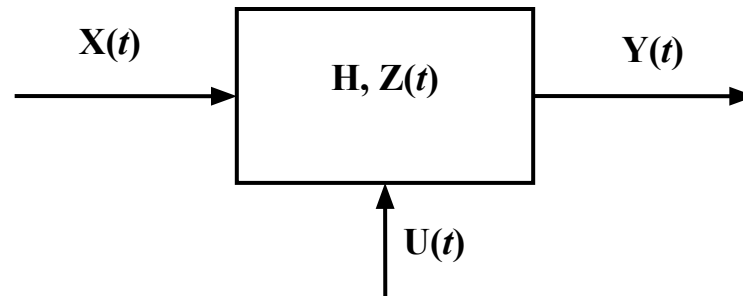


В общем виде модель функционирования РЭС можно представить как некоторую математическую структуру, связывающую входные и выходные процессы.

Например, для непрерывного РЭС



Все процессы многомерные:

$\mathbf{X}(t) = \{x_1(t), x_2(t), \dots, x_m(t)\}$ – входной сигнал;

$\mathbf{Y}(t) = \{y_1(t), y_2(t), \dots, y_n(t)\}$ – выходной сигнал;

$\mathbf{U}(t) = \{u_1(t), u_2(t), \dots, u_k(t)\}$ – помеха;

$\mathbf{Z}(t) = \{z_1(t), z_2(t), \dots, z_l(t)\}$ – состояние.

Математическая структура характеризуется массивом коэффициентов

$$\mathbf{H} = \{h_1, h_2, \dots, h_r\}.$$

Большинство моделей функционирования строятся по математическим схемам. Математические схемы классифицируются в зависимости от типа сигналов и их обработки.

Ограничимся двумя типами сигналов: аналоговыми (непрерывными), которые могут принимать любые значения, и цифровыми (бинарными), принимающими два уровня – 0 и 1, и двумя видами обработки: детерминированной и случайной. Четырем возможным сочетаниям соответствуют четыре математических схемы:

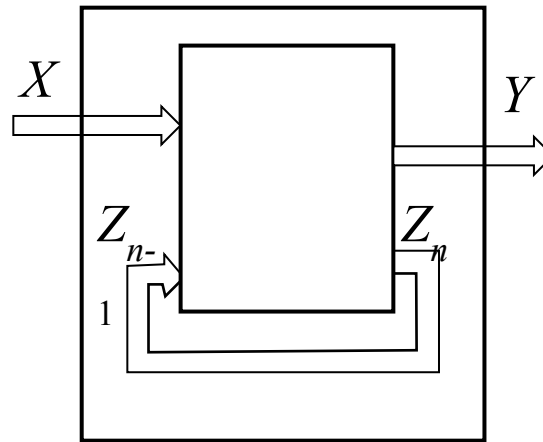
- детерминированная обработка аналоговых сигналов – *D*-схема,
- детерминированная обработка бинарных сигналов – *F*-схема,
- случайная обработка бинарных сигналов – *P*-схема,
- случайная обработка аналоговых сигналов – *Q*-схема.

***D*-схема:** аналоговые сигналы обрабатываются по детерминированным законам.

По *D*-схеме строятся математические модели узлов и устройств аналоговой схемотехники, систем автоматического управления и других систем, которые называют динамическими. От слова dynamic (динамический) и произошло название схемы. Используемый математический аппарат – дифференциальные уравнения. Выходной сигнал однозначно связан с входными сигналами нелинейным дифференциальным уравнением:

$$Y'(t) = F\{H, Y(t), X(t), U(t), t\}$$

F-схема: цифровые двоичные сигналы обрабатываются по детерминированным законам. По F-схеме строятся модели цифровой схемотехники: комбинационных устройств, узлов ЦВМ, формирователей двоичных последовательностей и пр. Многие из них являются конечными автоматами, содержащими элементы памяти (триггеры). По названию «конечный автомат» (finite automat) и названа схема.



В цифровых схемах с памятью выходной сигнал зависит как от входного, так и от состояния триггеров. Связь между ними устанавливается функцией переходов $\varphi(z, x)$; функцией выходов $\psi(z, x)$:

$$Z[n] = \varphi(Z[n-1], X[n]),$$

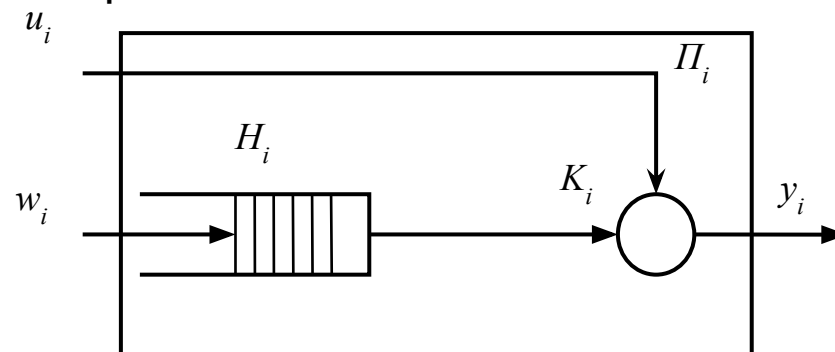
$$Y[n] = \psi(Z[n], X[n]).$$

Эти уравнения булевы В F-схеме считается, что помеха $U[n] = 0$.

