

**Задания В4 из Открытого банка
заданий 2014**

Вписанные и описанные окружности

**Презентация выполнена
учителем математики
Дорошенко Н.И.**

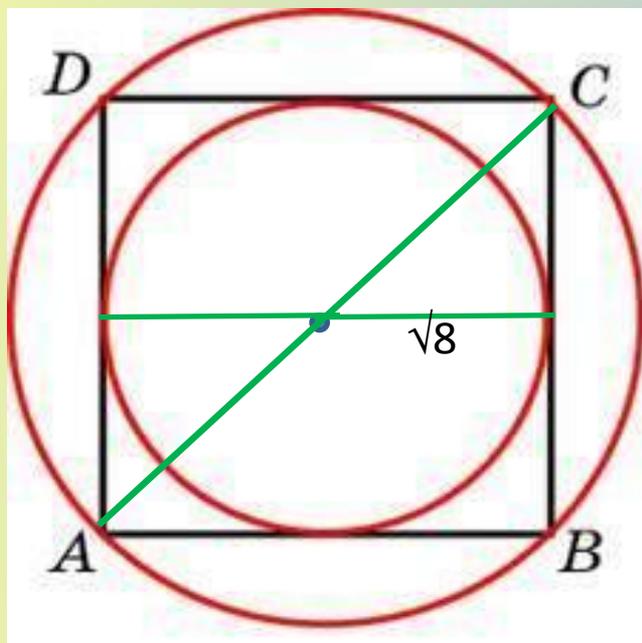
Около окружности, радиус которой равен $\sqrt{8}$, описан квадрат. Найдите радиус окружности, описанной около этого квадрата.

Решени

$$AB = 2\sqrt{8} = a$$

1 способ

Т.к. $R = a / \sqrt{2} \longrightarrow R = \frac{2\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = \frac{2 * 2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 4$



2

способ

$R = AC/2$, AC можно найти из $\triangle ACB$

по теореме Пифагора, зная стороны квадрата

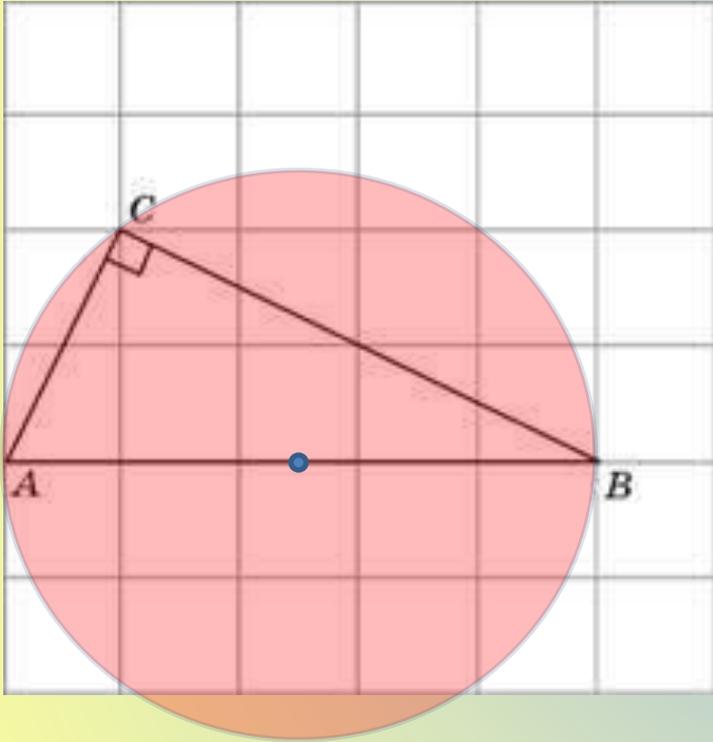
Отве

4			
---	--	--	--

Т:

№ 27944

Найдите радиус окружности, описанной около прямоугольного треугольника ABC , если стороны квадратных клеток равны 1.



Решени

е:

Т.к. центр окружности, описанной около прямоугольного треугольника лежит на середине гипотенузы, а ее длина равна 5, то $R = 2,5$

№ 27946

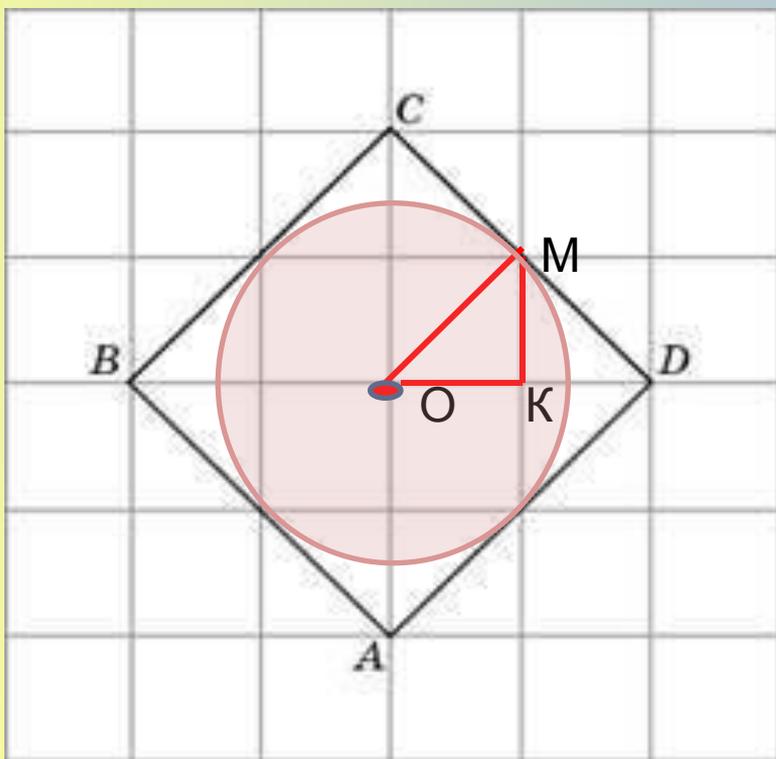
Отве

2	,	5	
---	---	---	--

Т:

Найдите радиус окружности, вписанной в квадрат $ABCD$, считая стороны квадратных клеток равными $\sqrt{2}$.

