

Кинематика материальной ТОЧКИ

Слова механика, физика, кинематика появились в древней Греции в 7-6 вв. до н.э. Еще в древней Греции говорилось о первичности и о материальности окружающего нас мира.

Задача физиков не только объяснить те или иные явления, но и создать целостное представление о мире. Эйнштейн писал: *«Высшим долгом физиков является поиск тех общих элементарных законов из которых возможно получить картину мира».*

Физика – это наука, изучающая наиболее общие законы, которым подчиняется окружающий нас внешний мир.

Роль физики в естествознании очень велика. Например: закон сохранения и изменения энергии, законы термодинамики и др. справедливы и для живой природы.

Вследствие всеобщности физических законов возникло много смежных с физикой дисциплин: биофизика, физическая химия, астрофизика и т. д.

Физика рассматривает следующие формы движения материи:

- Электромагнитная
- Тепловая
- Механическая
- Внутриатомная
- Гравитационная

Существует два вида измерений:

1. Прямое – результат получается из опытных данных сравнения измеряемой величины с эталоном (измерение длины – линейкой, штангенциркулем, микрометром; времени – часами, секундомером).
2. Косвенное – результат получается на основании опытных данных прямых измерений нескольких величин, связанных между собой функциональной зависимостью. Например: $V = S / t$.

Совокупность основных единиц и выраженных через них производных, называется системой единиц СИ, принятой Международной конвенцией.

Основные единицы: *длина* – метр (м), *масса* – килограмм (кг), *время* – секунда (с), *сила тока* – Ампер (А), *температура* – Кельвин (К), *количество вещества* – моль (масса изотопа C^{12} 0,012 кг), *сила света* – Кандела.

Дополнительные единицы: *радиан, стерадиан*
(плоский и объемный угол).

Широко используются другие системы, например, *физическая СГС*. Название системы складывается из названий основных единиц – сантиметр, грамм, секунда.

Первым известным физиком механиком в истории человечества был Архимед. Который уделял большое внимание созданию различных приборов в том числе и военного оборудования.

Механика - «механе» - орудие, приспособление.

Механика изучает самый простой вид движения перемещение тел в пространстве.

В механике рассматривается движение тел.

Кинематика - *изучает движение тел, но не рассматривает причины, вызывающие это движение.*

Динамика - *изучает законы движения тел и причины, которые вызывают или изменяют это движение.*

Статика - *изучает законы равновесия системы тел. Если известны законы движения тел, то из них можно установить и законы равновесия.*

■ Механическое движение – изменение положения тела или частей тела в пространстве с течением времени.

Существует два вида механического движения:

- *поступательное;*
- *вращательное.*

При поступательном движении все точки тела движутся одинаково, имеют одинаковые скорости и ускорения.

Наиболее простым случаем движения является движение материальной точки.

Материальной точкой называется тело, формой и размерами которого можно пренебречь по сравнению с расстоянием, на котором оно рассматривается

Выбираем систему отсчета, относительно которой будем рассматривать движение материальной точки. *Например*: прямоугольная система координат XYZ. Положение материальной точки можно задать тремя скалярными уравнениями

