Федеральное агентство по образованию
Нижегородский государственный технический университет
им. Р.Е. АЛЕКСЕЕВА

А.А. Башев

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

Кафедра “Теоретическая и общая электротехника”

Для студентов электротехнических специальностей всех форм обучения

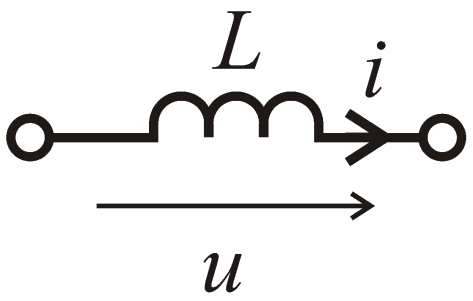
Тема 4

АНАЛИЗ И РАСЧЕТ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

Индуктивный элемент

В индуктивном элементе происходит запасание энергии, связанное с прохождением тока, потери и запасание электрической энергии отсутствуют.

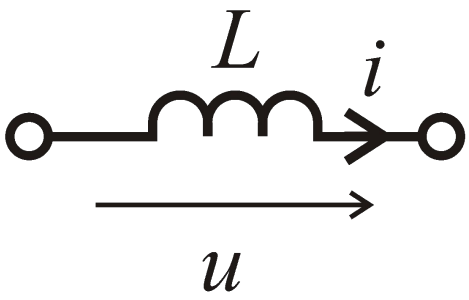
Условное графическое обозначение индуктивного элемента



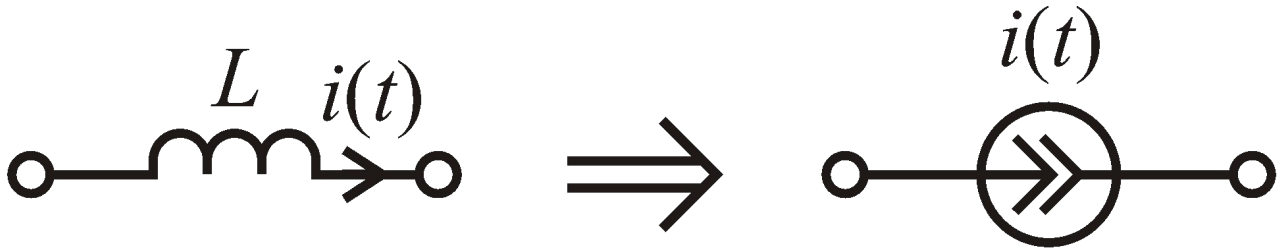
Индуктивные элементы

Индуктивный элемент

Условное графическое обозначение индуктивного элемента



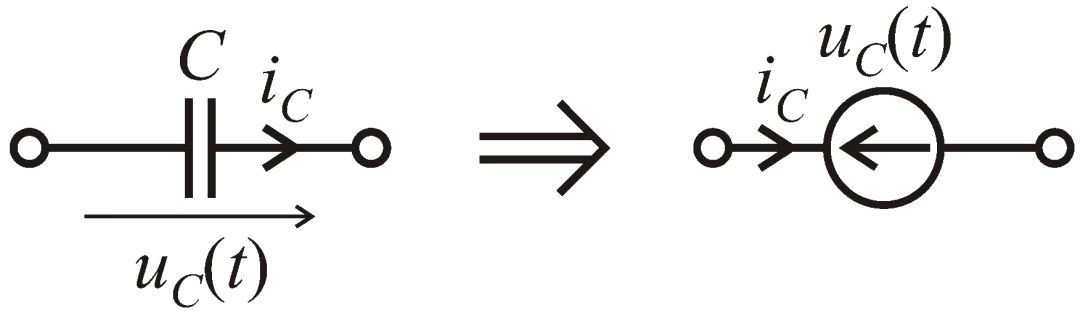
$$u_L = L\frac{di_L}{dt}$$



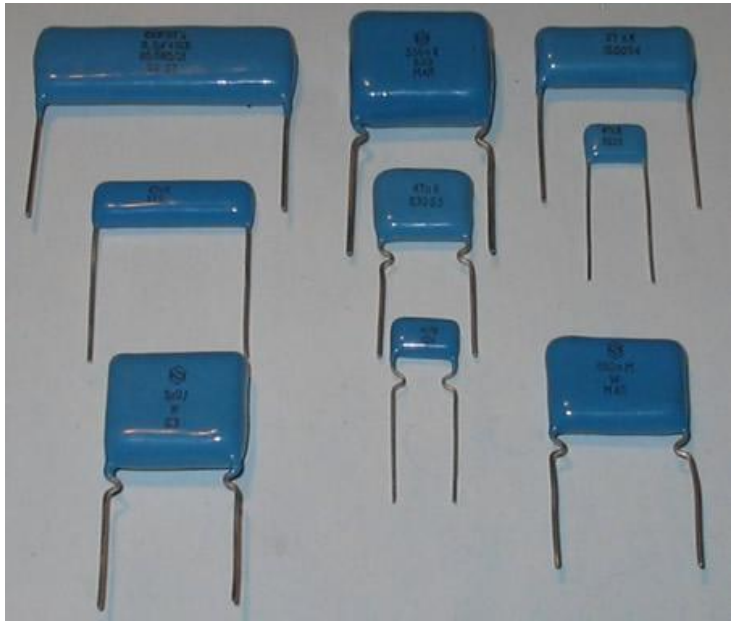
Емкостный элемент

В идеальном емкостном элементе происходит запасание электрической энергии, связанное с прохождением тока, потери и запасание магнитной энергии отсутствуют.

