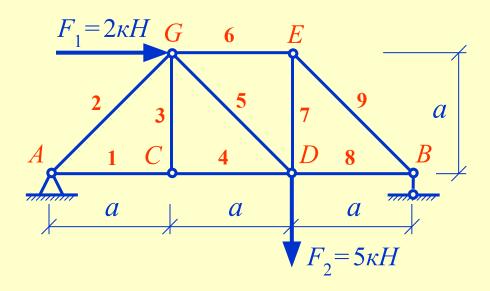
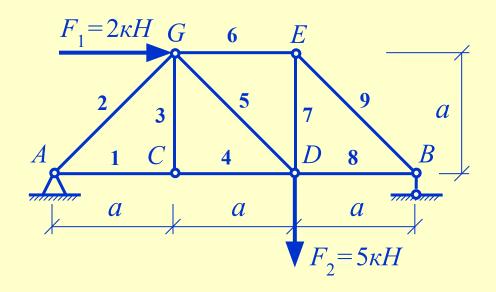


Необходимо определить усилия во всех стержнях фермы. Размеры и приложенная к ферме нагрузка указаны на чертеже.

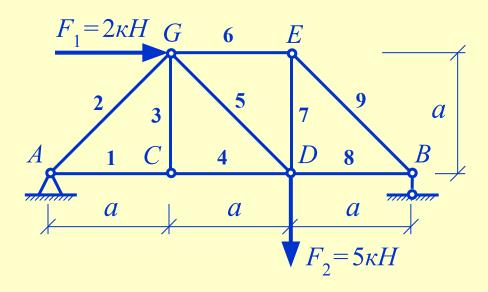


Прежде всего необходимо обозначить все узлы фермы и пронумеровать все стержни

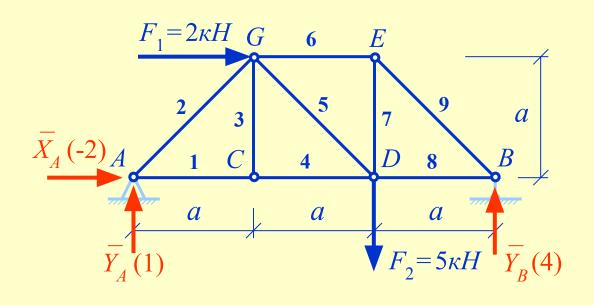


Полный расчёт фермы, при котором необходимо определить усилия во всех стержнях, имеет смысл начать с определения реакций опор. Для этого рассматривается равновесие всей фермы.

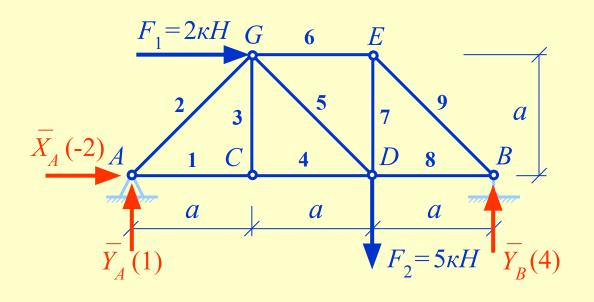
ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕАКЦИЙ ОПОР ФЕРМЫ



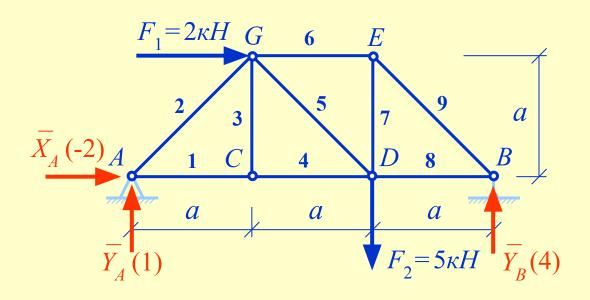
Выбор формы условий равновесия зависит от количества и расположения опор. Нужно составлять уравнения таким образом, чтобы из каждого уравнения определялась одна составляющая реакций опор.



