

**Федеральное агентство по образованию  
Нижегородский государственный технический университет  
им. Р.Е. АЛЕКСЕЕВА**

**А.А. Башев**

# **ЭЛЕКТРОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА**

**Кафедра “Теоретическая и общая  
электротехника”**

**Для студентов электротехнических  
специальностей всех форм обучения**

# Тема 4

***АНАЛИЗ И РАСЧЕТ  
ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В  
ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ***

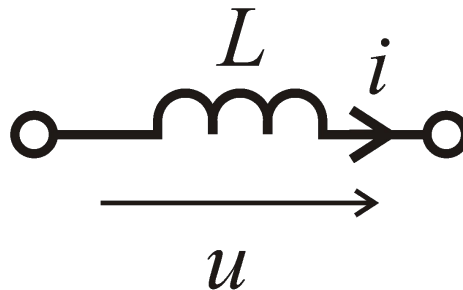
# ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

---

## Индуктивный элемент

В индуктивном элементе происходит запасание энергии, связанное с прохождением тока, потери и запасание электрической энергии отсутствуют.

Условное графическое обозначение индуктивного элемента



# Индуктивные элементы

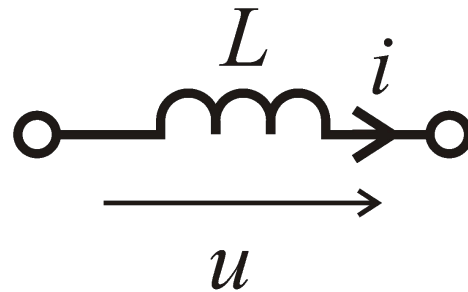
---



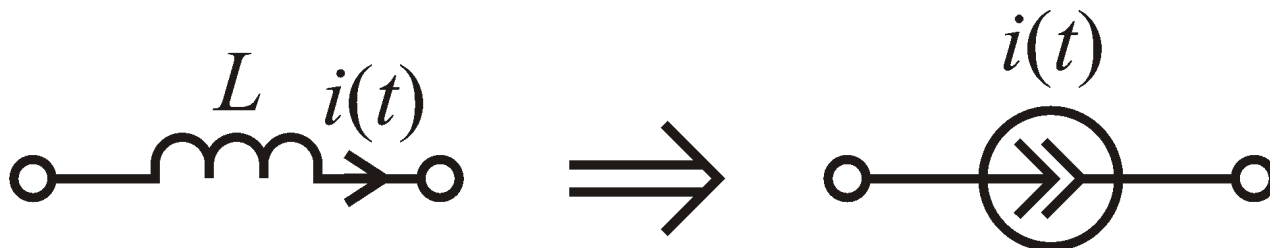
# Индуктивный элемент

---

Условное графическое обозначение индуктивного элемента



$$u_L = L \frac{di_L}{dt}$$



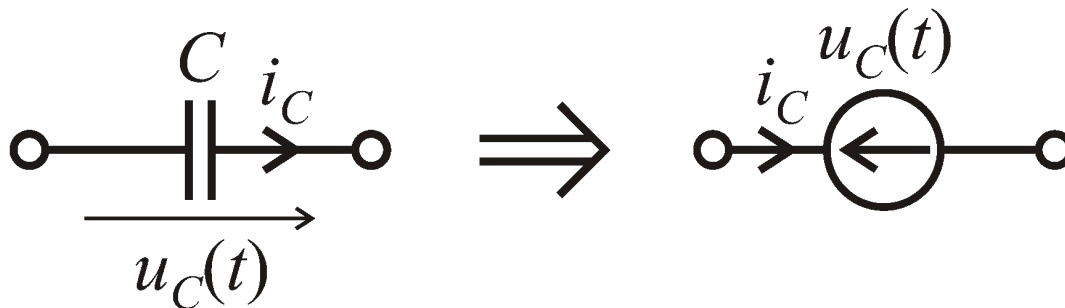
# Емкостный элемент

---

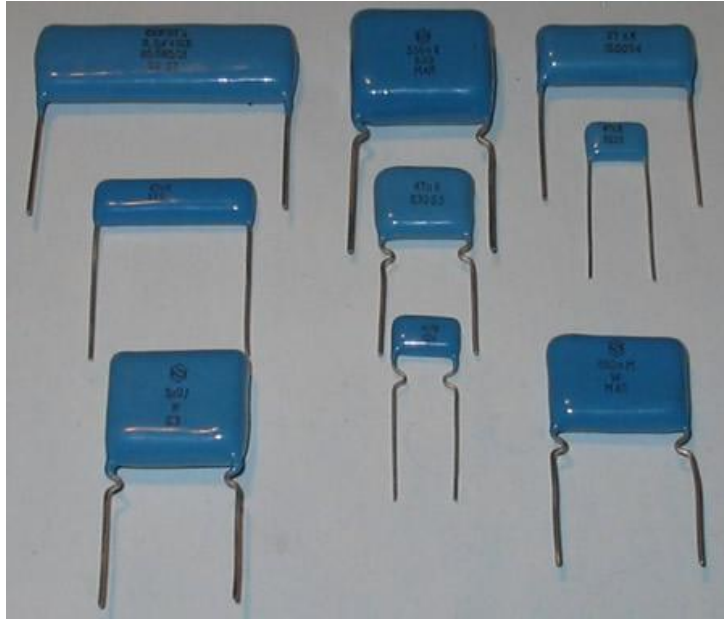
## Емкостный элемент

В идеальном емкостном элементе происходит запасание электрической энергии, связанное с прохождением тока, потери и запасание магнитной энергии отсутствуют.