$$i_C = \frac{dQ}{dt} = C\frac{du_C}{dt}$$



Конденсаторы



Законы коммутации и начальные условия

Законы коммутации

$$i_L(0_-) = i_L(0_+)$$

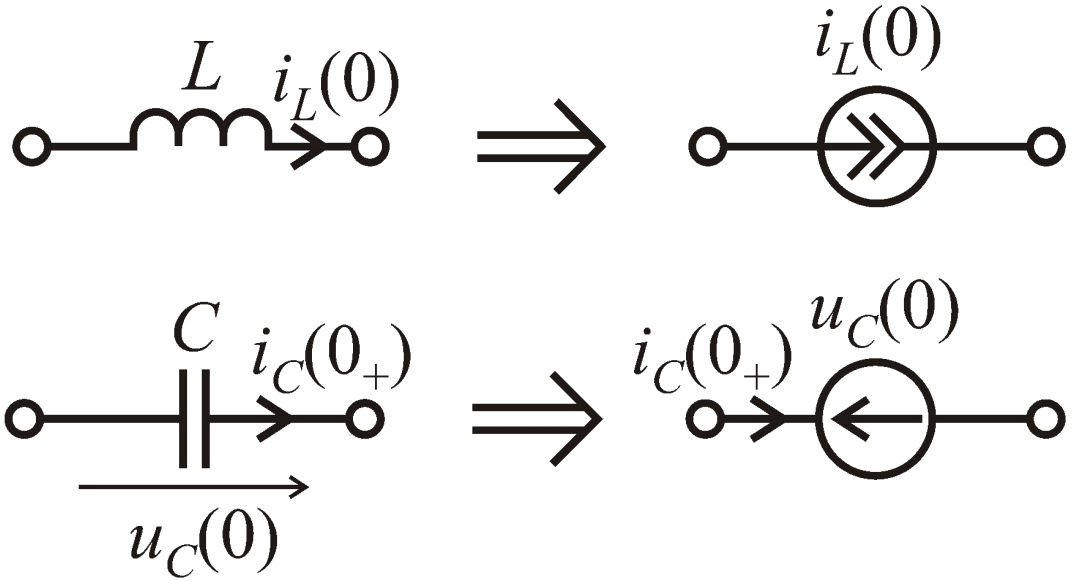
$$u_C(0_-) = u_C(0_+)$$

В начальный момент после коммутации токи индуктивных и напряжения емкостных элементов остаются такими же, какими они были перед коммутацией, а затем плавно изменяются.

Переходные процессы в электрических цепях

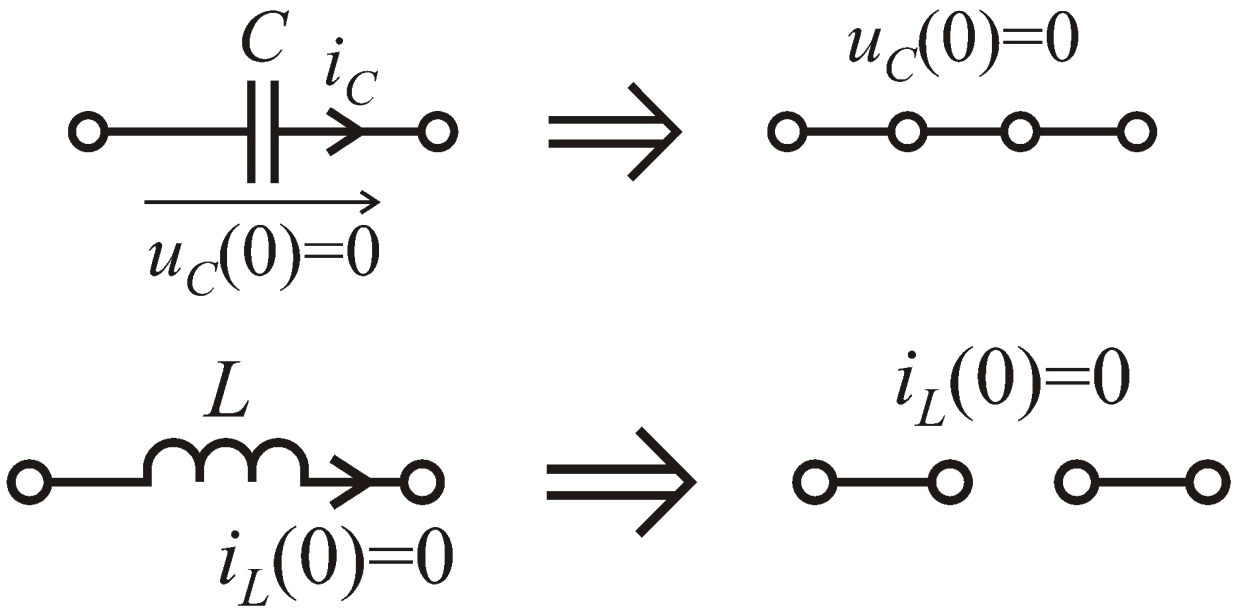
Значения тока индуктивного и напряжения емкостного элементов в момент коммутации называют ***независимыми начальными условиями***.

Именно эти токи и напряжения, а также независимые источники, определяют режим цепи в первый момент после коммутации.



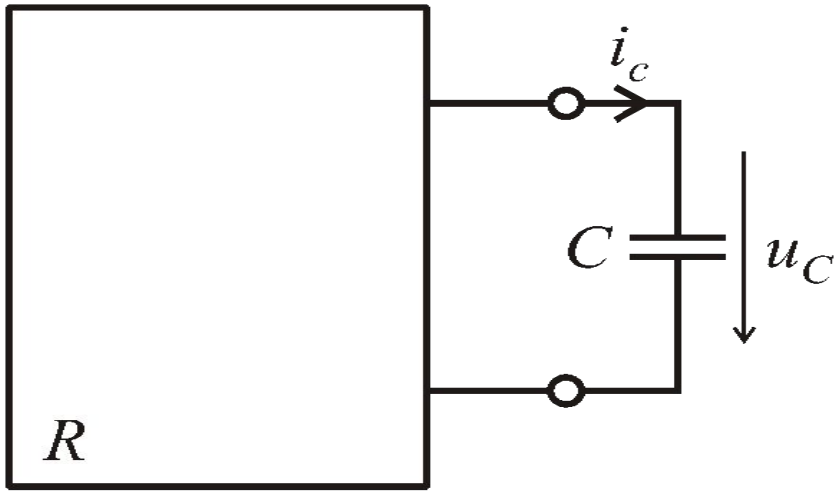
Переходные процессы в электрических цепях

