{dp}{p}}{\frac{dv}{v}} = \frac{-d \ln p}{d \ln v} = \frac{-d \log p}{d \log v}.$$

После интегрирования при условии постоянства показателя процесса имеем

$$n_s = k = \frac{\Delta h}{\Delta u} = \frac{w_{1,2}}{l_{1,2}} = \frac{\log \frac{p_1}{p_2}}{\log \frac{v_2}{v_1}}$$

Для идеального газа показатель адиабаты равен

$$k = c_p / c_v$$

Из уравнения адиабатного процесса получим выражение для связи параметров состояния

$$k \log \frac{v_2}{v_1} = \log \frac{p_1}{p_2},$$

потенцируя имеем

$$\frac{p_2}{p_1} \left( \frac{v_2}{v_1} \right)^k = \frac{v_2}{v_1} \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{k}} = 1$$

$$pv^k = idem; \quad p^{\frac{1}{k}} v = idem;$$



**Выражения конечных (интегральных) величин термодинамической и потенциальной работа в адиабатном процесс можно получить при сопоставлении их элементарных значений**

$$\delta l = p dv, \dots \delta w = -v dp$$

$$\delta l - \delta w = p dv + v dp = d(pv)$$

**С учетом определения показателя адиабаты имеем:**

$$\delta l - \delta w = (1 - k)\delta l = d(pv)$$

$$\delta l = \frac{1}{1 - k} d(pv)$$

**Интегрируя последнее выражение с учетом того, что  $k=idem$ , получим интегрального уравнения термодинамической работы**

$$l_{1,2} = \int_1^2 \frac{1}{1-k} d(pv) = \frac{1}{1-k} (p_1v_1 - p_2v_2) = u_1 - u_2$$

**Введем понятие характеристики процесса расширения или сжатия**

$$\tau_{1,2} = \frac{p_2v_2}{p_1v_1}$$

**Окончательно имеем уравнения для определения термодинамической и потенциальной работы**

$$l_{1,2} = \frac{p_1 v_1}{k-1} (1 - \tau_{1,2}) = u_1 - u_2$$

$$w_{1,2} = k l_{1,2} = \frac{k}{k-1} p_1 v_1 (1 - \tau_{1,2}) = h_1 - h_2$$

**Различные уравнения для определения характеристики расширения или сжатия  $\tau_{1,2}$  определяются с учетом уравнения адиабаты**

$$\frac{p_2 v_2}{p_1 v_1} = \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} = \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1} = \tau_{1,2}$$

Применительно для идеального газа имеем:

$$l_{1,2} = \frac{RT_1}{k-1} (1 - \tau_{1,2}) = c_{vm} (t_1 - t_2)$$

$$w_{1,2} = kl_{1,2} = \frac{k}{k-1} R_1 T_1 (1 - \tau_{1,2}) = c_{pm} (t_1 - t_2)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2 v_2}{p_1 v_1} = \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} = \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1} = \tau_{1,2}$$

Уравнения перечисленных простейших и любых других термодинамических процессов могут быть представлены одним уравнением. Это уравнение называется *уравнением политропы*, а термодинамические процессы, описываемые этим уравнением, называются *политропными*.

## Политропные процессы

*Политропным процессом с постоянным показателем* называется обратимый термодинамический процесс изменения состояния простого тела, подчиняющийся уравнению