$$i_C = \frac{dQ}{dt} = C \frac{du_C}{dt}$$



# Конденсаторы



# Законы коммутации и начальные условия

---

## Законы коммутации

$$i_L(0_-) = i_L(0_+)$$

$$u_C(0_-) = u_C(0_+)$$

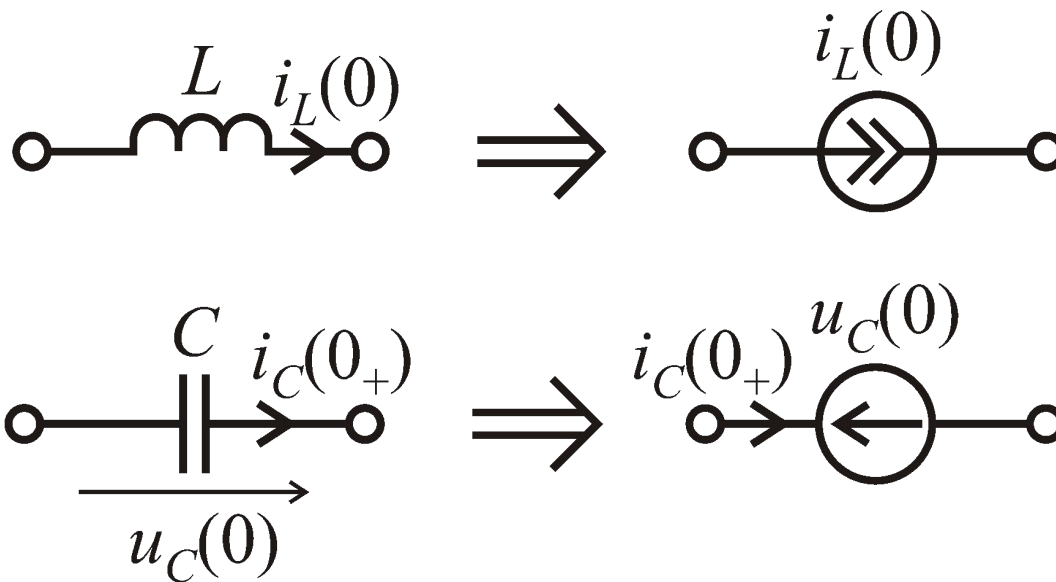
В начальный момент после коммутации токи индуктивных и напряжения емкостных элементов остаются такими же, какими они были перед коммутацией, а затем плавно изменяются.



# Переходные процессы в электрических цепях

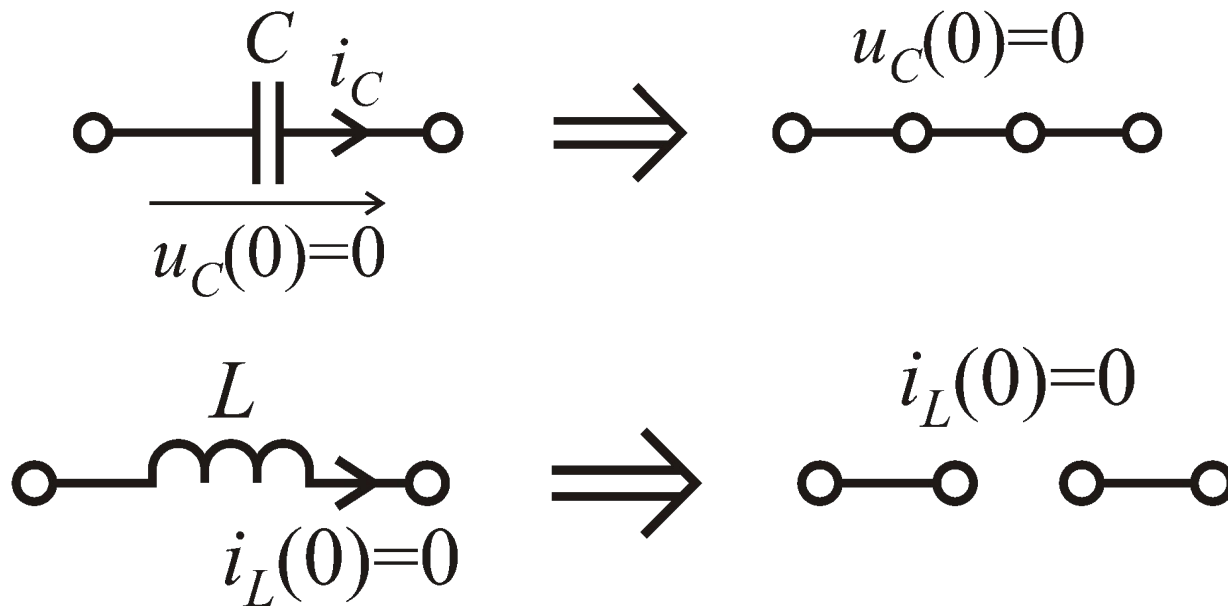
Значения тока индуктивного и напряжения емкостного элементов в момент коммутации называют **независимыми начальными условиями**.

Именно эти токи и напряжения, а также независимые источники, определяют режим цепи в первый момент после коммутации.



# Переходные процессы в электрических цепях

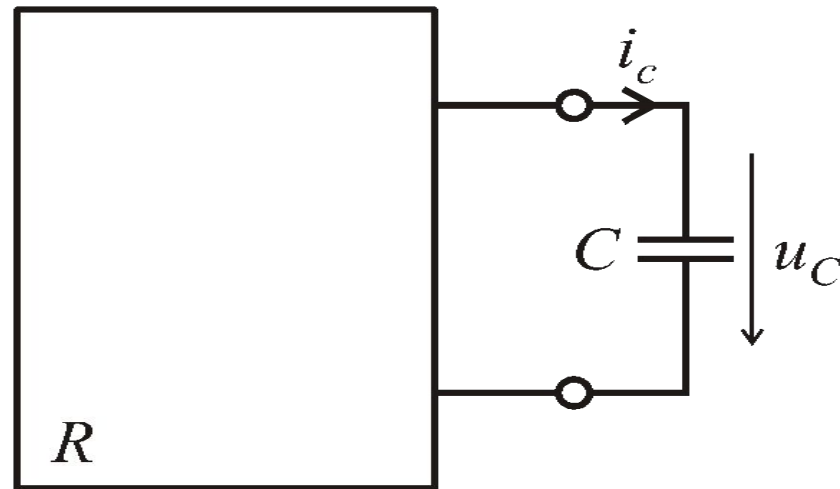
Если в момент коммутации токи всех индуктивных и напряжения всех емкостных элементов равны нулю, то соответствующие начальные условия называют **нулевыми**



