

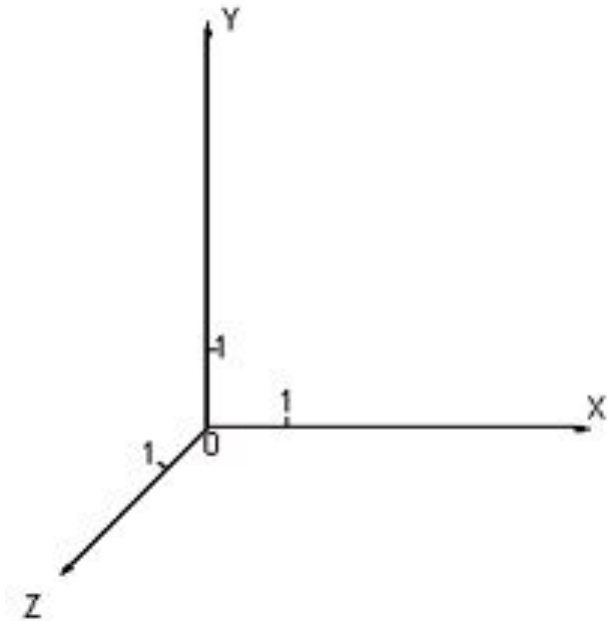
Прямоугольная система координат в пространстве. Координаты вектора



Прямоугольная система координат

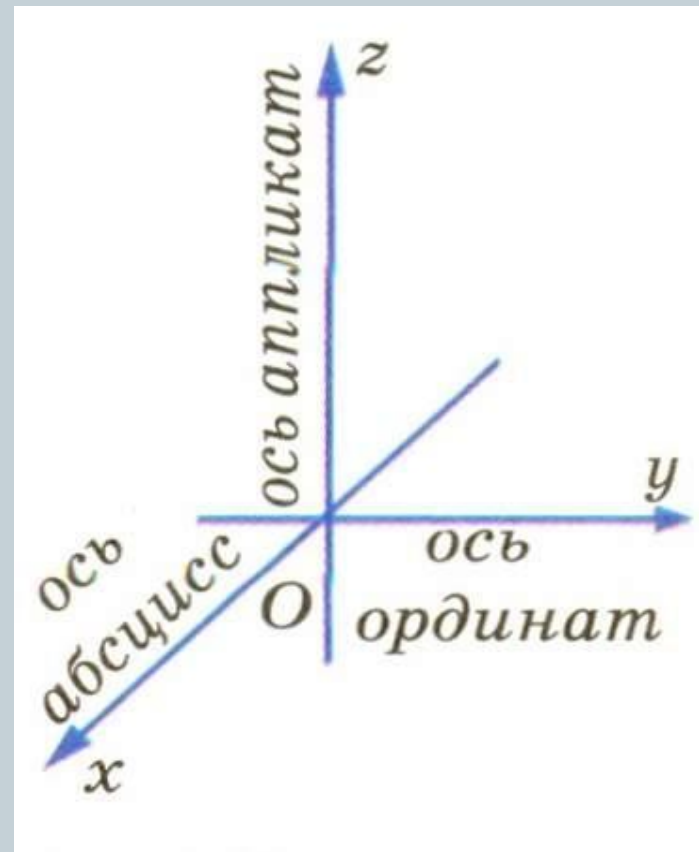


Если через точку пространства проведены три попарно перпендикулярные прямые, на каждой из них выбрано направление и выбрана единица измерения отрезков, то говорят, что задана **прямоугольная система координат в пространстве**



Прямоугольная система координат

Прямые, с выбранными на них направлениями, называются **осями координат**, а их общая точка — **началом координат**. Она обозначается обычно буквой O . Оси координат обозначаются так: Ox , Oy , Oz — и имеют названия: ось абсцисс, ось ординат, ось аппликат.



