ГБОУ СПО ПОЖАРНО-СПАСАТЕЛЬНЫЙ КОЛЛЕДЖ
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЕ ЦЕНТР ПОДГОТОВКИ
СПАСАТЕЛЕЙ»

«ТРИГОНМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ»

Преподаватель математики:
Мисяр Наталья Николаевна

Санкт-Петербург
2013

ЦЕЛИ УРОКА:

Образовательная: Развитие умений решения тригонометрических уравнений.

Развивающая: Обучение студентов логическому мышлению, умению анализировать и применять изученный материал на практике, умение формулировать последовательность действий и обосновывать выводы при решении математических примеров.

Воспитательная: Развивать внимание студентов, научить трудолюбию, соблюдению дисциплины и уважению к себе и другим студентам.

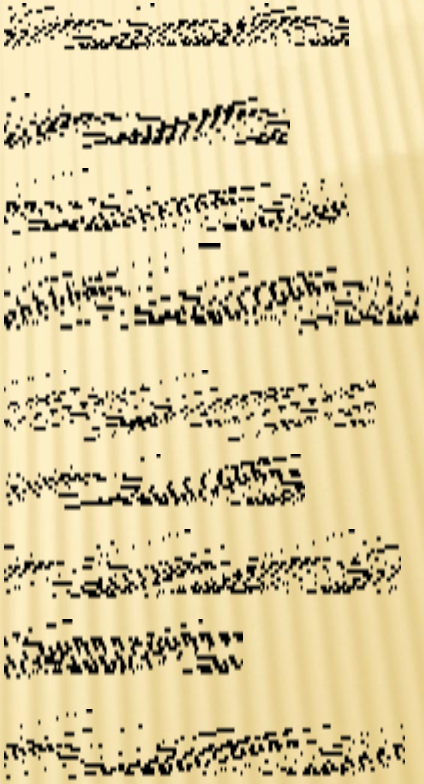
Тип урока: урок закрепления и совершенствования знаний и умений.
Метод обучения: практический.
Оборудование: компьютер, мультимедийная установка, наглядные пособия с тригонометрическими формулами, презентация по теме урока.

СТРУКТУРА УРОКА

1. Организационный момент.
2. Повторение методов решения тригонометрических уравнений.
3. Экспресс-контроль.
4. Решение тригонометрических уравнений.
5. Самостоятельная работа.
6. Домашнее задание.
7. Подведение итогов. Рефлексия.

2. КАЖДОМУ УРАВНЕНИЮ НАЙТИ СВОЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ:

A. Приведение к квадратному уравнению
B. Однородные уравнения
C. Понижение порядка
D. Формул суммы и разности
E. Универсальная подстановка



3. ЭКСПРЕСС-КОНТРОЛЬ

Студенты выполняют задание трех примеров с выбором вариантов ответета.

ЗАДАНИЕ

Вариант 1	Вариант 2	1	2	3	4
$\sin x = -\frac{1}{2}$	$\sin x = \frac{1}{2}$	$(-1) \bullet \frac{\pi}{6} + \pi n$	$(-1) \bullet \frac{\pi}{6} + 2\pi n$	$(-1)^{n+1} \bullet \frac{\pi}{6} + \pi n$	$\frac{\pi}{6} + 2\pi n$
$\cos 2x = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\cos 2x = 0$	$\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} n$	$x = \pm \frac{\pi}{8} + \pi n$	$\frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2} n$	$-\frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2} n$
$tg\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = -1$	$tg\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 1$	$-\frac{5\pi}{6} + 2\pi n$	$\frac{7\pi}{12} + \pi n$	$-1\frac{\pi}{6} + \pi n$	$\frac{\pi}{12} + \pi n$

4.РЕШЕНИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ.