# Переходные процессы в $RC$ -цепях первого порядка

---

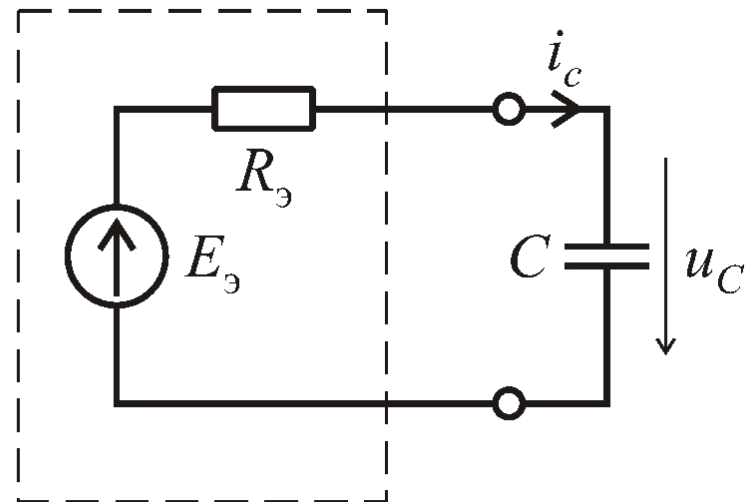
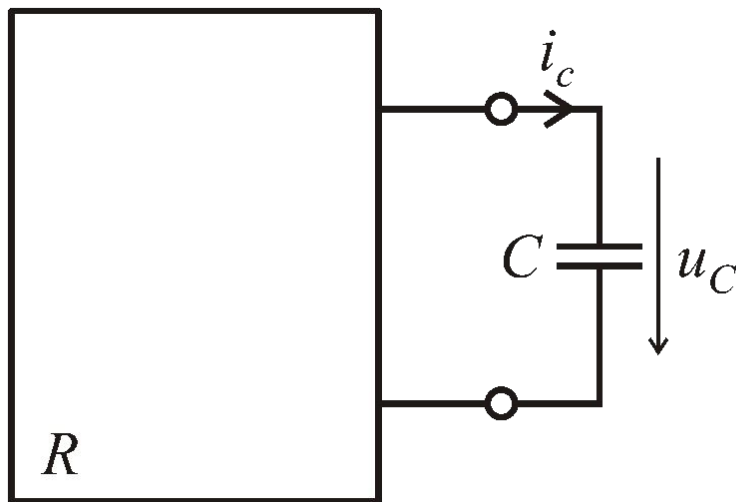
В  $RC$ -цепи в момент  $t = 0$  происходит коммутация.  
Необходимо определить токи и напряжения цепи при  $t \geq 0$



# Переходные процессы в $RC$ -цепях первого порядка

Определим сначала закон изменения напряжения  $u_C(t)$ . Зная  $u_C(t)$ , мы можем представить емкостный элемент источником напряжения  $e(t) = u_C(t)$  и рассчитать токи и напряжения в резистивной цепи.

Чтобы упростить расчет, заменим резистивную подсхему эквивалентным двухполюсником



# Переходные процессы в $RC$ -цепях первого порядка

---

В соответствии со вторым законом Кирхгофа:

$$R_3 i_C + u_C = E_3$$

$$i_C = C \frac{du_C}{dt}$$

Выполняя подстановку

и решая

$$\frac{du_C}{dt}$$

полученное уравнение относительно  $\frac{du_C}{dt}$ , получим

$$\frac{du_C}{dt} = -\frac{1}{R_3 C} u_C + \frac{1}{R_3 C} E_3 \quad (1)$$

$\tau = R_3 C$  - постоянная времени.