Прямоугольная система координат

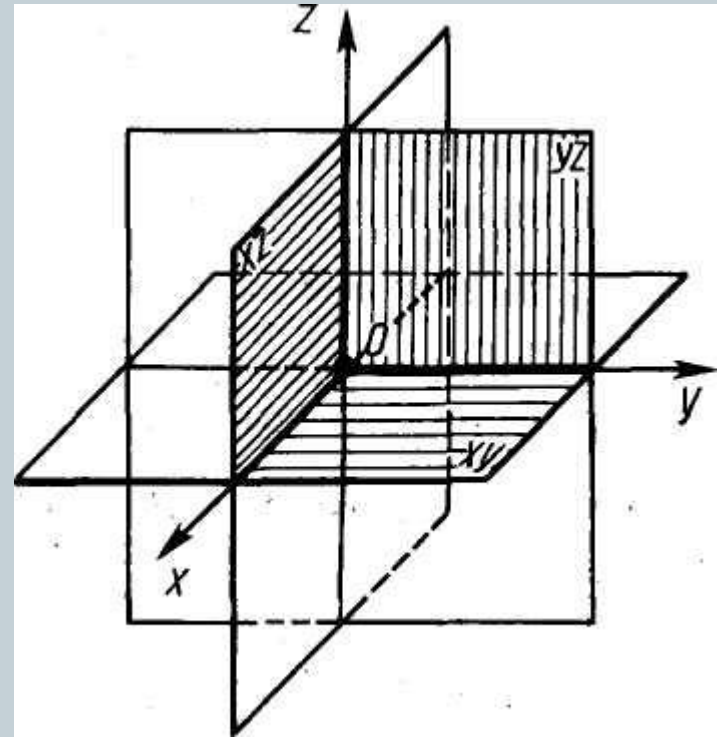
Вся система координат обозначается $Oxyz$.

Плоскости, проходящие соответственно через оси координат Ox и Oy , Oy и Oz , Oz и Ox , называются

координатными

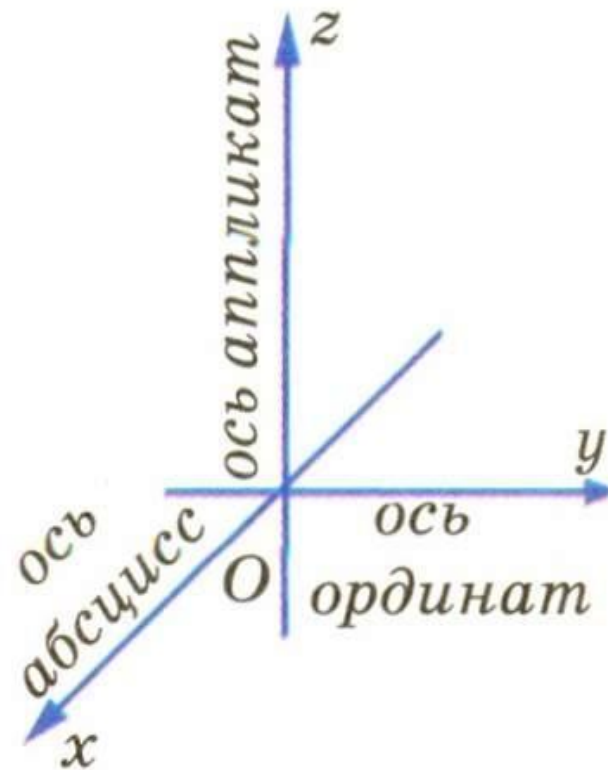
плоскостями и

обозначаются Oxy , Oyz ,
 Ozx .