$$\begin{split} \sum F_{kx} &= 0: \quad X_A + F_1 = 0 & \Longrightarrow \quad X_A = -F_1 = -2 \ (\kappa H) \\ \sum M_{Az}(F_k) &= 0: \quad -F_1 \cdot \varkappa - F_2 \cdot 2\varkappa + Y_B \cdot 3\varkappa = 0 \\ Y_B &= \frac{2 \cdot 1 + 5 \cdot 2}{3} = 4 \ (\kappa H) \\ \sum F_{ky} &= 0: \quad Y_A - F_2 + Y_B = 0 & \Longrightarrow \quad Y_A = F_2 - Y_B = 5 - 4 = 1 \ (\kappa H) \end{split}$$

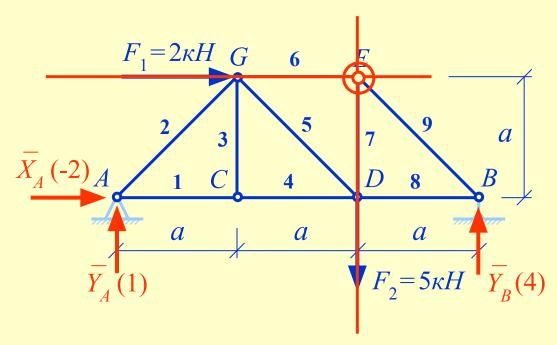


$$\begin{split} \sum F_{kx} &= 0: \quad X_A + F_1 = 0 & \Longrightarrow \quad X_A = -F_1 = -2 \ (\kappa H) \\ \sum M_{Az}(F_k) &= 0: \quad -F_1 \not \sim -F_2 \cdot 2 \not \sim + Y_B \cdot 3 \not \sim = 0 \\ Y_B &= \frac{2 \cdot 1 + 5 \cdot 2}{3} = 4 \ (\kappa H) \\ \sum F_{ky} &= 0: \quad Y_A - F_2 + Y_B = 0 & \Longrightarrow \quad Y_A = F_2 - Y_B = 5 - 4 = 1 (\kappa H) \end{split}$$



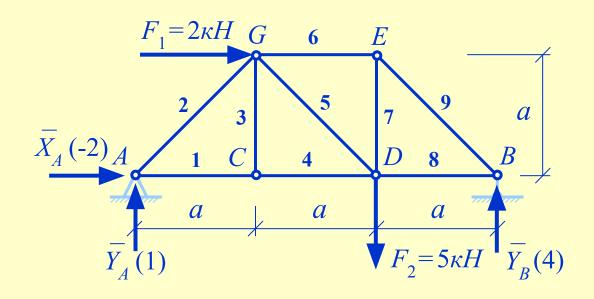
Проверка:

Для проверки правильности полученных результатов составим уравнение моментов относительно такой точки, относительно которой все вычисленные силы реакций создают ненулевые моменты.



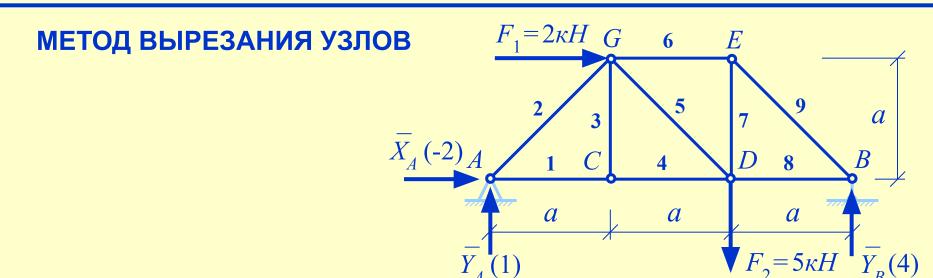
Проверка:

$$\sum M_{Ez}(F_k) = X_A \cdot a - Y_A \cdot 2a + Y_B \cdot a = -2 \cdot a - 1 \cdot 2a + 4 \cdot a = \mathbf{0}$$



Проверка:

$$\sum M_{Ez}(F_k) = X_A \cdot a - Y_A \cdot 2a + Y_B \cdot a = -2 \cdot a - 1 \cdot 2a + 4 \cdot a = \mathbf{0}$$



Метод вырезания узлов состоит в том, что рассматривается равновесие каждого узла.