$$\frac{du_C}{dt} = -\frac{1}{\tau} u_C + \frac{1}{\tau} E_3 \quad (2)$$

# Переходные процессы в $RC$ -цепях первого порядка

---

$$u_C(t) = (U_0 - u_{уст}) e^{-t/\tau} + u_{уст}. \quad (3)$$

$$u_C(0) = U_0$$

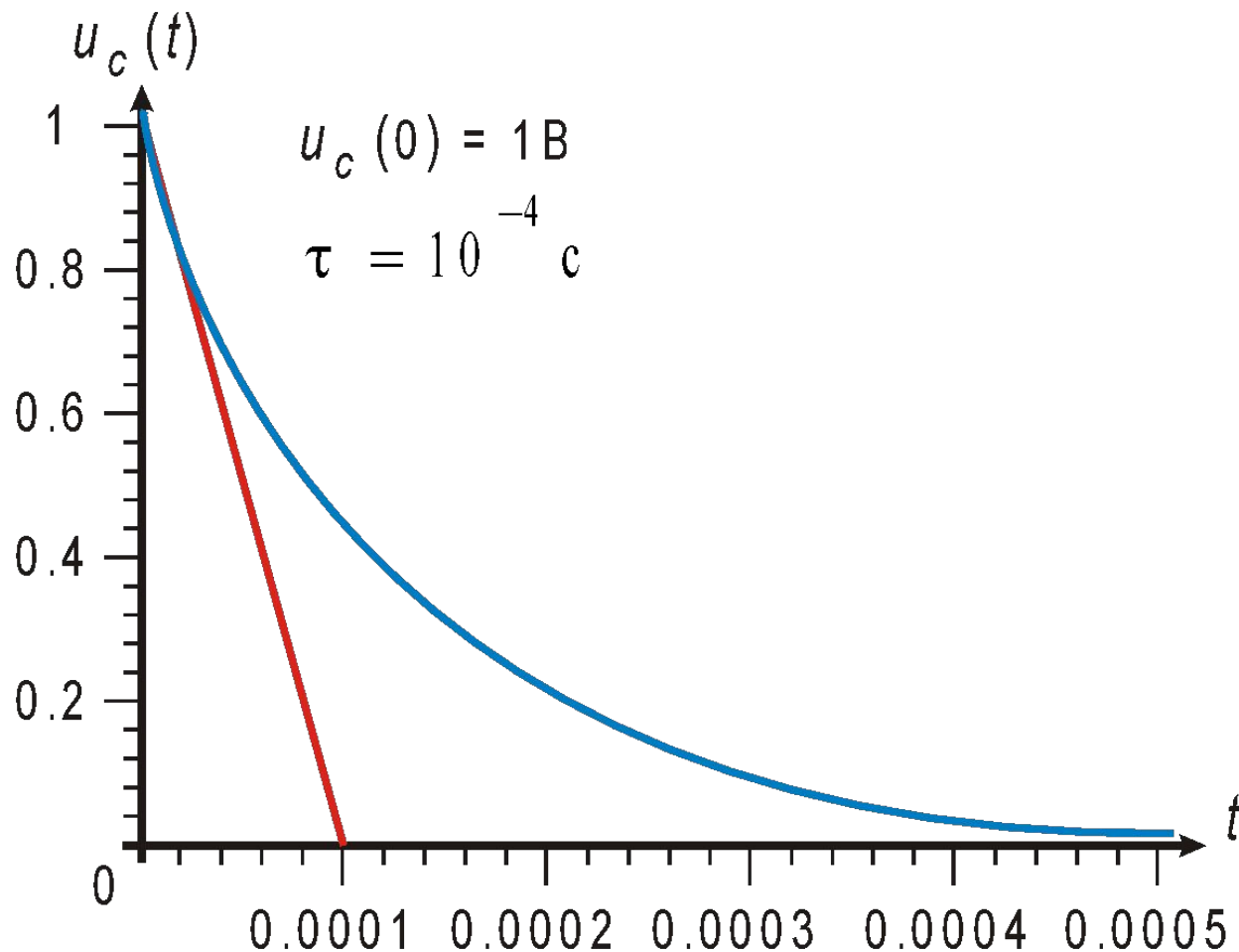
Первое слагаемое в (3) - **свободная составляющая**

Второе слагаемое в (3) - **принужденная (установившаяся) составляющая**

# Переходные процессы в $RC$ -цепях первого порядка

Случай 1.  $E_s = 0$

Решение уравнения (2) имеет вид:  $u_C(t) = u_C(0)e^{-t/\tau}$



# Переходные процессы в $RC$ -цепях первого порядка

---

Случай 2.  $E_{\text{э}} \neq 0$

Запишем уравнение (2) в виде:

$$\frac{d}{dt}(u_C - E_{\text{э}}) = -\frac{1}{\tau}(u_C - E_{\text{э}})$$

Решение:

$$u_C(t) - E_{\text{э}} = (u_C(0) - E_{\text{э}})e^{-t/\tau}$$

Поскольку  $u_C(\infty) = E_{\text{э}}$

$$u_C(t) = (u_C(0) - u_C(\infty))e^{-t/\tau} + u_C(\infty)$$



# Порядок расчета переходных процессов в $RC$ -цепях первого порядка

---

Считаем, что переходный процесс вызван замыканием или размыканием идеального ключа в момент  $t = 0$  и нужно определить ток  $k$ -й ветви.

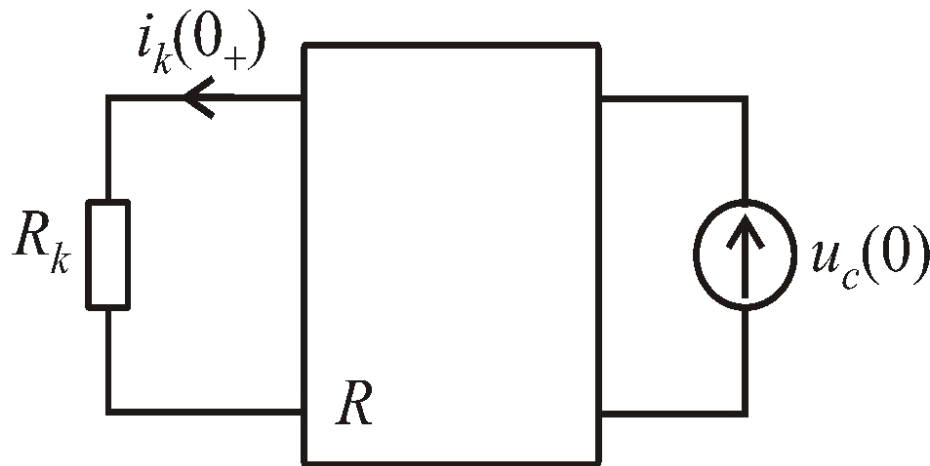
1. Анализируем цепь в момент, предшествующий коммутации (при  $t = 0_-$ ), и определяем напряжение емкостного элемента  $U_C(0)$ .

2. Заменяем емкостный элемент источником напряжения  $E = U_C(0)$  (рис. а). Анализируя полученную резистивную схему замещения, находим начальные значения искомых токов и напряжений  $i_k(0_+), u_k(0_+)$ .