Если в момент коммутации токи всех индуктивных и напряжения всех емкостных элементов равны нулю, то соответствующие начальные условия называют ***нулевыми***



Переходные процессы в *RC*-цепях первого порядка

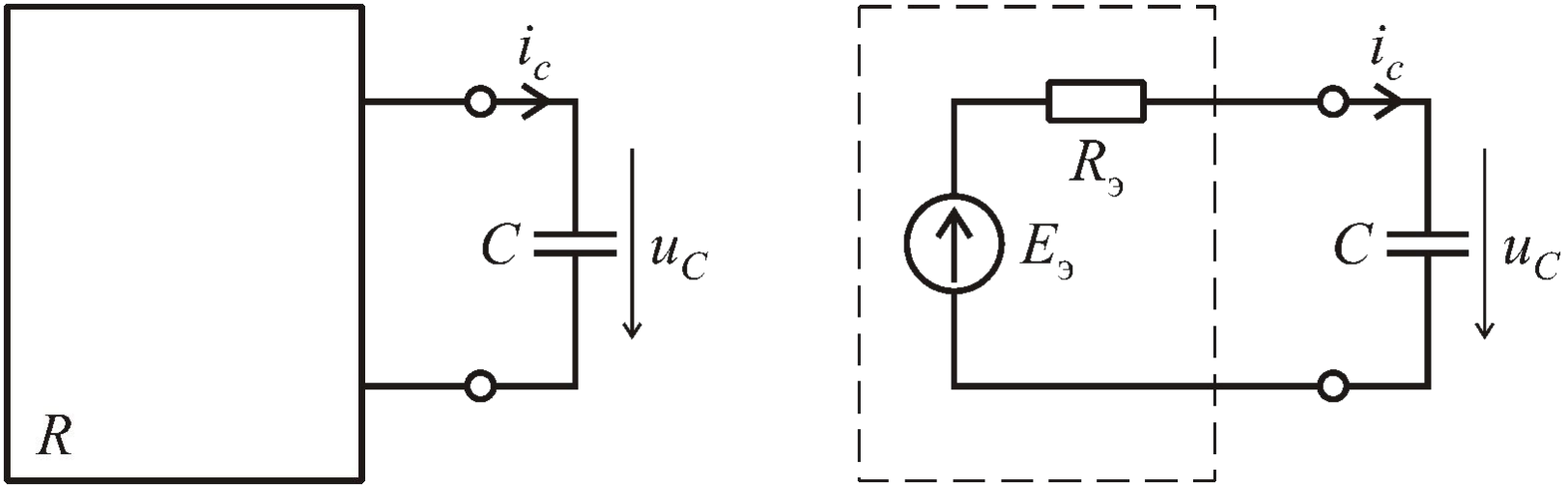
В *RC*-цепи в момент $t = 0$ происходит коммутация.
Необходимо определить токи и напряжения цепи при $t \geq 0$



Переходные процессы в *RC*-цепях первого порядка

Определим сначала закон изменения напряжения $u_C(t)$. Зная $u_C(t)$, мы можем представить емкостный элемент источником напряжения $e(t) = u_C(t)$ и рассчитать токи и напряжения в резистивной цепи.

Чтобы упростить расчет, заменим резистивную подсхему эквивалентным двухполюсником



Переходные процессы в *RC*-цепях первого порядка

В соответствии со вторым законом Кирхгофа:

$$R_э i_C + u_C = E_э$$

Выполняя подстановку $i_C = C\frac{du_C}{dt}$ и решая полученное уравнение относительно $\frac{du_C}{dt}$, получим

$$\frac{du_C}{dt} = -\frac{1}{R_э C}u_C + \frac{1}{R_э C}E_э \qquad (1)$$

$\tau = R_э C$ - *постоянная времени*.

$$\frac{du_C}{dt} = -\frac{1}{\tau}u_C + \frac{1}{\tau}E_э \qquad (2)$$

Переходные процессы в *RC*-цепях первого порядка

$$u_C(t) = \left(U_0 - u_{\text{уст}}\right) e^{-t/\tau} + u_{\text{уст}}. \quad (3)$$