Решени



$r = OM$, т.к. OM
перпендикуляр
к CD

Из $\triangle OMK$ найдем
гипотенузу

OM по теореме Пифагора
 $OM = 2 = r$

Отве

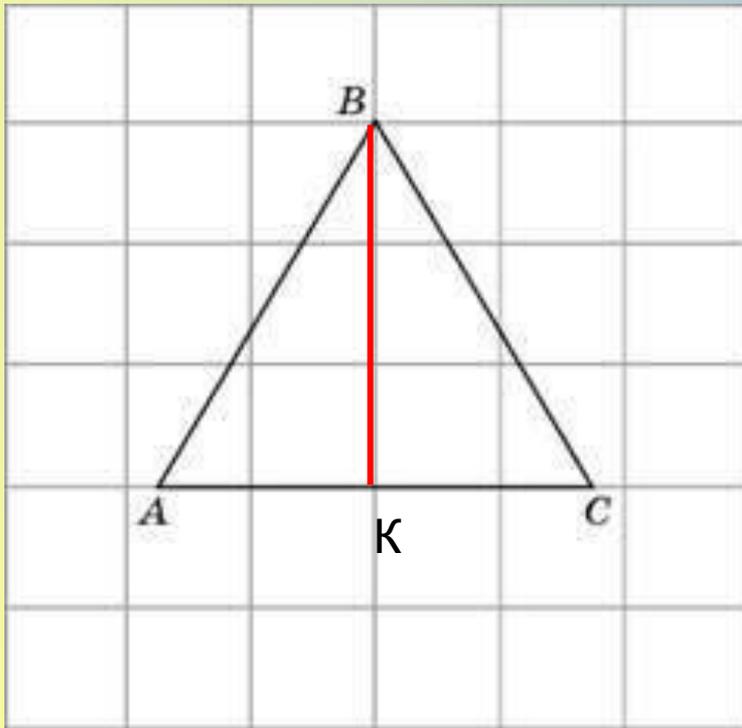
2

№ 27948

Т:

Найдите радиус окружности, описанной около правильного треугольника ABC , считая стороны квадратных клеток равными 1.

Решени



Треугольник ABC равнобедренный. BK – медиана и высота. Т.к. O – центр окружности является точкой пересечения

$$MO \perp BC \quad \rightarrow \quad R = \frac{2}{3} BK = 2$$

Отве

2

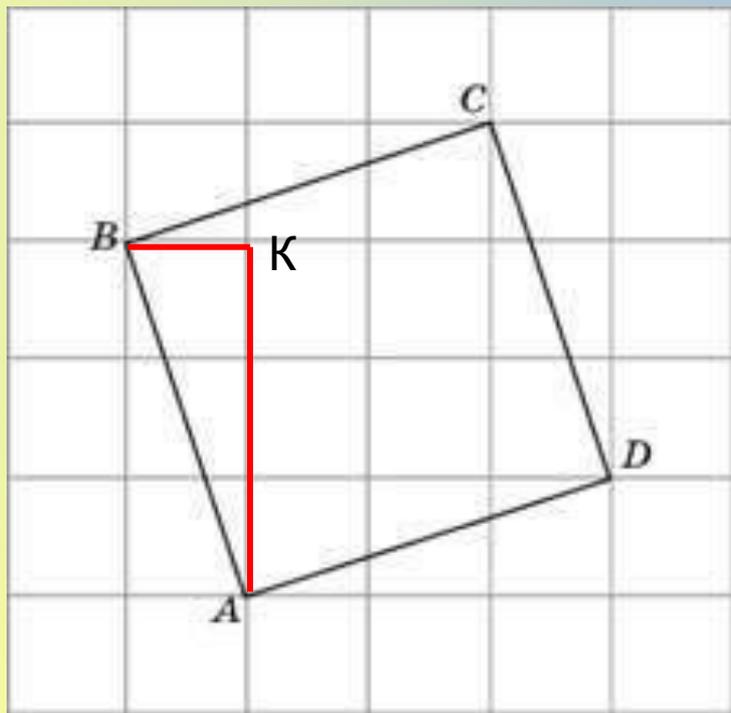
№ 27950

Т:

Найдите радиус r окружности, вписанной в четырехугольник $ABCD$.
В ответе укажите $r\sqrt{10}$.

Решени

$$r = \frac{1}{2}AB \quad \text{е:}$$



AB найдем из треугольника
ABK

по т. Пифагора.

$$AB = \sqrt{10}$$

$$r = 0,5 \sqrt{10}$$

Отве

5			
---	--	--	--

№ 27952

Т:

В четырехугольник $ABCD$ вписана окружность, $AB=10$, $CD=16$.
Найдите
периметр четырехугольника.