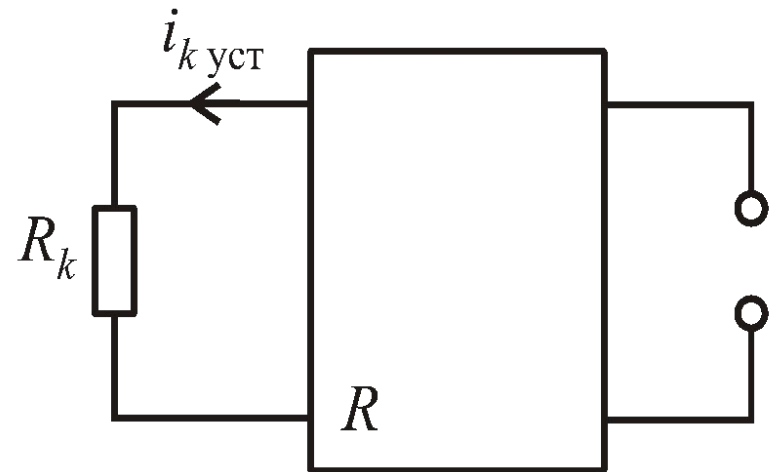
# Порядок расчета переходных процессов в $RC$ -цепях первого порядка

3. Рассчитываем установившиеся значения искомых токов и напряжений, анализируя цепь в момент времени  $t \rightarrow \infty$

$t = 0_+$



$t \rightarrow \infty$



# Порядок расчета переходных процессов в $RC$ -цепях первого порядка.

---

4. Определяем входное сопротивление резистивной цепи со стороны зажимов, к которым подключен емкостный элемент. Рассчитываем постоянную времени цепи по формуле

$$\tau = R_{\text{ВХ}} C .$$

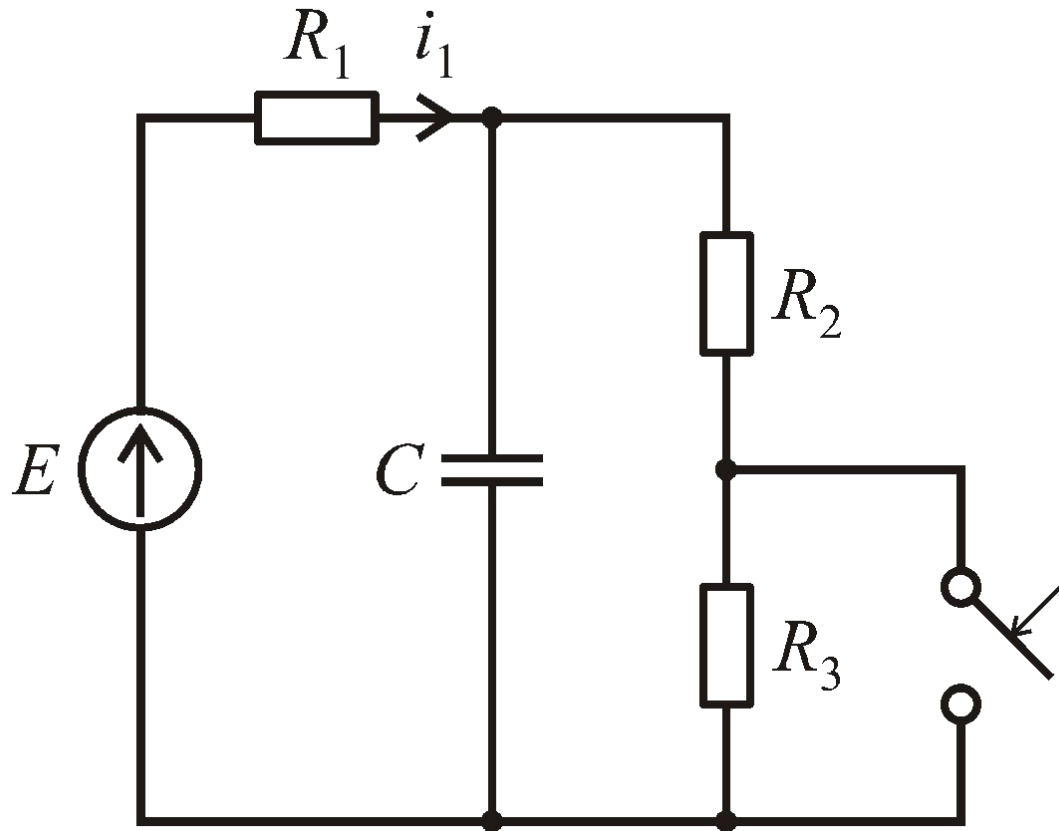
5. Решение записываем в виде

$$i_k(t) = \left[ i_k(0_+) - i_{k_{\text{уст}}} \right] e^{-t/\tau} + i_{\text{уст}}$$

**Важно!** Все переходные токи и напряжения имеют одинаковую постоянную времени.

# Пример расчета переходных процессов в $RC$ -цепях первого порядка.

**Пример.** Ключ в цепи на рис. 1 замыкается. Рассчитать ток после коммутации, если  $R_1 = R_2 = R_3 = 100$  Ом,  $C = 1$  мкФ,  $E = 60$  В.



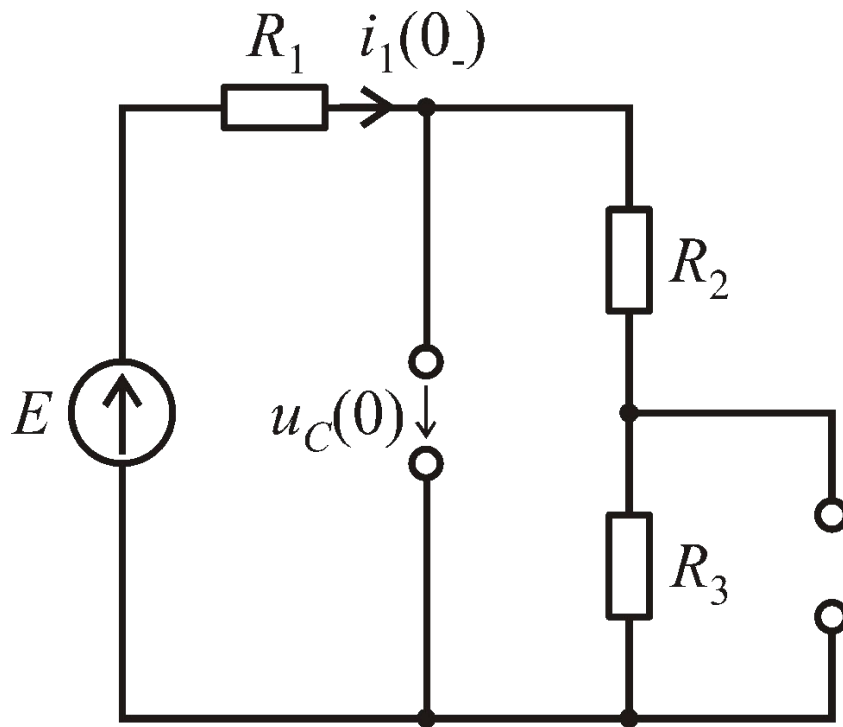
# Пример расчета переходных процессов в $RC$ -цепях первого порядка.

