

- Интеграл. Формула Ньютона-Лейбница

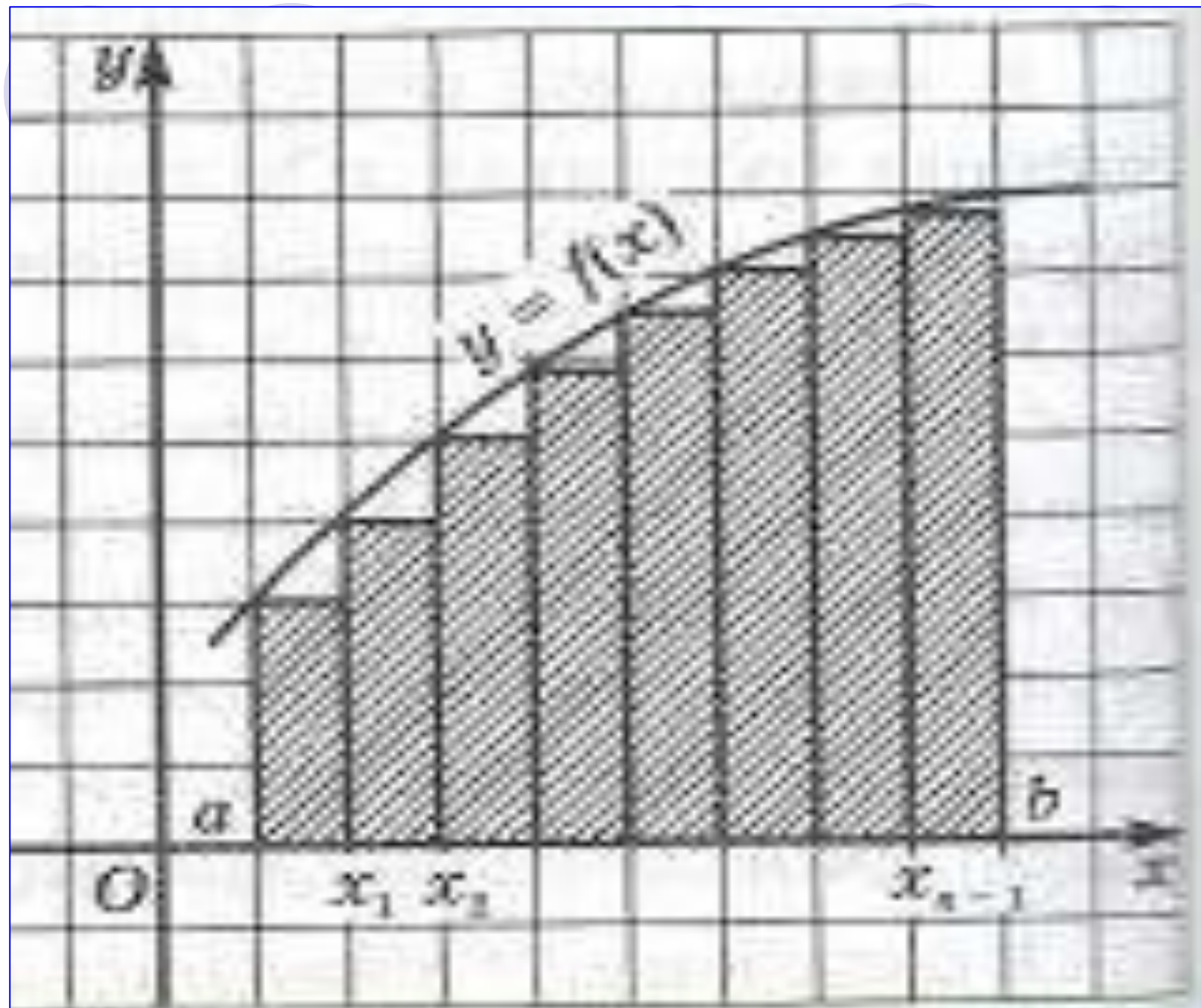


Вопросы для повторения

- 1. Что называют криволинейной трапецией?
- 2. Являются ли фигуры, изображённые на графиках криволинейными трапециями?
- 3. Запишите формулу для вычисления площади криволинейной трапеции
- .