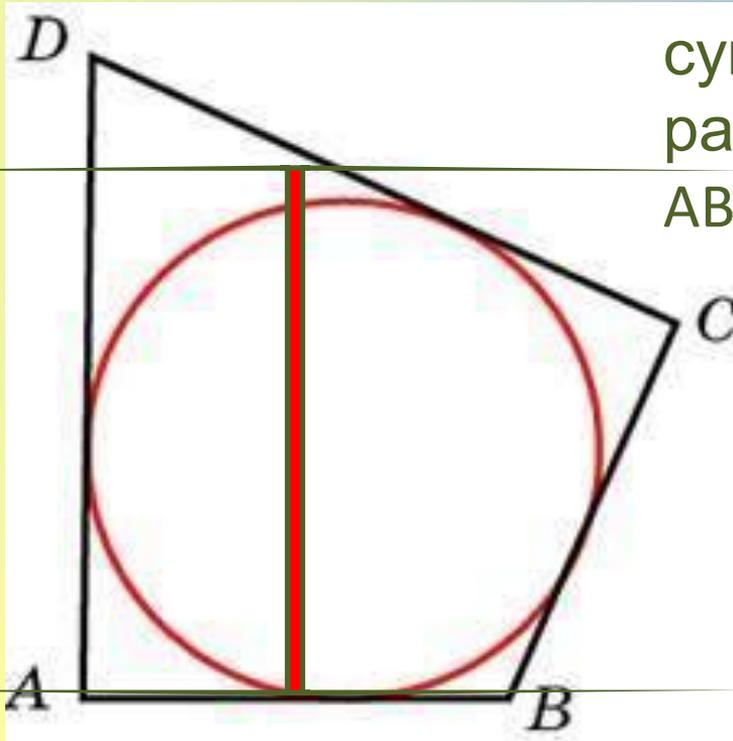
Решени

е:
В любом описанном
четырёхугольнике
суммы противоположных сторон
равны.



$$AB+CD= 26$$

$$P = 26*2 = 52$$



Отве

5	2		
---	---	--	--

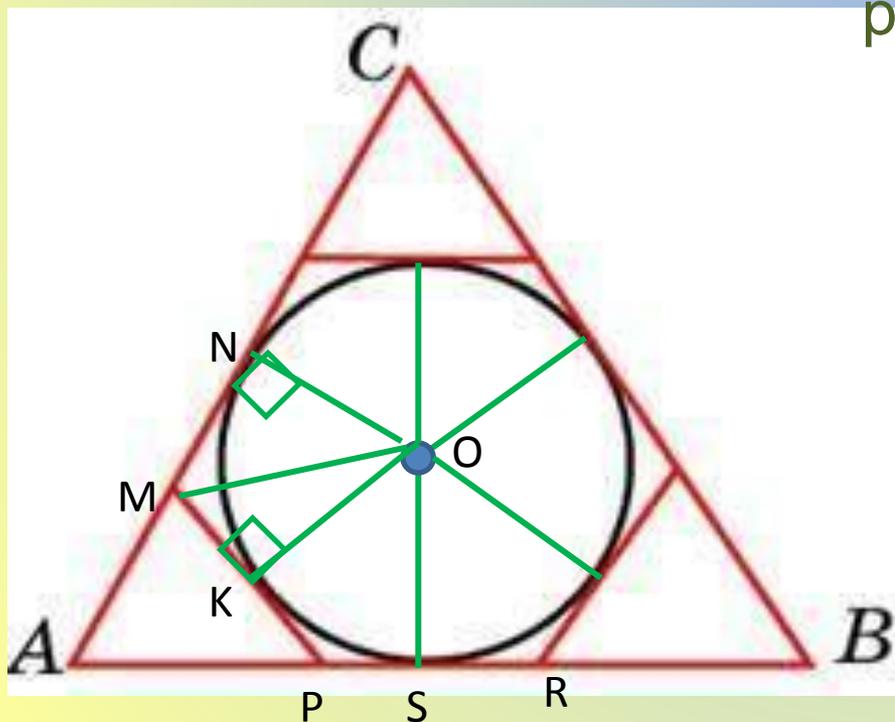
№ 27939

Т:

К окружности, вписанной в треугольник ABC , проведены три касательные. Периметры отсеченных треугольников равны 6, 8, 10. Найдите периметр данного треугольника.

Решени

Т.к. OK и ON – радиусы, проведенные в точку касания, \rightarrow значит треугольники MNO и MKO то $\angle MNO = \angle OKM = 90^\circ$,



равны по катету и гипотенузе,

$MK = MN$, так же $KP = PS$, значит $MP = MN + PS$.

Аналогично для треугольников с периметрами 10 и 8.

Т.о. периметр данного треугольника равен сумме исходных периметров, т.е.

24 № 27943

Отве

2	4		
---	---	--	--

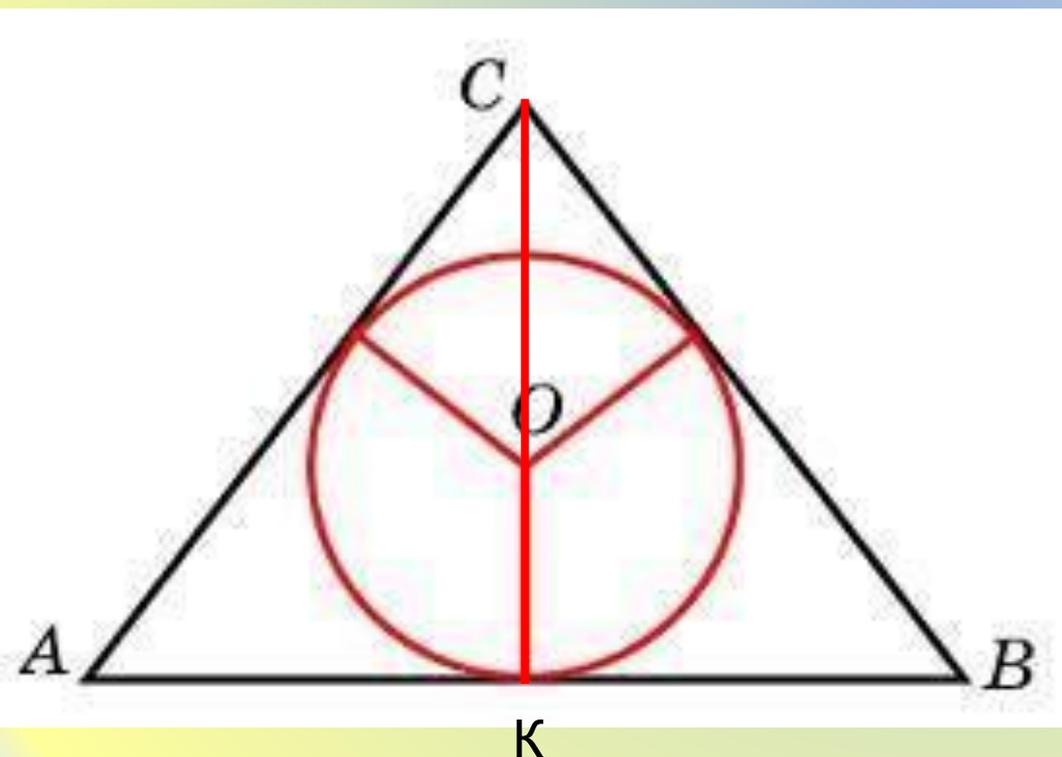
Т:

Боковые стороны равнобедренного треугольника равны 5, основание равно 6. Найдите радиус вписанной окружности.