$$x = f_1(t);$$

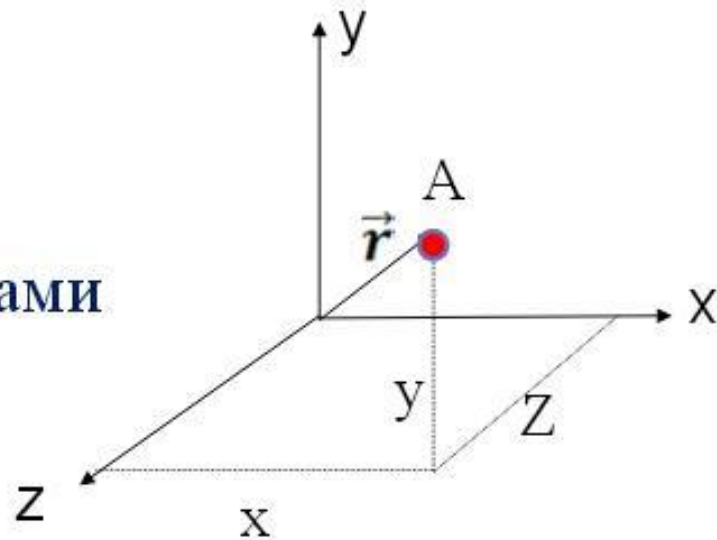
$$y = f_2(t);$$

$$z = f_3(t)$$

одним векторным

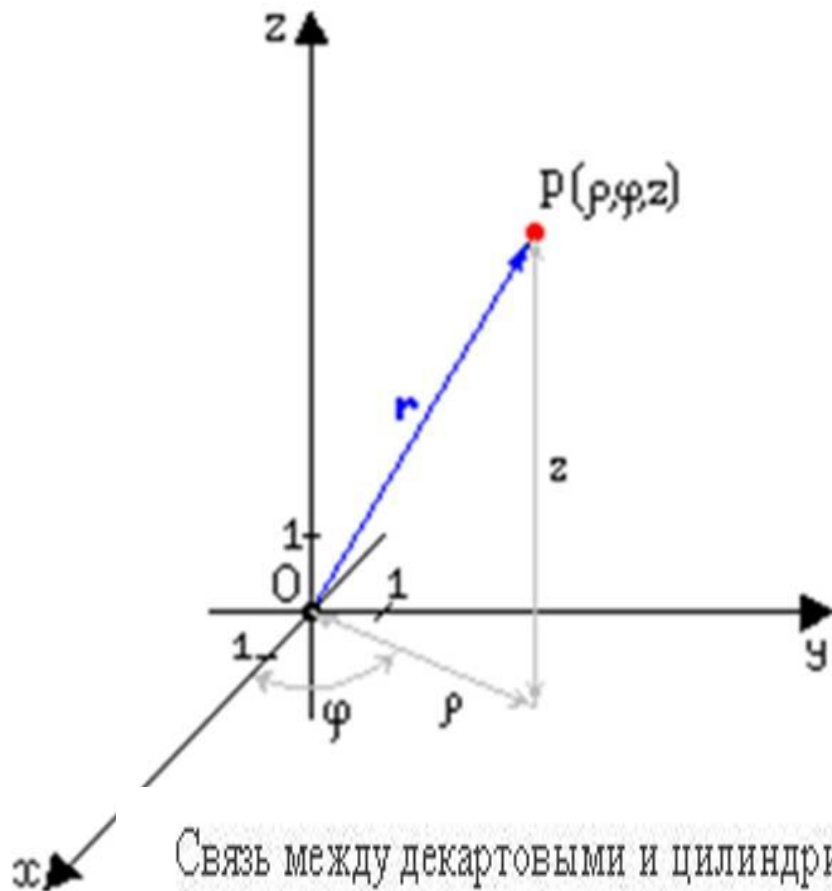
$$\vec{r} = \vec{r}(t)$$

А также тремя координатами
(X, Y, Z).



Цилиндрическая система координат

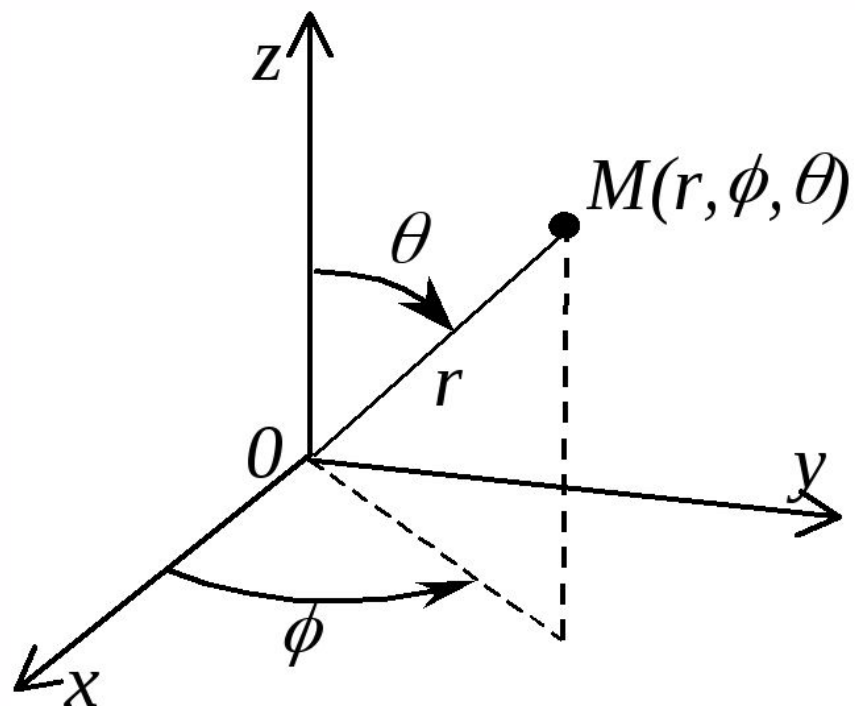
трехмерный аналог полярных, в котором точка P представляется трехкомпонентным кортежем (r, θ, h) .



