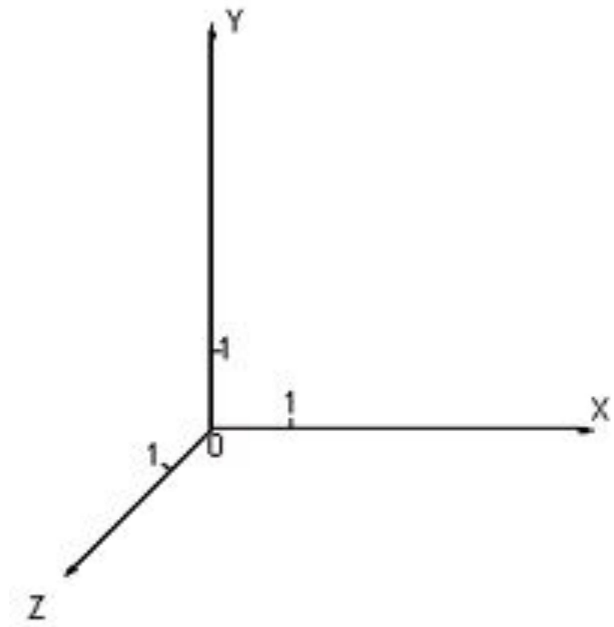
Прямоугольная система координат в пространстве. Координаты вектора

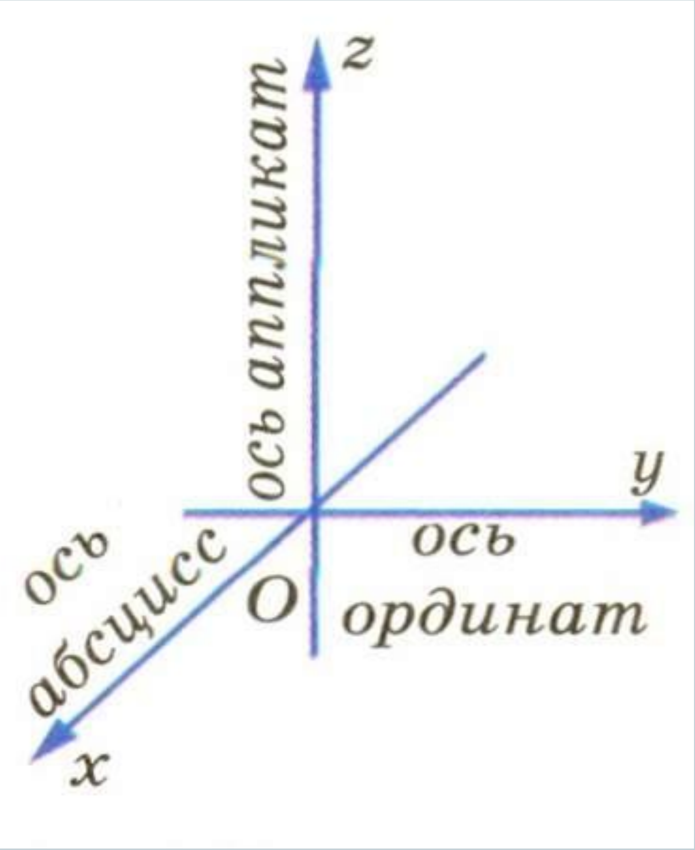
Прямоугольная система координат

Если через точку пространства проведены три попарно перпендикулярные прямые, на каждой из них выбрано направление и выбрана единица измерения отрезков, то говорят, что задана **прямоугольная система координат в пространстве**



