

ГБОУ СПО ПОЖАРНО-СПАСАТЕЛЬНЫЙ КОЛЛЕДЖ  
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЕ ЦЕНТР ПОДГОТОВКИ  
СПАСАТЕЛЕЙ»

«ТРИГОНМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ»

Преподаватель математики:  
Мисяр Наталья Николаевна

Санкт-Петербург

---

2013

## ЦЕЛИ УРОКА:

**Образовательная:** Развитие умений решения тригонометрических уравнений.

**Развивающая:** Обучение студентов логическому мышлению, умению анализировать и применять изученный материал на практике, умение формулировать последовательность действий и обосновывать выводы при решении математических примеров.

**Воспитательная:** Развивать внимание студентов, научить трудолюбию, соблюдению дисциплины и уважению к себе и другим студентам.



**Тип урока:** урок закрепления и совершенствования знаний и умений.

**Метод обучения:** практический.

**Оборудование:** компьютер, мультимедийная установка, наглядные пособия с тригонометрическими формулами, презентация по теме урока.



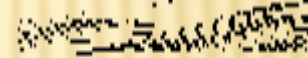
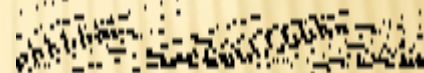
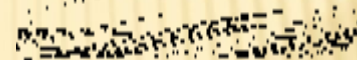
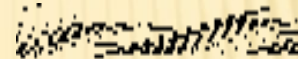
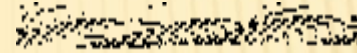
## СТРУКТУРА УРОКА

1. Организационный момент.
2. Повторение методов решения тригонометрических уравнений.
3. Экспресс-контроль.
4. Решение тригонометрических уравнений.
5. Самостоятельная работа.
6. Домашнее задание.
7. Подведение итогов. Рефлексия.



## 2. КАЖДОМУ УРАВНЕНИЮ НАЙТИ СВОЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ:

- A. Приведение к квадратному уравнению
- B. Однородные уравнения
- C. Понижение порядка
- D. Формул суммы и разности
- E. Универсальная подстановка



### 3. ЭКСПРЕСС-КОНТРОЛЬ

Студенты выполняют задание трех примеров с выбором вариантов ответа.

#### ЗАДАНИЕ



Вариант 1	Вариант 2	1	2	3	4
$\sin x = -\frac{1}{2}$	$\sin x = \frac{1}{2}$	$(-1) \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n$	$(-1) \cdot \frac{\pi}{6} + 2\pi n$	$(-1)^{n+1} \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n$	$\frac{\pi}{6} + 2\pi n$
$\cos 2x = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\cos 2x = 0$	$\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} n$	$x = \pm \frac{\pi}{8} + \pi n$	$\frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2} n$	$-\frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2} n$
$\operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = -1$	$\operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 1$	$-\frac{5\pi}{6} + 2\pi n$	$\frac{7\pi}{12} + \pi n$	$-1 \frac{\pi}{6} + \pi n$	$\frac{\pi}{12} + \pi n$



---

# 4. РЕШЕНИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ.





$$1. \sin 3x + \sin x = \sin 2x$$

$$2 \sin \frac{3x+x}{2} \cdot \cos \frac{3x-x}{2} - \sin 2x = 0$$

$$2 \sin 2x \cdot \cos x - \sin 2x = 0$$

$$\sin 2x \cdot (2 \cos x - 1) = 0$$

$$\sin 2x = 0$$

$$2x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ} : x = \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$2 \cos x = 1$$

$$\cos x = \frac{1}{2}$$

$$x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$



$$2. \sin x + \cos x = 0$$

$$\sin x = -\cos x,$$

Разделим все уравнение на  $\cos x$ , получим:

$$\operatorname{tg} x = -1$$

$$x = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ : } x = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$



$$3.2 \sin^2 x + \cos 4x = 0$$

$$1 - \cos 2x + \cos 4x = 0$$

$$1 - \cos 2x + \cos^2 2x - \sin^2 2x = 0$$

$$1 - \cos 2x + \cos^2 2x - 1 + \cos^2 2x = 0$$

$$2 \cos^2 2x - \cos 2x = 0$$

$$\cos 2x(2 \cos 2x - 1) = 0$$

$$\cos 2x = 0$$

$$2x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$$

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$$

$$\cos 2x = \frac{1}{2}$$

$$2x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pm \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ: } x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}, x = \pm \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$



$$4.2 \cos^2 2x + 2\sqrt{2} \sin x - 3 = 0$$

$$2(1 - \sin^2 x) + 2\sqrt{2} \sin x - 3 = 0$$

$$2 \sin^2 x - 2\sqrt{2} \sin x - 1 = 0$$

$$\sin x = t, t \in [-1; 1]$$

$$2t^2 - 2\sqrt{2}t - 1 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 16 \geq 0$$

$$t_1 = \frac{-\sqrt{2}}{2} + 1$$

$$t_2 = \frac{-\sqrt{2}}{2} - 1 \notin [-1; 1]$$

$$\sin x = \frac{-\sqrt{2}}{2} + 1$$

$$x = (-1)^n \cdot \arcsin\left(\frac{-\sqrt{2}}{2} + 1\right) + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ : } x = (-1)^n \cdot \arcsin\left(\frac{-\sqrt{2}}{2} + 1\right) + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$