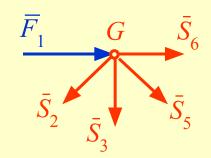
На каждый узел действует плоская система сходящихся сил, состоящая из приложенных к данному узлу активных сил и реакций стержней, присоединённых к данному узлу.

 $F_{1} = 2\kappa M G \qquad 6 \qquad E$ $Z_{1} \qquad Z_{2} \qquad 3 \qquad 5 \qquad 7 \qquad 9 \qquad a$ $X_{1} \qquad 1 \qquad C \qquad 4 \qquad D \qquad 8 \qquad B$ $Y_{1} \qquad X_{2} \qquad A \qquad A \qquad A \qquad A$ $Y_{2} = 5\kappa H \qquad Y_{1} \qquad Y_{2} \qquad A$

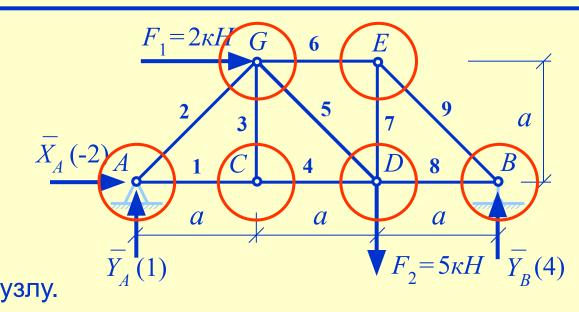
Для такой системы сил можно составить только два уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = 0; \quad \sum F_{ky} = 0.$$

Поэтому равновесие узлов нужно рассматривать в определённой последовательности, позволяющей на каждом шаге решения задачи определять две очередные неизвестные.



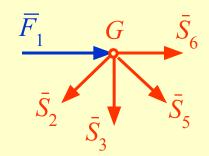
На каждый узел действует плоская система сходящихся сил, состоящая из приложенных к данному узлу активных сил и реакций стержней, присоединённых к данному узлу.



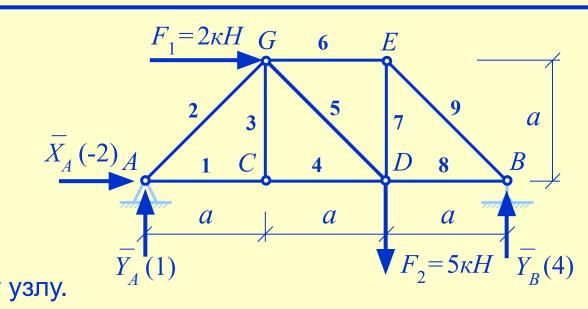
Для такой системы сил можно составить только два уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = 0; \quad \sum F_{ky} = 0.$$

Поэтому равновесие узлов нужно рассматривать в определённой последовательности, позволяющей на каждом шаге решения задачи определять две очередные неизвестные.



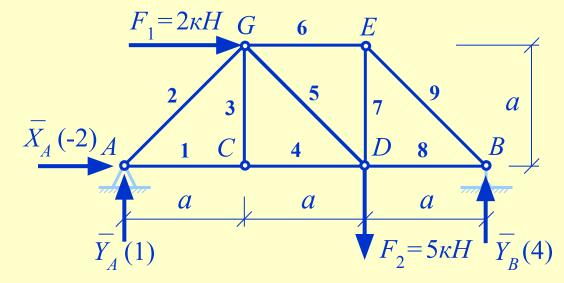
На каждый узел действует плоская система сходящихся сил, состоящая из приложенных к данному узлу активных сил и реакций стержней, присоединённых к данному узлу.



Для такой системы сил можно составить только два уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = 0; \quad \sum F_{ky} = 0.$$

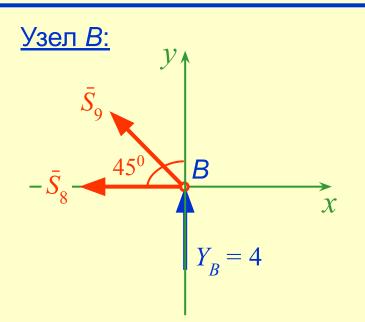
Поэтому равновесие узлов нужно рассматривать в определённой последовательности, позволяющей на каждом шаге решения задачи определять две очередные неизвестные.