$$1.\sin 3x + \sin x == \sin 2x$$

$$2\sin\frac{3x+x}{2}\cdot\cos\frac{3x-x}{2} - \sin 2x = 0$$

$$2\sin 2x\cdot\cos x - \sin 2x = 0$$

$$\sin 2x\cdot(2\cos x - 1) = 0$$

$$\sin 2x = 0$$

$$2x = \pi n, n \in z$$

$$x = \frac{\pi n}{2}, n \in z$$

$$2\cos x = 1$$

$$\cos x = \frac{1}{2}$$

$$x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi\kappa, \kappa \in z$$

$$\textit{Ответ}: x = \frac{\pi n}{2}, n \in z$$

$$x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi\kappa, \kappa \in z.$$

$$2.\sin x + \cos x = 0$$

$$\sin x = -\cos x,$$

Разделим все уравнение на cosx, получим:

$$tgx = -1$$

$$x = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in z$$

$$Ответ: x = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in z$$

$$3.\ 2\sin^2 x + \cos 4x = 0$$

$$\sin^2 x = \frac{1-\cos 2x}{2}$$

$$1 - \cos 2x + \cos 4x = 0$$

$$1 - \cos 2x + \cos^2 2x - \sin^2 2x = 0$$

$$1 - \cos 2x + \cos^2 2x - 1 + \cos^2 2x = 0$$

$$2\cos^2 2x - \cos 2x = 0$$

$$\cos 2x(2\cos 2x - 1) = 0$$

$$\cos 2x = 0$$

$$2x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in z$$

$$x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}, n \in z$$

$$\cos 2x = \frac{1}{2}$$

$$2x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi\kappa, \kappa \in z$$

$$x = \pm\frac{\pi}{6} + \pi\kappa, \kappa \in z$$

$$Ответ: x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}, n \in z, x = \pm\frac{\pi}{6} + \pi\kappa, \kappa \in z$$

$$4.\ 2\cos^2 2x + 2\sqrt{2}\sin x - 3 = 0$$

$$2(1 - \sin^2 x) + 2\sqrt{2}\sin x - 3 = 0$$

$$2\sin^2 x - 2\sqrt{2}\sin x - 1 = 0$$

$$\sin x = t, t \in [-1;1]$$

$$2t^2 - 2\sqrt{2}t - 1 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 16 > 0$$

$$t_1 = \frac{-\sqrt{2}}{2} + 1$$

$$t_2 = \frac{-\sqrt{2}}{2} - 1 \notin [-1;1]$$

$$\sin x = \frac{-\sqrt{2}}{2} + 1$$

$$x = (-1)^n \cdot \arcsin(\frac{-\sqrt{2}}{2} + 1) + \pi n, n \in z$$

$$Ответ: x = (-1)^n \cdot \arcsin(\frac{-\sqrt{2}}{2} + 1) + \pi n, n \in z$$

$$5.\ 2tg^4 3x - 3tg^2 3x + 1 = 0$$

$$tg^2 3x = t$$

$$2t^2 - 3t + 1 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 1 > 0$$

$$t_1 = 1; t_2 = \frac{1}{2}$$

$$tg^2 3x = 1$$

$$tg3x = \pm 1$$

$$3x = \pm\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in z$$

$$x = \pm\frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{3}, n \in z$$

$$tg^2 3x = \frac{1}{2}$$

$$tg3x = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$3x = \pm arctg\frac{1}{\sqrt{2}} + \pi k, k \in z$$

$$x = \pm\frac{1}{3} arctg\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{\pi k}{3}, k \in z$$

$$Ответ: x = \pm\frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{3}, n \in z; x = \pm\frac{1}{3} arctg\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{\pi \kappa}{3}, \kappa \in z$$

$$6.\ \cos x + \sin x = -2$$

$$\frac{2(1 - tg^2 \frac{x}{2})}{1 + tg^2 \frac{x}{2}} + \frac{2tg \frac{x}{2}}{1 + tg^2 \frac{x}{2}} = -2$$

$$\cos x = \frac{1 - tg^2 \frac{x}{2}}{1 + tg^2 \frac{x}{2}}; \sin x = \frac{2tg \frac{x}{2}}{1 + tg \frac{x}{2}}$$

$$\frac{2 - 2tg^2 \frac{x}{2} + 2tg \frac{x}{2} + 2 + 2tg^2 \frac{x}{2}}{1 + tg^2 \frac{x}{2}} = 0$$