$$5. 2\operatorname{tg}^4 3x - 3\operatorname{tg}^2 3x + 1 = 0$$

$$\operatorname{tg}^2 3x = t$$

$$2t^2 - 3t + 1 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 1 \neq 0$$

$$t_1 = 1; t_2 = \frac{1}{2}$$

$$\operatorname{tg}^2 3x = 1$$

$$\operatorname{tg} 3x = \pm 1$$

$$3x = \pm \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pm \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}$$

$$\operatorname{tg}^2 3x = \frac{1}{2}$$

$$\operatorname{tg} 3x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$3x = \pm \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{2}} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pm \frac{1}{3} \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ: } x = \pm \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}; x = \pm \frac{1}{3} \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}$$



$$6. \cos x + \sin x = -2$$

$$\frac{2(1 - \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2})}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}} + \frac{2\operatorname{tg} \frac{x}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}} = -2$$

$$\frac{2 - 2\operatorname{tg}^2 \frac{x}{2} + 2\operatorname{tg} \frac{x}{2} + 2 + 2\operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}} = 0$$

$$2\operatorname{tg} \frac{x}{2} = -4$$

$$\operatorname{tg} \frac{x}{2} = -2$$

$$x = -2\operatorname{arctg} 2 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ: } x = -2\operatorname{arctg} 2 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\cos x = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}; \sin x = \frac{2\operatorname{tg} \frac{x}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}$$

$$1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2} \neq 0; \emptyset$$



$$7. \sin 2x + \sin^2 x = 4 \cos^2 x$$

$$\sin^2 x + 2 \sin x \cdot \cos x - 4 \cos^2 x = 0 / : \cos^2 x$$

$$\operatorname{tg}^2 x + 2 \operatorname{tg} x - 4 = 0$$

$$\operatorname{tg} x = t$$

$$t^2 + 2t - 4 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 4 - 4 \cdot 1 \cdot (-4) = 20 \geq 0$$

$$t_{1,2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{5}}{2} = -1 \pm \sqrt{5}$$

$$\operatorname{tg} x = -1 \pm \sqrt{5}$$

$$x = \operatorname{arctg}(\sqrt{5} - 1) + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\operatorname{arctg}(1 + \sqrt{5}) + \pi \kappa, \kappa \in \mathbb{Z}$$

*Ответ* :  $x = \operatorname{arctg}(\sqrt{5} - 1) + \pi n, n \in \mathbb{Z};$

$x = -\operatorname{arctg}(1 + \sqrt{5}) + \pi \kappa, \kappa \in \mathbb{Z}$



$$8 \cdot \cos 5x = \cos 4x$$

$$\cos 5x - \cos 4x = 0$$

$$-2 \sin \frac{5x + 4x}{2} \cdot \sin \frac{5x - 4x}{2} = 0$$

$$\sin \frac{9x}{2} \cdot \sin \frac{x}{2} = 0$$

$$\sin \frac{9x}{2} = 0$$

$$\frac{9x}{2} = \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{2\pi n}{9}, n \in \mathbb{Z}$$

$$\sin \frac{x}{2} = 0$$

$$\frac{x}{2} = \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ: } x = \frac{2\pi n}{9}, n \in \mathbb{Z}; x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$





$$9. \cos^2 x + 5 \sin x - 7 = 0$$

$$6 - 6 \sin^2 x + 5 \sin x - 7 = 0$$

$$6 \sin^2 x - 5 \sin x + 1 = 0$$

$$\sin x = t, t \in [-1; 1]$$

$$6t^2 - 5t + 1 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 1$$

$$t_1 = \frac{1}{2}; t_2 = \frac{1}{3}$$

$$\sin x = \frac{1}{2}$$

$$x = (-1)^n \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\sin x = \frac{1}{3}$$

$$x = (-1)^k \cdot \arcsin \frac{1}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ: } x = (-1)^n \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}; x = (-1)^k \cdot \arcsin \frac{1}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$



---

# САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

	На «3»	На «4»	На «5»
<b>1 Вариант</b>	$2 \cos^2 x + 2 \sin x = 2,5$ $\sin 2x = -\cos 2x$	$2 \sin^2 x - 2 \cos x = \frac{5}{2}$ $\sqrt{3} \sin(x - \frac{\pi}{3}) + 3 \cos(x - \frac{\pi}{3}) = 0$	$2 \sin^2 x + 5 \cos x + 1 = 0$ $1 - 2 \sin 2x = 6 \cos^2 x$
<b>2 Вариант</b>	$\sin 2x = 2\sqrt{3} \cdot \sin^2 x$ $\sqrt{3} \sin x + \cos x = \sqrt{2}$	$2 \sin^2 x - \sqrt{3} \sin 2x = 0$ $\sqrt{3} \sin x \cos x = 2$	$(\cos x + \sin x)^2 = \cos 2x$ $\sin 2x - \sin 3x = 0$



# ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

Решить уравнения  
различными методами:

1.  $\cos^2 x + \sin x \cdot \cos x = 1.$
2.  $3\sin^2 x + 4 \sin x \cdot \cos x + 5 \cos^2 x = 2.$
3.  $3 \sin x - 5 \cos x = 7.$
4.  $6\sin 2x - 5\sin x + 1 = 0$
5.  $\sin 6x - 3 = \sin 2x + 4$
6.  $2 \sin x \cdot \sin 3x = \cos 4x.$



# РЕФЛЕКСИЯ

1. На уроке я работал:  
активно / пассивно;
2. Своей работой на уроке я:  
доволен / не доволен;
3. Урок для меня показался  
коротким / длинным;
4. Материал урока я:  
усвоил/не усвоил;
5. Материал урока мне был:  
понятен / не понятен.