Решени

СК – медиана, биссектриса, высота
треугольника.

$$S = Pr:2$$



Из $\triangle ACK$ по т.
Пифагора найдем высоту
СК.

$$CK = 4,$$

$$S = \frac{1}{2} * AB * CK = 12,$$

$$P = 16,$$

$$r = 2S:P = 24:16 = 1,5$$

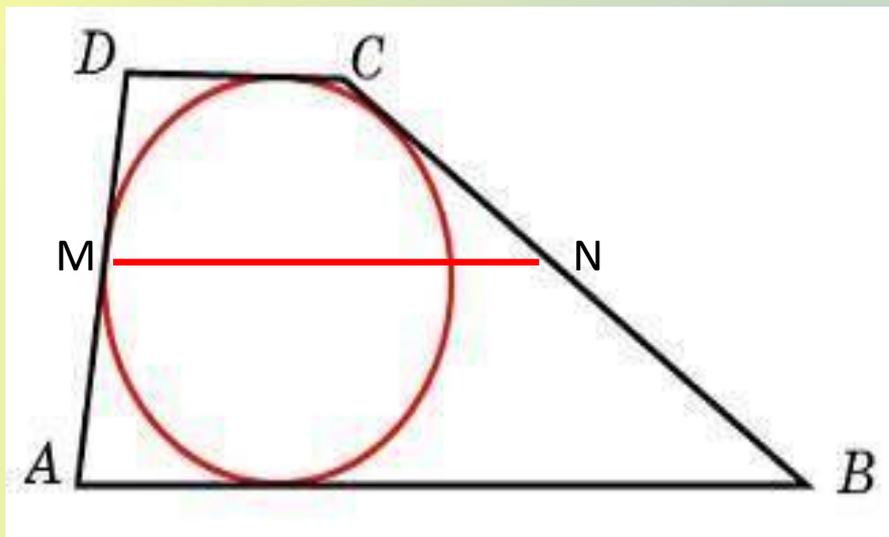
Отве

1	,	5	
---	---	---	--

Т:

№ 27934

Боковые стороны трапеции, описанной около окружности, равны 3 и 5. Найдите среднюю линию трапеции.



Решени

Пусть e – средняя линия трапеции,
 $MN = \frac{1}{2}(DC+AB)$
 $AD+CB = 8$

В любом описанном четырехугольнике суммы противоположных сторон равны.

$$DC+AB = 8$$

Таким образом $MN = 4$

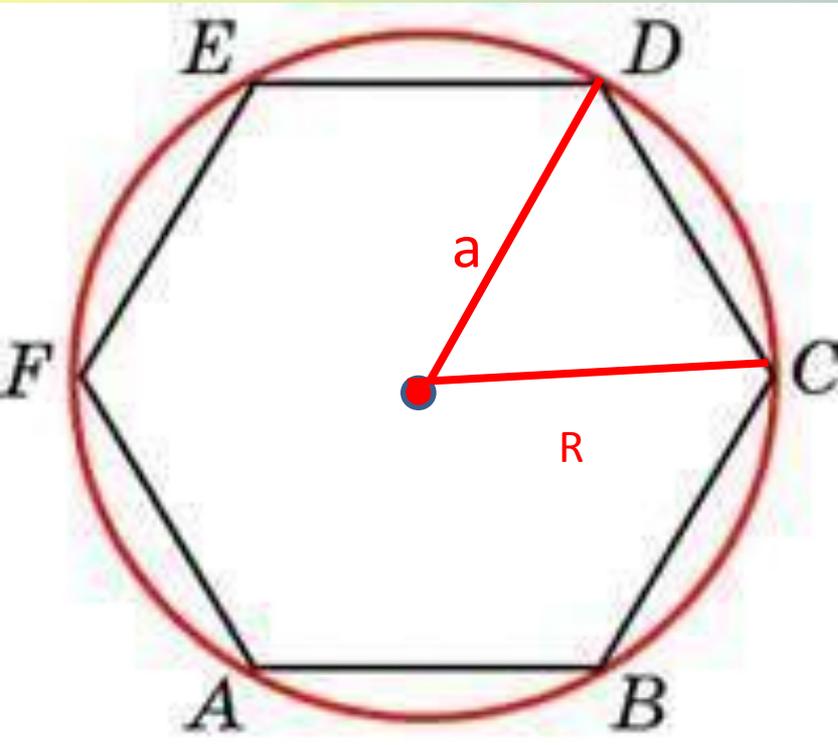
№ 27936

Отве

4			
---	--	--	--

Т:

Периметр правильного шестиугольника равен 72. Найдите диаметр описанной окружности.