Связь между декартовыми и цилиндрическими координатами описывается формулами

$$x = \rho \cos \varphi, \quad y = \rho \sin \varphi, \quad z = z,$$

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{y}{x}.$$



Связь между декартовыми и сферическими координатами описывается формулами

$$x = r \sin \theta \cos \varphi, \quad y = r \sin \theta \sin \varphi, \quad z = r \cos \theta,$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \quad \cos \theta = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{y}{x}.$$

Связь между сферическими и цилиндрическими координатами описывается формулами

$$\rho = r \sin \theta, \quad \varphi = \varphi, \quad z = r \cos \theta,$$

$$r = \sqrt{\rho^2 + z^2}, \quad \operatorname{tg} \theta = \frac{\rho}{z}.$$

Траектория- это линия вдоль которой движется тело.

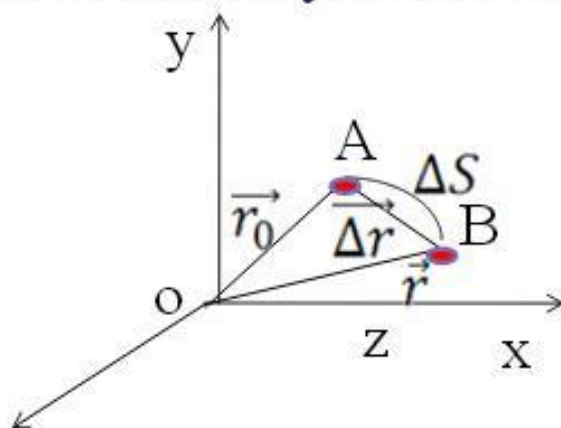
Рассмотрим перемещение точки из положения А в положение В за промежуток времени Δt

В зависимости от формы траектории различают:

- *Прямолинейное движение (траектория - прямая линия)*
- *Криволинейное движение (траектория - кривая линия)*

Путь- расстояние, измеренное вдоль траектории.

$AB = \Delta S$ – путь или длина пути, длина траектории.



ΔS - скалярная величина (положительная, отрицательная). Измеряется в м.

Перемещение - *направленный отрезок, соединяющий начальную точку с конечной. Это векторная величина.*

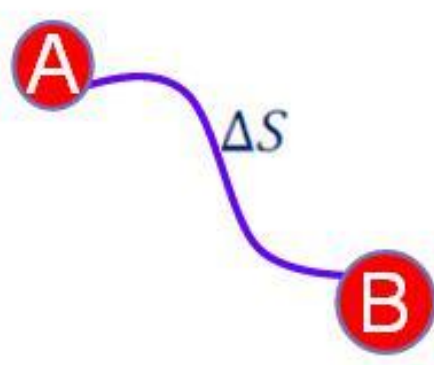
$\overrightarrow{\Delta r} = \vec{r} - \vec{r}_0$ - перемещение,

$\Delta \vec{r}$ - вектор, характеризуется численным значением и направлением

Для характеристики движения вводим понятие скорости.