## *Решение.*

1. Определим независимые начальные условия. Для этого рассчитаем режим в цепи при  $t = 0_-$ .

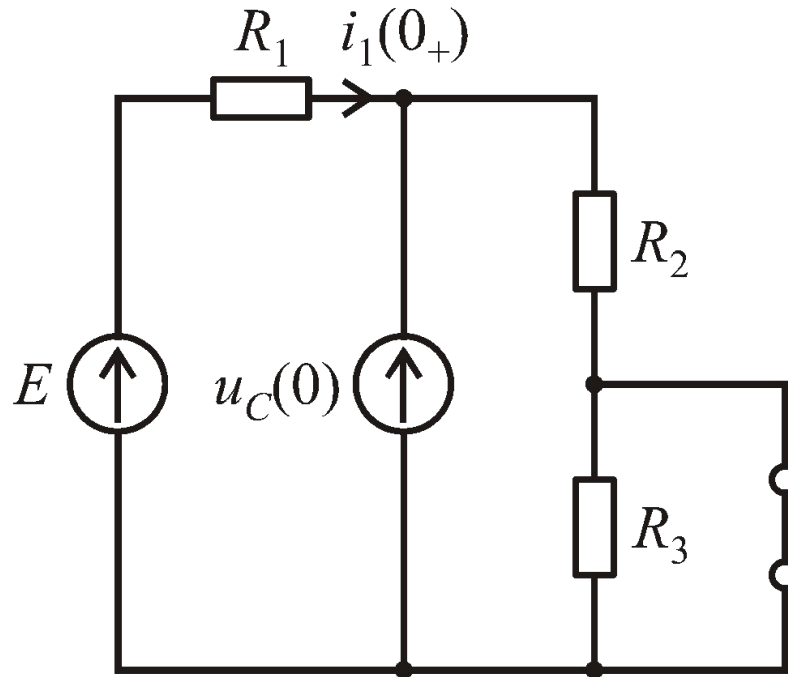
Эквивалентная схема для момента  $t = 0_-$ .

$$i_1(0_-) = 0.2 \text{ А}, u_C(0) = 40 \text{ В.}$$



# Пример расчета переходных процессов в $RC$ -цепях первого порядка.

---



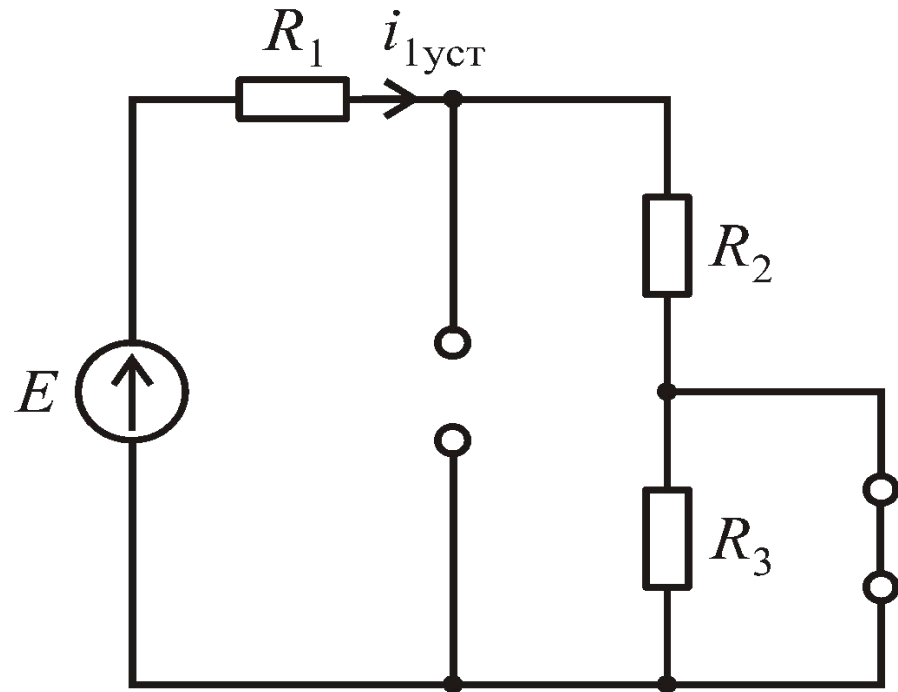
Начальное значение тока  $i_1$  при  $t = 0_+$ .

$$i_1(0_+) = \frac{E - u_C(0)}{R_1} = \frac{60 - 40}{100} = 0.2 \text{ A.}$$

# Пример расчета переходных процессов в $RC$ -цепях первого порядка.

Определим установившееся значение искомого тока.