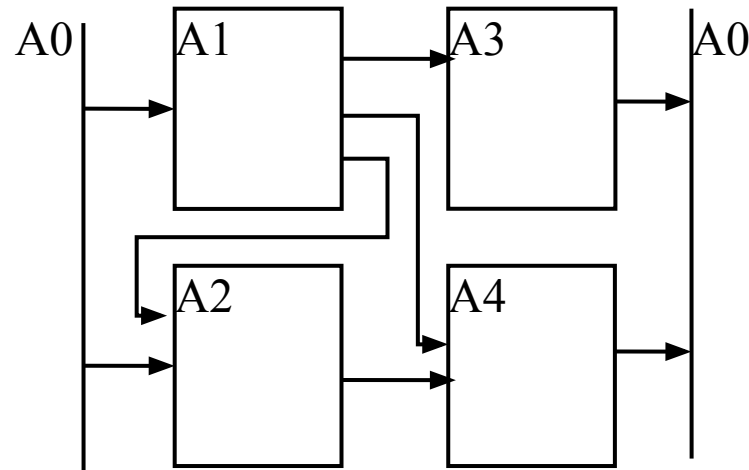
P-схема: цифровые двоичные сигналы обрабатываются по вероятностным законам. В отличие от F-схемы вместо функций перехода и выхода вводится матрица вероятностей перехода M , которая любой паре значений X, Z ставит в соответствие с определенной вероятностью пару значений Z, Y . Такая схема применима к вероятностным (стохастическим) автоматам (probabilistic automat).

Вероятностные автоматы могут использоваться как генераторы марковских последовательностей.

Q-схема: непрерывные сигналы обрабатываются по вероятностным законам. Название схемы произошло от англ. queueing system – система массового обслуживания. Входным сигналом является непрерывный поток заявок w_i , поступающих в прибор обслуживания Π_i в случайные моменты времени. Заявка ставится в очередь в накопителе H_i . Если накопитель заполнен, то заявка отвергается и в дальнейшем не обслуживается. Из накопителя по очереди заявки проходят в канал обслуживания K_i . Поток обслуживаний u_i и время обслуживания заявки случайные. Выходным сигналом является поток обслуженных y_i и отверженных заявок.



Для математического моделирования сложных информационных систем используется агрегативная схема (**А-схема**). Математическая модель представляется в виде соединения агрегатов. Агрегат – это математический объект, имеющий конечное число входных и выходных переменных. Входные переменные поступают на агрегат в дискретные моменты времени. При поступлении входной переменной состояние агрегата изменяется скачком. В промежутке между поступлением входных переменных состояние системы определяется собственными законами агрегата.



Агрегат A0 – внешняя среда.

Математическая модель воздействий

Вид входных воздействий зависит от используемой математической схемы. Для моделей цифровых автоматов (F - и P -схемы) характерны испытательные детерминированные бинарные последовательности или массивы. В моделях динамических систем (D -схема) используются самые разнообразные процессы. Их можно разделить на две большие группы: детерминированные и случайные.

Часто используемые **детерминированные процессы** относят к типовым. Например: синусоидальный, треугольный, прямоугольный процессы, скачкообразное, линейное, квадратичное воздействия. Как правило, они уже имеются в используемой программной среде. Если же нужный процесс отсутствует в ППП, то его генерирование производится по формуле, описывающей этот процесс.

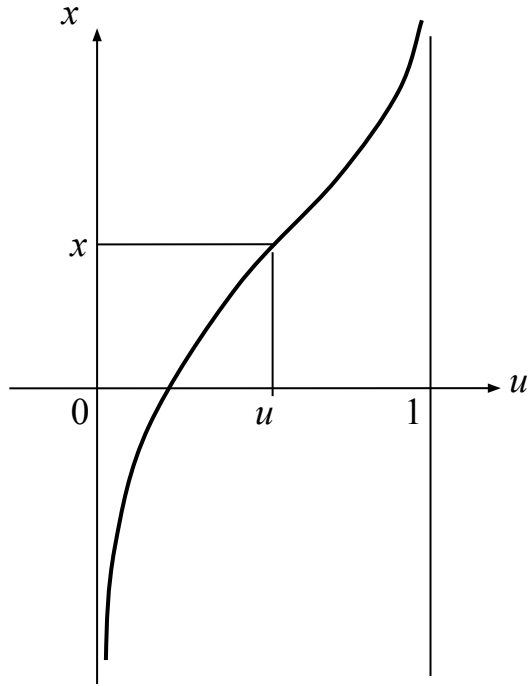
При цифровом моделировании любое воздействие представляется в виде последовательности отсчетов, следующих через интервал дискретизации T_d . От выбора интервала дискретизации зависит точность моделирования. В соответствии с теоремой Котельникова-Шеннона непрерывный сигнал с ограниченным спектром восстанавливается без ошибки по его дискретным отсчетам, если $T_d \leq 1/\Delta f_{гр}$, где $\Delta f_{гр}$ – граничная частота спектра сигнала.