Скорость = это физическая величина, которая определяет как быстроту движения, так и его направление в данный момент времени.

Пусть материальная точка, двигаясь по криволинейной траектории, прошла за промежуток времени Δt путь ΔS .
Отношение пути, пройденного материальной точкой, к промежутку времени, за который этот путь пройден, называется средней скоростью движения

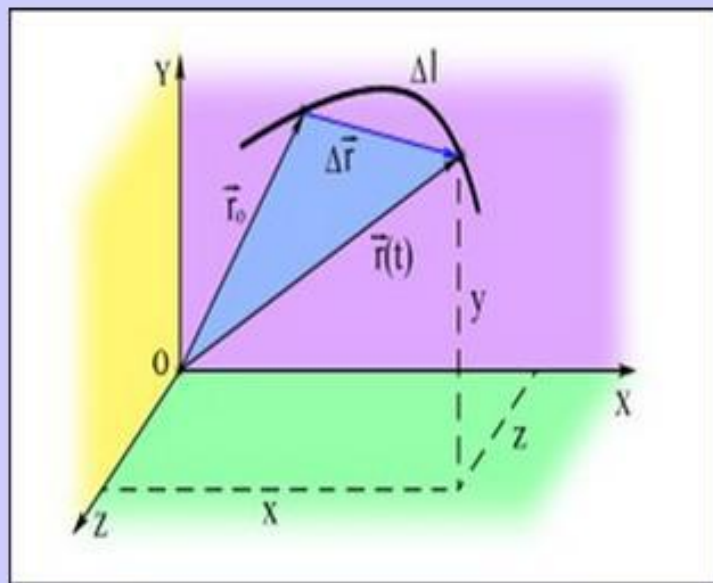


The diagram shows a curved purple line representing a trajectory from point A to point B. The distance between A and B is labeled as ΔS .

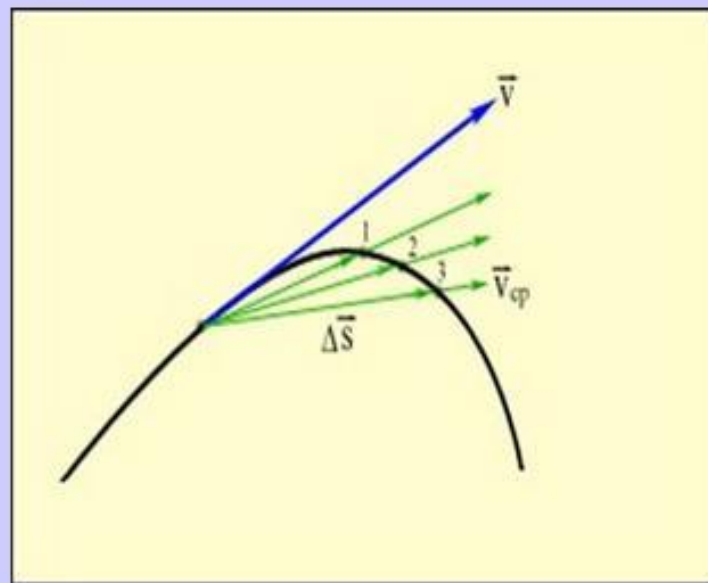
$$\langle \vec{V} \rangle = \frac{\Delta S}{\Delta t} \rightarrow \langle \vec{V} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

1

Скорость точки при криволинейном движении



$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$



$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

Предел этого отклонения при $\Delta t \rightarrow 0$ назовем скоростью в данный момент времени или мгновенной скоростью

$$\bar{V} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{dS}{dt} \quad \rightarrow \quad \vec{V} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad 2$$

Мгновенная скорость движения в любой точке траектории есть вектор, направленный по касательной к траектории, а по модулю равный пределу средней скорости при стремлении промежутка времени к нулю.

Скорость – первая производная пути по времени.

При $\Delta t \rightarrow 0$ численное значение скорости

$$\bar{V} = \frac{dS}{dt} \quad \text{откуда} \quad dS = \bar{V} dt$$

Проинтегрируем это выражение в интервале от t до $t+\Delta t$

$$S = \int_t^{t+\Delta t} V dt \quad 3$$

Если движение равномерное

$$S = V \Delta t \quad 4$$

где $S=[м]$; $V=[м/с]$; $t=[с]$.