Схема замещения,  
соответствующая  
Установившемуся  
режиму



Установившееся значение тока

$$i_{1уст} = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{60}{100 + 100} = 0.3 \text{ A}$$

## Пример расчета переходных процессов в $RC$ -цепях первого порядка.

---

Определим входное сопротивление схемы относительно зажимов, к которым подключен емкостный элемент. Исключая источник напряжения, найдем, что

$$R_{\text{вх}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{100 \cdot 100}{100 + 100} = 50 \text{ Ом}$$

Постоянная времени цепи

$$\tau = R_{\text{вх}} C = 50 \cdot 10^{-6} = 0.5 \cdot 10^{-4} \text{ с}$$

Закон изменения тока

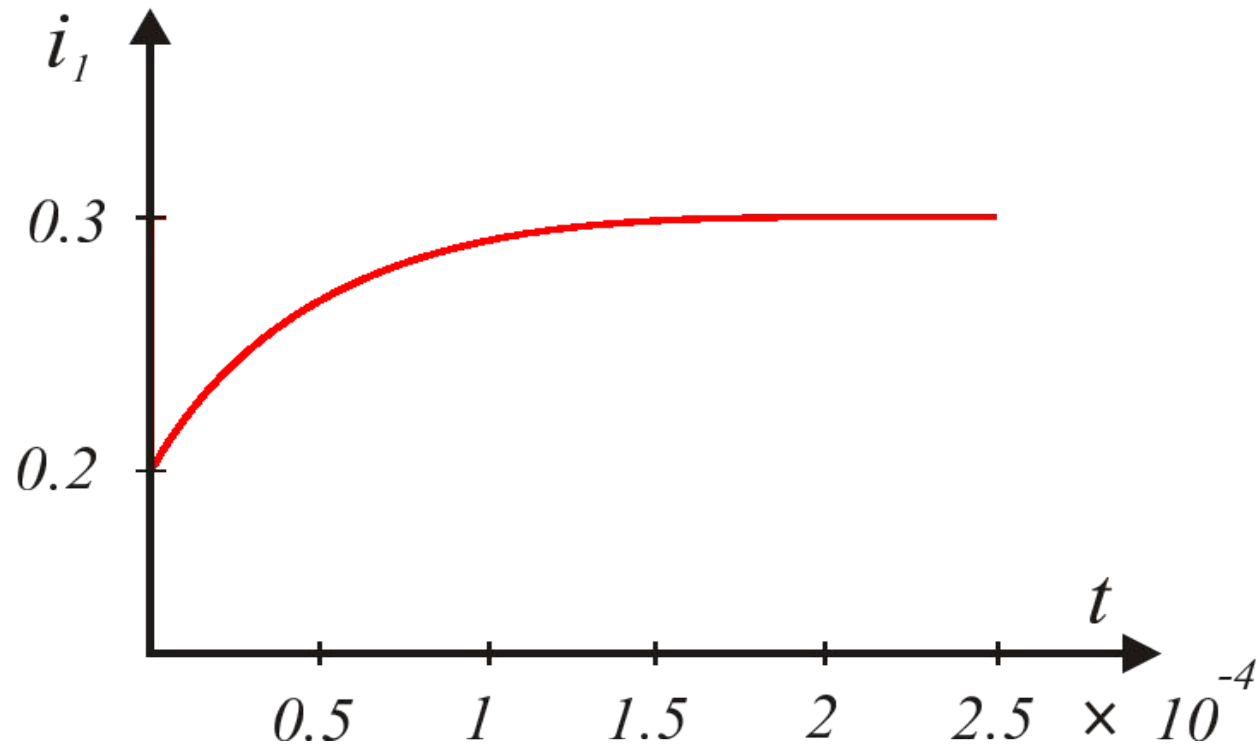
$$i_1(t) = [i_1(0_+) - i_{1\text{уст}}] e^{-t/\tau} + i_{1\text{уст}} = -0,1 e^{-2 \cdot 10^4 t} + 0,3$$