Решени

е:

$P = 72$, значит $a = 12$, т.к. $R = a = 12$



$$D = 2R = 24$$

Отве

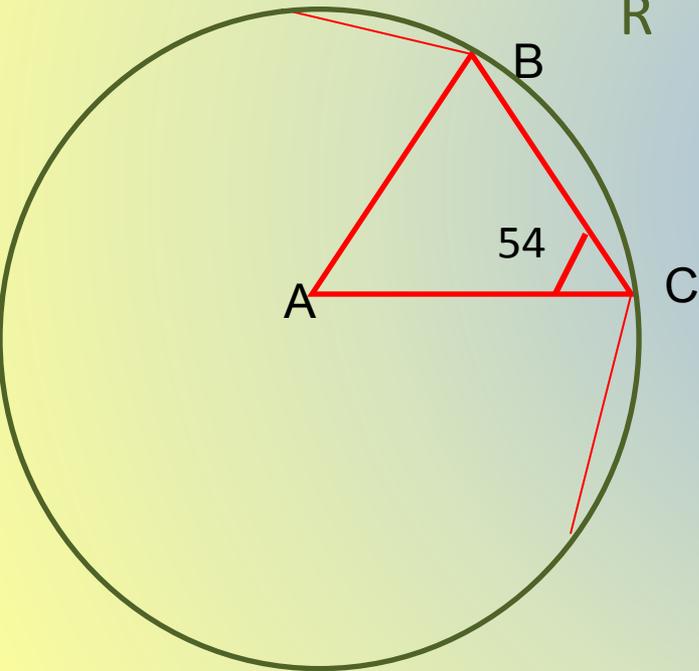
2	4		
---	---	--	--

№ 27929

Т:

Угол между стороной правильного n -угольника, вписанного в окружность, и радиусом этой окружности, проведенным в одну из вершин стороны, равен 54° . Найдите n .

Решени



$$AB = AC = R \longrightarrow \triangle ABC$$

равнобедренный

$$\angle A = 180^\circ - 54^\circ \cdot 2 = 72^\circ$$

$$n = 360^\circ : 72^\circ = 5$$

№ 27930

Отве

5			
---	--	--	--

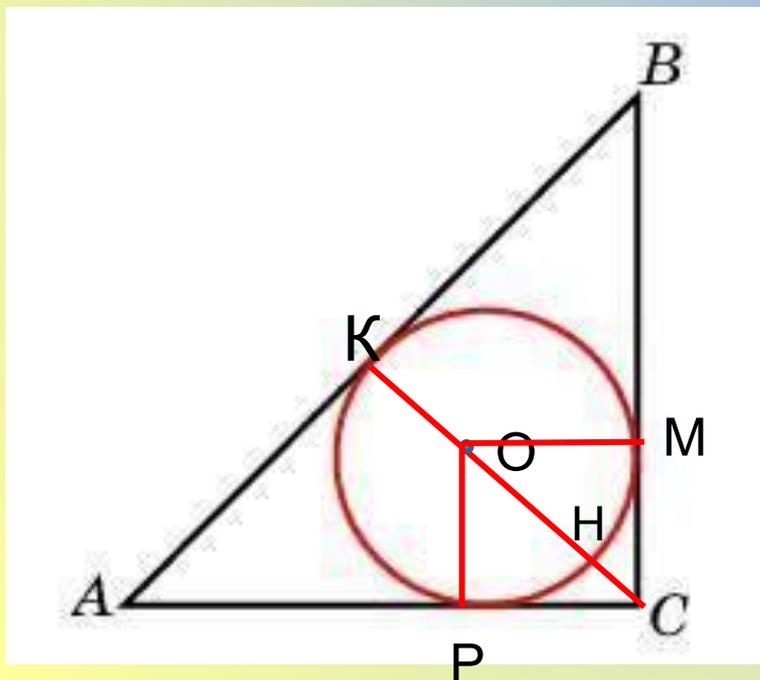
Т:

Радиус окружности, вписанной в равнобедренный прямоугольный треугольник, равен $\sqrt{2}$. Найдите гипотенузу c этого треугольника.

В ответе укажите

СК – медиана биссектриса, высота равнобедренного треугольника ABC.

$OK = OP = OM = r = 2$
 AC – касательная, СК – секущая



Решение:

→ $CP^2 = CH \cdot CK$, т.к. $CH = CK - 4$, то
 $2^2 = (CK - 4) \cdot CK$,
 $CK = 2(1 + \sqrt{2})$
 Т.к. треугольник AKC равнобедренный ($\angle KAC = \angle ACK = 45^\circ$), то $KC = AK$
 $AB = 2AK = 4(1 + \sqrt{2})$

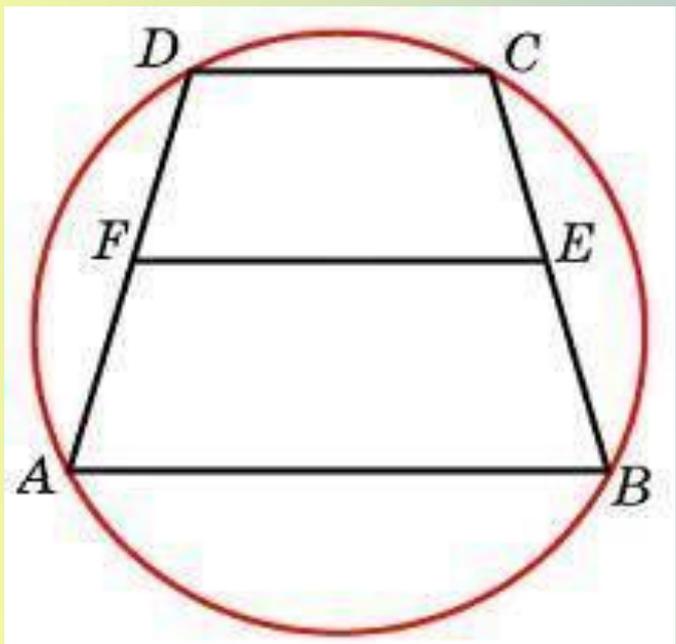
Отве

4			
---	--	--	--

Т:

Около трапеции описана окружность. Периметр трапеции равен 22, средняя линия равна 5. Найдите боковую сторону трапеции.