Равномерным называется движение -с неизменной скоростью.

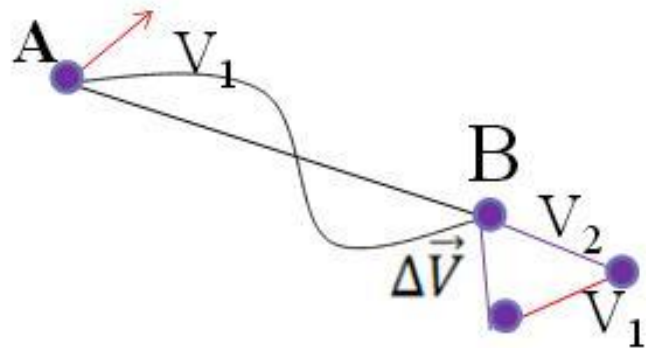
Если движение не равномерное, то вводится понятие ускорения.

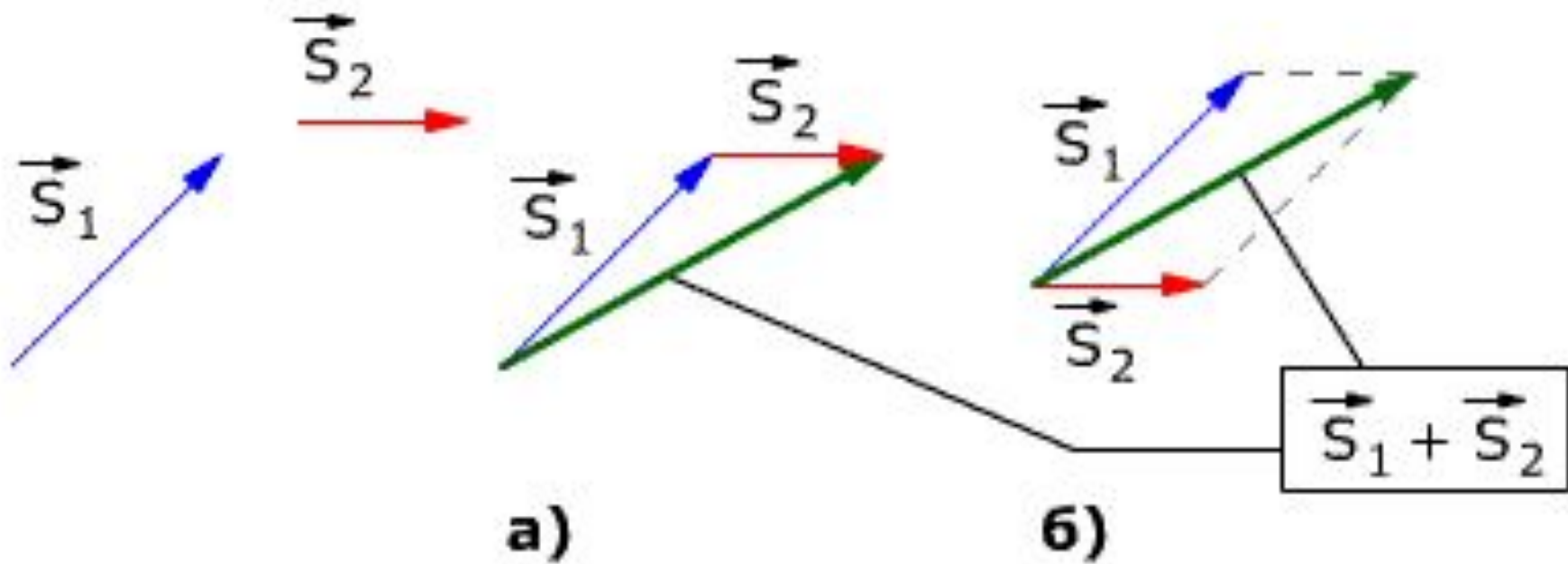
Ускорение – физическая величина, характеризующая быстроту изменения скорости по величине и направлению.

