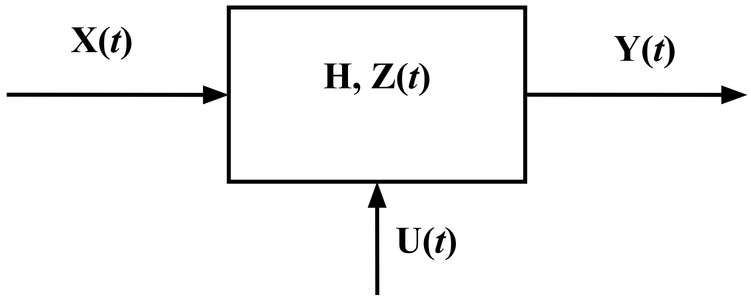
В общем виде модель функционирования РЭС можно представить как некоторую математическую структуру, связывающую входные и выходные процессы.

Например, для непрерывного РЭС



Все процессы многомерные:

$\mathbf{X}(\boldsymbol{t}) = \{x_1(t),\ x_2(t),\ \ldots,\ x_m(t)\}$ – входной сигнал;

$\mathbf{Y}(\boldsymbol{t}) = \{y_1(t),\ y_2(t),\ \ldots,\ y_n(t)\}$ – выходной сигнал;

$\mathbf{U}(\boldsymbol{t}) = \{u_1(t),\ u_2(t),\ \ldots,\ u_k(t)\}$ – помеха;

$\mathbf{Z}(\boldsymbol{t}) = \{z_1(t),\ z_2(t),\ \ldots,\ z_l(t)\}$ – состояние.

Математическая структура характеризуется массивом коэффициентов $\mathbf{H} = \{h_1, h_2, \ldots, h_r\}$.

Большинство моделей функционирования строятся по математическим схемам. Математические схемы классифицируются в зависимости от типа сигналов и их обработки.

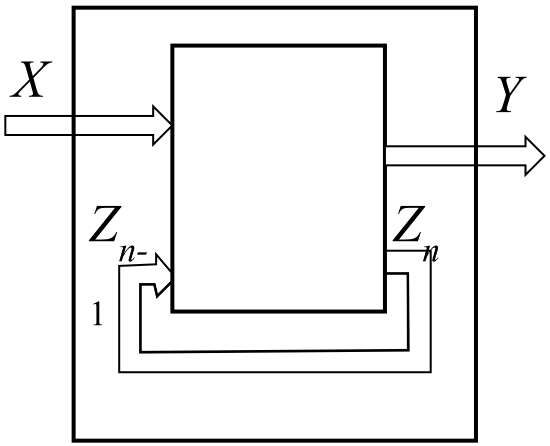
Ограничимся двумя типами сигналов: аналоговыми (непрерывными), которые могут принимать любые значения, и цифровыми (бинарными), принимающими два уровня – 0 и 1, и двумя видами обработки: детерминированной и случайной. Четырем возможным сочетаниям соответствуют четыре математических схемы:

- детерминированная обработка аналоговых сигналов – *D*-схема,
- детерминированная обработка бинарных сигналов – *F*-схема,
- случайная обработка бинарных сигналов – *P*-схема,
- случайная обработка аналоговых сигналов – *Q*-схема.

***D*-схема**: аналоговые сигналы обрабатываются по детерминированным законам. По D-схеме строятся математические модели узлов и устройств аналоговой схемотехники, систем автоматического управления и других систем, которые называют динамическими. От слова dynamic (динамический) и произошло название схемы. Используемый математический аппарат–дифференциальные уравнения. Выходной сигнал однозначно связан с входными сигналами нелинейным дифференциальным уравнением:

$$\mathbf{Y}'(t) = F\left\{\mathbf{H}, \mathbf{Y}(t), \mathbf{X}(t), \mathbf{U}(t), t\right\}$$

***F*-схема**: цифровые двоичные сигналы обрабатываются по детерминированным законам. По F-схеме строятся модели цифровой схемотехники: комбинационных устройств, узлов ЦВМ, формирователей двоичных последовательностей и пр. Многие из них являются конечными автоматами, содержащими элементы памяти (триггеры). По названию «конечный автомат» (finite automat) и названа схема.