# Пример расчета переходных процессов в $RC$ -цепях первого порядка.

---

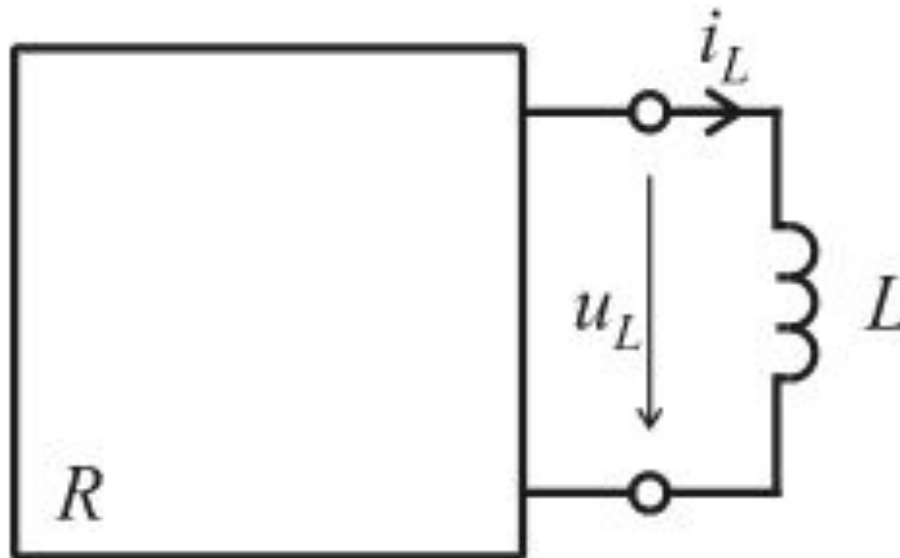
График изменения тока  $i_1(t)$



# Переходные процессы в $RL$ -цепях первого порядка

---

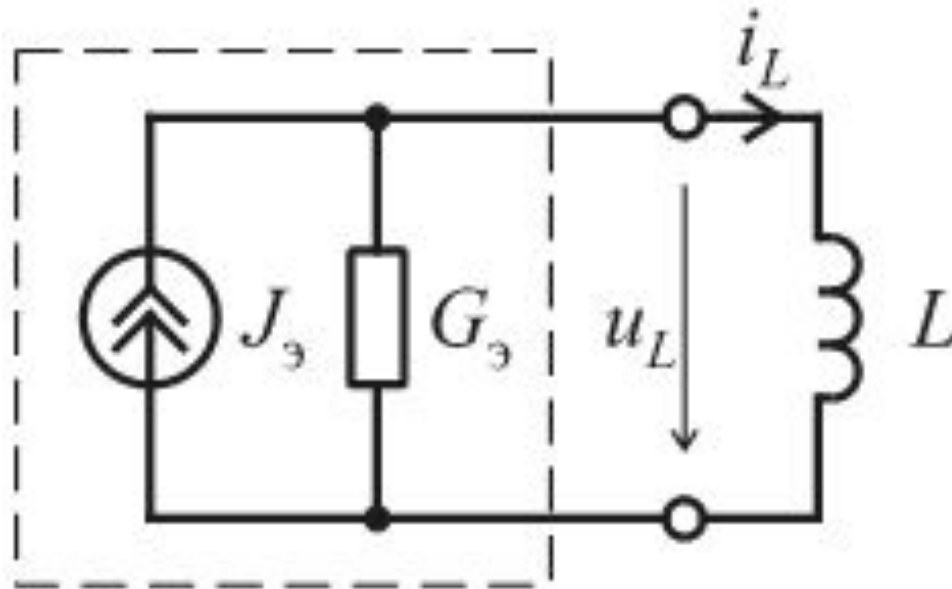
В цепи, показанной на рисунке, в момент  $t = 0$  происходит коммутация



Необходимо определить закон изменения тока  $i_L(t)$ .

# Переходные процессы в $RL$ -цепях первого порядка

Представим резистивный двухполюсник эквивалентной схемой Нортон



Параметры эквивалентного резистивного двухполюсника

$$J_3 = I_{кз}, \quad G_3 = 1/R_{вх}.$$

# Переходные процессы в $RL$ -цепях первого порядка

---

Уравнение по первому закону Кирхгофа:

$$-J_{\vartheta} + G_{\vartheta} u_L + i_L = 0$$

Учитывая, что  $u_L = L \frac{di_L}{dt}$ , запишем уравнение состояния:

$$\frac{di_L}{dt} = -\frac{R_{\vartheta}}{L} i_L + \frac{R_{\vartheta}}{L} J_{\vartheta}. \quad (1)$$

# Переходные процессы в $RL$ -цепях первого порядка

---

Обозначим  $\tau = L/R_3$ , уравнение (1) примет вид

$$\frac{di_L}{dt} = -\frac{1}{\tau}i_L + \frac{1}{\tau}J_3. \quad (2)$$

$\tau$  называют *постоянной времени*.

Решение уравнения (2) можно представить в следующем виде:

$$i_L(t) = (I_0 - i_{уст})e^{-t/\tau} + i_{уст} \quad (3)$$

Первое слагаемое - свободная составляющая тока  $i_L(t)$ , а второе – установившаяся, или принужденная, составляющая.

# Переходные процессы в $RL$ -цепях первого порядка

---

**Порядок расчета переходных процессов в  $RL$ -цепях первого порядка.**

Переходный процесс вызван замыканием или размыканием идеального ключа в момент  $t = 0$ .

1. Анализируем цепь в момент, предшествующий коммутации (при  $t = 0_-$ ), и определяем ток индуктивного элемента  $i_L(0)$ .

2. Заменяем индуктивный элемент источником тока  $i_L(0)$ . Анализируя полученную схему замещения, определим начальные значения искомых напряжений или токов  $u_k(0_+)$ ,  $i_k(0_+)$

# Переходные процессы в $RL$ -цепях первого порядка

---

3. Замыкаем накоротко зажимы, к которым подключен индуктивный элемент. Определяем установившиеся значения интересующих нас токов и напряжений

$$i_{уст}, u_{уст}$$

4. Определяем входное сопротивление резистивной цепи со стороны зажимов, к которым подключен индуктивный элемент. Рассчитываем постоянную времени цепи по формуле  $\tau = L/R_э$  или  $\tau = L/R_э$ .

Записываем решение в виде

$$i_k(t) = (i_k(0_+) - i_{уст})e^{-t/\tau} + i_{уст}$$

# Рекомендуемая литература

---

- 1. Алтунин Б.Ю., Панкова Н.Г. Теоретические основы электротехники:** Комплекс учебно - методических материалов: Часть 1 / Б.Ю. Алтунин, Н.Г. Панкова; НГТУ им. Р.Е. Алексеева. Н.Новгород, 2007.-130 с.
- 2. Алтунин Б.Ю., Кралин А.А. Электротехника и электроника:** комплекс учебно-методических материалов: Ч.1/ Б.Ю. Алтунин, А.А. Кралин; НГТУ им. Р.Е. Алексеева. Н.Новгород, 2007.-98 с.
- 3. Алтунин Б.Ю., Кралин А.А. Электротехника и электроника:** комплекс учебно-методических материалов: Ч.2/ Б.Ю. Алтунин, А.А. Кралин; НГТУ им. Р.Е. Алексеева. Н.Новгород, 2008.-98 с
- 4. Касаткин, А.С. Электротехника** /А.С. Касаткин, М.В. Немцов.-М.: Энергоатомиздат, 2000.
- 5. Справочное пособие по основам электротехники и электроники** /под. ред. А.В. Нетушила.-М.: Энергоатомиздат, 1995.
- 6. Манаев Е.И. Основы радиоэлектроники.**-3-е изд., перераб. И доп.-М.: Радио и связь, 1990.-512 с.: ил.
- 7. Новожилов, О. П. Электротехника и электроника:** учебник / О. П. Новожилов. – М.: Гардарики, 2008. – 653 с.



# Тема 4 Закончена

Благодарю за внимание