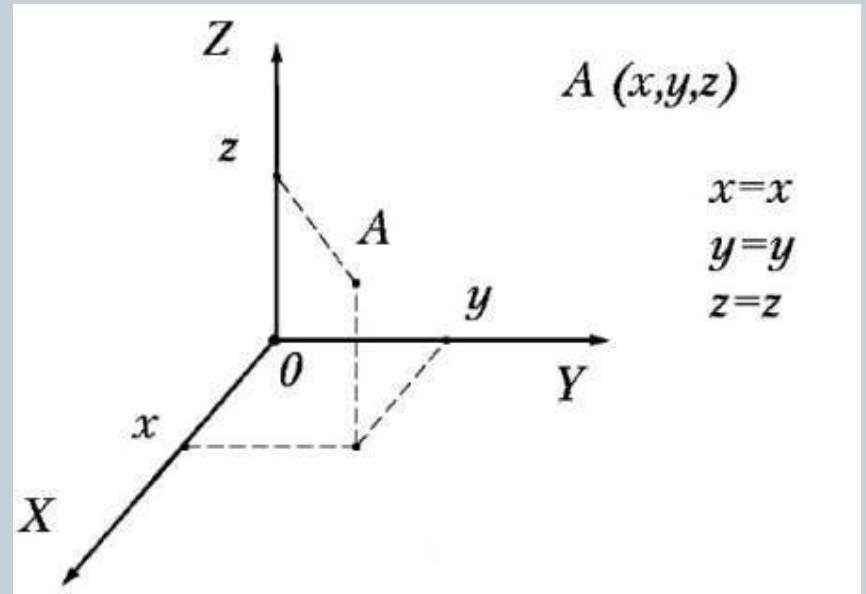
Прямоугольная система координат

Точка O разделяет каждую из осей координат на два луча. Луч, направление которого совпадает с направлением оси, называется **положительной полуосью**, а другой луч **отрицательной полуосью**.



Прямоугольная система координат

В прямоугольной системе координат каждой точке M пространства сопоставляется тройка чисел, которые называются ее **координатами**.



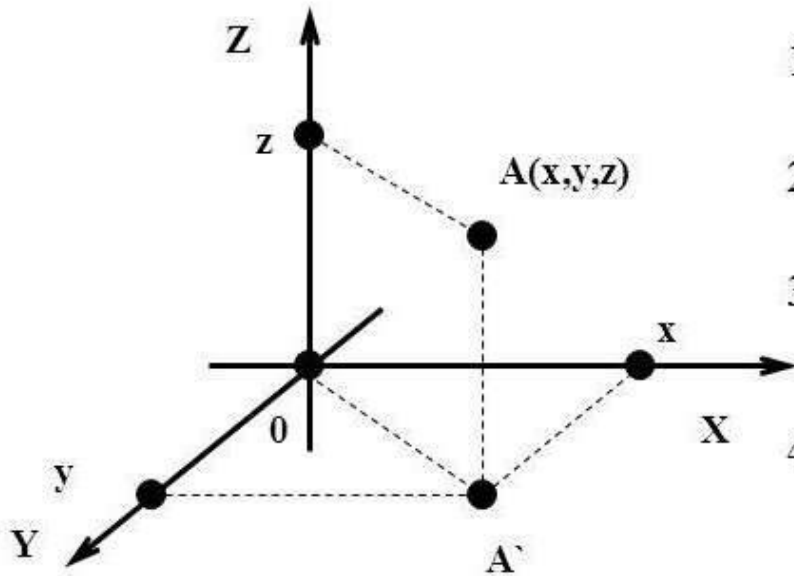
Алгоритм определения координаты точки в пространстве



Даны координатные оси X, Y, Z .

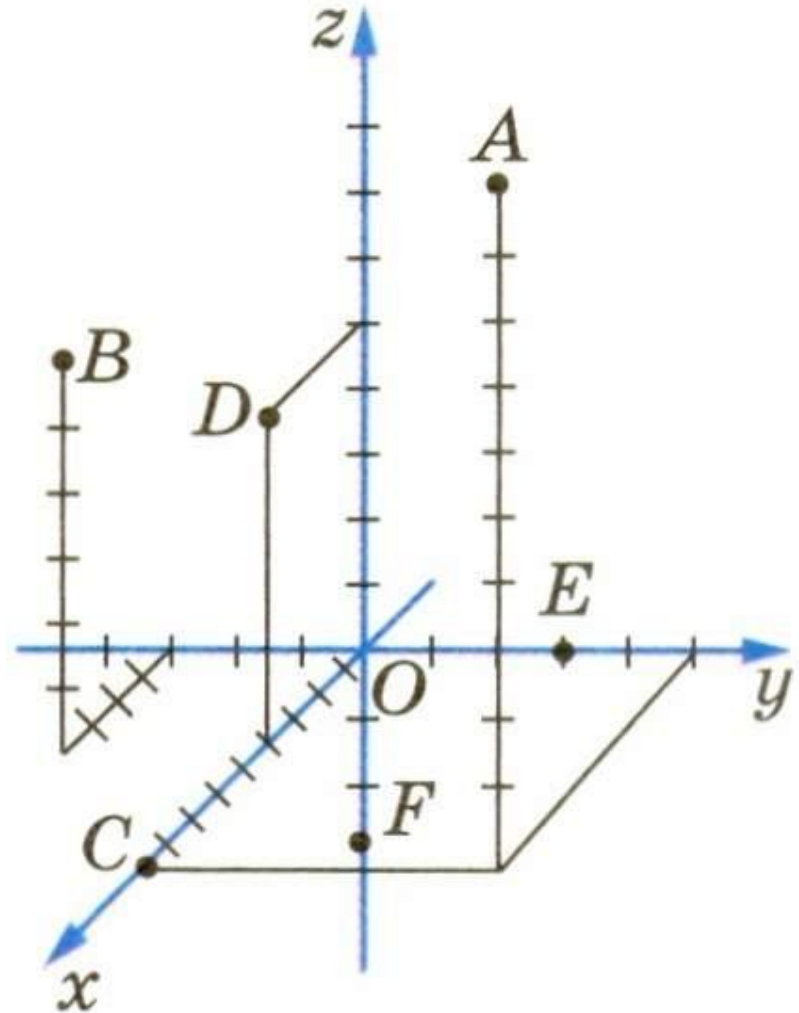
В пространстве находится точка $A(x, y, z)$