$$u_C(0) = U_0$$

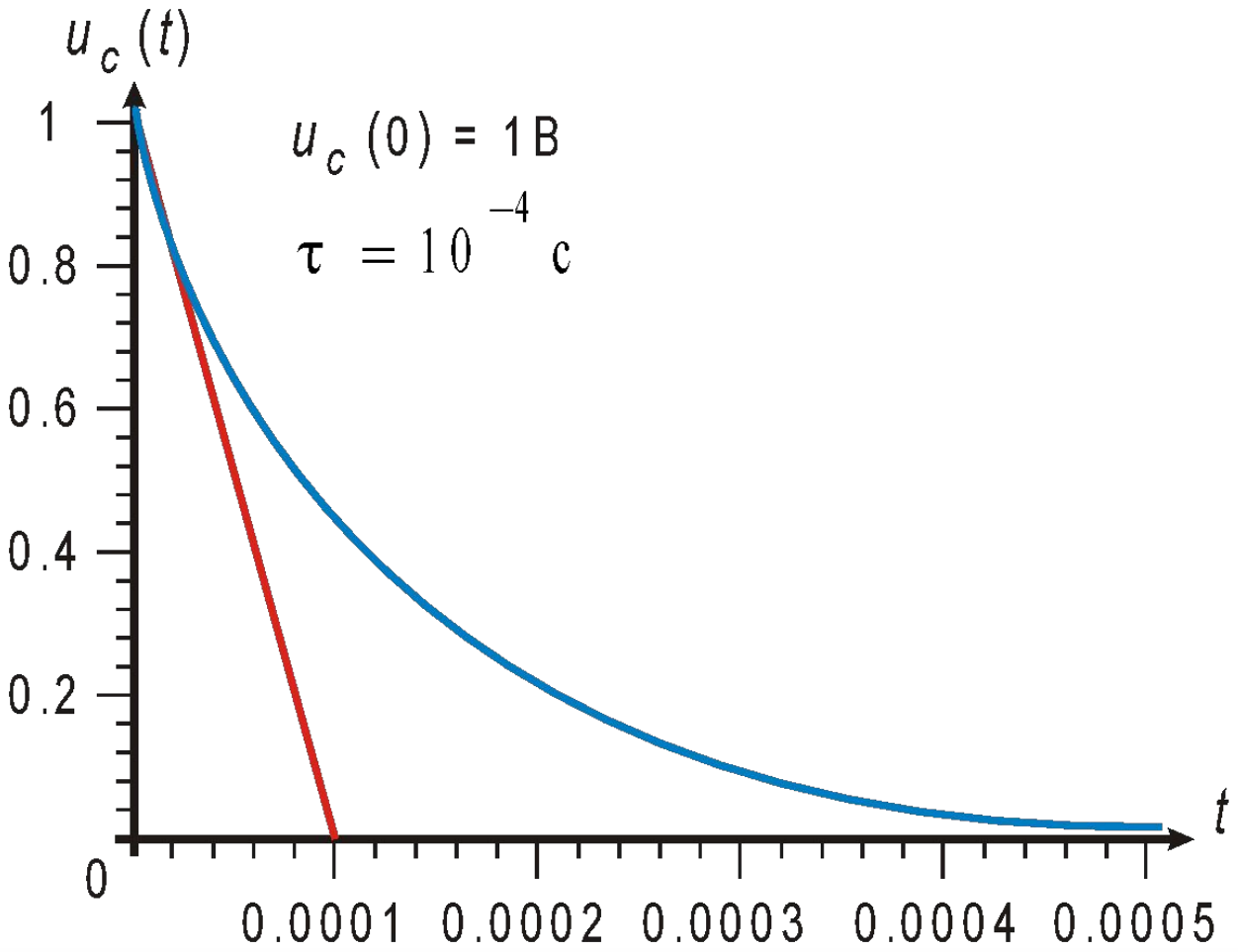
Первое слагаемое в (3) **- *свободная составляющая***

Второе слагаемое в (3) **- *принужденная* (установившаяся) *составляющая***

Переходные процессы в *RC*-цепях первого порядка

Случай 1. $E_э = 0$

Решение уравнения (2) имеет вид: $u_C(t) = u_C(0)e^{-t/\tau}$



Переходные процессы в *RC*-цепях первого порядка

Случай 2. $E_э \neq 0$

Запишем уравнение (2) в виде:

$$\frac{d}{dt}\left(u_C - E_э\right) = -\frac{1}{\tau}\left(u_C - E_э\right)$$

Решение:

$$u_C(t) - E_э = \left(u_C(0) - E_э\right)e^{-t/\tau}$$

Поскольку $u_C(\infty) = E_э$

$$u_C(t) = \left(u_C(0) - u_C(\infty)\right)e^{-t/\tau} + u_C(\infty)$$

Порядок расчета переходных процессов в *RC*-цепях первого порядка

Считаем, что переходный процесс вызван замыканием или размыканием идеального ключа в момент $t = 0$ и нужно определить ток k-й ветви.

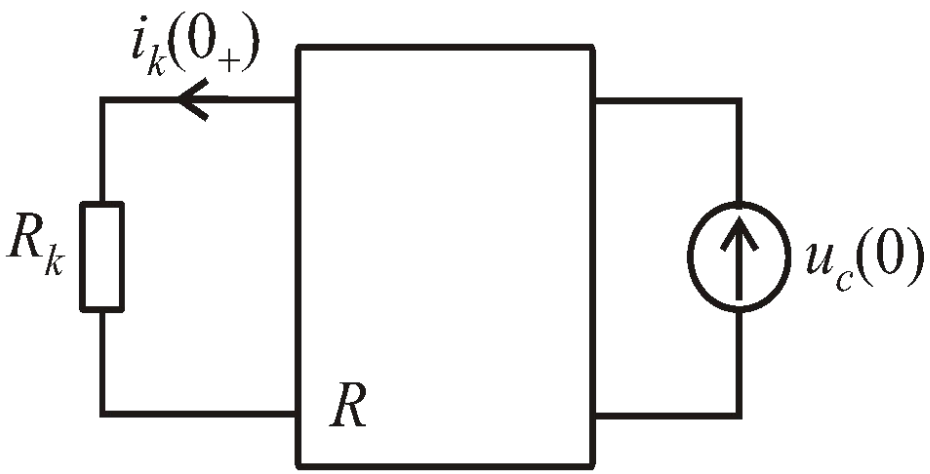
1. Анализируем цепь в момент, предшествующий коммутации (при $t = 0_-$), и определяем напряжение емкостного элемента $U_C(0)$.

2. Заменяем емкостный элемент источником напряжения $E = U_C(0)$ (рис. *а*). Анализируя полученную резистивную схему замещения, находим начальные значения искомых токов и напряжений $i_k(0_+), u_k(0_+)$.