Правило знаков:

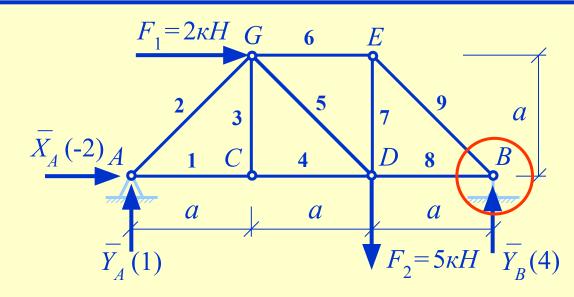
«+» – растягивающие усилия (направлены от узла); «–» – сжимающие усилия.

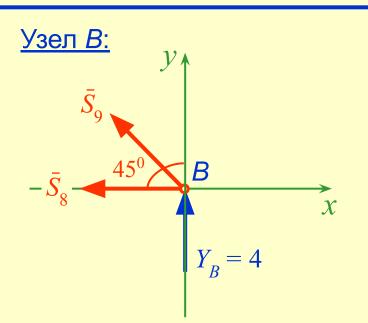
Изначально при расчете все усилия предполагаются положительными и направляются от узлов.

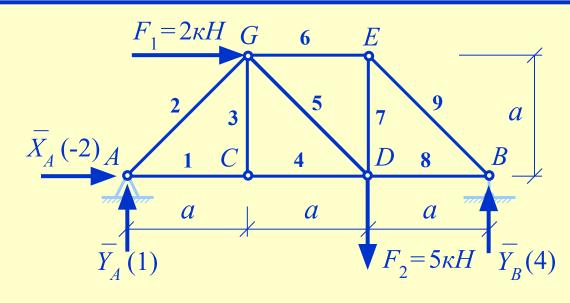


$$\sum F_{kx} = 0$$
: $-S_8 - S_9 \cos 45^0 = 0$;

$$\sum F_{ky} = 0$$
: $Y_B + S_9 \sin 45^0 = 0$.







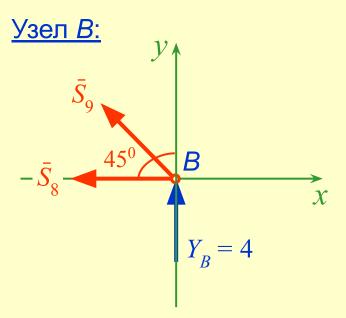
$$\sum F_{kx} = 0$$
: $-S_8 - S_9 \cos 45^0 = 0$;

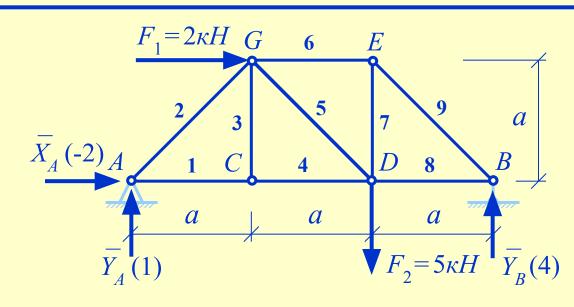
$$\sum F_{ky} = 0$$
: $Y_B + S_9 \sin 45^0 = 0$.

(2) =>
$$S_9 = -\frac{Y_B}{\sin 45^0} = \frac{4}{\sqrt{2}/2} = -4\sqrt{2} (\kappa H);$$

(1) => $S_8 = -S_9 \cos 45^0 = 4\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 4 (\kappa H).$

(1) =>
$$S_8 = -S_9 \cos 45^0 = 4\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 4 (\kappa H)$$





$$\sum F_{kx} = 0$$
: $-S_8 - S_9 \cos 45^0 = 0$;

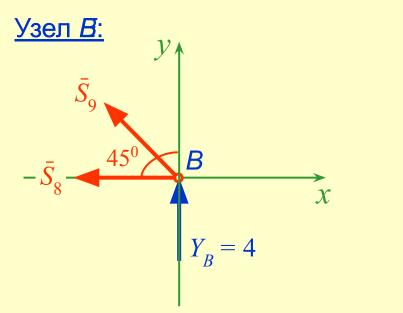
$$\sum F_{kv} = 0$$
: $Y_B + S_9 \sin 45^0 = 0$.