Пусть материальная точка переместилась за малый промежуток времени Δt из точки “А”, где она имела скорость V_1 , в точку “В”, где она имеет скорость V_2 .

Изменение скорости движения точки есть вектор ΔV , равный разности векторов конечной и начальной скоростей.

$$\Delta \vec{V} = \vec{V}_2 - \vec{V}_1$$





Среднее ускорение – это отношение изменения скорости к промежутку времени, за который это изменение произошло.

$$\langle \bar{a} \rangle = \frac{\Delta \bar{V}}{\Delta t} \quad 6$$

Ускорение направлено в ту же сторону, что и вектор изменения скорости $\Delta \bar{V}$

Предел этого отношения при $\Delta t \rightarrow 0$ есть *1-я производная скорости по времени* и называется мгновенным ускорением

$$\bar{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \bar{V}}{\Delta t} = \frac{d\bar{V}}{dt} \quad 7$$

Так как

$$V = \frac{dS}{dt} \Rightarrow \bar{a} = \frac{d\left(\frac{dS}{dt}\right)}{dt} = \frac{d^2 S}{dt^2} \quad 8$$

Ускорение - это вторая производная пути по времени.

Измеряется $a = [м/с^2]$.

Ускорение, как и скорость, имеет направление.

В общем случае ускорение зависит от времени
(движение с переменным ускорением).

Если направление ускорения совпадает с направлением скорости – движение равноускоренное.

Если противоположно – равнозамедленное.

Рассмотрим случай, когда пройденный путь определяется выражением.

$$S = A + Bt + Ct^2 \quad 9$$

Возьмем первую и вторую производные пути по времени

$$V = \frac{dS}{dt} = B + 2Ct$$

10

$$a = \frac{d^2S}{dt^2} = 2C = \text{const}$$

случай равноускоренное движение

Значит, $C = \frac{a}{2}$

Введем обозначения: $A = S_0$; $B = V_0$; $C = \frac{a}{2}$

Получаем формулу пути при равноускоренном движении:

$$S = S_0 + V_0 t + \frac{at^2}{2} \quad 11$$

а скорость

$$V = V_0 + at \quad 12$$

выразим из формулы скорости ускорение

$$a = \frac{V - V_0}{t} \quad 13$$

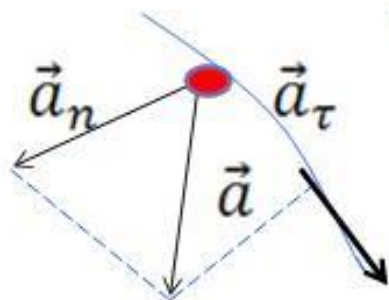
-ускорение при
равноускоренном движении

Разложим вектор ускорения на 2 составляющие: *тангенциальную* и *нормальную*. Первая составляющая направлена по касательной к траектории, вторая по нормали.

Численное значение полного ускорения равно:

$$a = \sqrt{a_{\tau}^2 + a_n^2}$$

Тангенциальное ускорение - характеризует *быстроту изменения скорости.*



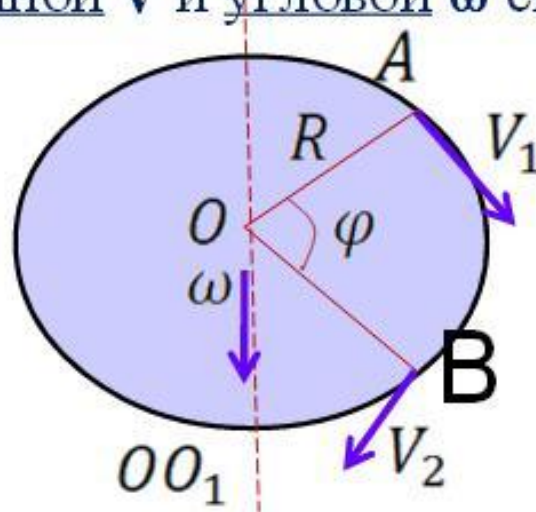
$$a_{\tau} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{dV}{dt} \quad 14$$

Нормальное ускорение - характеризует *изменение скорости по направлению.*

$$a_n = \frac{V^2}{R} \quad 15$$

При вращательном движении - все точки, принадлежащие твердому телу, описывают окружности относительно оси вращения.