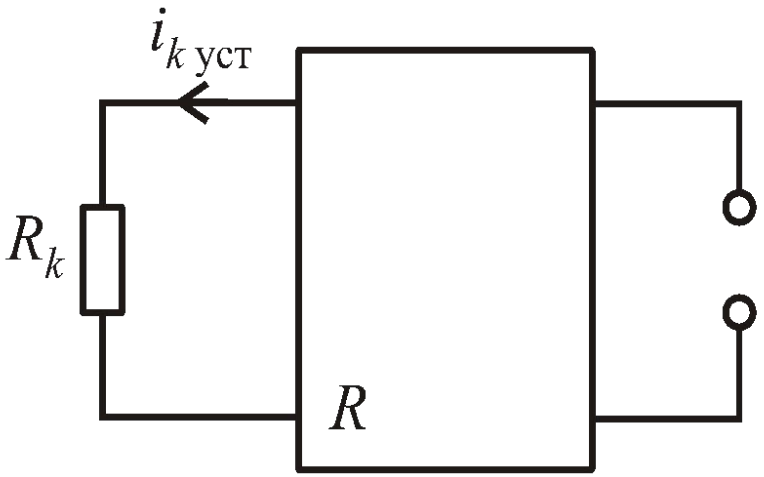
Порядок расчета переходных процессов в *RC*-цепях первого порядка

3. Рассчитываем установившиеся значения искомых токов и напряжений, анализируя цепь в момент времени . $t \to \infty$

$t = 0_+$



$t \to \infty$



Порядок расчета переходных процессов в *RC*-цепях первого порядка.

4. Определяем входное сопротивление резистивной цепи со стороны зажимов, к которым подключен емкостный элемент. Рассчитываем постоянную времени цепи по формуле $\tau = R_{\text{вх}} C$.

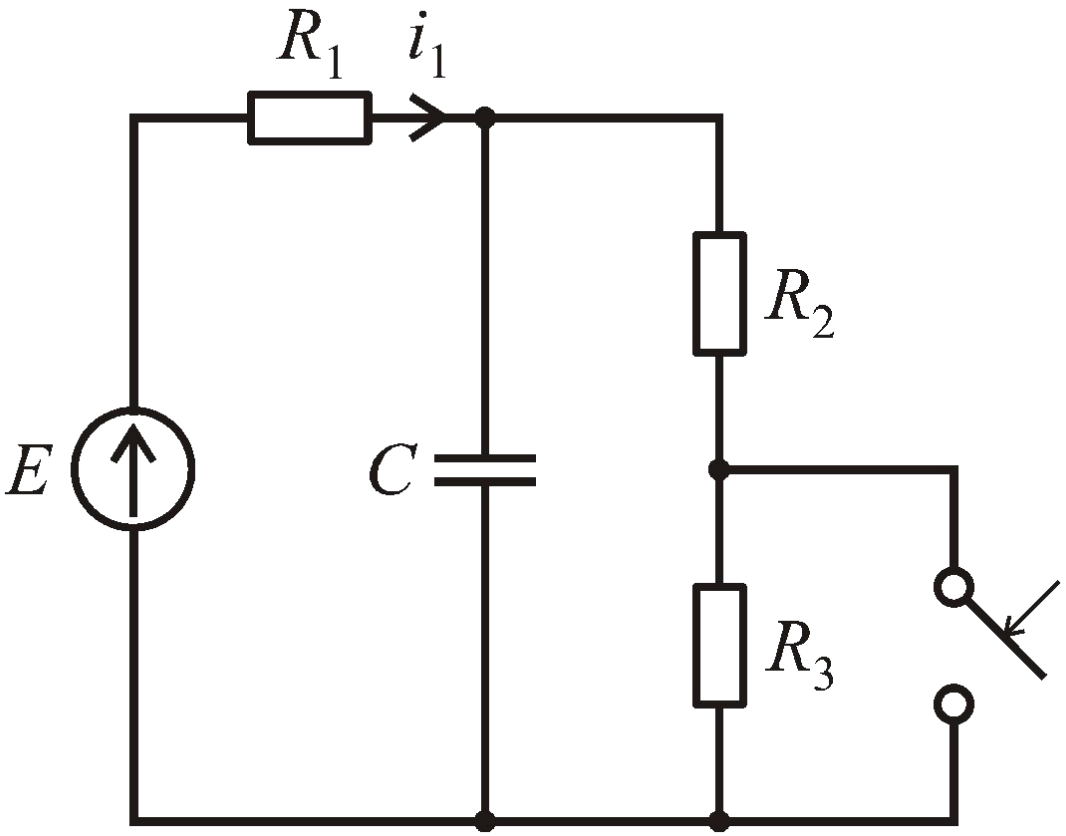
5. Решение записываем в виде

$$i_k(t) = \left[i_k(0_+) - i_{k\,\text{уст}} \right] e^{-t/\tau} + i_{\text{уст}}$$

Важно! Все переходные токи и напряжения имеют одинаковую постоянную времени.

Пример расчета переходных процессов в *RC*-цепях первого порядка.

Пример. Ключ в цепи на рис. 1 замыкается. Рассчитать ток после коммутации, если $R_1 = R_2 = R_3 =$ 100 Ом, C = 1 мкФ, E = 60 В.



