

Системы счисления

СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ – это знаковая система, в которой числа записываются по определенным правилам с помощью символов некоторого алфавита, называемых ЦИФРАМИ. Все системы счисления делятся на:

Позиционные	Непозиционные
Количественный эквивалент каждого символа ЗАВИСИТ от его положения в записи числа	Количественный эквивалент каждого символа НЕ ЗАВИСИТ от его положения в записи числа

Примеры непозиционных систем счисления

Римская:

I = 1, V = 5, X = 10, L = 50, C = 100, D = 500, M = 1000.

Древний Вавилон



Использовались всего 3 знака - (клинопись):

> - этот знак обозначает число 60;

< - этот знак обозначает число 10;

Y - этот знак обозначает число 1.

Древний Египет



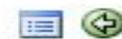
Использовались всего 3 знака:

9 - этот знак обозначает число 100;

∩ - этот знак обозначает число 10;

| - этот знак обозначает число 1.

Древняя Русь



Использовалось 6 знаков:



- тысяча рублей;



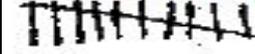
- сто рублей;



- 10 рублей;



- один рубль;



- десять копеек;



- одна копейка.

Позднее, вплоть до 17 века на Руси в качестве цифр использовались буквы алфавита, над которыми ставился особый знак - титло. До настоящего времени подобная система записи чисел сохранилась в церковных книгах.

Ѧ Ѧ Ѧ Ѧ Ѧ Ѧ Ѧ Ѧ Ѧ

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Примеры позиционных систем счисления

- Двоичная $\{0, 1\}$
- Десятичная $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
- Восьмеричная $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
- Шестнадцатеричная
- $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F\}$

Перевод чисел с использованием системы счисления

45	2
22	1



Перевод чисел из системы счисления с основанием n в десятичную систему счисления В 10-УЮ

Число	1	0	1	1	0	1 ₍₂₎
Схема Горнера	↓ 1	$1 \cdot 2 + 0 =$ $= 2$	$2 \cdot 2 + 1 =$ $= 5$	$5 \cdot 2 + 1 =$ $= 11$	$11 \cdot 2 + 0 =$ $= 22$	$22 \cdot 2 + 1 =$ $= 45_{(10)}$