Вращательное движение характеризуется двумя величинами: линейной V и угловой ω скоростями.



Угловой скоростью ω - называется отношение угла поворота радиуса R (угловой путь) к промежутку времени, за который этот поворот произошел.

В случае равномерного движения:

$$\langle \bar{\omega} \rangle = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \quad 16$$

Где $\Delta\varphi$ – угол поворота, [рад]; $\langle \bar{\omega} \rangle$ – средняя скорость [рад/с];
 Δt – время, [с].

В случае неравномерного движения мгновенная угловая скорость будет иметь вид:

$$\bar{\omega} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt} \quad [\text{рад/с}] \quad 17$$

Угловая скорость – первая производная угла поворота по времени.

При неравномерном вращательном движении вводим понятие углового ускорения.

Среднее угловое ускорение – отношение изменения угловой скорости к промежутку времени, за который это изменение произошло

$$\langle \bar{\varepsilon} \rangle = \frac{\Delta \bar{\omega}}{\Delta t} \quad 18$$

Мгновенное ускорение – предел среднего углового ускорения при $\Delta t \rightarrow 0$

$$\bar{\varepsilon} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} \quad [\text{рад/с}^2] \quad 19$$

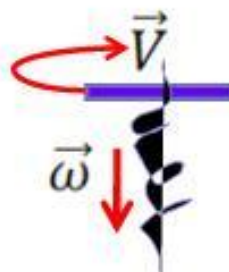
Угловое ускорение – это первая производная скорости по времени и вторая производная углового пути по времени.

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{\left(d \frac{d\varphi}{dt}\right)}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$$

20

Направление углового ускорения совпадает с вектором угловой скорости при равноускоренном движении и противоположно при равнозамедленном. Направление угловой скорости определяется правилом буравчика.

Вектор угловой скорости направлен в сторону поступательного движения буравчика, рукоятка которого вращается в направлении линейной скорости.



Обозначим: $\Delta\varphi = 2\pi$, $dt = T$ – *период* – время, в течение которого совершается один полный оборот, получим:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu \quad 21$$

где $\nu = 1/T$ – угловая частота Гц]; T – период, [с].

$$\omega = 2\pi\nu \quad 22$$

угловая скорость, выраженная через частоту

Линейная скорость при вращательном движении

$$V = \frac{\Delta S}{\Delta t} \quad 23$$

Если материальная точка совершает полный оборот, то $\Delta S = 2\pi R$

$V = 2\pi R \nu \quad 24$	$V = \frac{2\pi R}{T}$
---------------------------	------------------------

*линейная скорость,
выраженная через
частоту*

*Линейная скорость,
выраженная через
период*

Линейные

$$S, \bar{S}, \bar{V}, \bar{a}$$

$$V = V_0 + at$$

$$S = V_0 t + \frac{at^2}{2}$$

$$V = \frac{dS}{dt} = \frac{dr}{dt}$$

$$a = \frac{dV}{dt} = \frac{d^2 S}{dt^2}$$

Угловые

$$\varphi, \bar{\omega}, \bar{\varepsilon}$$

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t$$

$$\varphi = \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}$$

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$$

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2 \varphi}{dt^2}$$

При равномерном движении по окружности

$$AB = S, \Rightarrow S = R \cdot \varphi$$

Возьмем 1-ю производную по времени

$$\frac{dS}{dt} = R \frac{d\varphi}{dt}; \quad \frac{dS}{dt} = V; \quad \frac{d\varphi}{dt} = \omega$$

$$V = \omega R$$

25

Связь между линейной и угловой скоростью.

$$a = \frac{dV}{dt} = \frac{d(\omega R)}{dt} = \frac{Rd\omega}{dt} = R \cdot \varepsilon$$

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$$

$$a = \varepsilon \cdot R$$

связь между ускорением линейным и угловым