$$p v^n = \text{idem} = C; \quad p^{1/n} \cdot v = \text{idem} = C_1;$$

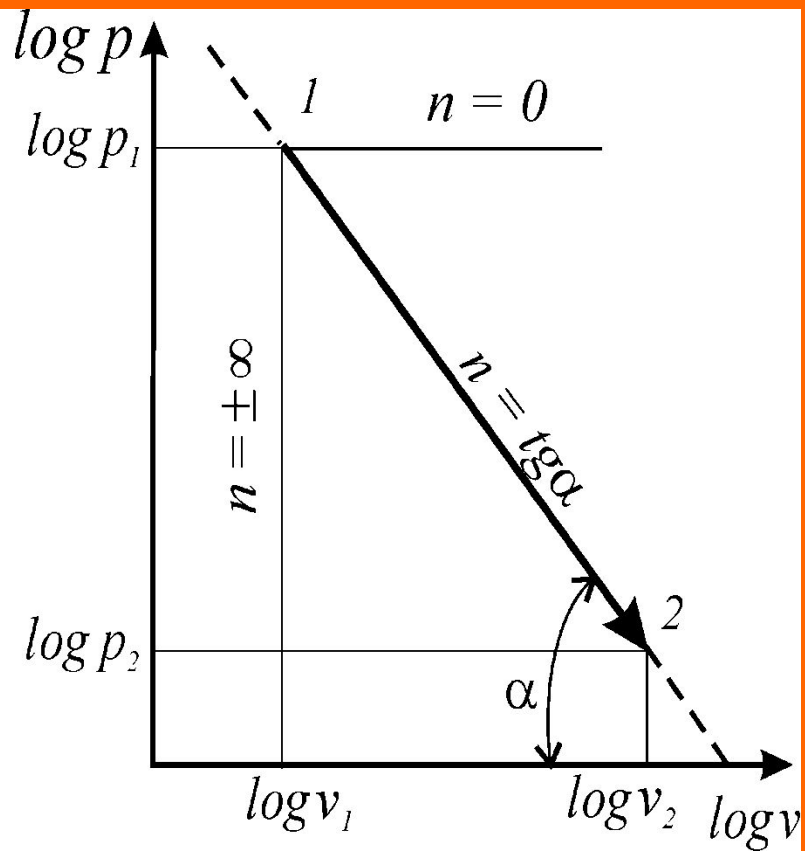
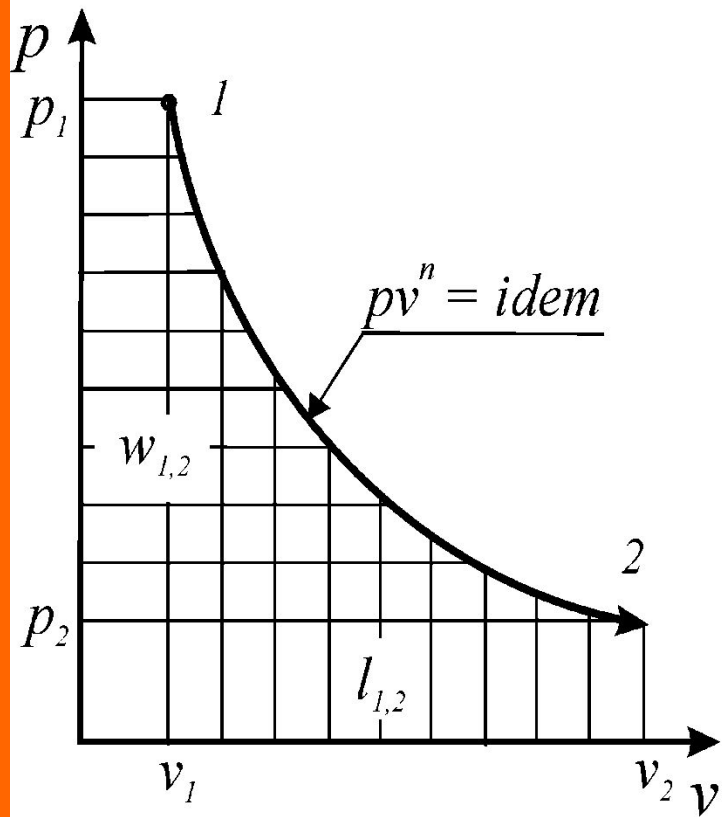
$$p_1 v_1^n = p_2 v_2^n$$

где  $n$  – показатель политропы, являющийся в рассматриваемом процессе постоянной величиной, которая может иметь любые частные значения - положительные и отрицательные ( $-\infty \leq n \leq +\infty$ ).