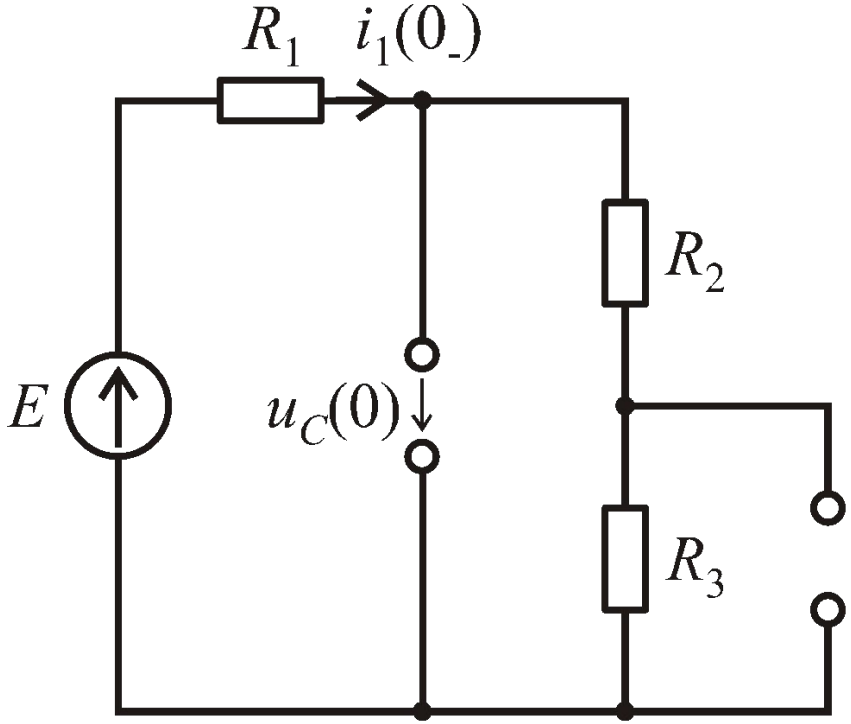
Пример расчета переходных процессов в *RC*-цепях первого порядка.

Решение.

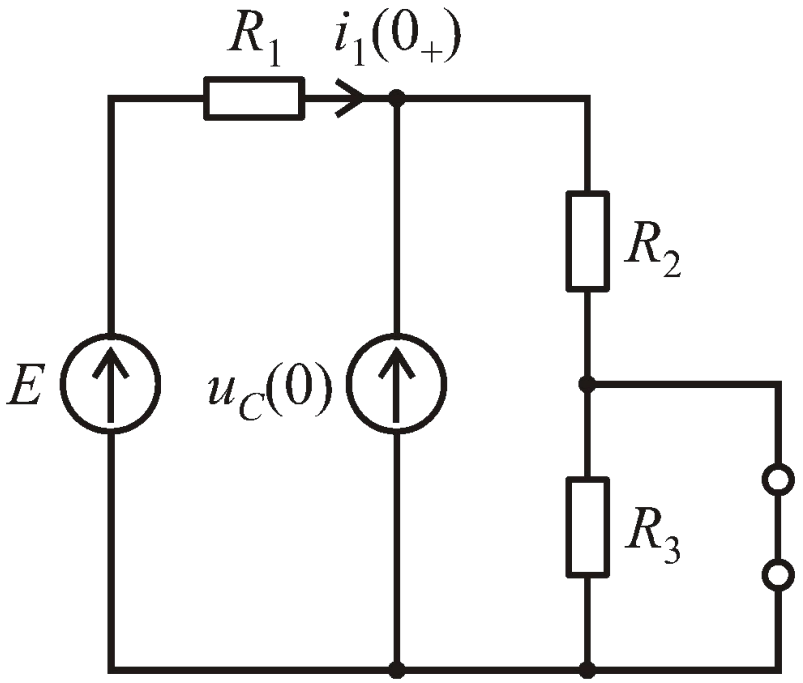
1. Определим независимые начальные условия. Для этого рассчитаем режим в цепи при $t = 0_-$.

Эквивалентная схема для момента $t = 0_-$.

$i_1(0_-) = 0.2$ А, $u_C(0) = 40$ В.



Пример расчета переходных процессов в *RC*-цепях первого порядка.



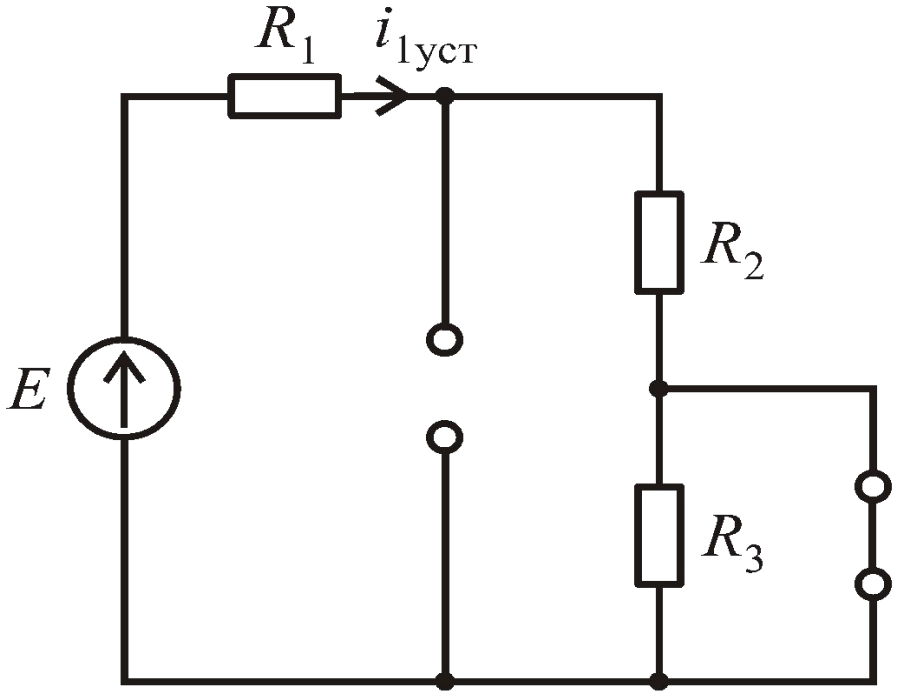
Начальное значение тока i_1 при $t = 0_+$.

$$i_1(0_+) = \frac{E - u_C(0)}{R_1} = \frac{60 - 40}{100} = 0.2 \text{ А}.$$

Пример расчета переходных процессов в *RC*-цепях первого порядка.

Определим установившееся значение искомого тока.

Схема замещения, соответствующая Установившемуся режиму



Установившееся значение тока

$$i_{1\text{уст}} = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{60}{100 + 100} = 0.3 \text{ А}$$

Пример расчета переходных процессов в *RC*-цепях первого порядка.