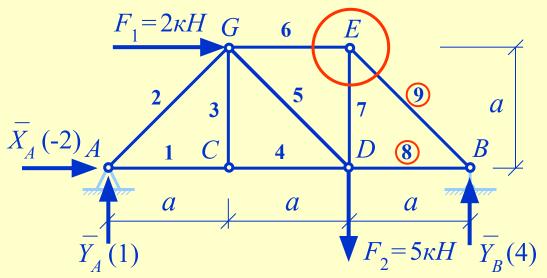
(2) =>
$$S_9 = -\frac{Y_B}{\sin 45^0} = \frac{4}{\sqrt{2}/2} = -4\sqrt{2} (\kappa H);$$

(1) => $S_8 = -S_9 \cos 45^0 = 4\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 4 (\kappa H).$

(1) =>
$$S_8 = -S_9 \cos 45^0 = 4\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 4 (\kappa H)$$
.

№ стержня	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Усилие, кН								4	$-4\sqrt{2}$





$$\sum F_{kx} = 0$$
: $-S_8 - S_9 \cos 45^0 = 0$;

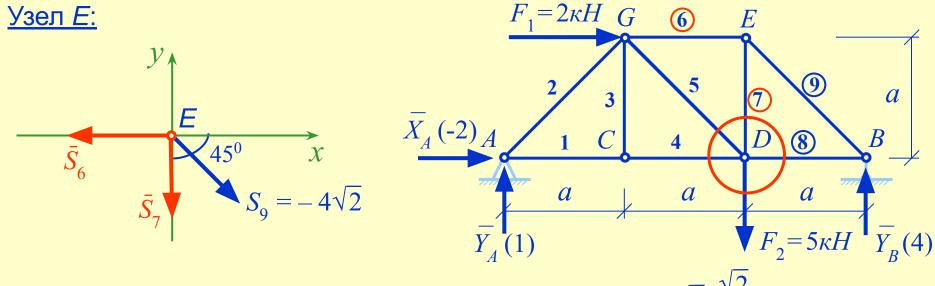
$$\sum F_{kv} = 0$$
: $Y_B + S_9 \sin 45^0 = 0$.

(2) =>
$$S_9 = -\frac{Y_B}{\sin 45^0} = \frac{4}{\sqrt{2}/2} = -4\sqrt{2} (\kappa H);$$

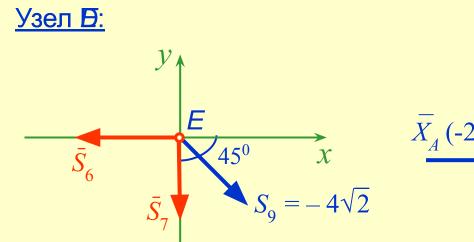
(1) => $S_8 = -S_9 \cos 45^0 = 4\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 4 (\kappa H).$

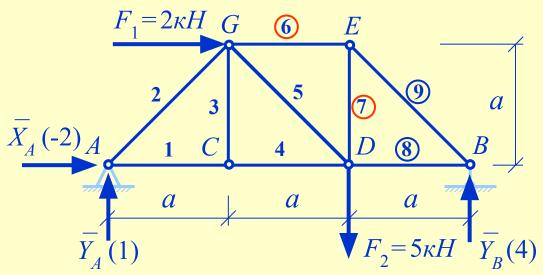
(1) =>
$$S_8 = -S_9 \cos 45^0 = 4\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 4 (\kappa H)$$
.