В цифровых схемах с памятью выходной сигнал зависит как от входного, так и от состояния триггеров. Связь между ними устанавливается функцией переходов φ(*z*, *x*); функцией выходов ψ(*z*, *x*):

$$Z[n] = \varphi\left(Z[n-1], X[n]\right),$$

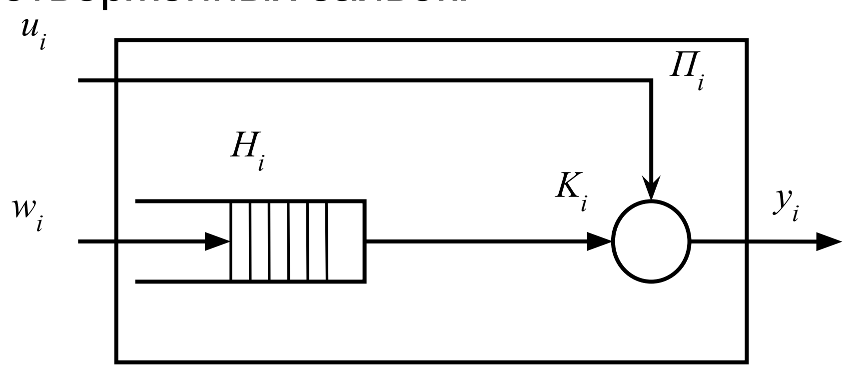
$$Y[n] = \psi\left(Z[n], X[n]\right).$$

Эти уравнения булевы В F-схеме считается, что помеха $U[n] = 0$.

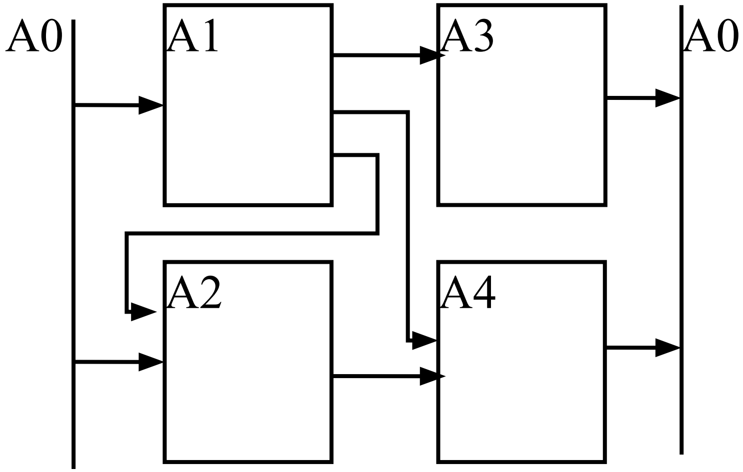
***P*-схема**: цифровые двоичные сигналы обрабатываются по вероятностным законам. В отличие от F-схемы вместо функций перехода и выхода вводится матрица вероятностей перехода *M*, которая любой паре значений *X*, *Z* ставит в соответствие с определенной вероятностью пару значений *Z*, *Y*. Такая схема применима к вероятностным (стохастическим) автоматам (probabilistic automat).

Вероятностные автоматы могут использоваться как генераторы марковских последовательностей.

***Q*-схема**: непрерывные сигналы обрабатываются по вероятностным законам. Название схемы произошло от англ. queueing system – система массового обслуживания. Входным сигналом является непрерывный поток заявок w_i, поступающих в прибор обслуживания $П_i$ в случайные моменты времени. Заявка ставится в очередь в накопителе H_i. Если накопитель заполнен, то заявка отвергается и в дальнейшем не обслуживается. Из накопителя по очереди заявки проходят в канал обслуживания K_i. Поток обслуживаний u_i и время обслуживания заявки случайные. Выходным сигналом является поток обслуженных y_i и отверженных заявок.



