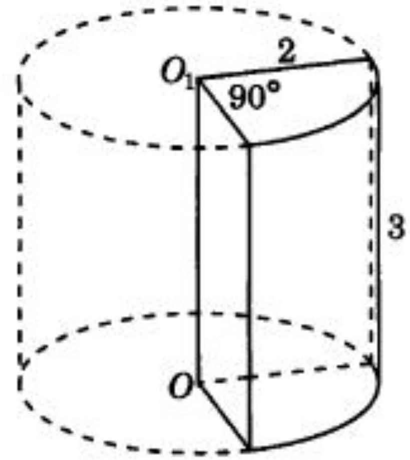
Здравствуйте!

Мы продолжаем курс лекций по подготовке к ЕГЭ по математике. Сегодня мы вновь обратимся к **Заданию B11 , направленному на** проверку уровня развития пространственных представлений, умение находить объемы и площади поверхностей многогранников и круглых тел и их комбинаций. В открытом банке ЕГЭ представлено 194 прототипа в данном разделе - то есть 194 задания, по которым составлено более 6000 задач, отличающихся от соответствующих прототипов только числовыми значениями Сегодня мы остановимся на задачах, связанных с круглыми телами и комбинациями многогранников и тел вращения 194.

цилиндр

$$S_{пов} = 2\pi R(R + H)$$
$$V = \pi R^2 H$$

№1. Найти объем части цилиндра (см. рисунок).
В ответе укажите V/π

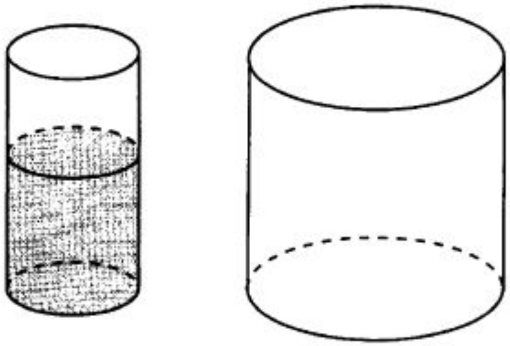


$$V = \frac{1}{4} \cdot V_{цил} = \frac{1}{4} \cdot \pi R^2 H = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 2^2 \cdot 3 = 3\pi$$

ОТВЕТ.

3				

№2. Воду, находящуюся в цилиндрическом сосуде на уровне 12 см, перелили в цилиндрический сосуд в 2 раза большего диаметра. На какой высоте будет находиться уровень воды во втором сосуде?
Ответ выразите в сантиметрах



$$\left.\begin{aligned} V_1 &= V_2 \\ S_2 &= 4S_1 \end{aligned}\right\} \Rightarrow H_2 = \frac{H_1}{4} = \frac{12}{4} = 3$$

ОТВЕТ.

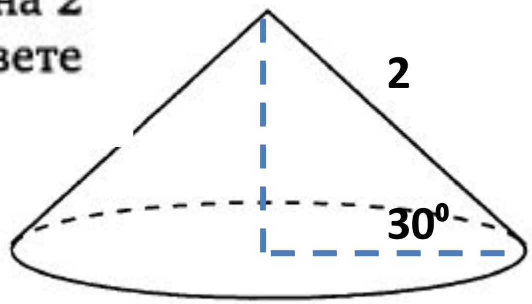
3				

конус

- $S_{\text{пов}} = \pi R(R + L)$

$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 H$$

№1. Найдите объем V конуса, образующая которого равна 2 и наклонена к плоскости основания под углом 30°. В ответе укажите V/π.

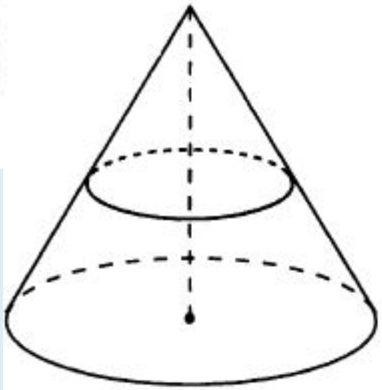


$$V_{кон} = \frac{1}{3}\cdot\pi R^2 H = \frac{1}{3}\cdot\pi\cdot\sqrt{3}^2\cdot 1 = \pi$$

ОТВЕТ:

1				

№2. Объем конуса равен 12. Параллельно основанию конуса проведено сечение, делящее высоту пополам. Найдите объем отсеченного конуса.



$$V_{кон1} = \frac{1}{3}\cdot\pi R_1^{\,2} H_1 = 12$$

$$V_{кон2} = \frac{1}{3}\cdot\pi R_2^{\,2} H_2 = \frac{1}{3}\cdot\pi\left(\frac{R_1}{2}\right)^2\cdot\left(\frac{H_1}{2}\right) = \frac{1}{3}\cdot\frac{\pi R_1^{\,2} H_1}{8} = \frac{12}{8} = 1{,}5$$

ОТВЕТ:

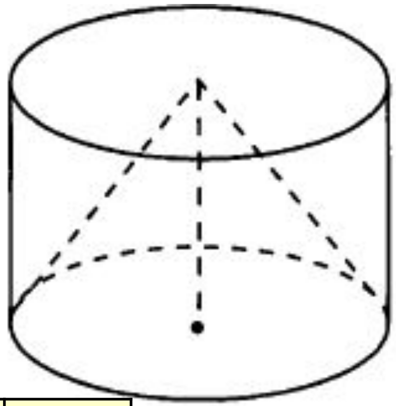
1	,	5		

цилиндр и конус

№1. Найти объем цилиндра , если объем конуса равен 50

$$V_{кон} = \frac{1}{3} \cdot \pi R^2 H$$

$$V_{цил} = \pi R^2 H$$

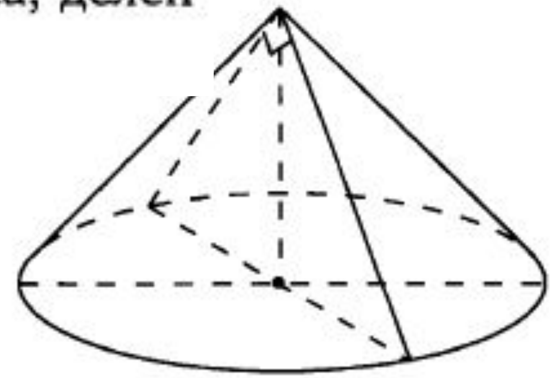


ОТВЕТ.

1	5	0		

№2. Диаметр основания конуса равен 6, а угол при вершине осевого сечения равен 90°. Вычислите объем конуса, деленный на π.

$$V_{кон} = \frac{1}{3} \cdot \pi R^2 H = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 6^2 \cdot 6 = 72\pi$$



ОТВЕТ.

7	2			

шар

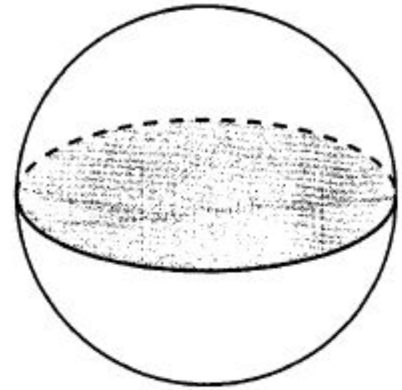
- $S_{сф} = 4\pi R^2$

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

№1. Площадь большого круга шара равна 1. Найдите площадь поверхности шара.

$$S_{сф} = 4\pi R^2$$

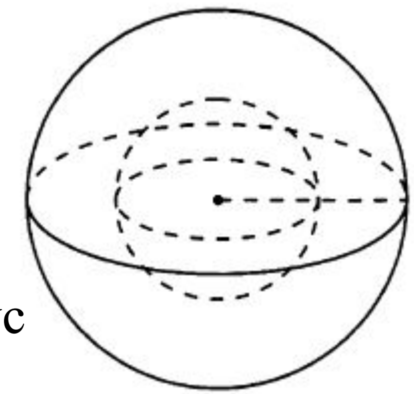
$$S_{кр} = \pi R^2$$



ОТВЕТ.

4				

№2. Во сколько раз увеличится **площадь поверхности** ша
если его радиус увеличится **в 5 раз?**



ОТВЕТ.

2	**5**			

№3. Во сколько раз увеличится **объем** шара, если его радиус увеличится **в 5 раз?**

ОТВЕТ.

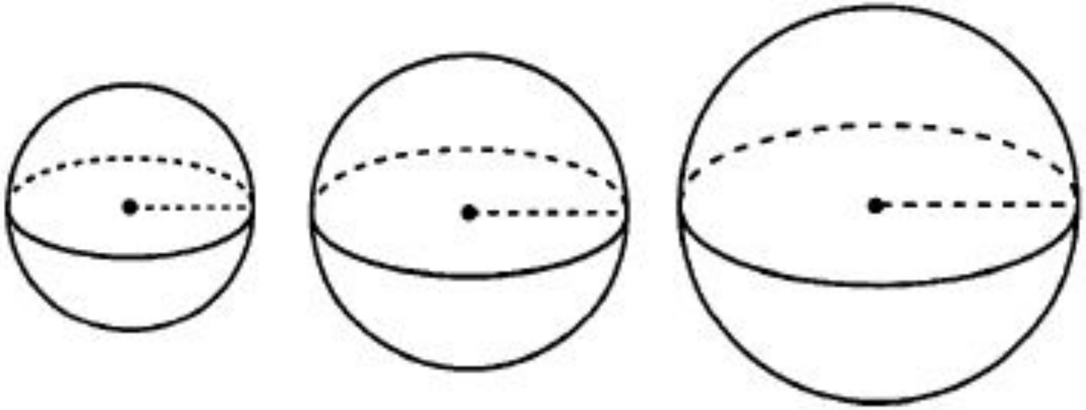
1	**2**	**5**		

шар

- $S_{сф} = 4\pi R^2$

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

№4. Радиусы трех шаров равны 3, 4 и 5. Найдите радиус шара, объем которого равен сумме их объемов.



$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

$$\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 3^3 + \frac{4}{3}\pi \cdot 4^3 + \frac{4}{3}\pi \cdot 5^3$$

$$\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot (3^3 + 4^3 + 5^3)$$

$$R^3 = 27 + 64 + 125$$

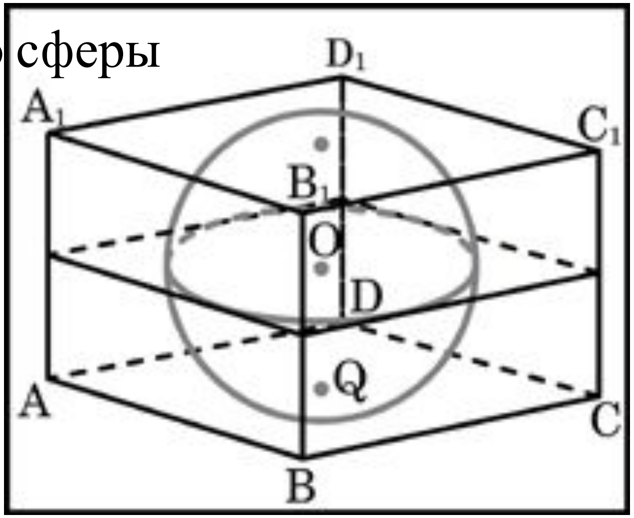
$$R^3 = 216 \Rightarrow R = 6$$

ОТВЕТ.

1	2	5		

Комбинации многогранников и тел вращения

№1. Прямоугольный параллелепипед описан около сферы радиуса 3. Найдите его объем.



ОТВЕ Т.

2	1	6		

№2. Площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда, описанного около сферы, равна 96. Найти радиус сферы.

ОТВЕ Т.

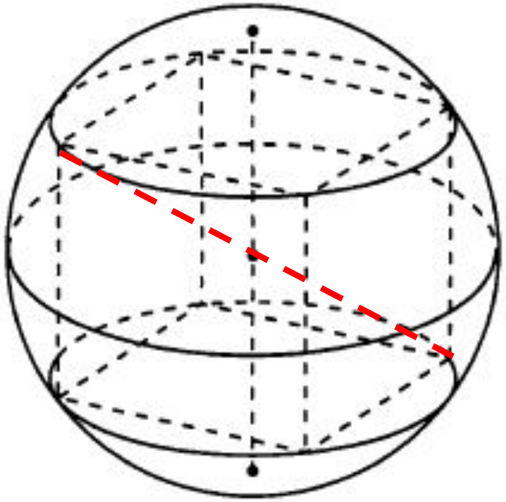
2				

№3. Куб вписан в шар радиуса $\sqrt{3}$. Найдите площадь поверхности куба

$$R = \sqrt{3} \Rightarrow d = 2\sqrt{3}$$

$$a = \frac{d}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 2$$

$$S_{куба} = 6a^2 = 6 \cdot 4 = 24$$



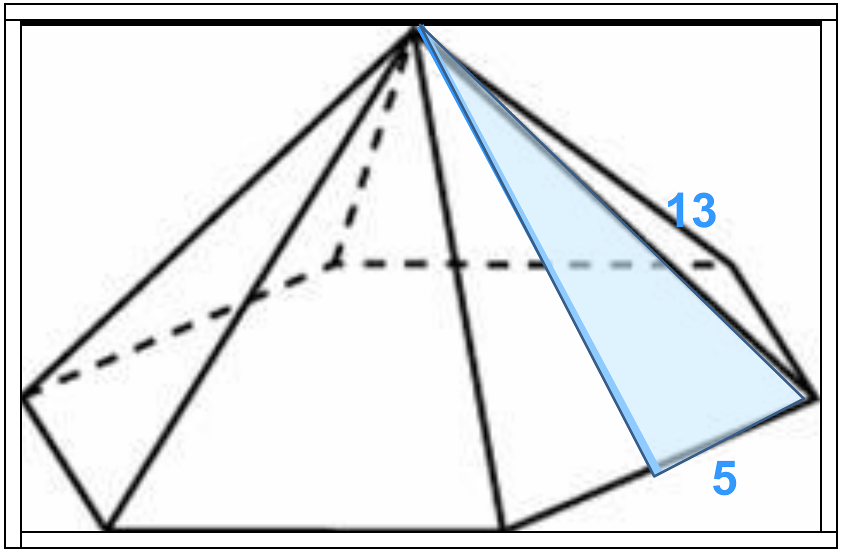
ОТВЕ Т.

2	4	

- На этом мы заканчиваем рассмотрение заданий В11, - стереометрических задач базового уровня сложности. Напомню, что на предыдущих уроках мы уже рассмотрели задания геометрического блока В3 и В6 – по планиметрии и В9 – расстояния и углы в пространстве.
- На следующем занятии мы рассмотрим задание С2 – стереометрическая задача повышенного уровня сложности. Кроме того, что ее решение более сложное, чем задачи части В, надо помнить, что это задание проверяет эксперт. Специфику решения и оформления задания мы рассмотрим на следующем уроке

- До новых встреч

Стороны основания правильной шестиугольной пирамиды равны 10, боковые ребра равны 13. Найдите площадь боковой поверхности этой пирамиды.



- Боковая поверхность правильной шестиугольной пирамиды состоит из шести треугольников

$$S_{\text{бок.п}} = 6 \cdot S_{\Delta}$$

В любом из треугольников проведём высоту найдём её по теореме Пифагора

$$h = \sqrt{169 - 25} = 12$$

Площадь одной грани пирамиды

S=1/2*a*h = 5*12=60

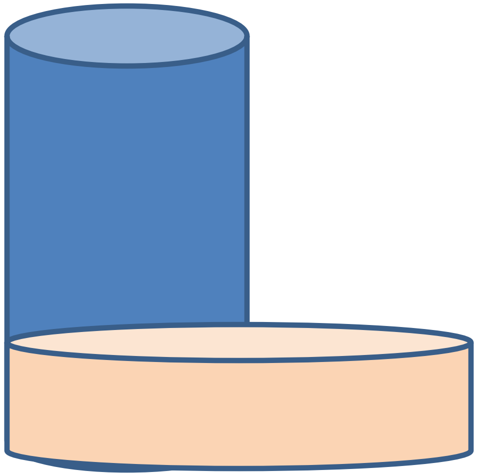
Площадь боковой поверхности

S=6*60=360

Ответ:360

№ 5037

Объем первого цилиндра равен 12 м^3. У второго цилиндра высота в три раза больше, а радиус основания — в два раза меньше, чем у первого. Найдите объем второго цилиндра. Ответ дайте в кубических метрах.



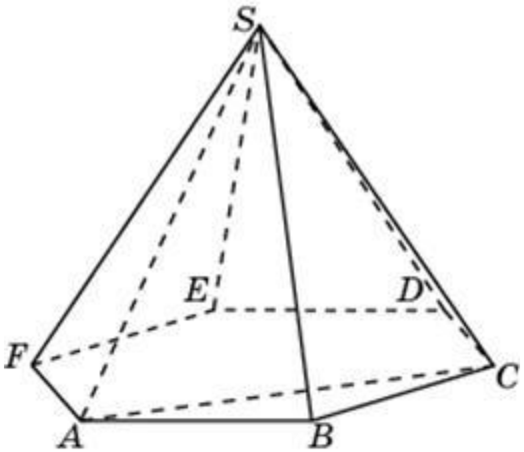
$V = \pi R^2 h$

$V_2 = \pi (R/2)^2 3h$

$V_2 < V_1$ в ¾ раз

$12 * 3/4 = 9$

Объем треугольной пирамиды *SABC*, являющейся частью правильной шестиугольной пирамиды *SABCDEF*, равен 1. Найдите объем шестиугольной пирамиды.



$$V_6 = \frac{1}{3} S_6 * H \qquad V_3 = \frac{1}{3} S_\Delta * H$$

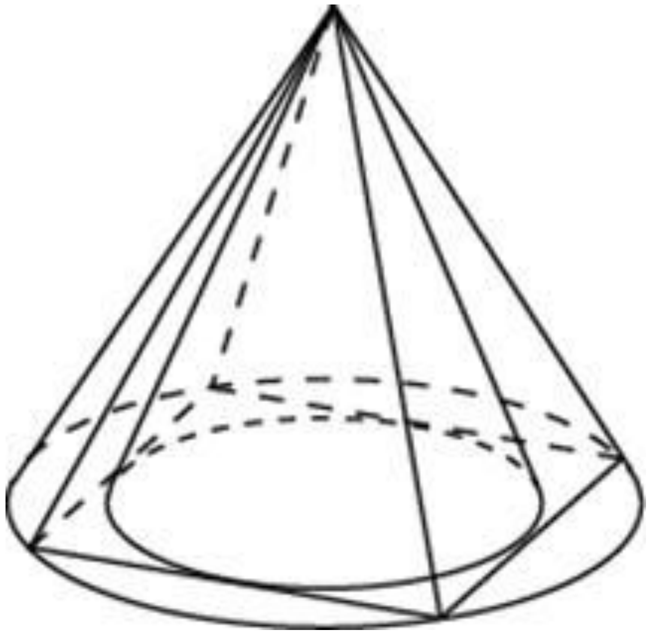
$$S_\Delta = \frac{1}{6} S_6 \qquad S_6 = 6S_\Delta$$

$$S_6 = 6S_\Delta \to V_6 = 6V_3 = 6 * 1 = 6$$

92. Во сколько раз объем конуса, описанного около правильной четырехугольной пирамиды, больше объема конуса, вписанного в эту пирамиду?

Объемы конусов **равной высоты** относятся как **квадраты их диаметров.**

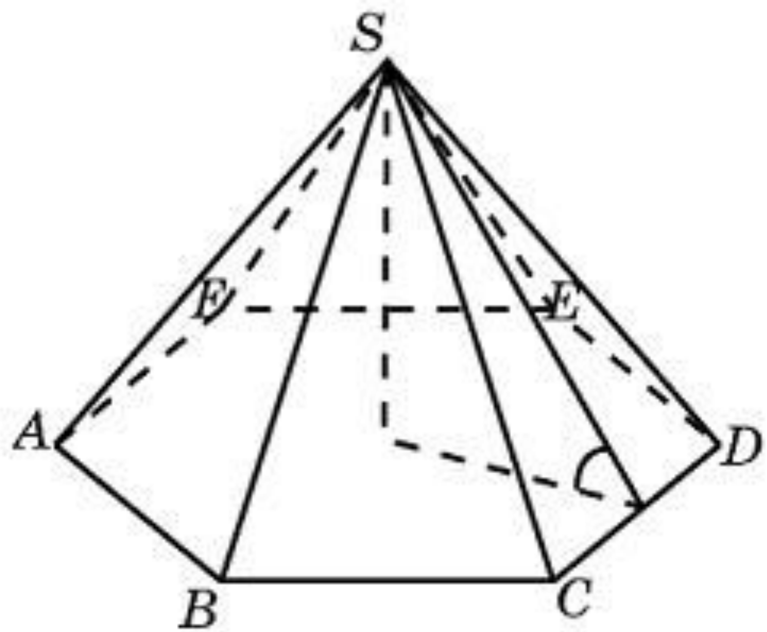
Если диаметр основания вписанного конуса равен a,
То диаметр основания описанного конуса равен $a\sqrt{2}$



Значит, V описанного конуса в 2 раза больше объема вписанного.

Ответ:2

132. Сторона основания правильной шестиугольной пирамиды равна 4, а угол между боковой гранью и основанием равен 45°. Найдите объем пирамиды.



$$V_{пир} = \frac{1}{3} S h_{пир}$$

$$V_{пир} = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot \left(\frac{a^2\sqrt{3}}{4} \right) \cdot h$$

$$V_{пир} = 2 \cdot \left(\frac{4^2\sqrt{3}}{4} \right) \cdot 2\sqrt{3}$$

$$V_{пир} = 3 \cdot 16 = 48$$

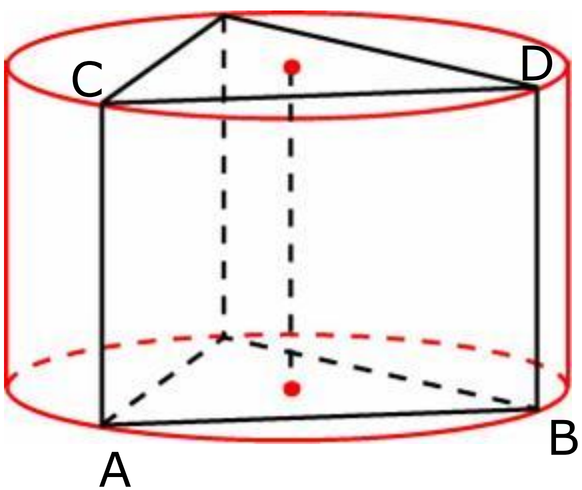
$$r = \frac{\sqrt{3}}{2} a = 2\sqrt{3}$$

$$h_{пир} = 2\sqrt{3}$$

Верно, но почему?

Прототип задания B11 (№ 27170)

Найдите площадь боковой поверхности правильной треугольной призмы, вписанной в цилиндр, радиус основания которого равен $2\sqrt{3}$, а высота равна 2.



AC=H=2

$$S_{б.п} = 3 * S_{ABCD} = 3 * AB * AC$$

$$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$AB = a = \frac{3R}{\sqrt{3}} = \frac{3 * 2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 6$$

$$S_{б.п} = 3 * 6 * 2 = 36$$