№ стержня	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Усилие, кН								4	$-4\sqrt{2}$



№ стержня	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Усилие, кН						-4	4	4	$-4\sqrt{2}$

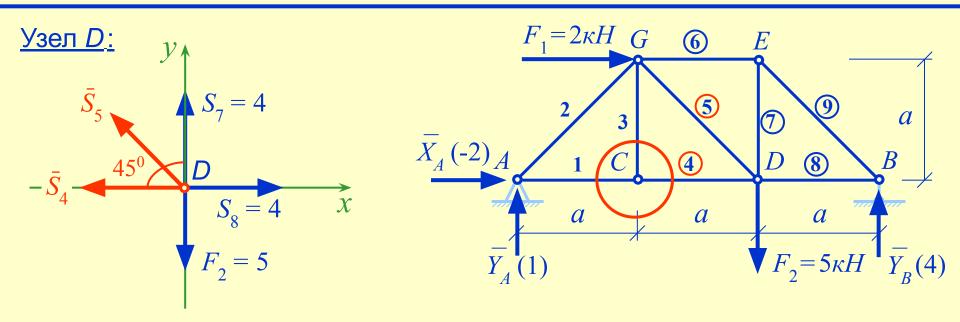




$$\sum F_{kx} = 0: -S_6 + S_9 \cos 45^0 = 0 => S_6 = S_9 \cos 45^0 = -4\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -4 (\kappa H);$$

$$\sum F_{ky} = 0: -S_7 - S_9 \sin 45^0 = 0 => S_7 = -S_9 \sin 45^0 = 4\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 4 (\kappa H).$$

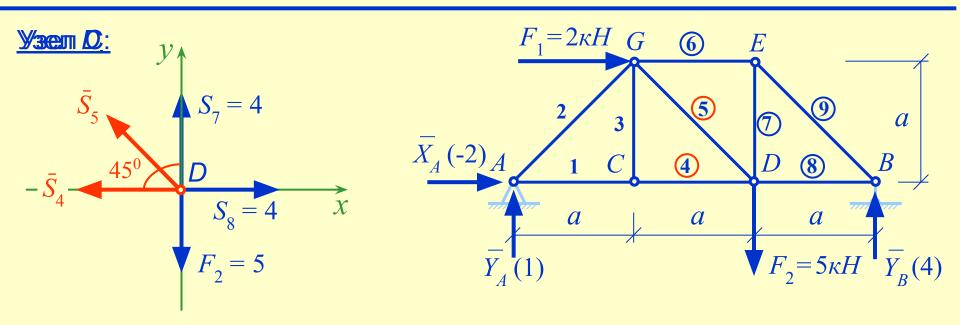
№ стерж	RHS	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Усилие,	кН						-4	4	4	$-4\sqrt{2}$



$$\sum F_{ky} = 0: S_5 \sin 45^0 + S_7 - F_2 = 0 \implies S_5 = \frac{F_2 - S_7}{\sin 45^0} = (5 - 4)\sqrt{2} = \sqrt{2} (\kappa H);$$

$$\sum_{\substack{kx \ (\kappa H)}} F_{kx} = 0 : -S_4 - S_5 \cos 45^0 + S_8 = 0 => S_4 = -S_5 \cos 45^0 + S_8 = -\sqrt{2} \frac{\sqrt{2}}{2} + 4 = 3$$

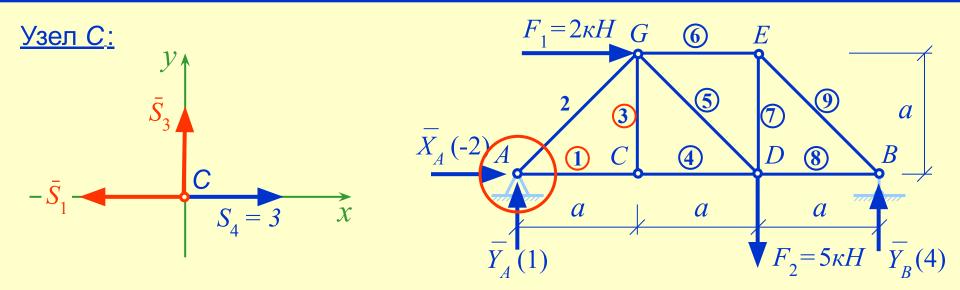
№ стержня	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Усилие, кН				3	$\sqrt{2}$	-4	4	4	$-4\sqrt{2}$



$$\sum F_{ky} = 0: S_5 \sin 45^0 + S_7 - F_2 = 0 => S_5 = \frac{F_2 - S_7}{\sin 45^0} = (5 - 4)\sqrt{2} = \sqrt{2} (\kappa H);$$

$$\sum_{\substack{kx \ (\kappa H)}} F_{kx} = 0 : -S_4 - S_5 \cos 45^0 + S_8 = 0 => S_4 = -S_5 \cos 45^0 + S_8 = -\sqrt{2} \frac{\sqrt{2}}{2} + 4 = 3$$