Для математического моделирования сложных информационных систем используется агрегативная схема (***А*-схема**). Математическая модель представляется в виде соединения агрегатов. Агрегат – это математический объект, имеющий конечное число входных и выходных переменных. Входные переменные поступают на агрегат в дискретные моменты времени. При поступлении входной переменной состояние агрегата изменяется скачком. В промежутке между поступлением входных переменных состояние системы определяются собственными законами агрегата.



Агрегат А0 – внешняя среда.

Математическая модель воздействий

Вид входных воздействий зависит от используемой математической схемы. Для моделей цифровых автоматов (*F*- и *P*-схемы) характерны испытательные детерминированные бинарные последовательности или массивы. В моделях динамических систем (*D*-схема) используются самые разнообразные процессы. Их можно разделить на две большие группы: детерминированные и случайные.

Часто использующиеся **детерминированные процессы** относят к типовым. Например: синусоидальный, треугольный, прямоугольный процессы, скачкообразное, линейное, квадратичное воздействия. Как правило, они уже имеются в используемой программной среде. Если же нужный процесс отсутствует в ППП, то его генерирование производится по формуле, описывающей этот процесс.

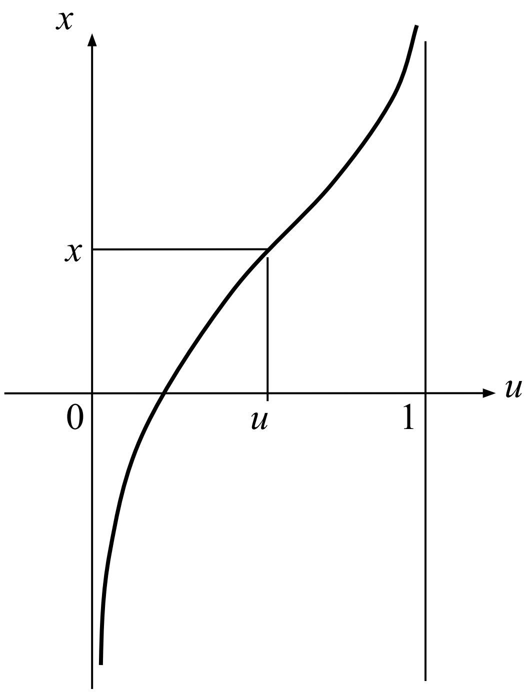
При цифровом моделировании любое воздействие представляется в виде последовательности отсчетов, следующих через интервал дискретизации $T_д$. От выбора интервала дискретизации зависит точность моделирования. В соответствии с теоремой Котельникова-Шеннона непрерывный сигнал с ограниченным спектром восстанавливается без ошибки по его дискретным отсчетам, если $T_д \leq 1/\Delta f_{гр}$, где $\Delta f_{гр}$ – граничная частота спектра сигнала.

Требование безошибочного моделирования другое! Отсчеты выходного сигнала РЭС через интервал дискретизации *Тд* в моделируемой непрерывной системе *у*(*t*=*nТд*) и в ее цифровой модели *у*[*nТд*] должны быть равными. Требования, при которых эти условия выполняются пока не сформулированы. Но, учитывая, что обработка сигнала в ЦВМ происходит, как правило, при его линейной аппроксимации, следует потребовать, чтобы отличие непрерывного сигнала от его кусочно-линейной аппроксимации было незначительным. Поэтому при моделировании интервал дискретизации берется примерно на порядок меньше, чем по Котельникову.

Случайные воздействия формируются с использованием генераторов независимых случайных чисел с различными законами распределения, имеющихся практически во всех ППП. При необходимости сформировать случайные числа с законами распределения, отсутствующими в ППП, можно воспользоваться методом нелинейного преобразования или методом отбора. В обоих методах используются датчики случайных чисел с равномерным законом распределения в интервале [0,1).