Физический смысл *показателя политропы*  $n$  определяется после дифференцирования уравнения политропы  $pv^n = idem = C$ ;

$$v^n \cdot dp + n \cdot v^{n-1} \cdot pdv = 0$$

$$n = -\frac{vdp}{pdv} = \frac{\delta w}{\delta l} = \frac{w_{1,2}}{l_{1,2}}$$



Это значит, что *постоянный показатель политропы* определяется соотношением потенциальной и термодинамической работ в элементарном или конечном процессах. Значения этих работ могут быть определены графически в координатах  $p - v$

В логарифмических координатах политропный процесс (*политропа*) с постоянным показателем представляет собой прямую линию

$$\log p + n \cdot \log v = \log C$$

При этом, постоянный показатель политропы определяется как тангенс угла наклона линии процесса к оси абсцисс ( $\alpha$ )



$$n = \frac{\delta w}{\delta l} = -\frac{vdp}{pdv} = \frac{d \log p}{d \log v} = \operatorname{tg} \alpha = \frac{\log(p_1 / p_2)}{\log(v_2 / v_1)}$$

Из соотношения показателя политропы следует, что для изобарного процесса  $n_p = 0$ , для изохорного процесса  $n_v = \pm \infty$ , для изопотенциального процесса  $n_{pv} = 1$  (для идеального газа  $n_{pv} = n_t = n_u = n_h = 1$ , это означает, что для идеального газа изоротенциальный, изотермический, изоэнергетический и изоэнтальпийный процессы совпадают), для адиабатного процесса  $n = k$ .

## Работа в политропных процессах

Выражения конечных (интегральных) величин

термодинамической и потенциальных работ в политропных процессах

$$l_{1,2} = \frac{p_1 v_1}{n-1} \cdot (1 - \tau_{1,2}); \quad w_{1,2} = n \cdot l_{1,2} = \frac{n}{n-1} \cdot p_1 v_1 \cdot (1 - \tau_{1,2})$$

$$\tau_{1,2} = \frac{p_2 v_2}{p_1 v_1} = \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} = \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{n-1}$$

для идеального газа  $p v = R T$  и

$$\tau_{1,2} = \frac{p_2 v_2}{p_1 v_1} = \frac{T_2}{T_1}$$

Теплообмен в политропном процессе для простых тел выводится также на основе рассмотрения выражения первого начала термодинамики

$$\delta q = du + \delta l.$$

Удельная внутренняя энергия для простых тел может быть представлена в виде функции  $u = u(p, v)$ .

Тогда дифференциал внутренней энергии запишется в следующем виде:

$$du = \left( \frac{\partial u}{\partial v} \right)_p dv + \left( \frac{\partial u}{\partial p} \right)_v dp$$

Последнее выражение можно представить в виде

$$du = \frac{1}{p} \cdot \left( \frac{\partial u}{\partial v} \right)_p \cdot p dv + \frac{1}{v} \cdot \left( \frac{\partial u}{\partial p} \right)_v \cdot v dp$$

Введем следующие обозначения:

$$a_v = \frac{1}{p} \cdot \left( \frac{\partial u}{\partial v} \right)_p, \quad a_p = \frac{1}{v} \cdot \left( \frac{\partial u}{\partial p} \right)_v$$

При этом выражение примет вид:

$$\begin{aligned} du &= a_v \cdot \delta l - a_p \cdot \delta w = \\ &= a_v \cdot \delta l - a_p \cdot n \cdot \delta l = (a_v - n \cdot a_p) \cdot \delta l \end{aligned}$$

Подставив полученное уравнение в выражение первого начала термодинамики

$$\delta q = du + \delta l. \quad \text{получим}$$

$$\delta q = (a_v - n \cdot a_p + 1) \cdot \delta l.$$

Для определения величин ( $a_p$  и  $a_v$ ) рассмотрим два термодинамических процесса:

**Изоэнергетический процесс ( $u = idem, du = 0, n = n_u$ .)**

Так как в изоэнергетическом процессе  $\delta l \neq 0$ ,

$$a_v - n_u \cdot a_p = 0, \quad a_v = n_u \cdot a_p$$

**Адиабатный процесс ( $\delta q = 0$ ).** Для этого процесса показатель политропы принимает значение  $n = k$  и элементарная термодинамическая работа также не равна нулю