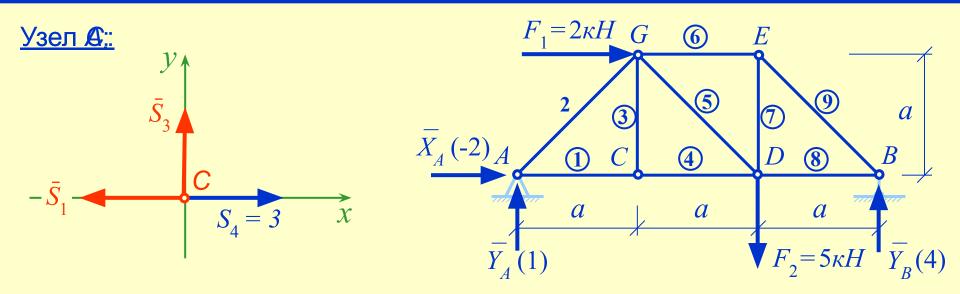
№ стержня	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Усилие, кН				3	$\sqrt{2}$	-4	4	4	$-4\sqrt{2}$



$$\sum F_{kx} = 0 : -S_1 + S_4 = 0 => S_1 = S_4 = 3 (\kappa H);$$

$$\sum F_{ky} = 0$$
: $S_3 = 0$.

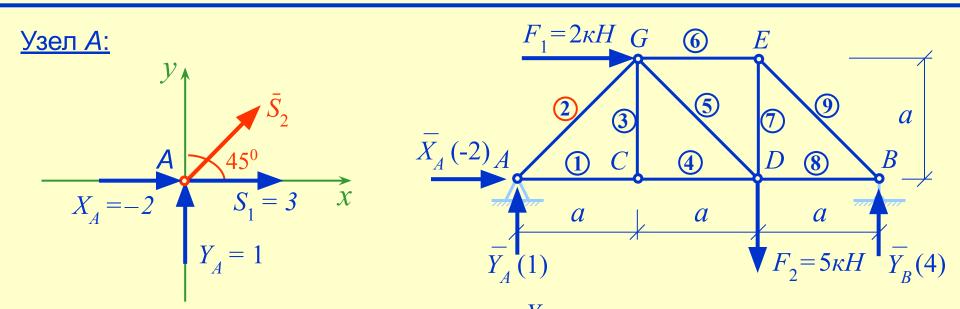
№ стержня	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Усилие, кН	3		0	3	$\sqrt{2}$	-4	4	4	$-4\sqrt{2}$



$$\sum F_{kx} = 0 : -S_1 + S_4 = 0 => S_1 = S_4 = 3 (\kappa H);$$

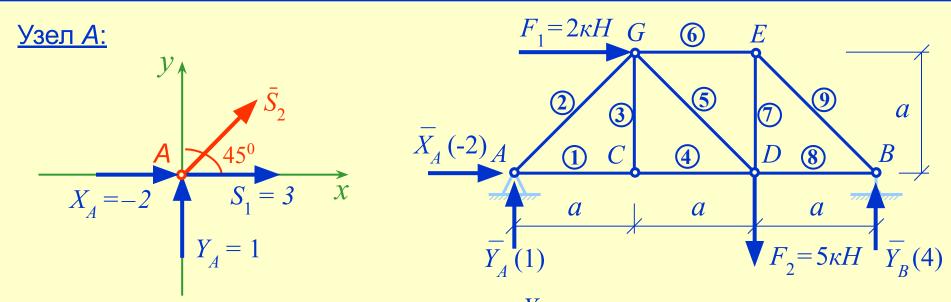
$$\sum F_{ky} = 0$$
: $S_3 = 0$.