Наиболее известным методом нелинейного преобразования является метод обратной функции распределения

Метод обратной функции распределения



Предположим, что случайная величина X формируется из равномерно распределенной случайной величины U функцией $x=f(u)$.

Из функциональной связи случайных величин следует, что вероятности того, что случайная величина U меньше значения u, а случайная величина X меньше значения x, одинаковы. Другими словами, их функции распределения равны:

$$F_u(u) = F_x(x).$$

Плотность вероятности

$$f_u(u) = \begin{cases} 0, & u < 0, \\ 1, & 0 \le u < 1, \\ 0, & u \ge 1, \end{cases}$$

Функция распределения $$F_u(u) = \int_{-\infty}^{u} f_u(u)du = \int_{0}^{u} du = u.$$

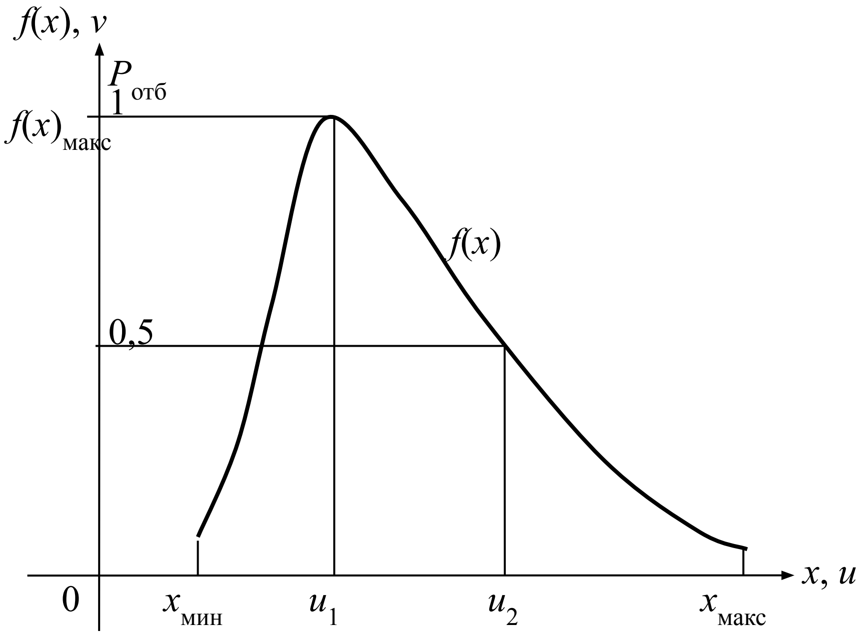
Таким образом, в интервале $0 \le u < 1$ $u = F_x(x)$

и искомая функциональная связь $x = F_x^{-1}(u)$

.

Метод отбора

Из равномерно распределенных случайных чисел *U* отбираются те, которые соответствуют требуемому закону распределения случайной величины *X*. Этот закон распределения задается плотностью вероятности $f(x)$ в интервале $(x_{мин}, x_{макс})$



Если равномерно распределенная случайная величина *U* примет значение u_1, то оно будет отобрано и принято за значение случайной величины *X* с вероятностью 1. Если же *U* примет значение u_2, то оно будет отобрано с вероятностью 0.5 в соответствии с требуемой плотностью вероятности $f(x)$.

Алгоритм отбора может быть следующим.

1. Стандартным датчиком генерируется случайное число *W*, равномерно распределенное в интервале [0,1).
2. Линейным преобразованием $u=x_{мин} – (x_{макс} – x_{мин})w$ образуется значение случайного числа *U.*
3. Стандартным датчиком генерируется случайное число *W*, равномерно распределенное в интервале [0,1).
4. Линейным преобразованием $v=f(x)_{макс}w$ образуется значение случайного числа *V.*