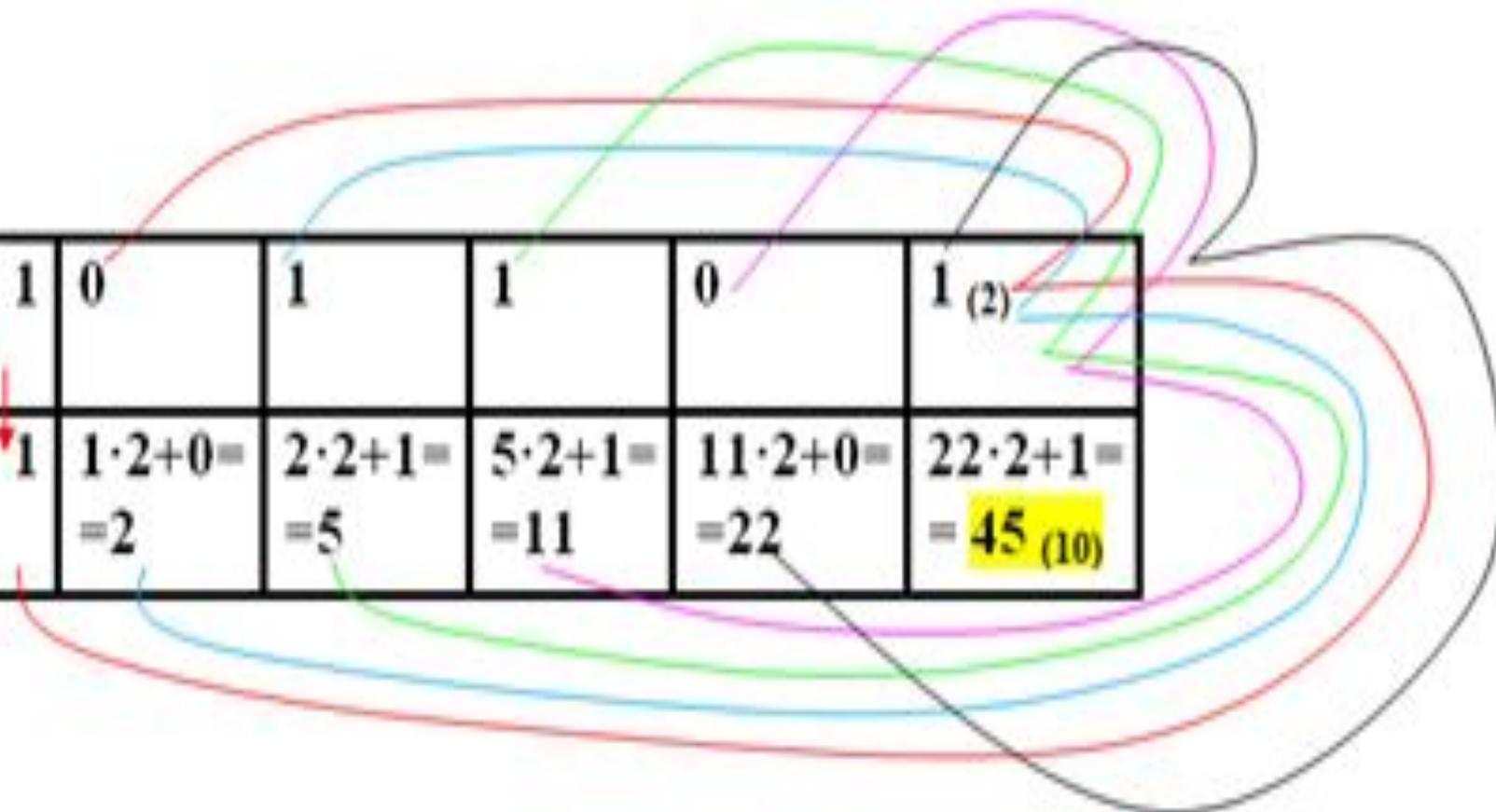


Схема Горнера

- Записываем в одной строке число, которое нужно перевести, а строкой ниже будем получать число в нужной нам системе счисления. Для этого первую цифру переписем без изменения, а под каждой следующей цифрой будем писать число, полученное сложением этой цифры с произведением слева стоящего числа на основание системы счисления. Число под последней цифрой и будет результатом перевода.

Перевод чисел с использованием 10-ой системы счисления

$$\begin{array}{r}
 \times 0,65625 \\
 \hline
 \times 1,31250 \\
 \hline
 \times 0,6250 \\
 \hline
 \times 1,250 \\
 \hline
 \times 0,50 \\
 \hline
 \times 1,0
 \end{array}$$

Десятичная система счисления с основой 10
 $0,6_{(10)} = 0,23432..._{(7)}$
 $0,2343_{(7)}$
 $0,6 \cdot 7 = 2,52$
 $0,2 \cdot 7 = 3,64$
 $0,4 \cdot 7 = 4,48$
 $0,3 \cdot 7 = 3,36$
 $0,6 \cdot 7 = 2,52$
 ...д.....

Перевод чисел из системы счисления с основанием n в десятичную систему счисления. В 10-ую

ДРОБНЫЕ ЧИСЛА

$$\begin{aligned}
 0,28_{(16)} &= 2 \cdot 16^{-1} + 8 \cdot 16^{-2} = \\
 &= \frac{1}{8} + \frac{1}{32} = \frac{5}{32} = 0,15625_{(10)}
 \end{aligned}$$

ДРОБНЫЕ ЧИСЛА 2 СПОСОБ (КОГДА ЦЕЛАЯ ЧАСТЬ ЕСТЬ)

$$\begin{aligned}
 C2,28_{(16)} &= 12 \cdot 16^0 + 2 \cdot 16^{-1} + 2 \cdot 16^{-2} + 8 \cdot 16^{-3} = \\
 &= 192 + 2 + \frac{1}{8} + \frac{1}{32} = 194 \frac{5}{32} = 194,15625_{(10)}
 \end{aligned}$$

(показатели оснований – из п.1)

$$\begin{array}{r}
 194 \overline{) 16} \\
 \underline{12} \\
 0 \\
 \hline
 12 = C
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 0,15625 \cdot 16 &= 2,5 \\
 0,5 \cdot 16 &= 8,0 \\
 0 \cdot 16 &= 0
 \end{aligned}$$

ТОГДА $194,15625_{(10)} = C2,28_{(16)}$

Перевод чисел без использования 10-ой системы счисления

Перевод чисел из ДВОИЧНОЙ системы счисления в ВОСЬМЕРИЧНУЮ систему счисления. $2 \square 8$

Перевод чисел из ВОСЬМЕРИЧНОЙ системы счисления в ДВОИЧНУЮ систему счисления. $8 \square 2$

ЦЕЛЫЕ ЧИСЛА

ЦЕЛЫЕ ЧИСЛА

ТРИАДЫ	
000	0
001	1
010	2
011	3
100	4
101	5
110	6
111	7

$$\begin{array}{l}
 \overbrace{101} \overbrace{011} = 53_8 \\
 \leftarrow \\
 10111_2 = \overbrace{010} \overbrace{111} = 27_8
 \end{array}$$

1 СПОСОБ (ТРИАДЫ-БЕЗ 10-ОЙ С.С.)

$$\begin{array}{l}
 \overbrace{53} = \overbrace{101} \overbrace{011} \\
 \overbrace{27} = \overbrace{010} \overbrace{111} = 10111_2
 \end{array}$$

ВА ПЕРЕХОДА:
 ПЕРЕВЕСТИ ИЗ 2-ОЙ В 10-УЮ,
 А ЗАТЕМ ИЗ 10-ОЙ В 8-УЮ)

ЦЕЛЫЕ ЧИСЛА

2 СПОСОБ
 (ИСПОЛЬЗУЯ ДВА ПЕРЕХОДА:
 СНАЧАЛА ПЕРЕВЕСТИ ИЗ 8-ОЙ В 10-УЮ,
 А ЗАТЕМ ИЗ 10-ОЙ В 2-УЮ)

Перевод чисел без использования 10-ой системы счисления

Перевод чисел из ДВОИЧНОЙ системы счисления в ШЕСТНАДЦАТЕРИЧНУЮ систему счисления. $2 \square 16$

Перевод чисел из ШЕСТНАДЦАТЕРИЧНОЙ системы счисления в ДВОИЧНУЮ систему счисления. $16 \square 2$

ТЕТРАДЫ			
0000	0	1000	8
0001	1	1001	9
0010	2	1010	A
0011	3	1011	B
0100	4	1100	C
0101	5	1101	D
0110	6	1110	E
0111	7	1111	F

ЦЕЛЫЕ ЧИСЛА

$$10110101_2 = B5_{16}$$

$$110101_2 = 00110101_2 = 35_{16}$$

РАДЫ-БЕЗ 10-ОЙ С.С.)
 исла представляют в виде
 ывают последовательно
 ри необходимости в ответе
 е нули убирают).

И ДВА
 ПЕРЕВЕСТИ ИЗ 2-
 ИЗ 10-ОЙ В 16-

ЦЕЛЫЕ ЧИСЛА
 2 СПОСОБ (ИСПОЛЬЗУЯ ДВА
 ПЕРЕХОДА: СНАЧАЛА ПЕРЕВЕСТИ ИЗ
 16-ОЙ В 10-УЮ, А ЗАТЕМ ИЗ 10-ОЙ В 2-
 УЮ)