Решени



Т.к. $FE = \frac{DC + AB}{2}$, то $DC + AB = 10$

$$AD + CB = P - 10 = 12$$

Т.к. в любом вписанном четырехугольнике сумма противоположных углов равна 180° , то

ABCD – равнобедренная трапеция.

$$AD = 6$$

Отве

6

№ 27924

Т:

Боковая сторона равнобедренной трапеции равна ее меньшему основанию, угол при основании равен 60° , большее основание равно 12.

Найдите радиус описанной окружности этой трапеции.

Решение:

$$\angle BCN = 30^\circ$$

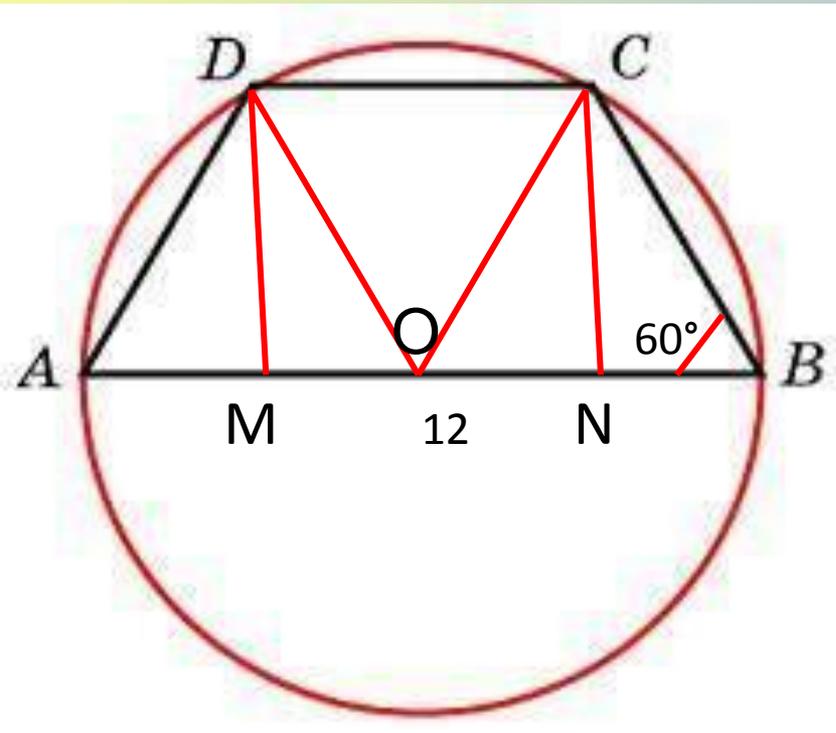
Обозначив $CB = x$ и, учитывая свойство катета, лежащего напротив угла 30° , составим и решим уравнение:

$$x + 0,5x + 0,5x = 12,$$

$$x = 6.$$

Т.к. $OM = OD = OC = OB = 6.$ →

$$R = 6$$



Отве

6

№ 27925

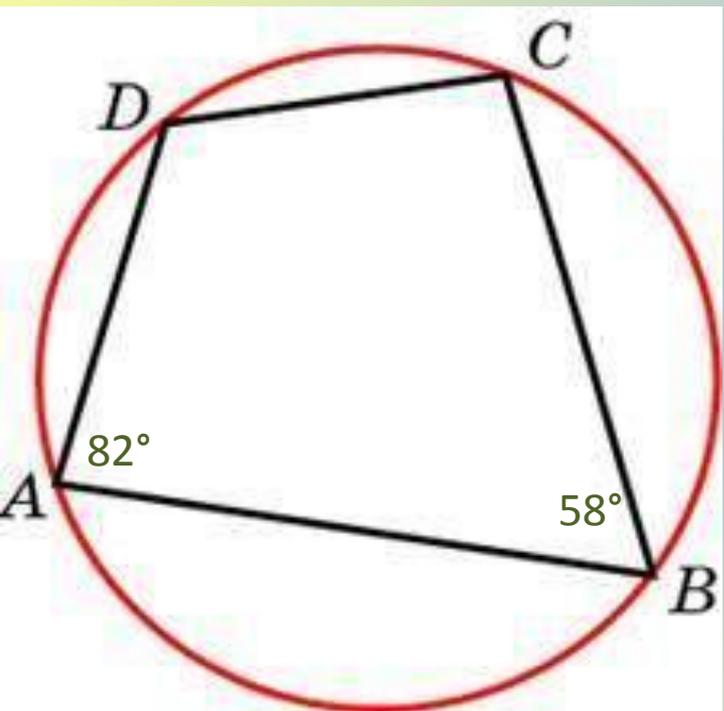
Т:

Два угла вписанного в окружность четырехугольника равны 82° и 58° .

Найдите больший из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.

Решени

е:



В любом вписанном четырехугольнике сумма противоположных углов равна 180° , значит углы 82° и 58° соседние (A и B).

$$\angle B = 58^\circ, \text{ значит } \angle D = 180^\circ - 58^\circ = 122^\circ$$

Отве

1

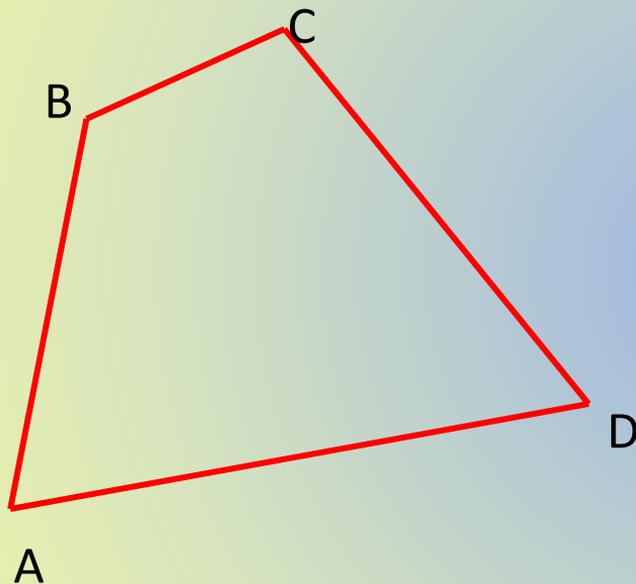
2

2

№ 27927

Т:

Углы A ,B и C четырехугольника ABCD относятся как 1:2:3. Найдите угол D ,
если около данного четырехугольника можно описать окружность.
Ответ дайте в градусах.