$$2tg \frac{x}{2} = -4$$

$$1 + tg^2 \frac{x}{2} \neq 0; \varnothing$$

$$tg \frac{x}{2} = -2$$

$$x = -2arctg\, 2 + 2\pi n, n \in z$$

$$Ответ: x = -2arctg\, 2 + 2\pi n, n \in z$$

$$7. \sin 2x + \sin^2 x = 4\cos^2 x$$

$$\sin^2 x + 2\sin x \cdot \cos x - 4\cos^2 x = 0 \,/ : \cos^2 x$$

$$tg^2 x + 2tg - 4 = 0$$

$$tgx = t$$

$$t^2 + 2t - 4 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 4 - 4 \cdot 1 \cdot (-4) = 20 > 0$$

$$t_{1,2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{5}}{2} = -1 \pm \sqrt{5}$$

$$tgx = -1 \pm \sqrt{5}$$

$$x = arctg(\sqrt{5} - 1) + \pi n, n \in z$$

$$x = -arctg(1 + \sqrt{5}) + \pi \kappa, \kappa \in z$$

$Ответ: x = arctg(\sqrt{5} - 1) + \pi n, n \in z;$

$x = -arctg(1 + \sqrt{5}) + \pi \kappa, \kappa \in z$

$$8.\cos 5x = \cos 4x$$

$$\cos 5x - \cos 4x = 0$$

$$-2\sin\frac{5x+4x}{2}\cdot\sin\frac{5x-4x}{2} = 0$$

$$\sin\frac{9x}{2}\cdot\sin\frac{x}{2} = 0$$

$$\sin\frac{9x}{2} = 0$$

$$\frac{9x}{2} = \pi n, n\in z$$

$$x = \frac{2\pi n}{9}, n\in z$$

$$\sin\frac{x}{2} = 0$$

$$\frac{x}{2} = \pi\kappa, \kappa\in z$$

$$x = 2\pi\kappa, \kappa\in z$$

$$\textit{Ответ}: x = \frac{2\pi n}{9}, n\in z; x = 2\pi\kappa, \kappa\in z$$

$$9.\cos^2 x + 5\sin x - 7 = 0$$

$$6 - 6\sin^2 x + 5\sin x - 7 = 0$$

$$6\sin^2 x - 5\sin x + 1 = 0$$

$$\sin x = t, t \in [-1;1]$$

$$6t^2 - 5t + 1 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 1$$

$$t_1 = \frac{1}{2}; t_2 = \frac{1}{3}$$

$$\sin x = \frac{1}{2}$$

$$x = (-1)^n \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in z$$

$$\sin x = \frac{1}{3}$$

$$x = (-1)^\kappa \cdot \arcsin\frac{1}{3} + \pi\kappa, \kappa \in z$$

$$Ответ: x = (-1)^n \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in z; x = (-1)^\kappa \cdot \arcsin\frac{1}{3} + \pi\kappa, \kappa \in z$$

Самостоятельная работа

	На «3»	На «4»	На «5»
1 Вариант	$2\cos^2 x + 2\sin x = 2{,}5$ $\sin 2x = -\cos 2x$	$2\sin^2 x - 2\cos x = \frac{5}{2}$ $\sqrt{3}\sin(x - \frac{\pi}{3}) + 3\cos(x - \frac{\pi}{3}) = 0$	$2\sin^2 x + 5\cos x + 1 = 0$ $1 - 2\sin 2x = 6\cos^2 x$
2 Вариант	$\sin 2x = 2\sqrt{3}\cdot\sin^2 x$ $\sqrt{3}\sin x + \cos x = \sqrt{2}$	$2\sin^2 x - \sqrt{3}\sin 2x = 0$ $\sqrt{3}\sin x\cos x = 2$	$(\cos x + \sin x)^2 = \cos 2x$ $\sin 2x - \sin 3x = 0$

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

Решить уравнения различными методами:

1. $\cos^2 x + \sin x \cdot \cos x = 1.$
2. $3\sin^2 x + 4 \sin x \cdot \cos x + 5 \cos^2 x = 2.$
3. $3 \sin x – 5 \cos x = 7.$
4. $6\sin 2x - 5\sin x + 1 = 0$
5. $\sin 6x - 3 = \sin 2x + 4$
6. $2 \sin x \cdot \sin 3x = \cos 4x.$

РЕФЛЕКСИЯ

1. На уроке я работал:
   активно / пассивно;
2. Своей работой на уроке я:
   доволен / не доволен;
3. Урок для меня показался
   коротким / длинным;
4. Материал урока я:
   усвоил/не усвоил;
5. Материал урока мне был:
   понятен / не понятен.