Определим входное сопротивление схемы относительно зажимов, к которым подключен емкостный элемент. Исключая источник напряжения, найдем, что

$$R_{\text{вх}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{100 \cdot 100}{100 + 100} = 50 \text{ Ом}$$

Постоянная времени цепи

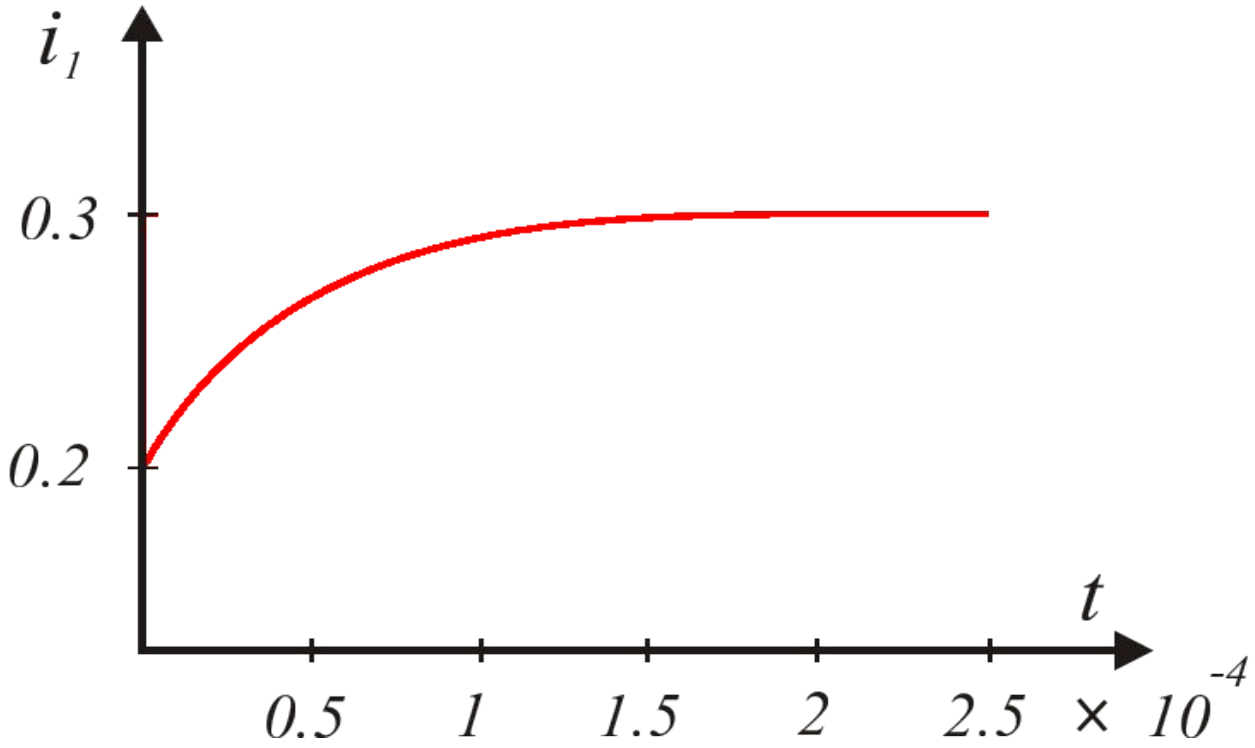
$$\tau = R_{\text{вх}} C = 50 \cdot 10^{-6} = 0.5 \cdot 10^{-4} \text{ с}$$

Закон изменения тока

$$i_1(t) = \left[i_1(0_+) - i_{1\text{уст}} \right] e^{-t/\tau} + i_{1\text{уст}} = -0{,}1 e^{-2 \cdot 10^4 t} + 0{,}3$$

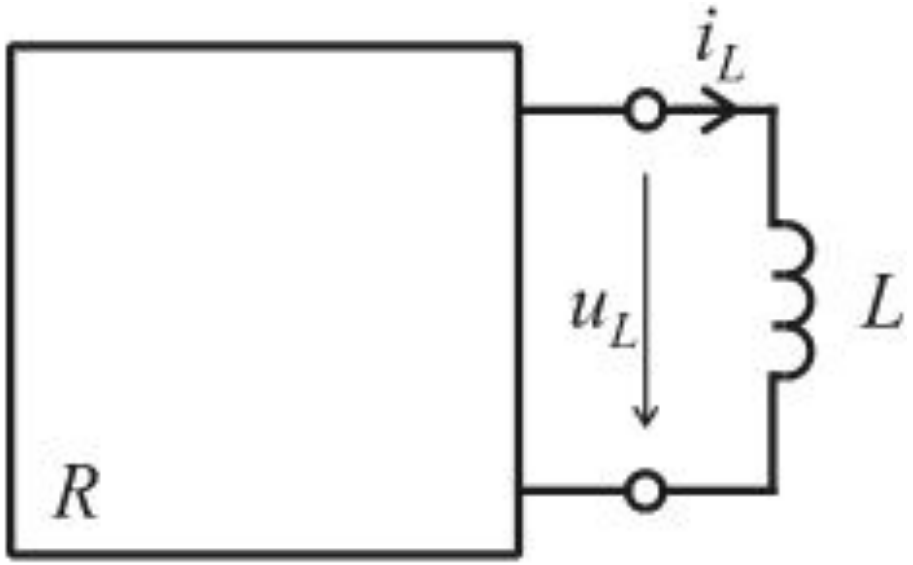
Пример расчета переходных процессов в *RC*-цепях первого порядка.