Решени

В любом вписанном четырехугольнике сумма противоположных углов равна 180° , значит $\angle A + \angle C = 180^\circ$, таким образом $\angle A = 180^\circ : (1+3) = 45^\circ$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & & \\ \angle B = 2 * 45^\circ = & \rightarrow & \angle D = \\ 90^\circ & & 90^\circ \end{array}$$

№ 27928

Отве

9	0		
---	---	--	--

Т:

Одна сторона треугольника равна радиусу описанной окружности.

Найдите угол треугольника, противолежащий этой стороне.

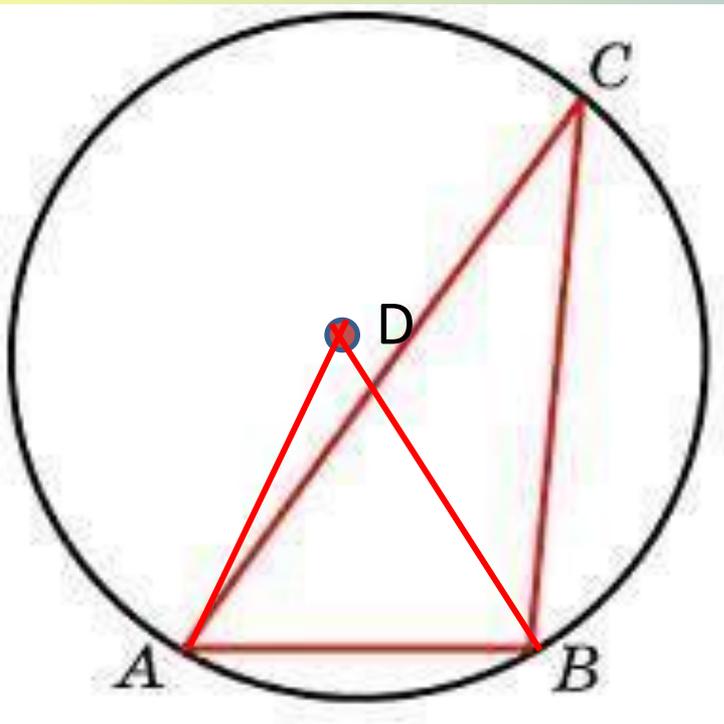
Ответ дайте в градусах.

Решени

е:

По условию задачи треугольник ABD \longrightarrow $\angle ADB = 60^\circ$
равносторонний,

Т.к. $\angle ADB$ – центральный, а $\angle ACB$ – вписанный, но опирающийся на ту же дугу, то его величина составляет 30°



Отве

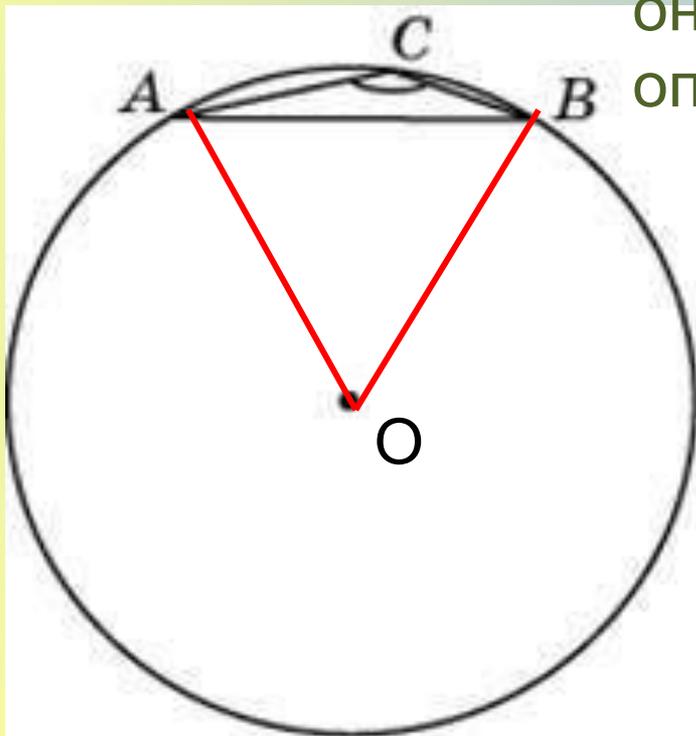
3	0		
---	---	--	--

№ 27919

Т:

Сторона AB треугольника ABC равна 1. Противлежащий ей угол C равен 150° .
Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.

Решени



$\angle ACB$ – вписанный, значит дуга на которую он

опирается равна 300°

Величина дуги ACB , а значит и

центрального $\angle AOB = 60^\circ$, а т.к.