Требование безошибочного моделирования другое! Отсчеты выходного сигнала РЭС через интервал дискретизации T_d в моделируемой непрерывной системе $y(t=nT_d)$ и в ее цифровой модели $y[nT_d]$ должны быть равными. Требования, при которых эти условия выполняются пока не сформулированы. Но, учитывая, что обработка сигнала в ЦВМ происходит, как правило, при его линейной аппроксимации, следует потребовать, чтобы отличие непрерывного сигнала от его кусочно-линейной аппроксимации было незначительным. Поэтому при моделировании интервал дискретизации берется примерно на порядок меньше, чем по Котельникову.

Случайные воздействия формируются с использованием генераторов независимых случайных чисел с различными законами распределения, имеющих практически во всех ППП. При необходимости сформировать случайные числа с законами распределения, отсутствующими в ППП, можно воспользоваться методом нелинейного преобразования или методом отбора. В обоих методах используются датчики случайных чисел с равномерным законом распределения в интервале $[0,1)$.

Наиболее известным методом нелинейного преобразования является метод обратной функции распределения

Метод обратной функции распределения



Предположим, что случайная величина X формируется из равномерно распределенной случайной величины U функцией $x=f(u)$.
Из функциональной связи случайных величин следует, что вероятности того, что случайная величина U меньше значения u , а случайная величина X меньше значения x , одинаковы. Другими словами, их функции распределения равны:

$$\text{Плотность вероятности } \begin{cases} F_u(u) = F_x(x). \\ f_u(u) = \begin{cases} 0, & u < 0, \\ 1, & 0 \leq u < 1, \\ 0, & u \geq 1, \end{cases} \end{cases}$$

Функция распределения $F_u(u) = \int_{-\infty}^u f_u(u) du = \int_0^u du = u.$

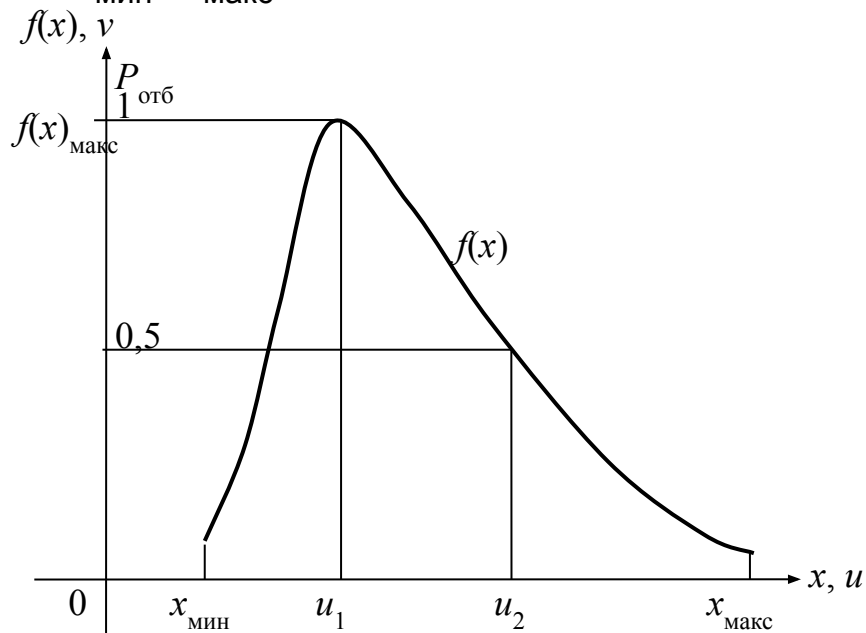
Таким образом, в интервале $0 \leq u < 1$ $u = F_x(x)$

и искомая функциональная связь $x = F_x^{-1}(u)$

.

Метод отбора

Из равномерно распределенных случайных чисел U отбираются те, которые соответствуют требуемому закону распределения случайной величины X . Этот закон распределения задается плотностью вероятности $f(x)$ в интервале $(x_{\text{мин}}, x_{\text{макс}})$



Если равномерно распределенная случайная величина U примет значение u_1 , то оно будет отобрано и принято за значение случайной величины X с вероятностью 1. Если же U примет значение u_2 , то оно будет отобрано с вероятностью 0.5 в соответствии с требуемой плотностью вероятности $f(x)$.

Алгоритм отбора может быть следующим.

1. Стандартным датчиком генерируется случайное число W , равномерно распределенное в интервале $[0, 1)$.
2. Линейным преобразованием $u = x_{\text{мин}} + (x_{\text{макс}} - x_{\text{мин}})w$ образуется значение случайного числа U .
3. Стандартным датчиком генерируется случайное число W , равномерно распределенное в интервале $[0, 1)$.
4. Линейным преобразованием $v = f(x)_{\text{макс}} w$ образуется значение случайного числа V .