1. Проведем прямую, параллельную оси OZ через точку A
2. Получим точку A' проекцию точки A на плоскость OXY
3. Проведем через точку A' прямую параллельную оси OY получим координату этой точки (x)
4. Проведем через точку A' прямую параллельную оси OX получим координату этой точки (y)
5. Проведем диагональ OA' получившегося в плоскости OXY параллелограмма $OxA'y$
6. Проведем прямую параллельную диагонали OA' до пересечения с осью OZ и точкой A получим координату этой точки (z)
7. Координата точки $A(x, y, z)$



Пример

Определите
координаты
точек,
изображенных
на рисунке.



Пример

A (9; 5; 10),

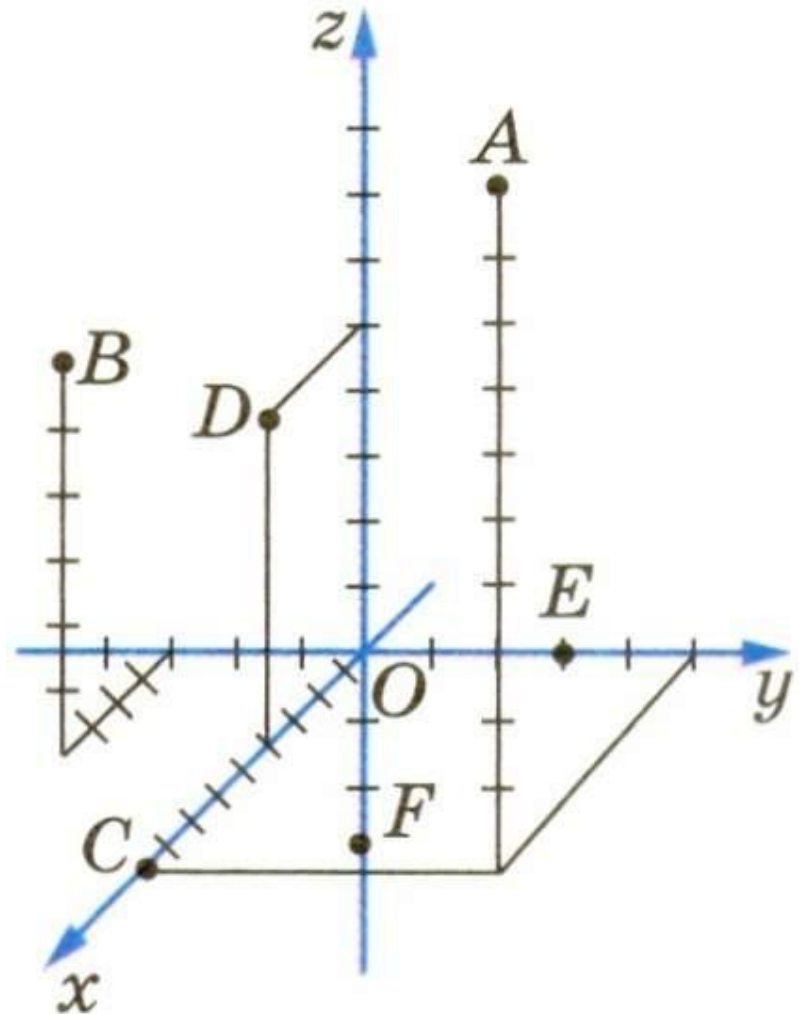
B (4; -3; 6),

C (9; 0; 0),

D (4; 0; 5),

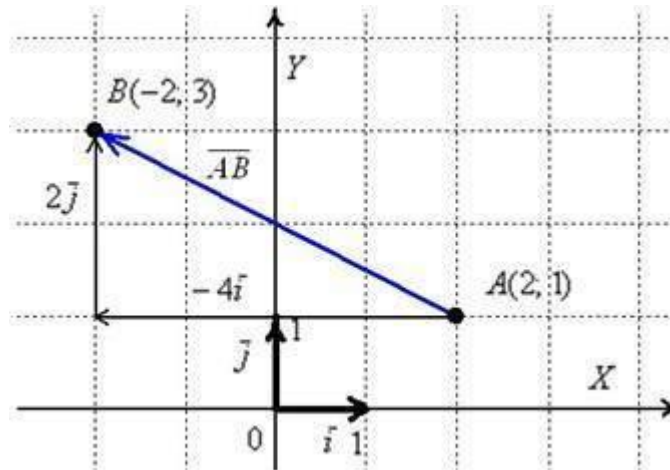
E (0; 3; 0),

F (0; 0; -3).

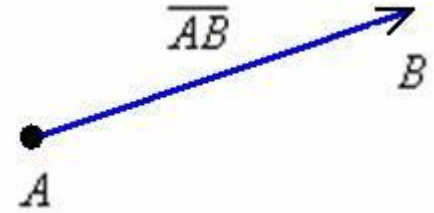




Координаты вектора



Что такое вектор?



Вектором называется направленный отрезок, для которого указано его начало и конец.