График изменения тока $i_1(t)$



Переходные процессы в *RL*-цепях первого порядка

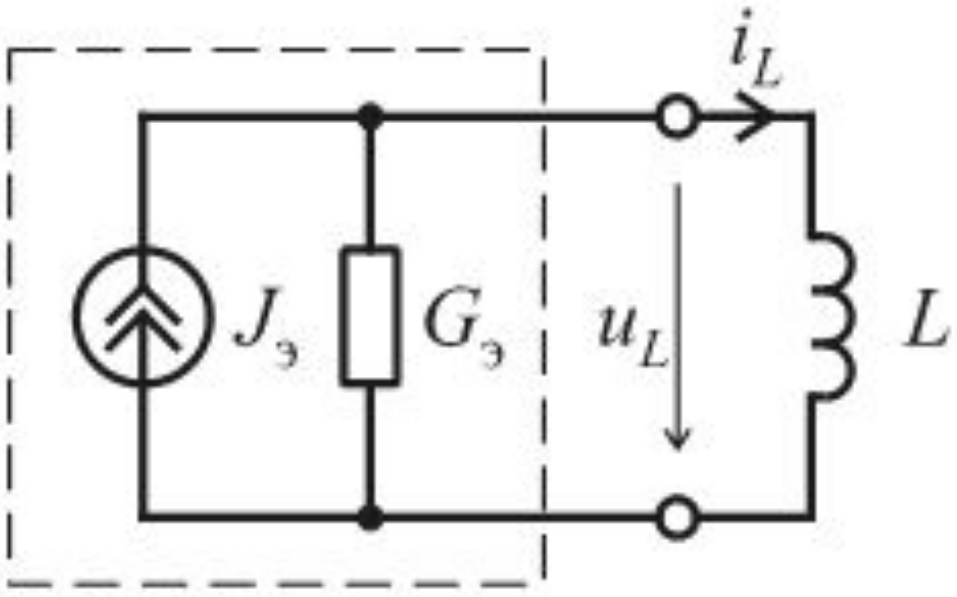
В цепи, показанной на рисунке, в момент $t = 0$ происходит коммутация



Необходимо определить закон изменения тока $i_L(t)$.

Переходные процессы в *RL*-цепях первого порядка

Представим резистивный двухполюсник эквивалентной схемой Нортона



Параметры эквивалентного резистивного двухполюсника

$$J_э = I_{кз}\ ,\quad G_э = 1/R_{вх}\ .$$

Переходные процессы в *RL*-цепях первого порядка

Уравнение по первому закону Кирхгофа:

$$-J_{э}+G_{э}u_{L}+i_{L}=0$$

Учитывая, что $u_{L}=L\frac{di_{L}}{dt}$, запишем уравнение состояния:

$$\frac{di_{L}}{dt}=-\frac{R_{э}}{L}i_{L}+\frac{R_{э}}{L}J_{э}. \qquad (1)$$

Переходные процессы в *RL*-цепях первого порядка

Обозначим $\tau = L / R_э$, уравнение (1) примет вид

$$\frac{di_L}{dt} = -\frac{1}{\tau} i_L + \frac{1}{\tau} J_э . \qquad (2)$$

τ называют *постоянной времени*.

Решение уравнения (2) можно представить в следующем виде:

$$i_L(t) = \left(I_0 - i_{уст}\right) e^{-t/\tau} + i_{уст} \qquad (3)$$

Первое слагаемое - свободная составляющая тока $i_L(t)$, а второе – установившаяся, или принужденная, составляющая.

Переходные процессы в *RL*-цепях первого порядка

Порядок расчета переходных процессов в *RL*-цепях первого порядка.

Переходный процесс вызван замыканием или размыканием идеального ключа в момент $t = 0$.

1. Анализируем цепь в момент, предшествующий коммутации (при $t = 0_-$), и определяем ток индуктивного элемента $i_L(0)$.

2. Заменяем индуктивный элемент источником тока $i_L(0)$. Анализируя полученную схему замещения, определим начальные значения искомых напряжений или токов $u_k(0_+), i_k(0_+)$

Переходные процессы в *RL*-цепях первого порядка

3. Замыкаем накоротко зажимы, к которым подключен индуктивный элемент. Определяем установившиеся значения интересующих нас токов и напряжений $i_{\text{уст}}$, $u_{\text{уст}}$.

4. Определяем входное сопротивление резистивной цепи со стороны зажимов, к которым подключен индуктивный элемент. Рассчитываем постоянную времени цепи по формуле $\tau = L / R_{\text{э}}$ или $\tau = L G_{\text{э}}$.

5. Записываем решение в виде

$$i_k(t) = \left(i_k(0_+) - i_{\text{уст}}\right) e^{-t/\tau} + i_{k\,\text{уст}}$$

Рекомендуемая литература

1. Алтунин Б.Ю., Панкова Н.Г. Теоретические основы электротехники:
Комплекс учебно - методических материалов: Часть 1 / Б.Ю. Алтунин,
Н.Г. Панкова; НГТУ им. Р.Е. Алексеева. Н.Новгород, 2007.-130 с.

2. Алтунин Б.Ю., Кралин А.А. Электротехника и электроника: комплекс учебно-методических материалов: Ч.1/ Б.Ю. Алтунин, А.А. Кралин; НГТУ
им. Р.Е. Алексеева. Н.Новгород, 2007.-98 с.

3. Алтунин Б.Ю., Кралин А.А. Электротехника и электроника: комплекс учебно-методических материалов: Ч.2/ Б.Ю. Алтунин, А.А. Кралин; НГТУ
им. Р.Е. Алексеева. Н.Новгород, 2008.-98 с

4. Касаткин, А.С. Электротехника /А.С. Касаткин, М.В. Немцов.-М.: Энергоатомиздат, 2000.

5. Справочное пособие по основам электротехники и электроники /под. ред. А.В. Нетушила.-М.: Энергоатомиздат, 1995.

6. Манаев Е.И. Основы радиоэлектроники.-3-е изд., перераб. И доп.-М.: Радио и связь, 1990.-512 с.: ил.

7. Новожилов, О. П. Электротехника и электроника: учебник / О. П. Новожилов. – М.: Гардарики, 2008. – 653 с.

Тема 4 Закончена

Благодарю за внимание