Рассмотрим другой подход к вычислению площади криволинейной трапеции

- Будем считать функцию f неотрицательной и непрерывной на отрезке $[a; b]$, тогда площадь S соответствующей криволинейной трапеции можно приближённо подсчитать следующим образом



Разобьём отрезок $[a; b]$ на n отрезков
одинаковой длины точками

$$x_0 = a \boxtimes x_1 \boxtimes x_2 \boxtimes \dots \boxtimes x_{n-1} \boxtimes x^n = b$$

$$\Delta x = \frac{b - a}{n}$$

Рассмотрим

сумму

$$\begin{aligned} S_n &= f(x_0)\Delta x + f(x_1)\Delta x + f(x_2)\Delta x + \dots + f(x_{n-1})\Delta x = \\ &= (f(x_0) + f(x_1) + f(x_2) + \dots + f(x_{n-1}))\Delta x \end{aligned}$$

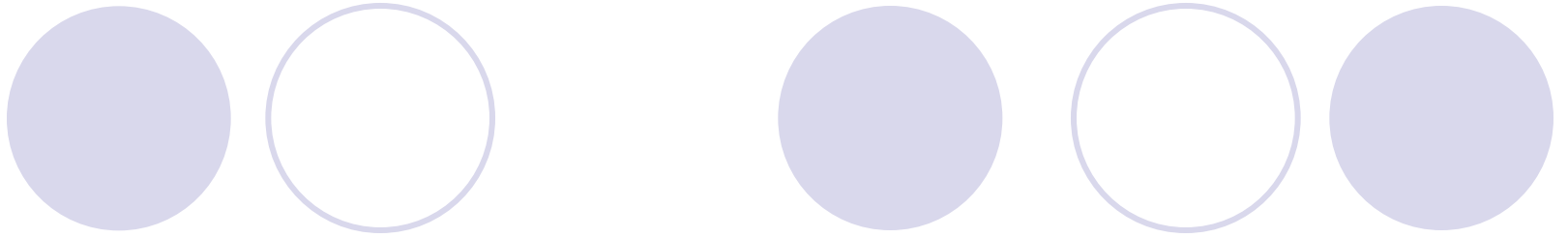
- При $n \rightarrow \infty$
 $S_n \rightarrow$ к некоторому числу. Это число называют
интегралом функции f от a до b и обозначают:

В

$$\int f(x) dx$$

а

- Числа **a** и **b** - называются пределами интегрирования, **a** – нижним пределом, **b** – верхним.
- Знак \int - называют знаком интеграла
- Функцию **f** называют подынтегральной функцией, а переменная **x** – переменной интегрирования
- **df** - знак дифференциала



Итак, если $f(x) \geq 0$ на отрезке $[a; b]$, то

- Площадь соответствующей криволинейной трапеции выражается формулой:

$$S = \int_a^b f(x) dx$$

- Сравнивая формулы криволинейных трапеций :

$$S = \int_a^b f(x)dx \quad \text{и} \quad S = F(b) - F(a)$$

Делаем вывод:

$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

- Формула Ньютона-Лейбница



Пример

$$\int_1^3 x dx = \frac{x^{1+1}}{1+1} \Big|_1^3 = \frac{x^2}{2} \Big|_1^3 = \frac{3^2}{2} - \frac{1^2}{2} = 4$$

Функц ия f	К – пос тоян ная	X^n (n-целое $n \neq 1$)	$\sin x$	$\cos x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\frac{1}{\sin^2 x}$	
Об щий вид пер вооб раз ных F	kx $+ C$	$\frac{x^{n+1}}{n+1}$ $+ C$	$-\cos x$ $+ C$	$\sin x$ $+ C$	$\operatorname{tg} x$ $+ C$	$-\operatorname{ctg} x$ $+ C$	

угол	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	∞	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0
$\operatorname{ctg} \alpha$	∞	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	∞





**Исак Ньютон
(1643-1716)**



**Готфрид
Лейбниц(1646-1716).**