

Разбор задач ЕГЭ

Выигрышная стратегия.

СЗ

Задача 1.

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один камень или увеличить количество камней в куче в два раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 22. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 22 или больше камней.

В начальный момент в куче было S камней, $1 < S < 21$. Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Задача 1.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

1. а) Укажите все такие значения числа S , при которых Петя может выиграть в один ход. Обоснуйте, что найдены все нужные значения S , и укажите выигрывающий ход для каждого указанного значения S .

б) Укажите такое значение S , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

2. Укажите два таких значения S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причем

- Петя не может выиграть за один ход, и
- Петя может выиграть своим вторым ходом, независимо от того, как будет ходить Ваня. Для каждого указанного значения S опишите выигрышную стратегию Пети.

3. Укажите значение S , при котором:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно

Задача 1.

Чтобы ответить на данные вопросы, нам надо будет рассмотреть возможные варианты для переменной S .

Для экономии времени, мы не станем рассматривать более 2 ходов для каждого из игроков.

Для удобства представления информации, представим всю информацию в виде таблицы:

Задача 1.

<u>№ задания</u>	<u>S</u>	<u>Петя</u>	<u>Ваня</u>	<u>Петя</u>	<u>Ваня</u>
<u>1.a</u>	<u>$11 \leq S < 21$</u>	<u>$S * 2 = 22$</u>			
	<u>$S = 21$</u>	<u>$S + 1 = 22$</u>			
<u>1.б</u>	<u>$S = 10$</u>	<u>$S * 2 = 20$</u>	<u>$20 * 2 > 22$</u>		
		<u>$S + 1 = 11$</u>	<u>$11 * 2 = 22$</u>		
<u>2</u>	<u>$S = 9$</u>	<u>$S + 1 = 10$</u>	<u>$10 * 2 = 20$</u>	<u>$20 * 2 > 22$</u>	
			<u>$10 + 1 = 11$</u>	<u>$11 * 2 = 22$</u>	
	<u>$S = 5$</u>	<u>$S * 2 = 10$</u>	<u>$10 * 2 = 20$</u>	<u>$20 * 2 > 22$</u>	
			<u>$10 + 1 = 11$</u>	<u>$11 * 2 = 22$</u>	
<u>3.a</u>	<u>$S = 8$</u>	<u>$S * 2 = 16$</u>	<u>$16 * 2 > 22$</u>		
		<u>$S + 1 = 9$</u>	<u>$9 + 1 = 10$</u>	<u>$10 * 2 = 20$</u>	<u>$20 * 2 > 22$</u>
				<u>$10 + 1 = 11$</u>	<u>$11 * 2 = 22$</u>
<u>3.б</u>	<u>$S = 7$</u>	<u>$S * 2 = 14$</u>	<u>$14 * 2 > 22$</u>		
		<u>$S + 1 = 8$</u>	<u>$8 + 1 = 9$</u>	<u>$9 * 2 = 18$</u>	<u>$18 * 2 > 22$</u>
				<u>$9 + 1 = 10$</u>	<u>Выигрывает Петя!</u>

Вопросы.

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед ними лежат две кучки камней, в первой из которых 4, а во второй - 3 камня. У каждого игрока неограниченно много камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. Ход состоит в том, что игрок или утраивает число камней в какой-то куче, или добавляет 1 камень в какую-то кучу. Игра завершается в тот момент, когда общее количество камней в двух кучах становится не менее 20. Если в момент завершения игры общее число камней в двух кучах не менее 35, то выиграл Ваня, в противном случае - Петя.

Кто выигрывает при безошибочной игре обоих игроков?

Укажите, стратегию выигрывающего игрока - какой ход он должен сделать в каждой из позиций, которые могут ему встретиться при правильной игре. Докажите, что описанная стратегия - выигрышная.

Вопросы.

1 ход	2 ход	3 ход	
Петя (выигрышный ход)	Ваня (все варианты)	Петя (выигрышный ход)	
4,9	12,9	Петя выиграл	
	4,27	Петя выиграл	
	5,9	15,9	Петя выиграл
		5,27	
	4,1	12,1	Петя выиграл
		4,3	