№ стержня	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Усилие, кН	3		0	3	$\sqrt{2}$	-4	4	4	$-4\sqrt{2}$



$$\sum F_{ky} = 0$$
: $S_2 \sin 45^0 + Y_A = 0 = S_2 = -\frac{Y_A}{\sin 45^0} = -\sqrt{2} (\kappa H)$.

№ стержня	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Усилие, кН	3	$-\sqrt{2}$	0	3	$\sqrt{2}$	-4	4	4	$-4\sqrt{2}$

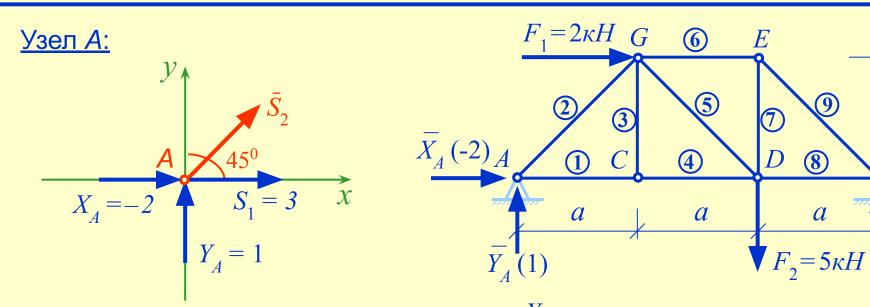


$$\sum F_{ky} = 0$$
: $S_2 \sin 45^0 + Y_A = 0 => S_2 = -\frac{Y_A}{\sin 45^0} = -\sqrt{2} (\kappa H)$.

Проверка

Узел А:
$$\sum F_{kx} = X_A + S_1 + S_2 \sin 45^0 =$$
$$= -2 + 3 - \sqrt{2} \frac{\sqrt{2}}{2} = \mathbf{0}$$

№ стержня	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Усилие, кН	3	$-\sqrt{2}$	0	3	$\sqrt{2}$	-4	4	4	$-4\sqrt{2}$



$$\sum F_{ky} = 0$$
: $S_2 \sin 45^0 + Y_A = 0 => S_2 = -\frac{Y_A}{\sin 45^0} = -\sqrt{2} (\kappa H)$.

Проверка

Узел А:
$$\sum F_{kx} = X_A + S_1 + S_2 \sin 45^0 =$$
$$= -2 + 3 - \sqrt{2} \frac{\sqrt{2}}{2} = \mathbf{0}$$

№ стержня	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Усилие, кН	3	$-\sqrt{2}$	0	3	$\sqrt{2}$	-4	4	4	$-4\sqrt{2}$

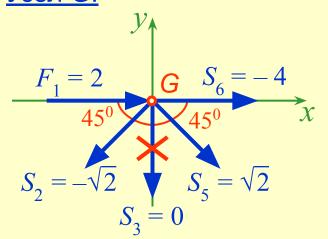
Проверка

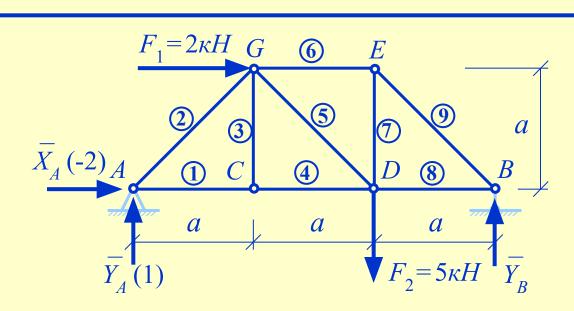
<u>Узел *A*:</u>

$$\sum F_{kx} = X_A + S_1 + S_2 \sin 45^0 =$$

$$= -2 + 3 - \sqrt{2} \frac{\sqrt{2}}{2} = \mathbf{0}$$

<u>Узел G:</u>





$$\sum F_{kx} = F_1 + S_6 - S_2 \cos 45^0 + S_5 \cos 45^0 =$$

$$= 2 - 4 + \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \mathbf{0}$$

$$\sum F_{ky} = -S_2 \sin 45^0 - S_5 \sin 45^0 =$$

$$= \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \mathbf{0}$$

№ стержня	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Усилие, кН	3	$-\sqrt{2}$	0	3	$\sqrt{2}$	-4	4	4	$-4\sqrt{2}$