Прямоугольная система координат

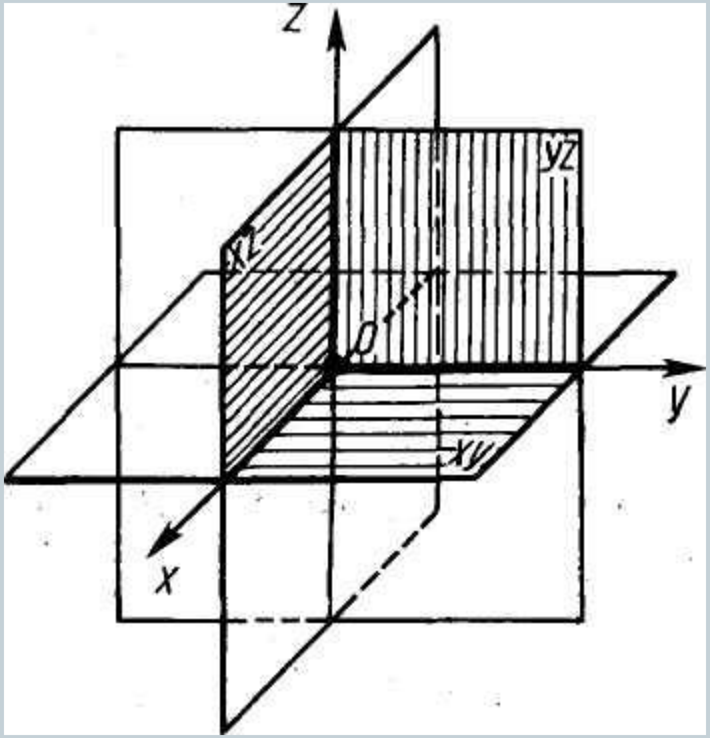
Прямые, с выбранными на них направлениями, называются **<u>осями координат</u>**, а их общая точка — **<u>началом координат</u>**. Она обозначается обычно буквой О. Оси координат обозначаются так: Ox, Oy, Oz — и имеют названия: ось абсцисс, ось ординат, ось аппликат.



Прямоугольная система координат

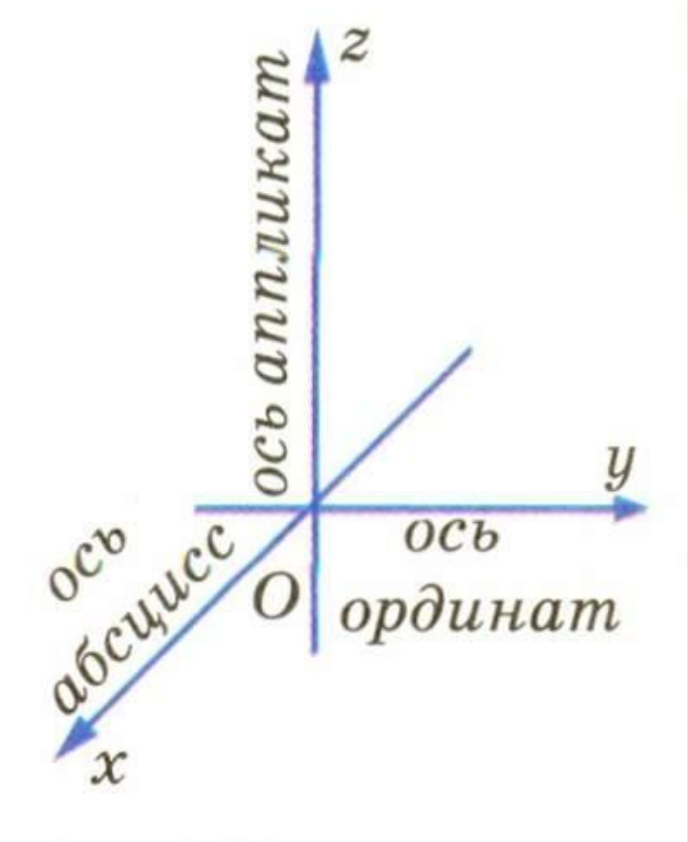
Вся система координат обозначается Oxyz.

Плоскости, проходящие соответственно через оси координат Ox и Oy, Oy и Oz, Oz и Ox, называются **координатными плоскостями** и обозначаются Oxy, Oyz, Ozx.



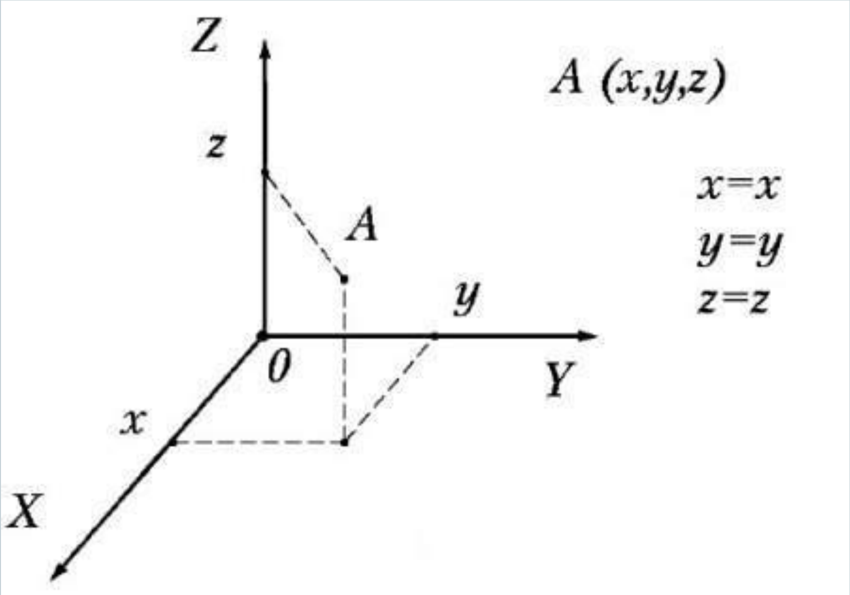
Прямоугольная система координат

Точка О разделяет каждую из осей координат на два луча. Луч, направление которого совпадает с направлением оси, называется **положительной полуосью**, а другой луч **отрицательной полуосью**.

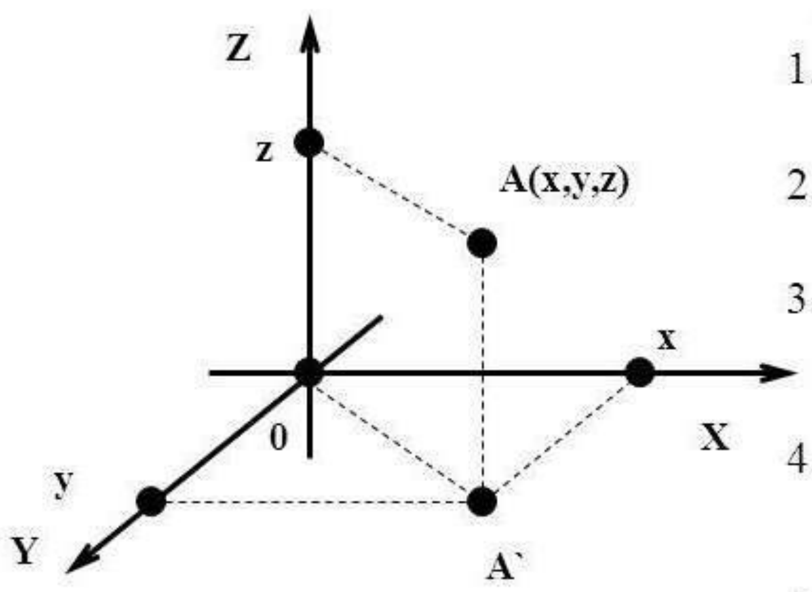


Прямоугольная система координат

В прямоугольной системе координат каждой точке М пространства сопоставляется тройка чисел, которые называются ее **координатами**.



Алгоритм определения координаты точки в пространстве

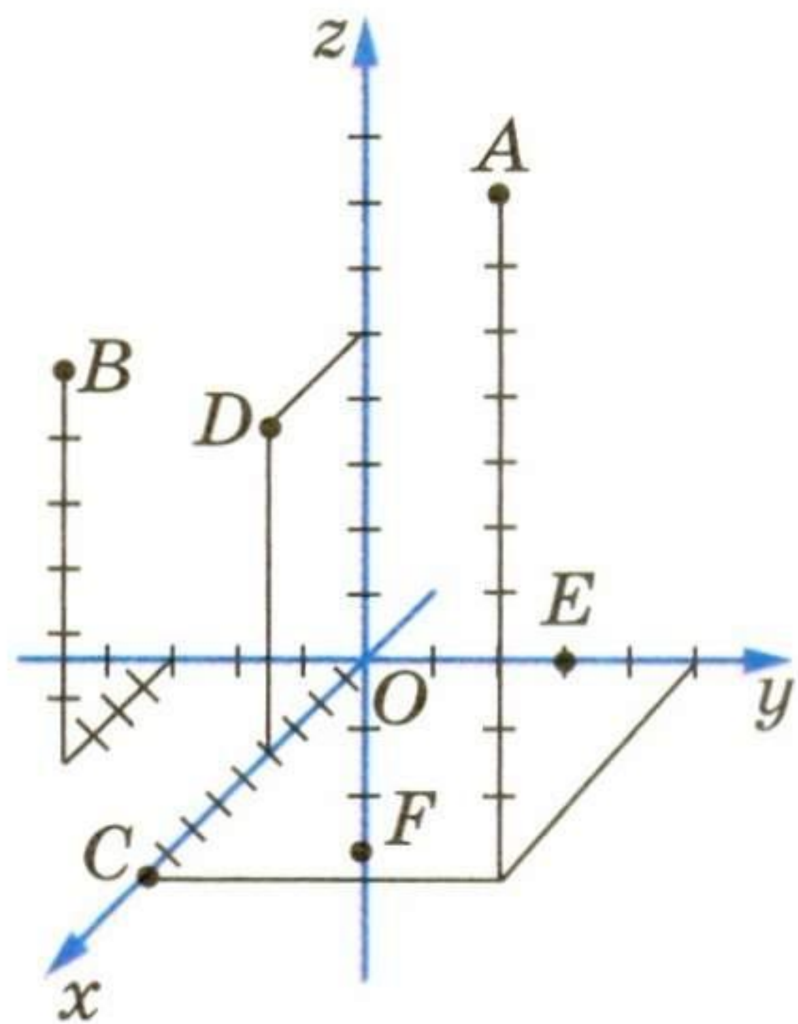


Даны координатные оси X,Y,Z.
В пространстве находится точка A(x,y,z)

1. Проведем прямую, параллельную оси 0Z через точку A
2. Получим точку A` проекцию точки A на плоскость OXY
3. Проведем через точку A` прямую параллельную оси OY получим координату этой точки (x)
4. Проведем через точку A` прямую параллельную оси OX получим координату этой точки (y)
5. Проведем диагональ OA` получившегося в плоскости OXY параллелограмма OxA`y
6. Проведем прямую параллельную диагонали OA` до пересечения с осью 0Z и точкой A получим координату этой точки (z)
7. Координата точки **A(x,y,z)**

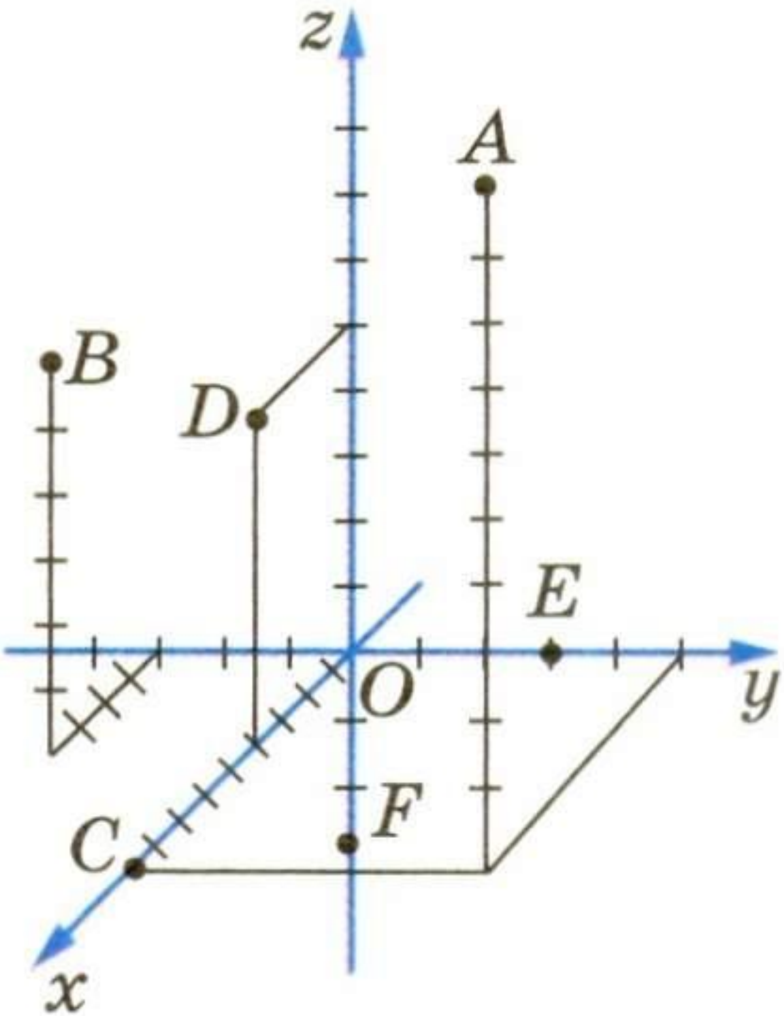
Пример

Определите координаты точек, изображенных на рисунке.

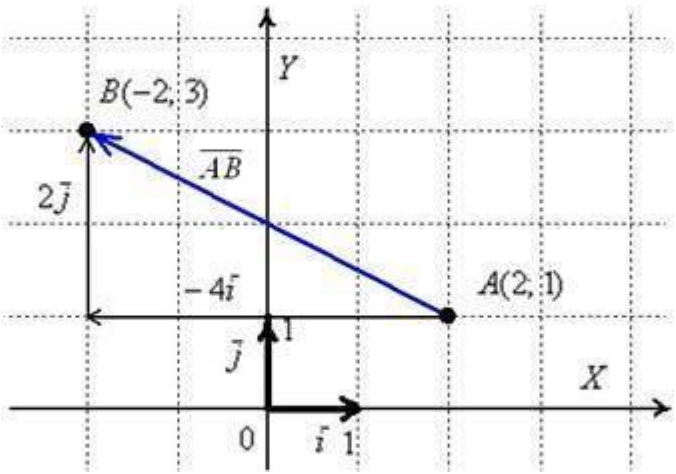


Пример

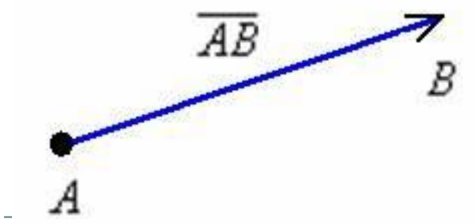
A (9; 5; 10),
B (4; —3; 6),
C (9; 0; 0),
D (4; 0; 5),
E (0; 3; 0),
F (0; 0; -3).



Координаты вектора



Что такое вектор?



Вектором называется направленный отрезок, для которого указано его начало и конец.

В данном случае началом отрезка является точка А, концом отрезка – точка В. Сам вектор обозначен через $\overline{AB}$. **Направление** имеет существенное значение, если переставить стрелку в другой конец отрезка, то получится вектор $\overline{BA}$, и это уже **совершенно другой вектор**.

Понятие вектора удобно отождествлять с движением физического тела: согласитесь, зайти в двери колледжа или выйти из дверей колледжа – это совершенно разные вещи.

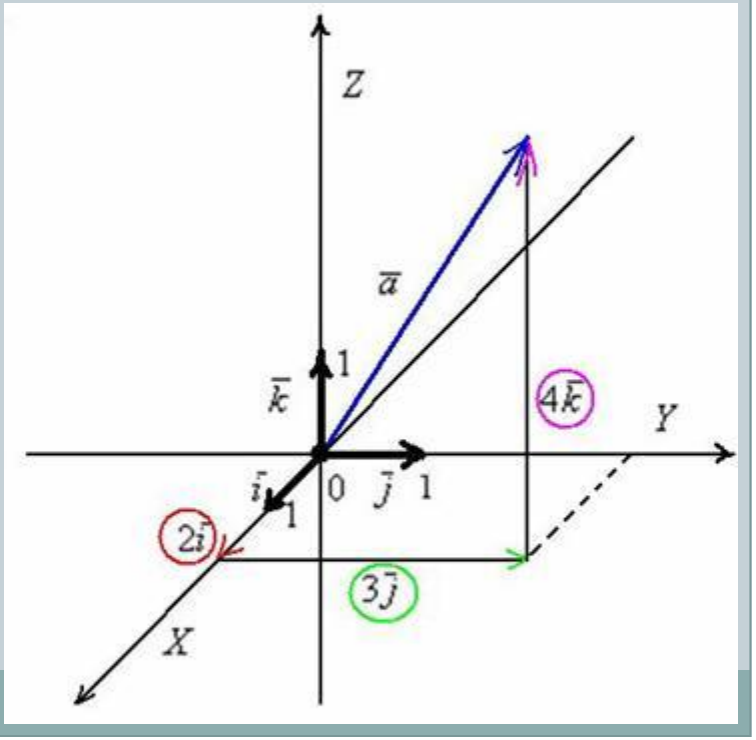
Отдельные точки плоскости, пространства удобно считать так называемым *нулевым вектором* . У такого вектора конец и начало совпадают.

Любой вектор $\vec{a}$ можно разложить по координатным векторам, т. е. представить в виде

$$\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k},$$

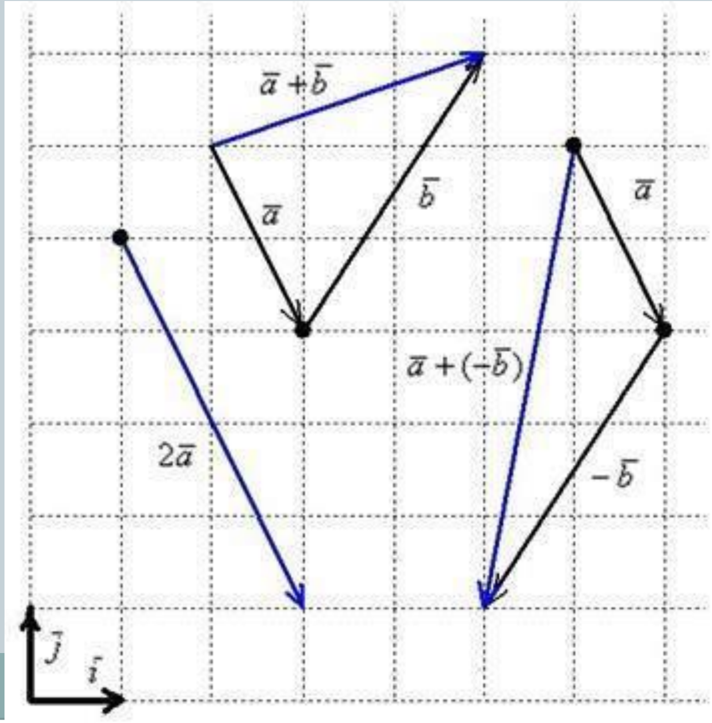
причем коэффициенты разложения *x*, *y*, *z* определяются единственным образом.

Коэффициенты x, y и z в разложении вектора $\vec{a}$ по координатным векторам называются координатами вектора $\vec{a}$ в данной системе координат.



Правила

1°. Каждая координата суммы двух или более векторов равна сумме соответствующих координат этих векторов. Другими словами, если a $\{x_1, y_1, z_1\}$ и b$\{x_2, y_2, z_2\}$ — данные векторы, то вектор a+b имеет координаты $\{x_1+x_2, y_1 + y_2, z_1 + z_2\}$.



Правила

2^{o}. Каждая координата разности двух векторов равна разности соответствующих координат этих векторов. Другими словами, если $r_1\ \{x_1, y_1, z_1\}$ и $r_2\{x_2\ y_2;\ z_2\}$ — данные векторы, то вектор a - b имеет координаты $\{x_1 - x_2, y_1 - y_2, z_1 - z_2\}$.

$$\bar{r}_1 - \bar{r}_2 = (x_1 - x_2, y_1 - y_2, z_1 - z_2)$$

$$(x_1, y_1, z_1) - (x_2, y_2, z_2) = (x_1 - x_2, y_1 - y_2, z_1 - z_2)$$

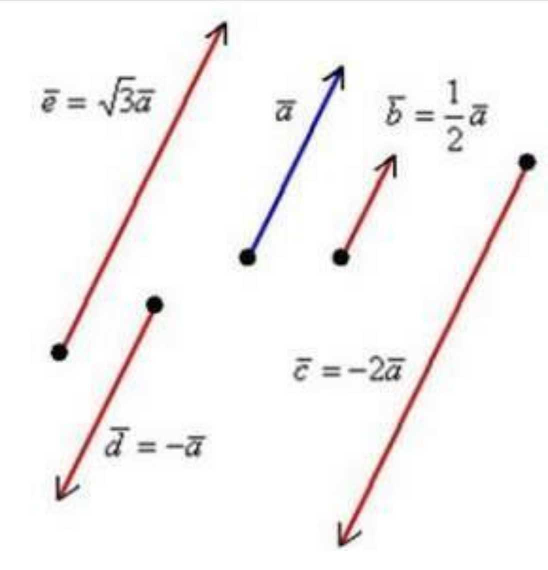
$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 - x_2 \\ y_1 - y_2 \\ z_1 - z_2 \end{pmatrix}$$

Правила

3°. Каждая координата произведения вектора на число равна произведению соответствующей координаты вектора на это число.

Другими словами, если

a {x; y; x} — данный вектор, α — данное число, то вектор αa имеет координаты {αx; αy; αz).



Длина вектора определяется по формуле:

$$\left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} =$$

$$= \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$