$AO = OB = R$, то треугольник AOB

равносторонний,

Отве

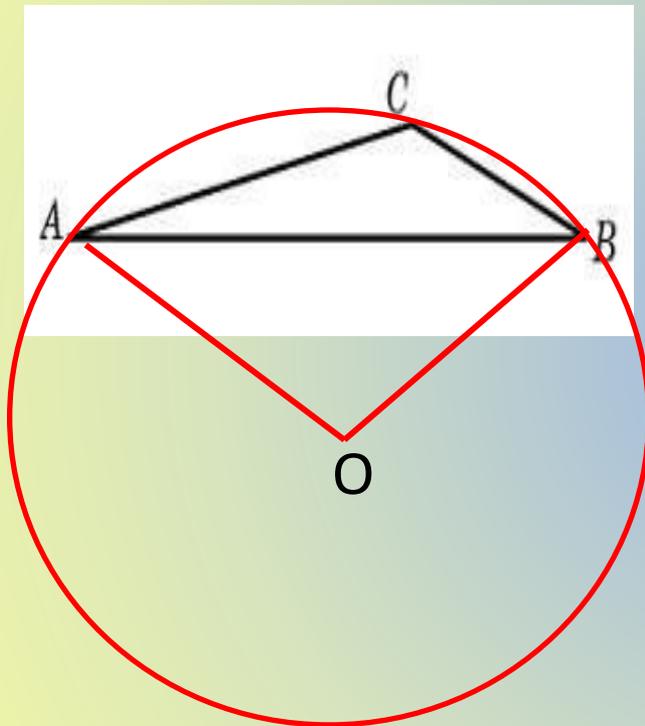
1			
---	--	--	--

№ 27921

Т:

Сторона AB тупоугольного треугольника ABC равна радиусу описанной около него окружности. Найдите угол C . Ответ дайте в градусах.

Решени



Т.к. $AO = OB = AB$, то треугольник AOB

равносторонний, значит $\angle AOB = 60^\circ$

Величина дуги ACB равна 60° ,

величина оставшейся дуги $360^\circ - 60^\circ = 300^\circ$,

Вписанный $\angle C$ равен половине дуги,

на которую он опирается, т.е. $\angle C = 150^\circ$

Отве

1	5	0	
---	---	---	--

№ 27922

Т:

Три стороны описанного около окружности четырехугольника относятся

(в последовательном порядке) как 1:2:3 . Найдите большую сторону

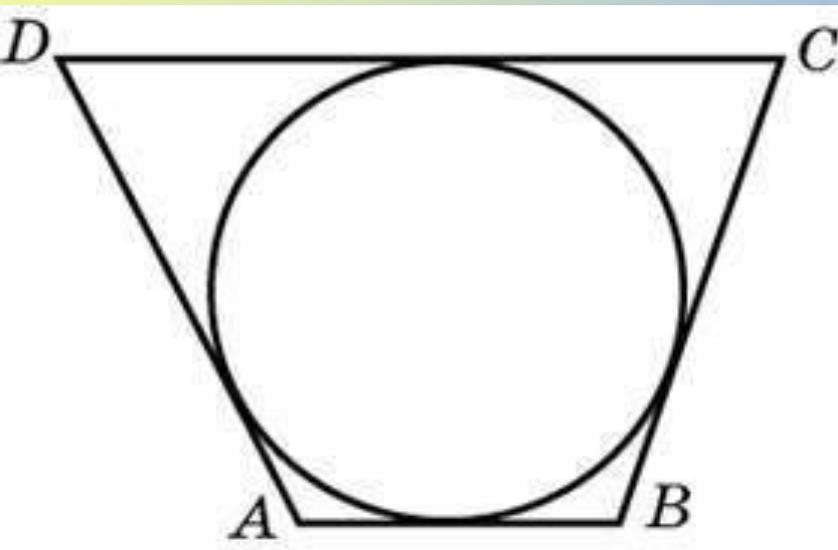
этого четырехугольника, если известно, что его периметр равен 32.

Решени

е:

В любом описанном четырехугольнике суммы противоположных сторон равны, значит $AD+CB = DC+AB$, т.е.

$$x+3x = 32-4x \rightarrow x = 4 \rightarrow DC = 32 - AB - AD - BC = 32 - 4 - 8 - 12 = 8$$



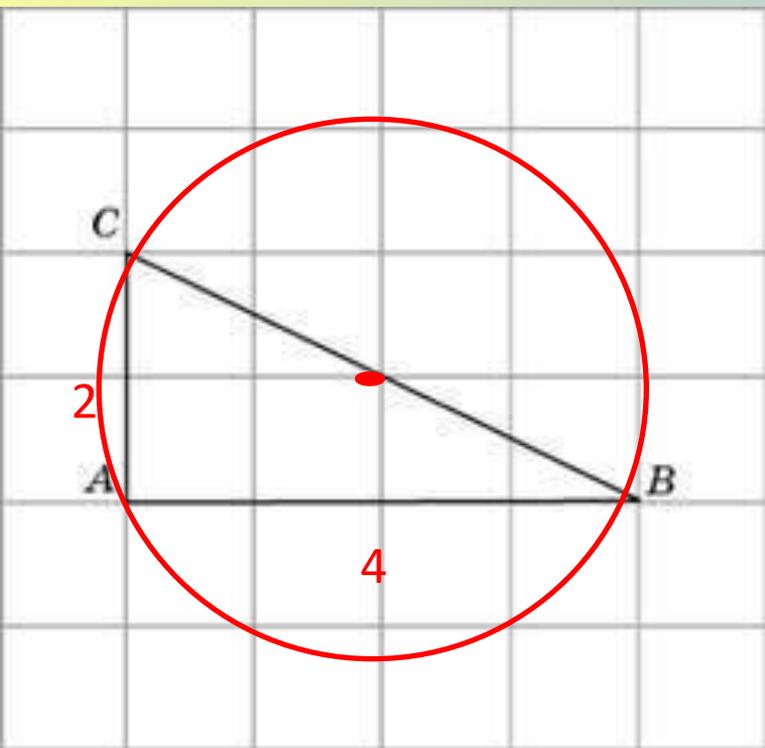
Отве

8			
---	--	--	--

Т:

Найдите радиус R окружности, описанной около
треугольника ABC ,
если стороны квадратных клеток равны 1. В ответе укажите
 $R\sqrt{5}$.

Решени



е:
 $CB = \sqrt{20}$ (используя т.Пифагора).
Центр окружности, описанной
около
прямоугольного треугольника,
лежит в середине гипотенузы,
значит
 $R = CB:2$,
 $R = 2\sqrt{5}/2 = \sqrt{5}$

Отве

5			
---	--	--	--

№ 27949

Т: