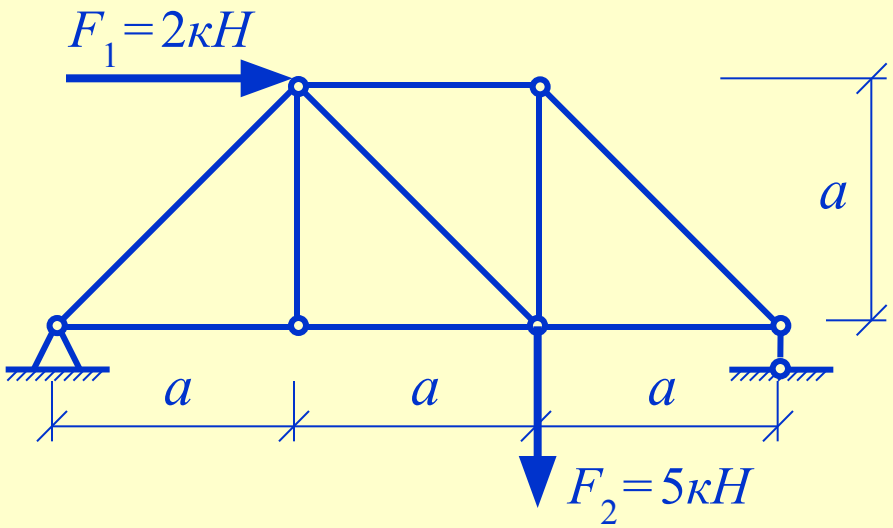
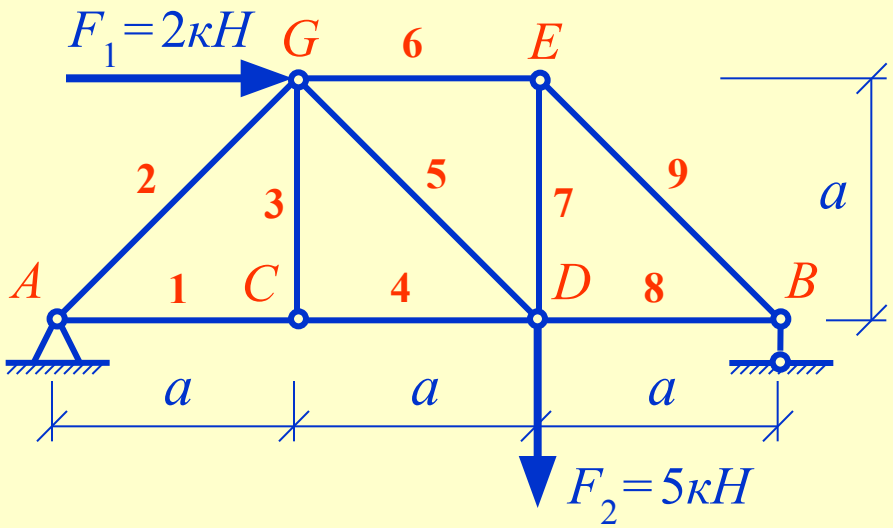
# ПРИМЕР РАСЧЕТА



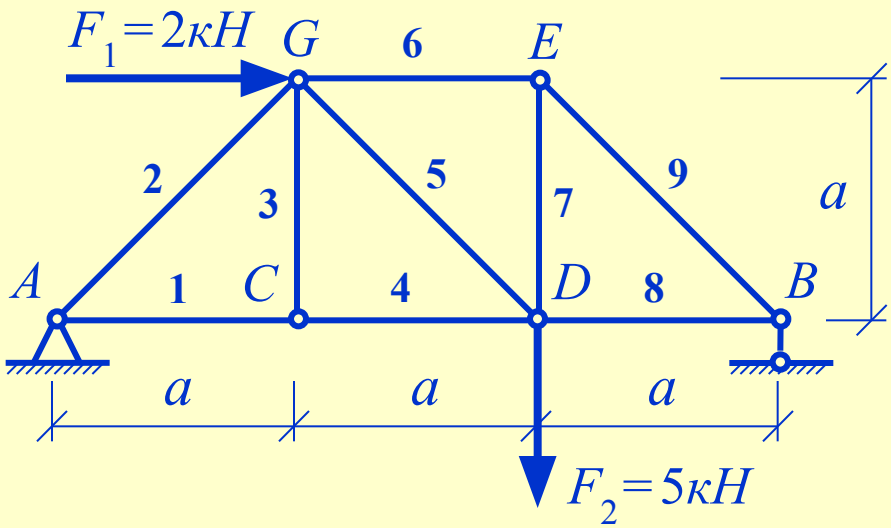

Необходимо определить усилия во всех стержнях фермы. Размеры и приложенная к ферме нагрузка указаны на чертеже.

# ПРИМЕР РАСЧЕТА




Прежде всего необходимо обозначить все узлы фермы и пронумеровать все стержни

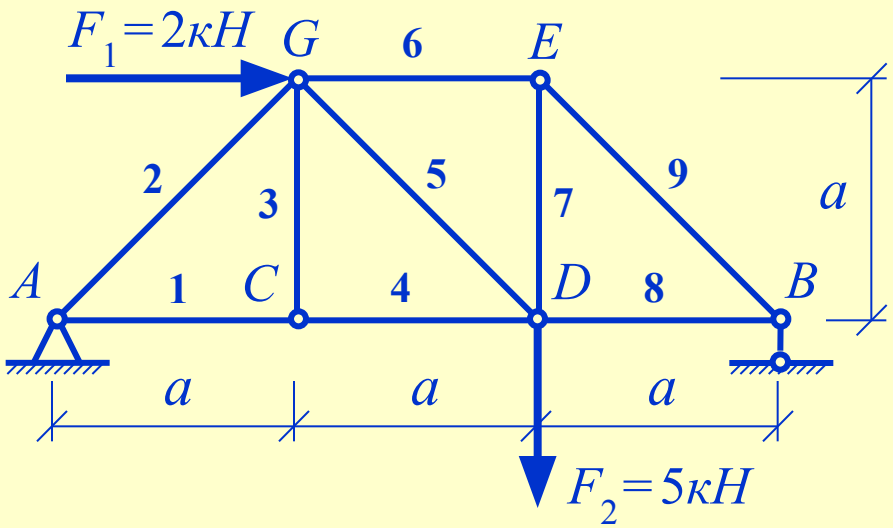
# ПРИМЕР РАСЧЕТА




Полный расчёт фермы, при котором необходимо определить усилия во всех стержнях, имеет смысл начать с определения реакций опор. Для этого рассматривается равновесие всей фермы.

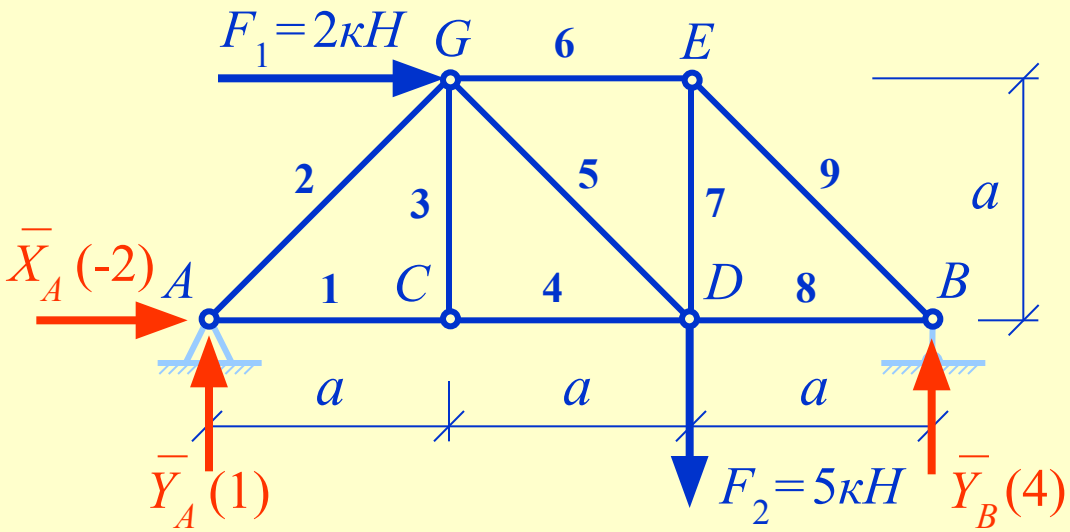
# ПРИМЕР РАСЧЕТА

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕАКЦИЙ ОПОР ФЕРМЫ




Выбор формы условий равновесия зависит от количества и расположения опор. Нужно составлять уравнения таким образом, чтобы из каждого уравнения определялась одна составляющая реакций опор.

# ПРИМЕР РАСЧЕТА



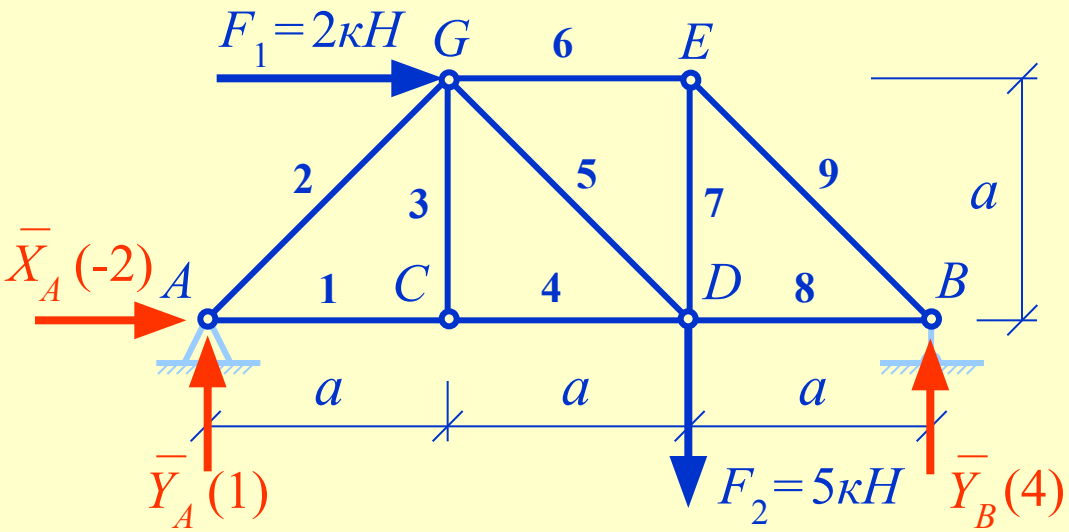

$$\sum F_{kx} = 0: \quad X_A + F_1 = 0 \quad \Longrightarrow \quad X_A = -F_1 = -2\ (кН)$$

$$\sum M_{Az}(F_k) = 0: \quad -F_1 \cdot \cancel{a} - F_2 \cdot 2\cancel{a} + Y_B \cdot 3\cancel{a} = 0$$

$$Y_B = \frac{2 \cdot 1 + 5 \cdot 2}{3} = 4\ (кН)$$

$$\sum F_{ky} = 0: \quad Y_A - F_2 + Y_B = 0 \quad \Longrightarrow \quad Y_A = F_2 - Y_B = 5 - 4 = 1\ (кН)$$

# ПРИМЕР РАСЧЕТА



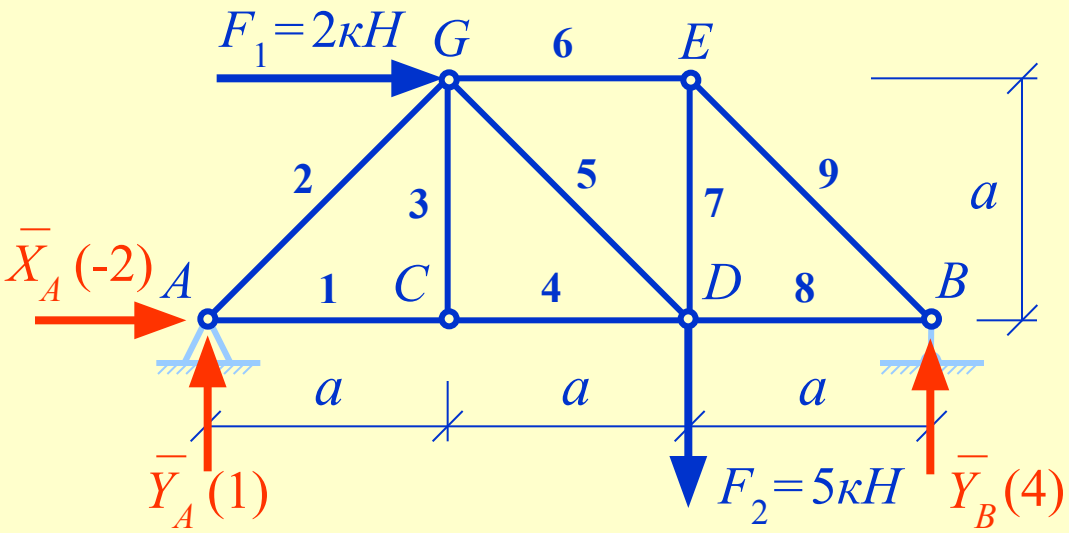

$$\sum F_{kx} = 0: \quad X_A + F_1 = 0 \quad \Longrightarrow \quad X_A = -F_1 = -2\ (кН)$$

$$\sum M_{Az}(F_k) = 0: \quad -F_1 \cdot \cancel{a} - F_2 \cdot 2\cancel{a} + Y_B \cdot 3\cancel{a} = 0$$

$$Y_B = \frac{2 \cdot 1 + 5 \cdot 2}{3} = 4\ (кН)$$

$$\sum F_{ky} = 0: \quad Y_A - F_2 + Y_B = 0 \quad \Longrightarrow \quad Y_A = F_2 - Y_B = 5 - 4 = 1\ (кН)$$

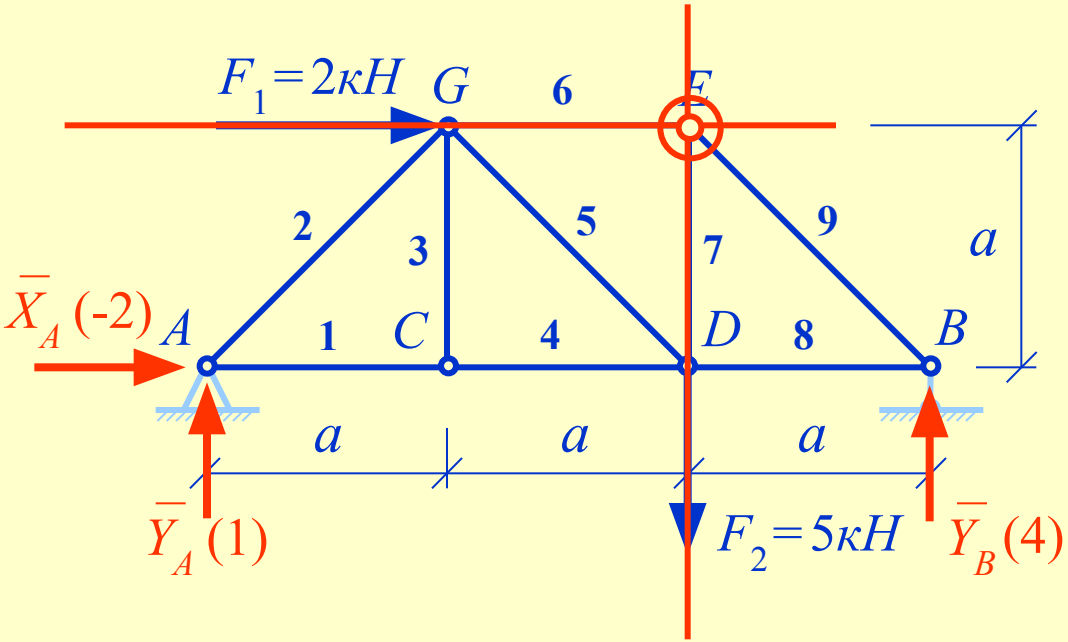
# ПРИМЕР РАСЧЕТА




**Проверка:**

Для проверки правильности полученных результатов составим уравнение моментов относительно такой точки, относительно которой все вычисленные силы реакций создают ненулевые моменты.

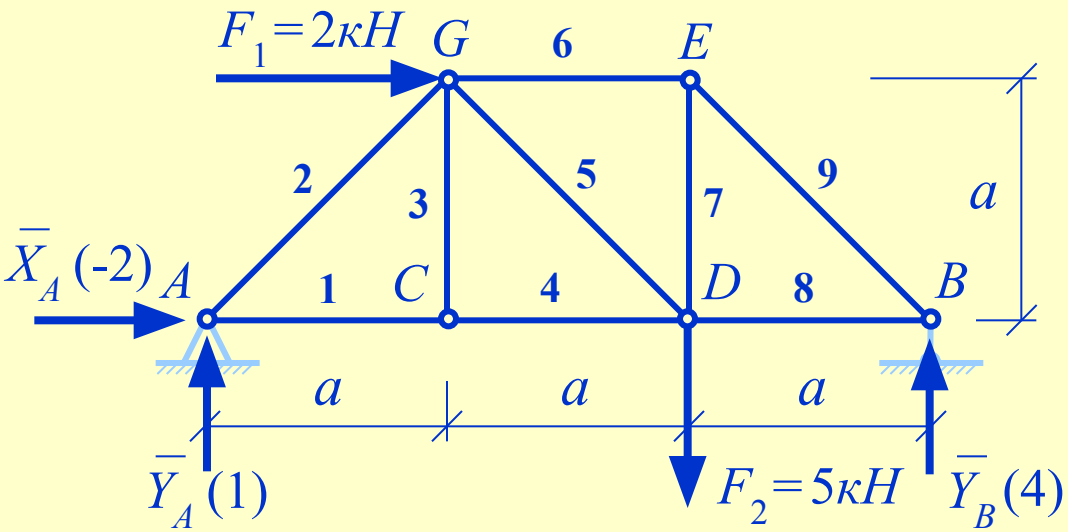
# ПРИМЕР РАСЧЕТА




**Проверка:**

$$\sum M_{Ez}(F_k) = X_A \cdot a - Y_A \cdot 2a + Y_B \cdot a = -2 \cdot a - 1 \cdot 2a + 4 \cdot a = \mathbf{0}$$

# ПРИМЕР РАСЧЕТА

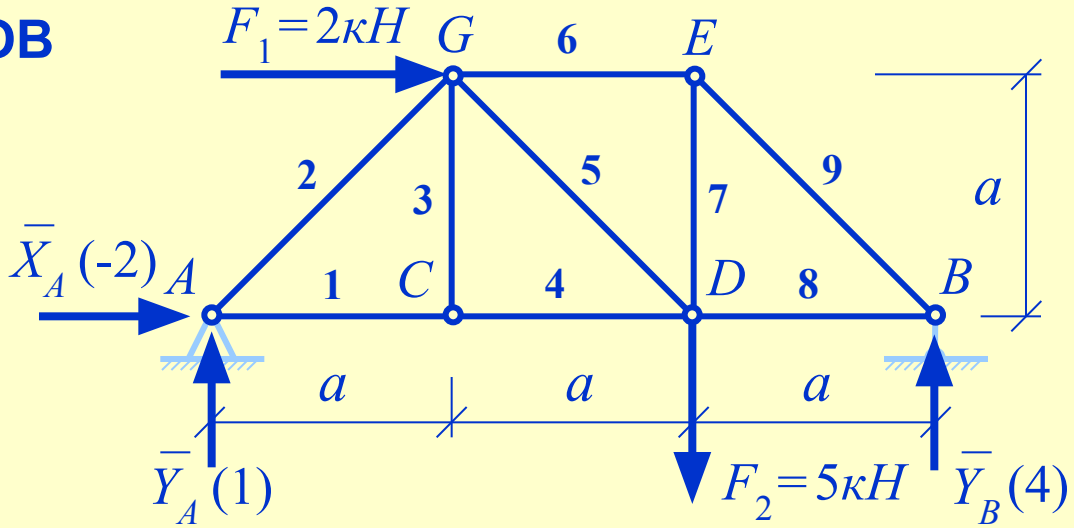



**Проверка:**

$$\sum M_{Ez}(F_k) = X_A \cdot a - Y_A \cdot 2a + Y_B \cdot a = -2 \cdot a - 1 \cdot 2a + 4 \cdot a = \mathbf{0}$$

# ПРИМЕР РАСЧЕТА

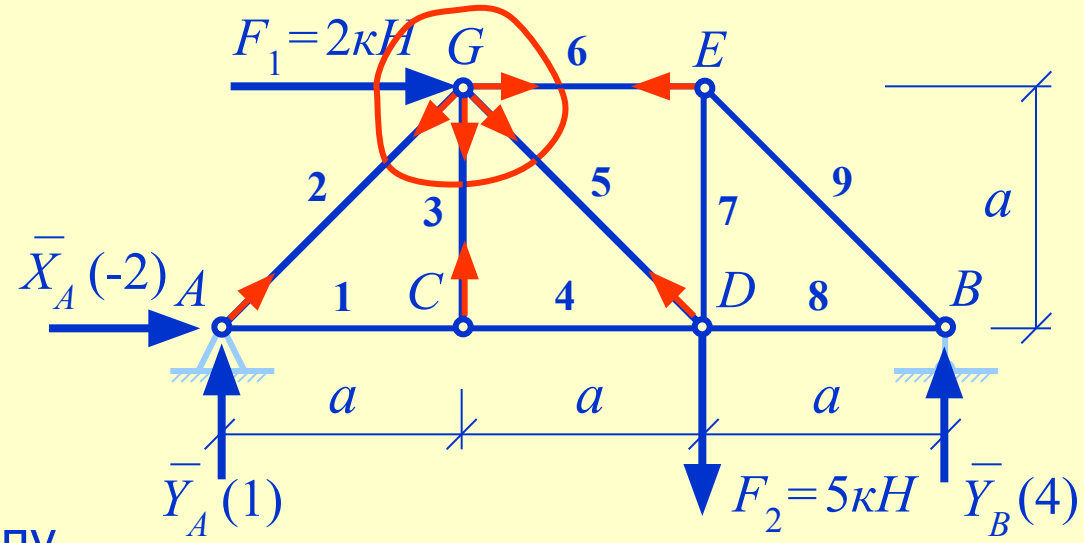
## МЕТОД ВЫРЕЗАНИЯ УЗЛОВ



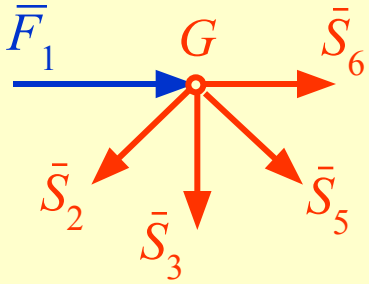

Метод вырезания узлов состоит в том, что рассматривается равновесие каждого узла.

# ПРИМЕР РАСЧЕТА

На каждый узел действует плоская система сходящихся сил, состоящая из приложенных к данному узлу активных сил и реакций стержней, присоединённых к данному узлу.




Для такой системы сил можно составить только два уравнения равновесия:

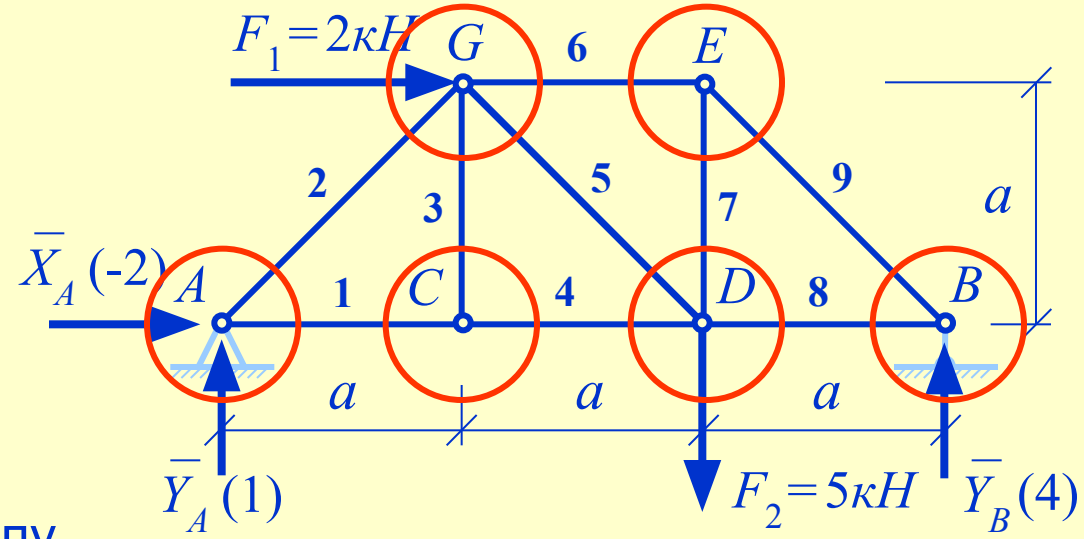



$$\sum F_{kx} = 0; \quad \sum F_{ky} = 0 .$$

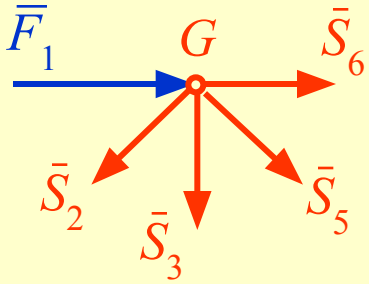
Поэтому равновесие узлов нужно рассматривать в определённой последовательности, позволяющей на каждом шаге решения задачи определять две очередные неизвестные.

# ПРИМЕР РАСЧЕТА

На каждый узел действует плоская система сходящихся сил, состоящая из приложенных к данному узлу активных сил и реакций стержней, присоединённых к данному узлу.




Для такой системы сил можно составить только два уравнения равновесия:

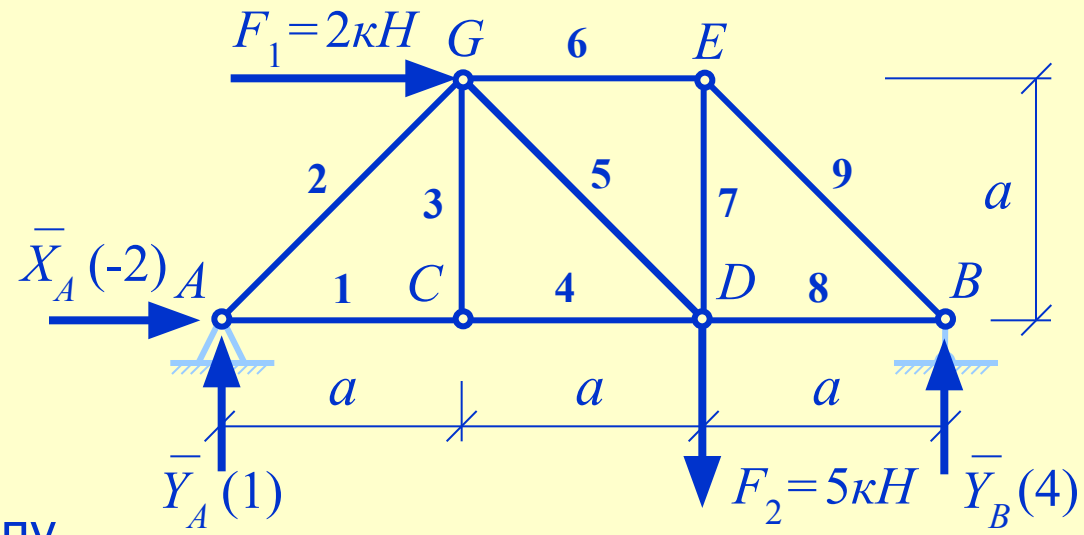



$$\sum F_{kx} = 0; \quad \sum F_{ky} = 0 .$$

Поэтому равновесие узлов нужно рассматривать в определённой последовательности, позволяющей на каждом шаге решения задачи определять две очередные неизвестные.

# ПРИМЕР РАСЧЕТА

На каждый узел действует плоская система сходящихся сил, состоящая из приложенных к данному узлу активных сил и реакций стержней, присоединённых к данному узлу.

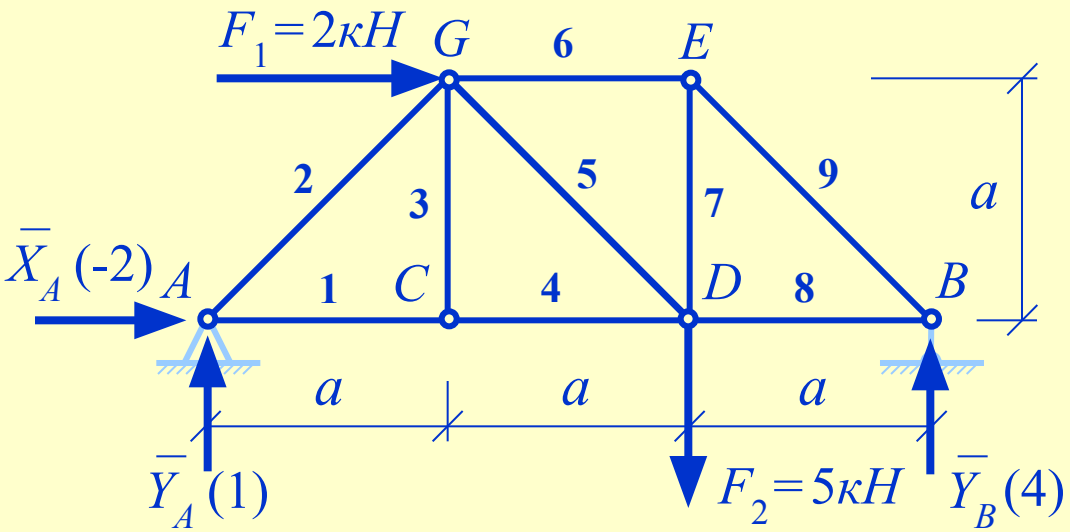



Для такой системы сил можно составить только два уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = 0; \quad \sum F_{ky} = 0 .$$

Поэтому равновесие узлов нужно рассматривать в определённой последовательности, позволяющей на каждом шаге решения задачи определять две очередные неизвестные.

# ПРИМЕР РАСЧЕТА




**Правило знаков:**

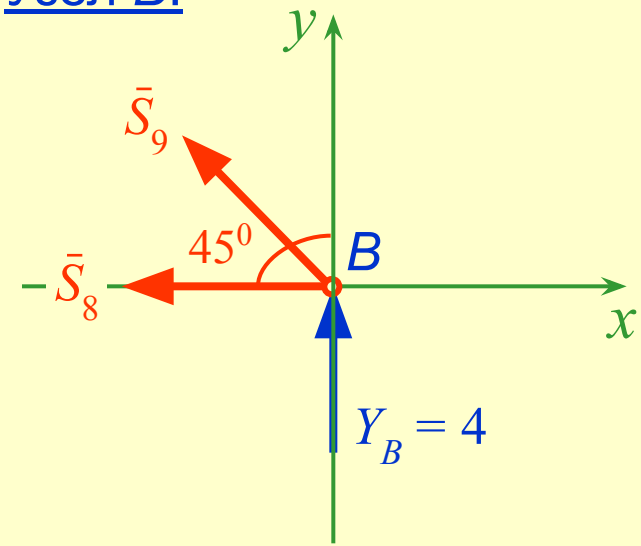
«+» – растягивающие усилия (направлены от узла);

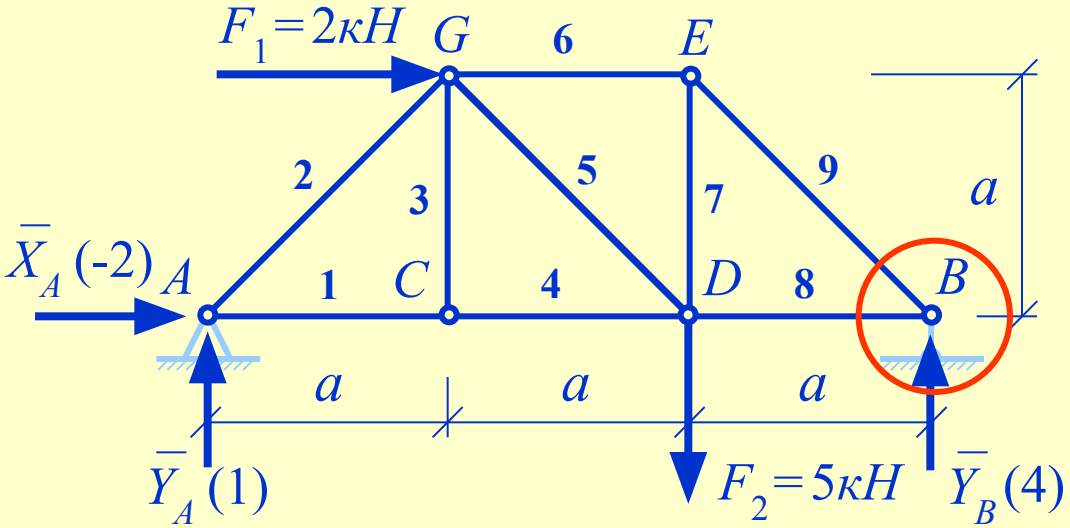
«–» – сжимающие усилия.

Изначально при расчете все усилия предполагаются положительными и направляются от узлов.

# ПРИМЕР РАСЧЕТА

Узел *B*:



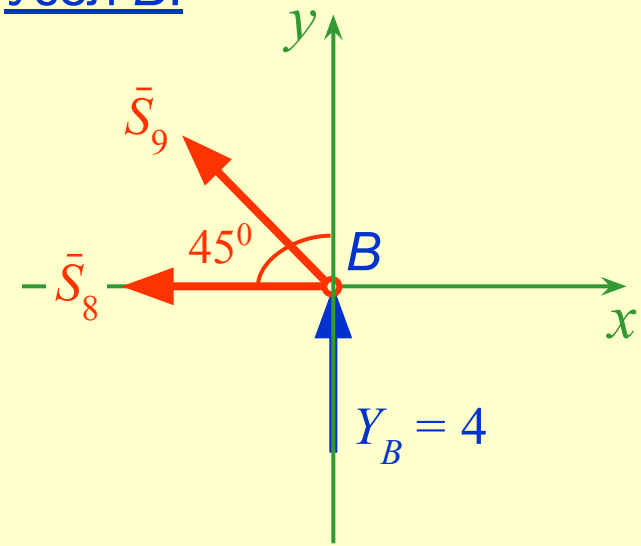



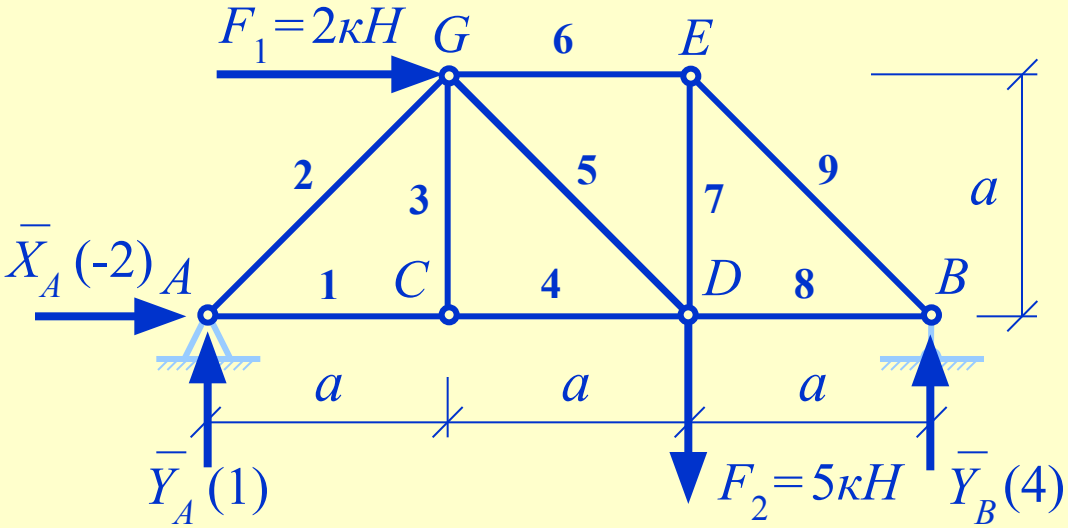

$$\sum F_{kx} = 0: \quad -S_8 - S_9 \cos 45^0 = 0;$$

$$\sum F_{ky} = 0: \quad Y_B + S_9 \sin 45^0 = 0.$$

# ПРИМЕР РАСЧЕТА

Узел *B*:




$$\sum F_{kx} = 0: \quad -S_8 - S_9 \cos 45^0 = 0;$$

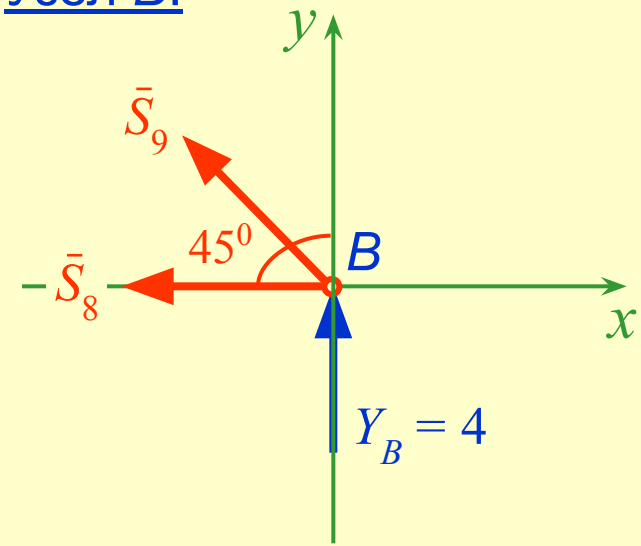
$$\sum F_{ky} = 0: \quad Y_B + S_9 \sin 45^0 = 0.$$

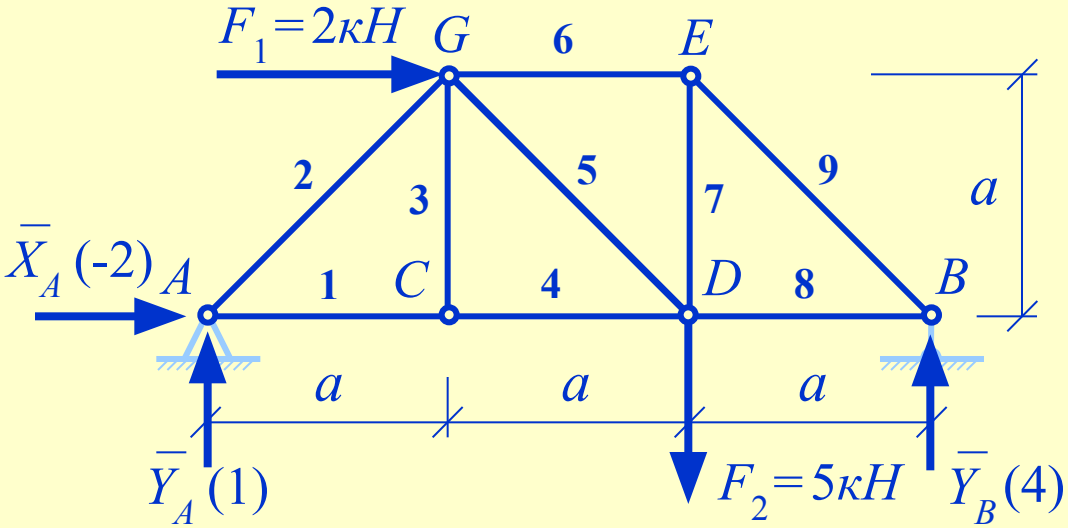
$$(2) \Rightarrow S_9 = -\frac{Y_B}{\sin 45^0} = \frac{4}{\sqrt{2}/2} = -4\sqrt{2}\ (кН);$$

$$(1) \Rightarrow S_8 = -S_9 \cos 45^0 = 4\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 4\ (кН).$$

# ПРИМЕР РАСЧЕТА

Узел *B*:




$$\sum F_{kx} = 0: \quad -S_8 - S_9 \cos 45^0 = 0;$$

$$\sum F_{ky} = 0: \quad Y_B + S_9 \sin 45^0 = 0.$$

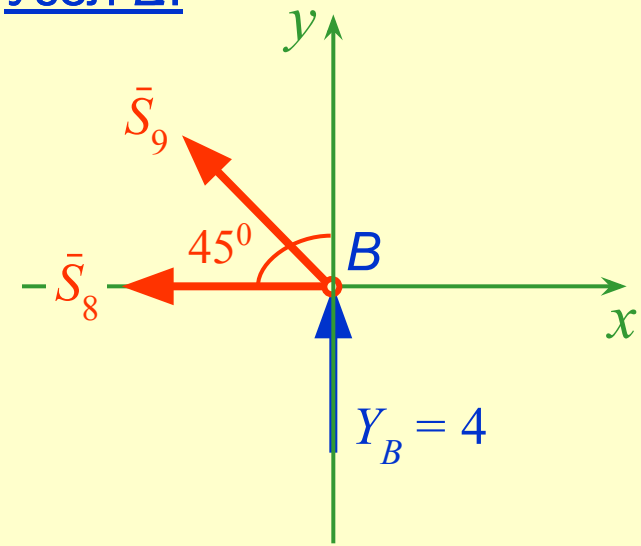
$$(2) \Rightarrow S_9 = -\frac{Y_B}{\sin 45^0} = \frac{4}{\sqrt{2}/2} = -4\sqrt{2}\ (кН);$$

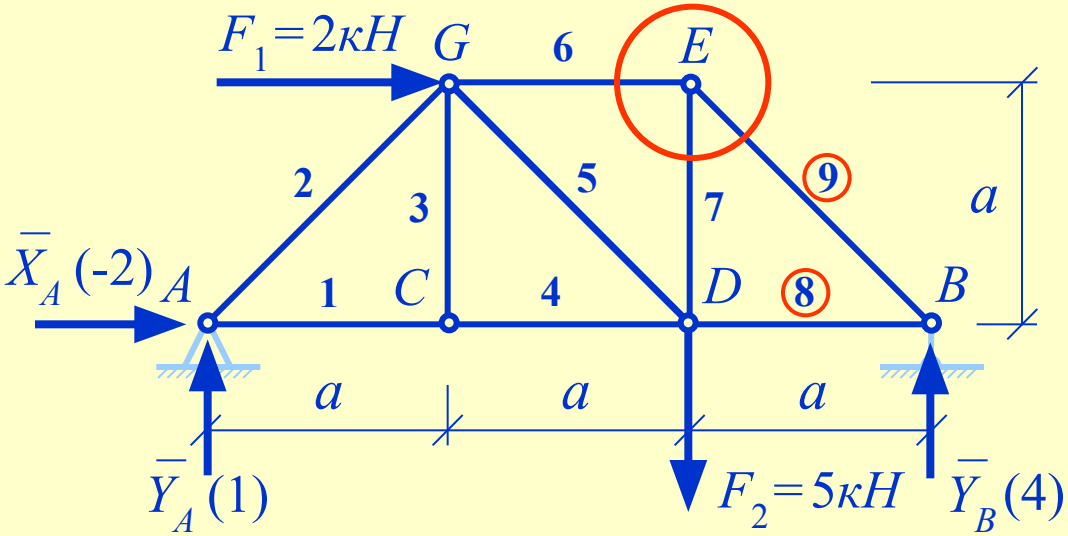
$$(1) \Rightarrow S_8 = -S_9 \cos 45^0 = 4\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 4\ (кН).$$

| № стержня | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Усилие, кН | | | | | | | | 4 | $-4\sqrt{2}$ |

# ПРИМЕР РАСЧЕТА

Узел *B*:




$$\sum F_{kx} = 0: \quad -S_8 - S_9 \cos 45^0 = 0;$$

$$\sum F_{ky} = 0: \quad Y_B + S_9 \sin 45^0 = 0.$$

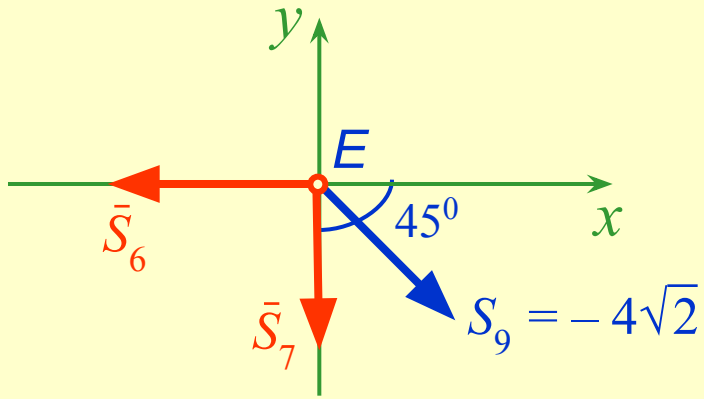
$$(2) \Rightarrow S_9 = -\frac{Y_B}{\sin 45^0} = \frac{4}{\sqrt{2}/2} = -4\sqrt{2}\ (кН);$$

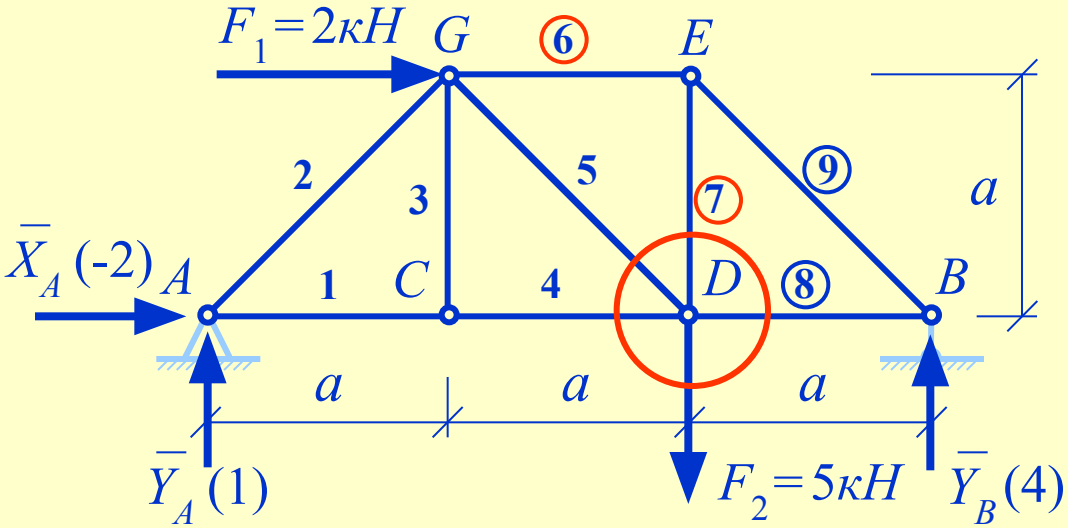
$$(1) \Rightarrow S_8 = -S_9 \cos 45^0 = 4\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 4\ (кН).$$

| № стержня | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Усилие, кН | | | | | | | | 4 | $-4\sqrt{2}$ |

# ПРИМЕР РАСЧЕТА

Узел *E*:



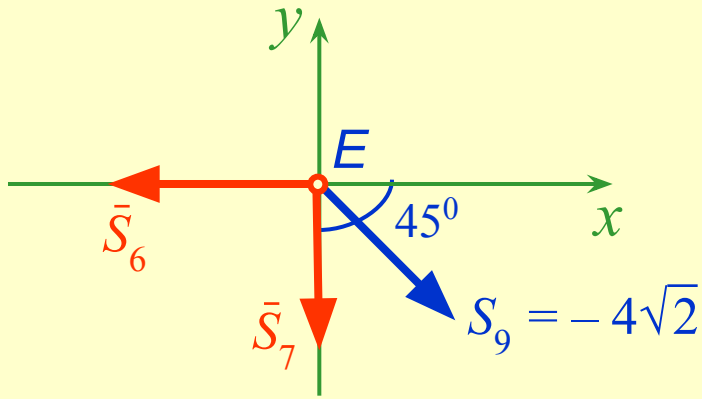

$$\sum F_{kx} = 0: \quad -S_6 + S_9 \cos 45^0 = 0 \quad => \quad S_6 = S_9 \cos 45^0 = -4\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -4 \ (кН);$$

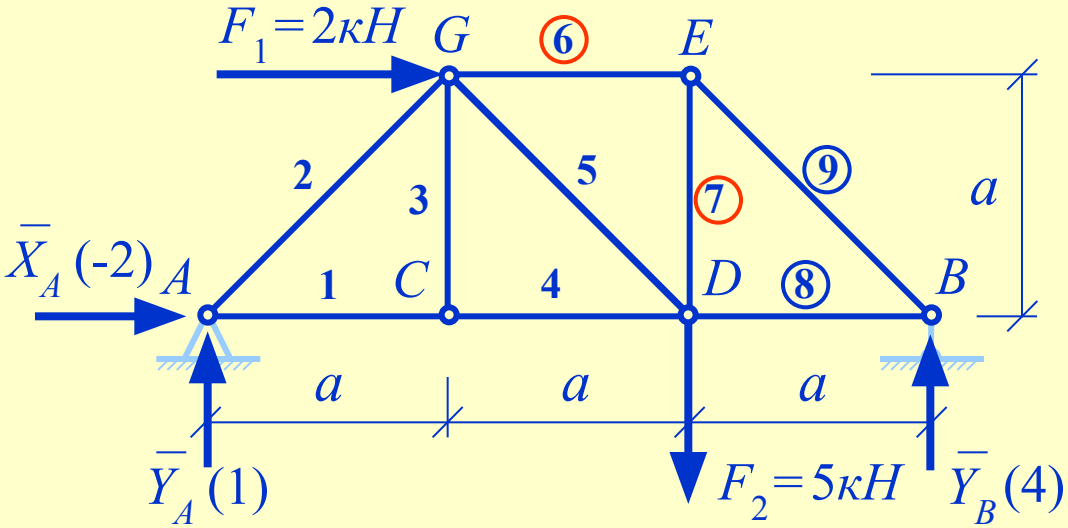
$$\sum F_{ky} = 0: \quad -S_7 - S_9 \sin 45^0 = 0 \quad => \quad S_7 = -S_9 \sin 45^0 = 4\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 4 \ (кН).$$

| № стержня | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Усилие, кН | | | | | | – 4 | 4 | 4 | $-4\sqrt{2}$ |

# ПРИМЕР РАСЧЕТА

Узел Е:



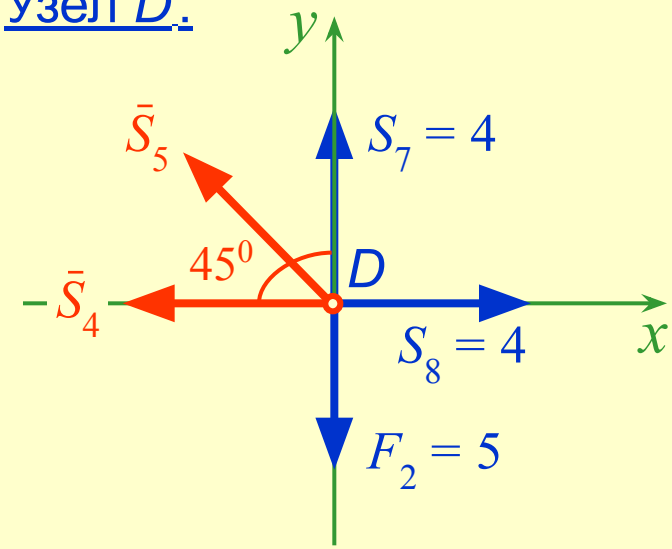

$$\sum F_{kx} = 0: \quad -S_6 + S_9 \cos 45^0 = 0 \quad => \quad S_6 = S_9 \cos 45^0 = -4\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -4\ (кН);$$

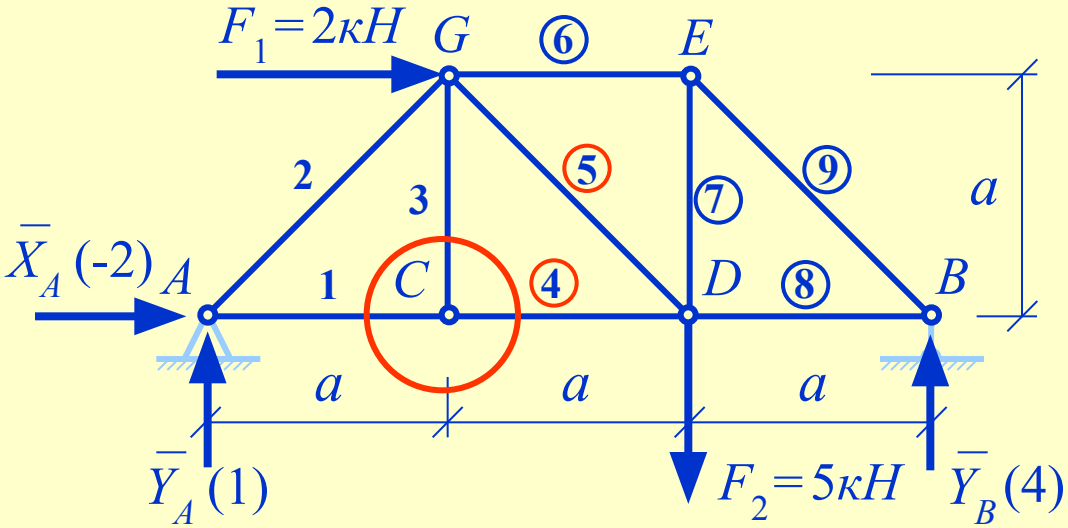
$$\sum F_{ky} = 0: \quad -S_7 - S_9 \sin 45^0 = 0 \quad => \quad S_7 = -S_9 \sin 45^0 = 4\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 4\ (кН).$$

| № стержня | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Усилие, кН | | | | | | $-4$ | 4 | 4 | $-4\sqrt{2}$ |

# ПРИМЕР РАСЧЕТА

Узел $D$:



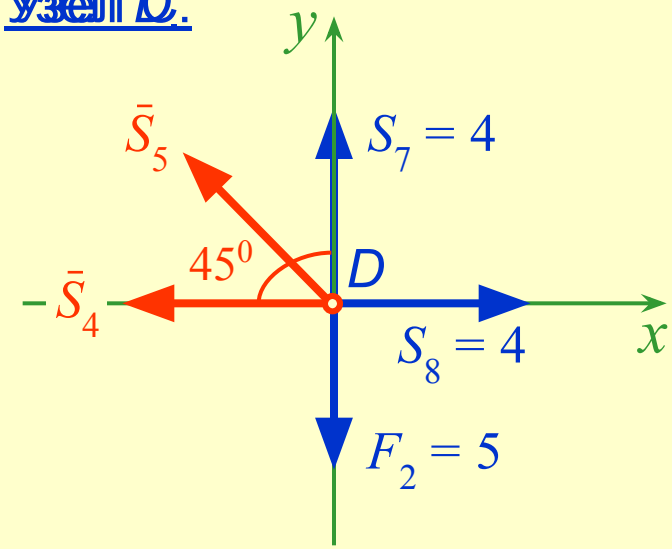

$$\sum F_{ky} = 0: \quad S_5 \sin 45^0 + S_7 - F_2 = 0 \quad => \quad S_5 = \frac{F_2 - S_7}{\sin 45^0} = (5-4)\sqrt{2} = \sqrt{2}\ (кН);$$

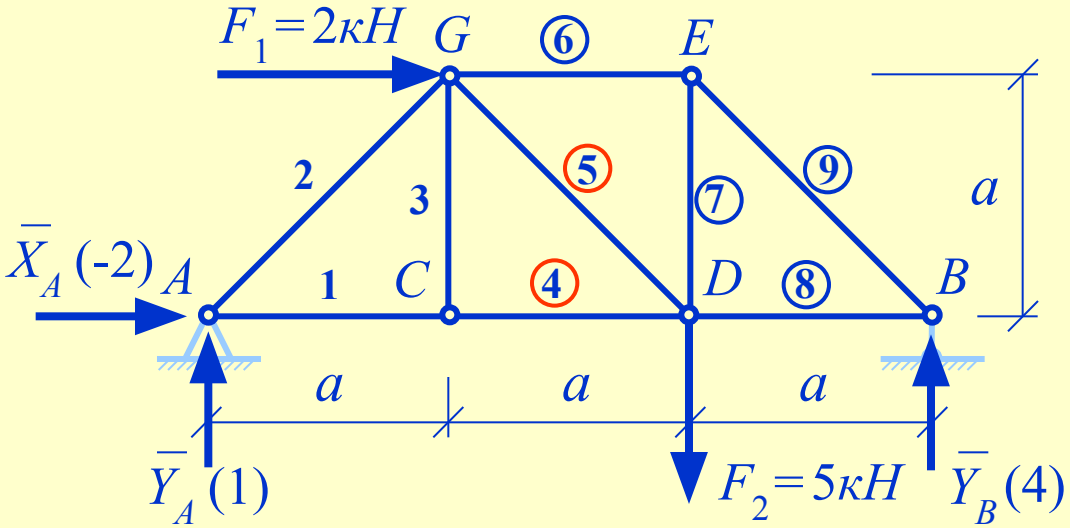
$$\sum F_{kx} = 0: \ -S_4 - S_5 \cos 45^0 + S_8 = 0 \quad => \quad S_4 = -S_5 \cos 45^0 + S_8 = -\sqrt{2}\frac{\sqrt{2}}{2} + 4 = 3$$
$(кН)$

| № стержня | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Усилие, кН | | | | 3 | $\sqrt{2}$ | $-4$ | 4 | 4 | $-4\sqrt{2}$ |

# ПРИМЕР РАСЧЕТА

**Узел D:**



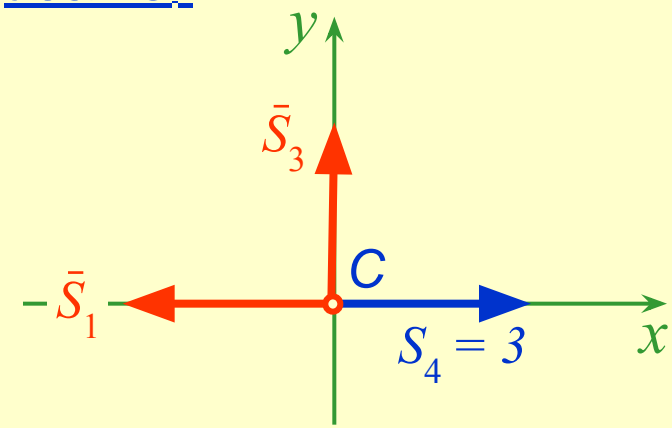

$$\sum F_{ky} = 0: \quad S_5 \sin 45^0 + S_7 - F_2 = 0 \quad => \quad S_5 = \frac{F_2 - S_7}{\sin 45^0} = (5-4)\sqrt{2} = \sqrt{2}\ (кН);$$

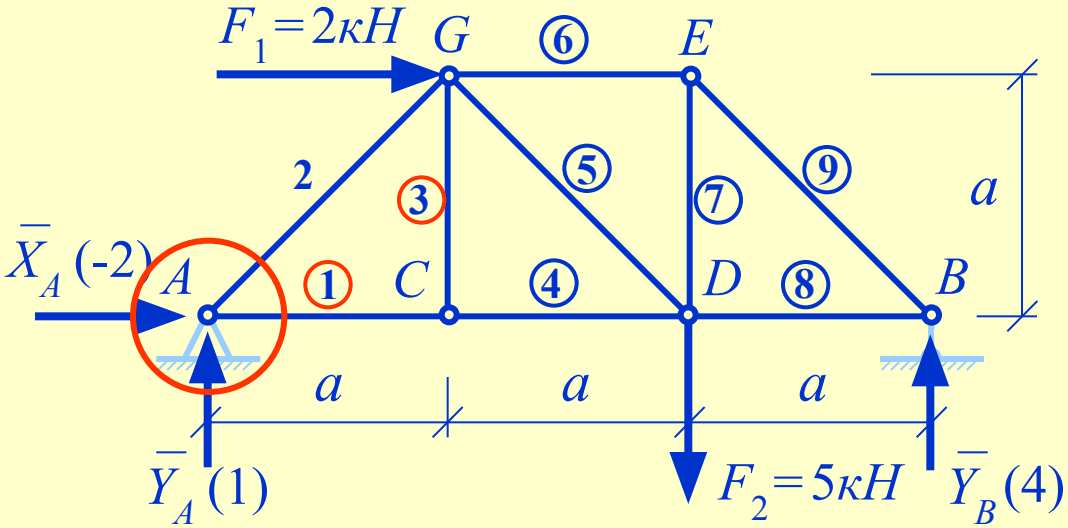
$$\sum F_{kx} = 0: \ -S_4 - S_5 \cos 45^0 + S_8 = 0 \ => \ S_4 = -S_5 \cos 45^0 + S_8 = -\sqrt{2}\frac{\sqrt{2}}{2} + 4 = 3$$
$(кН)$

| № стержня | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Усилие, кН | | | | 3 | $\sqrt{2}$ | $-4$ | 4 | 4 | $-4\sqrt{2}$ |

# ПРИМЕР РАСЧЕТА

Узел C:



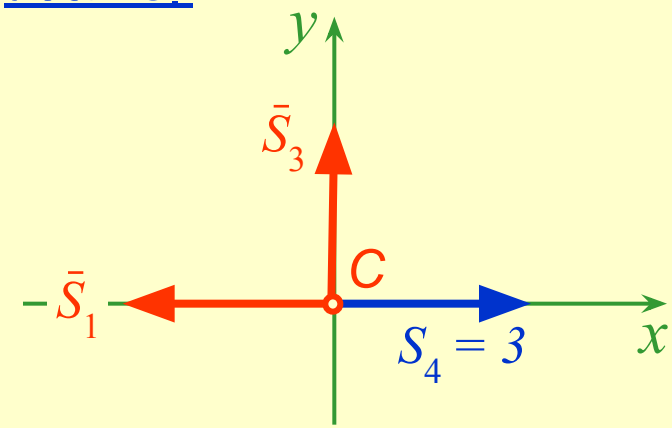

$$\sum F_{kx} = 0: \; -S_1 + S_4 = 0 \;\; => \;\; S_1 = S_4 = 3 \; (кН);$$

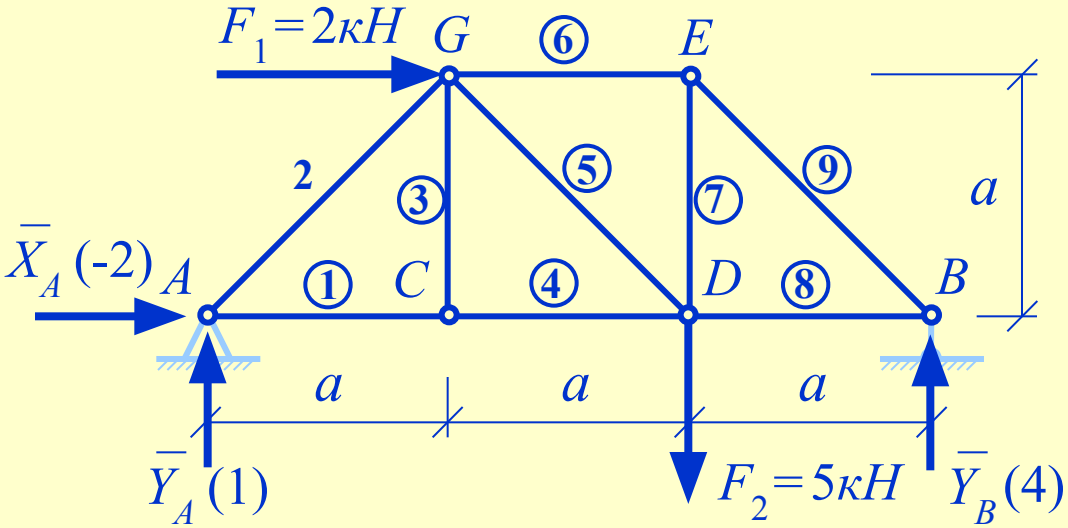
$$\sum F_{ky} = 0: \quad S_3 = 0.$$

| № стержня | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Усилие, кН | 3 | | 0 | 3 | $\sqrt{2}$ | $-4$ | 4 | 4 | $-4\sqrt{2}$ |

# ПРИМЕР РАСЧЕТА

Узел C:



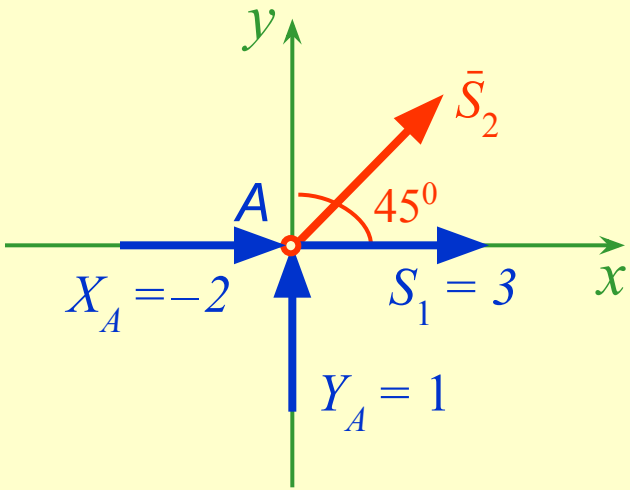

$$\sum F_{kx} = 0: \; -S_1 + S_4 = 0 \;\; => \;\; S_1 = S_4 = 3 \; (кН);$$

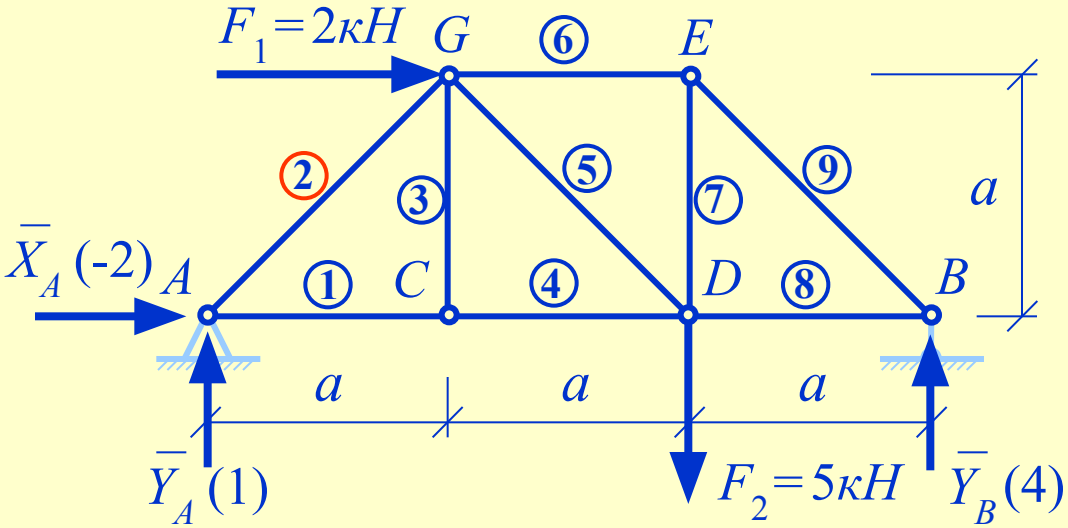
$$\sum F_{ky} = 0: \quad S_3 = 0.$$

| № стержня | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Усилие, кН | 3 | | 0 | 3 | $\sqrt{2}$ | $-4$ | 4 | 4 | $-4\sqrt{2}$ |

# ПРИМЕР РАСЧЕТА

Узел *A*:



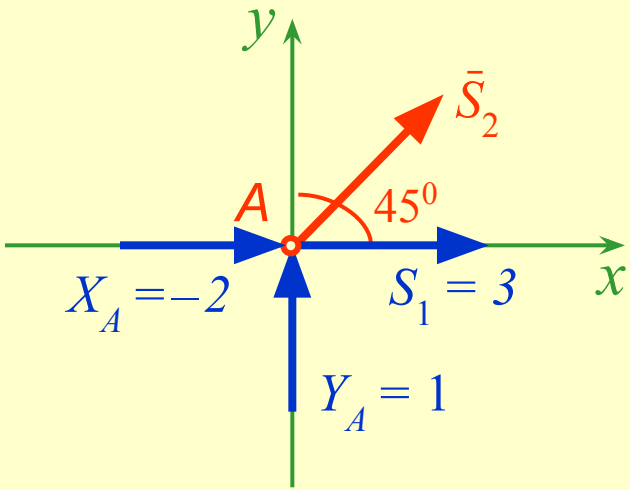



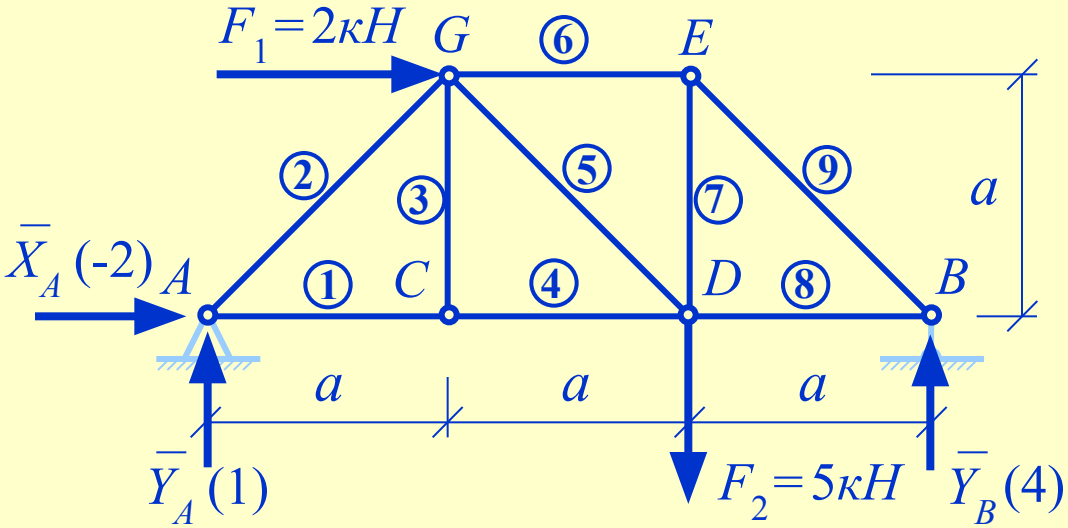

$$\sum F_{ky} = 0: \quad S_2 \sin 45^0 + Y_A = 0 \quad => \quad S_2 = -\frac{Y_A}{\sin 45^0} = -\sqrt{2}\ (кН).$$

| № стержня | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Усилие, кН | 3 | $-\sqrt{2}$ | 0 | 3 | $\sqrt{2}$ | $-4$ | 4 | 4 | $-4\sqrt{2}$ |

# ПРИМЕР РАСЧЕТА

Узел *A*:




$$\sum F_{ky} = 0: \quad S_2 \sin 45^0 + Y_A = 0 \quad => \quad S_2 = -\frac{Y_A}{\sin 45^0} = -\sqrt{2}\ (кН).$$

**Проверка**

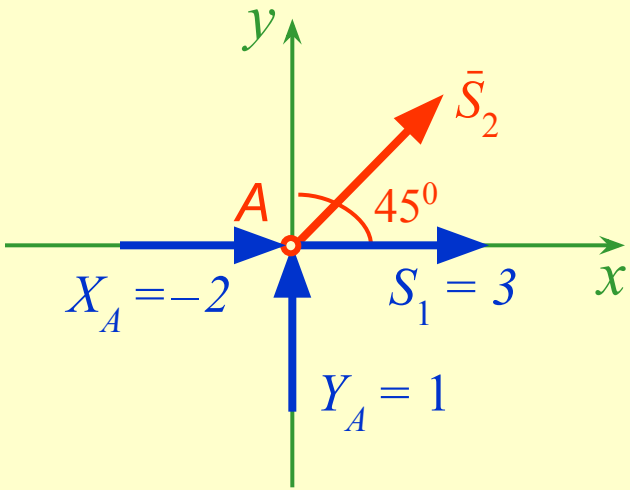
Узел *A*: $\sum F_{kx} = X_A + S_1 + S_2 \sin 45^0 =$

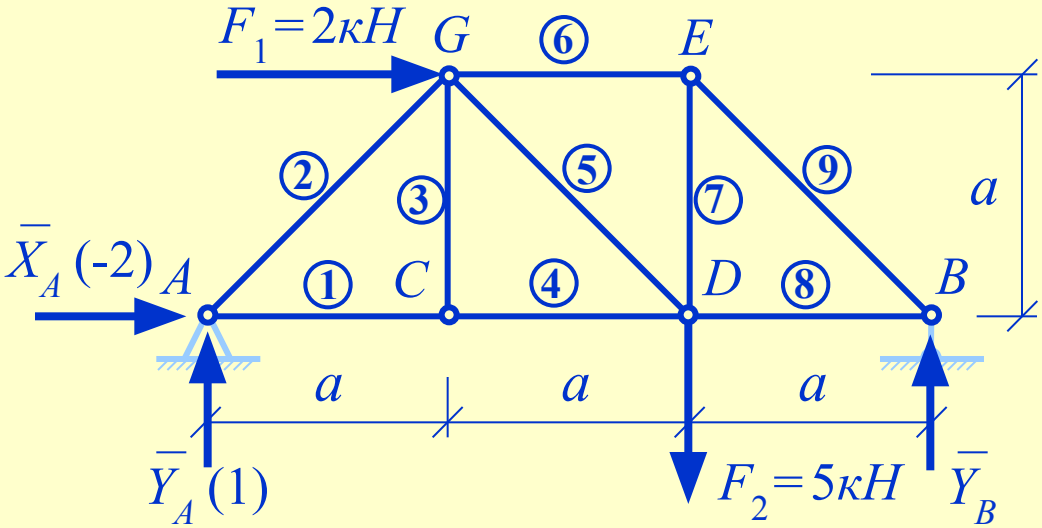
$$= -2 + 3 - \sqrt{2}\,\frac{\sqrt{2}}{2} = \mathbf{0}$$

| № стержня | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Усилие, кН | 3 | $-\sqrt{2}$ | 0 | 3 | $\sqrt{2}$ | $-4$ | 4 | 4 | $-4\sqrt{2}$ |

# ПРИМЕР РАСЧЕТА

Узел *A*:




$$\sum F_{ky} = 0: \quad S_2 \sin 45^0 + Y_A = 0 \quad => \quad S_2 = -\frac{Y_A}{\sin 45^0} = -\sqrt{2}\ (кН).$$

## Проверка

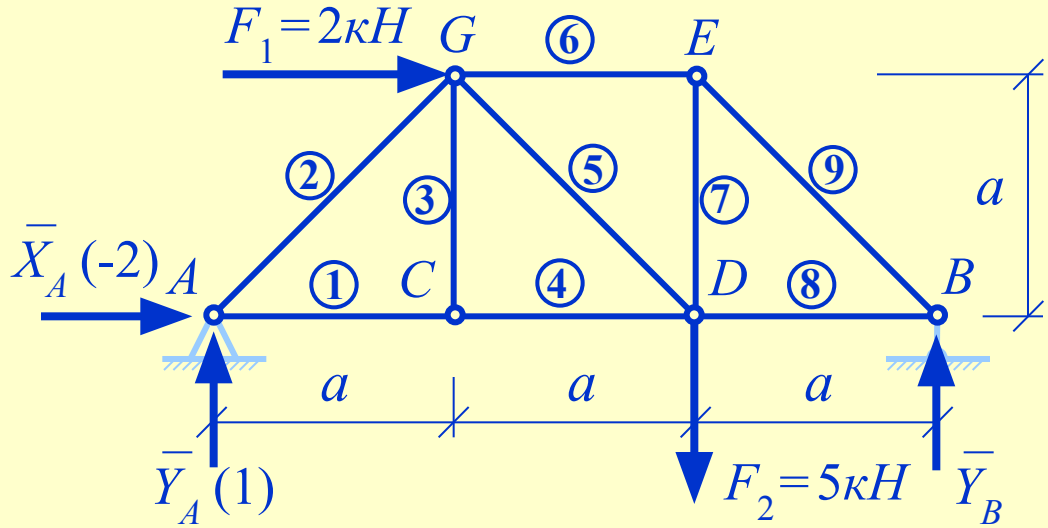
Узел *A*: $\sum F_{kx} = X_A + S_1 + S_2 \sin 45^0 =$

$$= -2 + 3 - \sqrt{2}\,\frac{\sqrt{2}}{2} = \mathbf{0}$$

| № стержня | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Усилие, кН | 3 | $-\sqrt{2}$ | 0 | 3 | $\sqrt{2}$ | $-4$ | 4 | 4 | $-4\sqrt{2}$ |

# ПРИМЕР РАСЧЕТА

## Проверка

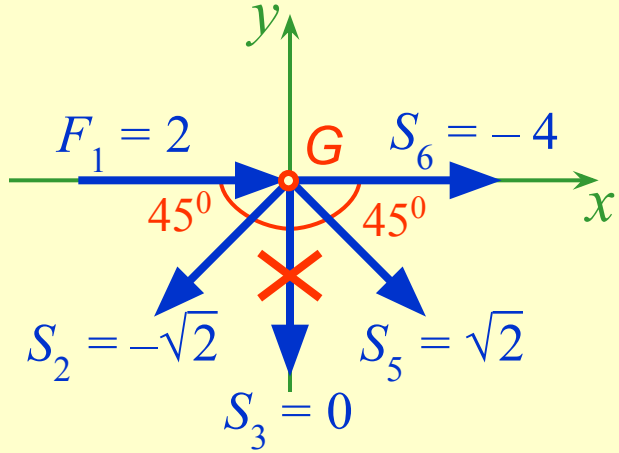



Узел *A*:

$$\sum F_{kx} = X_A + S_1 + S_2 \sin 45^0 =$$

$$= -2 + 3 - \sqrt{2}\,\frac{\sqrt{2}}{2} = \mathbf{0}$$

Узел *G*:




$$\sum F_{kx} = F_1 + S_6 - S_2 \cos 45^0 + S_5 \cos 45^0 =$$

$$= 2 - 4 + \sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = \mathbf{0}$$

$$\sum F_{ky} = -S_2 \sin 45^0 - S_5 \sin 45^0 =$$

$$= \sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} - \sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = \mathbf{0}$$

| № стержня | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Усилие, кН | 3 | $-\sqrt{2}$ | 0 | 3 | $\sqrt{2}$ | $-4$ | 4 | 4 | $-4\sqrt{2}$ |