В данном случае началом отрезка является точка А, концом отрезка – точка В. Сам вектор обозначен через \overline{AB} . **Направление** имеет существенное значение, если переставить стрелку в другой конец отрезка, то получится вектор \overline{BA} , и это уже **совершенно другой вектор**.

Понятие вектора удобно отождествлять с движением физического тела: согласитесь, зайти в двери колледжа или выйти из дверей колледжа – это совершенно разные вещи.

Отдельные точки плоскости, пространства удобно считать так называемым *нулевым вектором*. У такого вектора конец и начало совпадают.

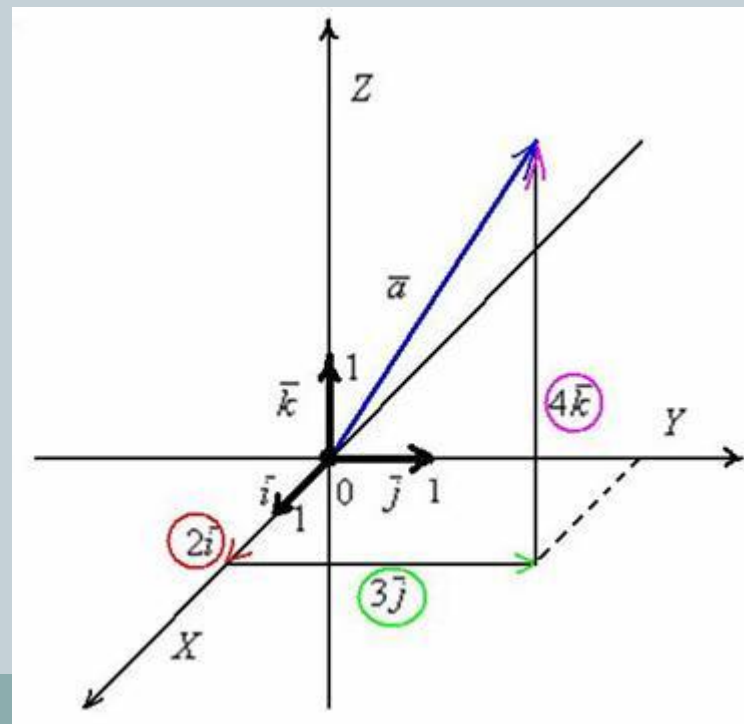


Любой вектор \vec{a} можно разложить по координатным векторам, т. е. представить в виде

$$\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k},$$

причем коэффициенты разложения x, y, z определяются единственным образом.