$$a_v - k \cdot a_p + 1 = 0, \quad n_u a_p - k a_p = -1 \quad \text{отсюда}$$

$$a_p = \frac{1}{k - n_u}, \quad a_v = \frac{n_u}{k - n_u}$$

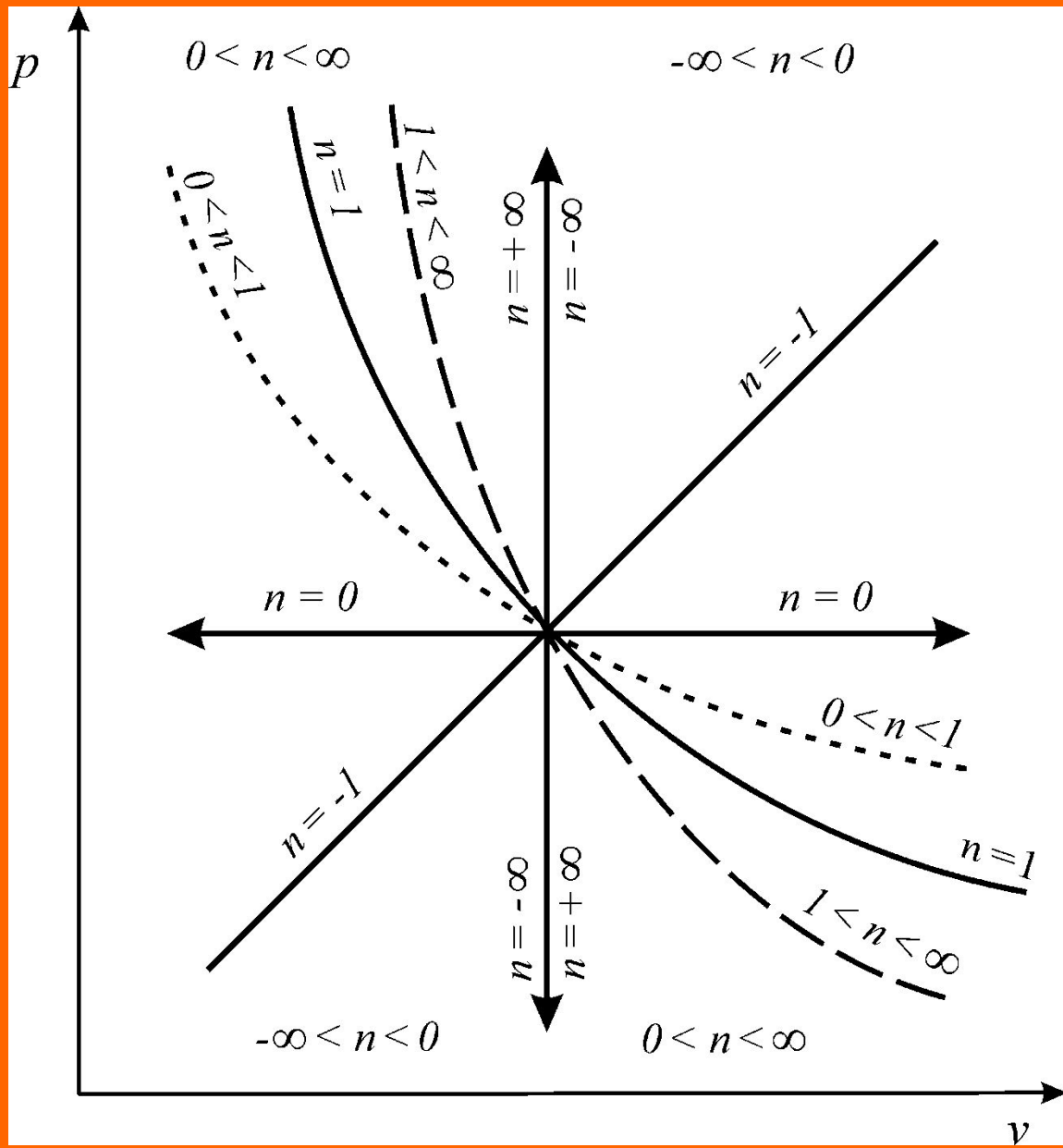
С учетом полученных соотношений для определения  $av$  и  $ap$ , находим выражения для расчета удельных значений изменения внутренней энергии и теплообмена в элементарном процессе:

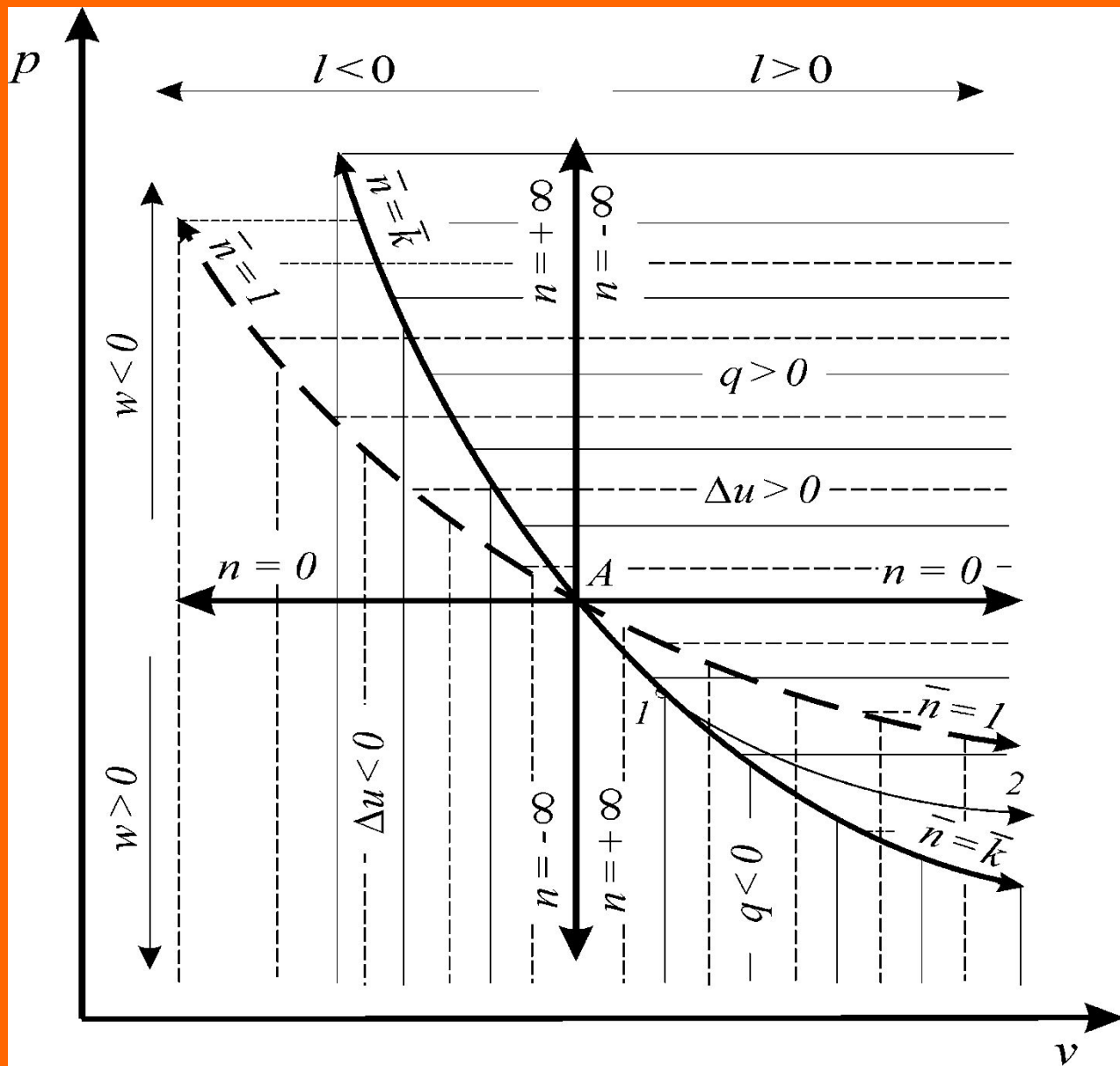
$$du = \frac{n_u - n}{k - n_u} \cdot \delta l, \quad \delta q = \frac{k - n}{k - n_u} \cdot \delta l$$

Соотношения для расчета удельных значений изменения внутренней энергии и теплообмена в конечном процессе имеют следующий вид:

$$\Delta u_{1,2} = \frac{n_u - n}{k - n_u} \cdot l_{1,2} \quad ; \quad q_{1,2} = \frac{k - n}{k - n_u} \cdot l_{1,2}$$

Для идеального газа  $n_u = 1$





≡≡≡  $q_{1,2} > 0$

≡≡≡  $q_{1,2} < 0$

≡≡≡  $\Delta u_{1,2} > 0$

≡≡≡  $\Delta u_{1,2} < 0$