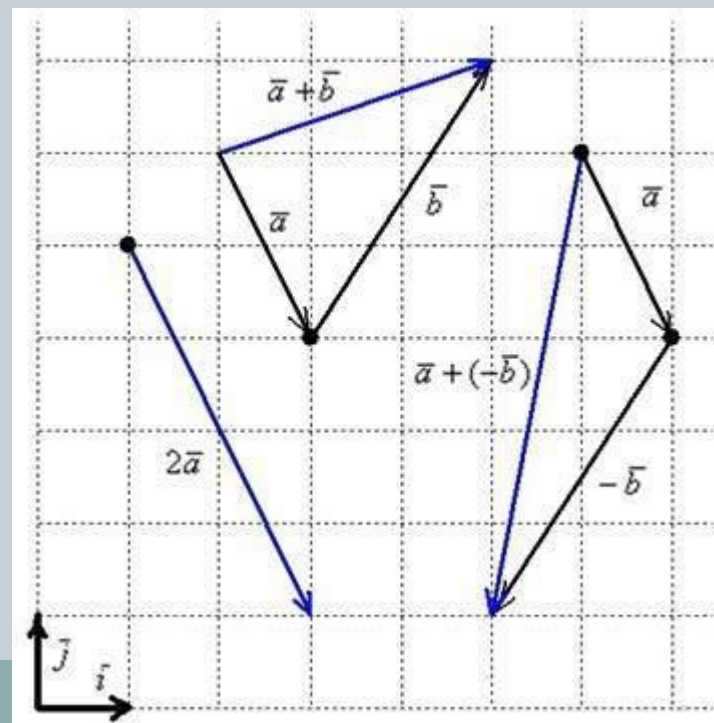
Кoeffициенты x , y и z в разложении вектора \vec{a} по координатным векторам называются координатами вектора \vec{a} в данной системе координат.



Правила



1^o. Каждая координата суммы двух или более векторов равна сумме соответствующих координат этих векторов. Другими словами, если $a \{x_1, y_1, z_1\}$ и $b \{x_2, y_2, z_2\}$ — данные векторы, то вектор $a+b$ имеет координаты $\{x_1+x_2, y_1+y_2, z_1+z_2\}$.



Правила



2^o. Каждая координата разности двух векторов равна разности соответствующих координат этих векторов. Другими словами, если $r_1 \{x_1, y_1, z_1\}$ и $r_2 \{x_2, y_2, z_2\}$ — данные векторы, то вектор $a - b$ имеет координаты $\{x_1 - x_2, y_1 - y_2, z_1 - z_2\}$.

$$\bar{r}_1 - \bar{r}_2 = (x_1 - x_2, y_1 - y_2, z_1 - z_2)$$

$$(x_1, y_1, z_1) - (x_2, y_2, z_2) = (x_1 - x_2, y_1 - y_2, z_1 - z_2)$$

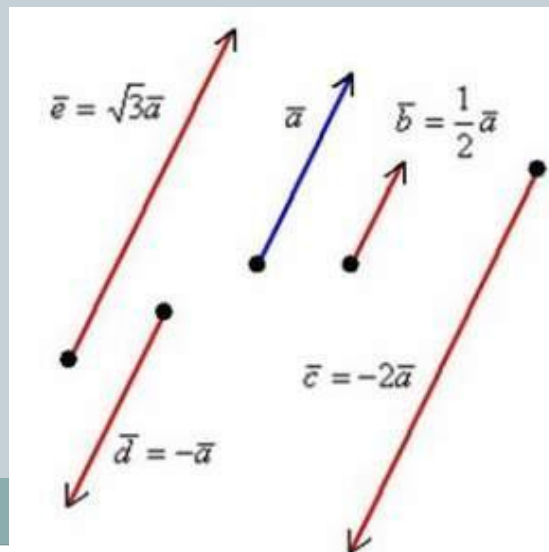
$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 - x_2 \\ y_1 - y_2 \\ z_1 - z_2 \end{pmatrix}$$

Правила



3°. Каждая координата произведения вектора на число равна произведению соответствующей координаты вектора на это число.

Другими словами, если $\vec{a} = \{x; y; z\}$ — данный вектор, α — данное число, то вектор $\alpha\vec{a}$ имеет координаты $\{\alpha x; \alpha y; \alpha z\}$.



Длина вектора определяется по формуле:

$$\begin{aligned} \left| \overrightarrow{AB} \right| &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} = \\ &= \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \end{aligned}$$