

# Разбор задач ЕГЭ

Выигрышная стратегия.

СЗ

# Задача 1.

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один камень или увеличить количество камней в куче в два раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 22. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 22 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 < S < 21$ . Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

# Задача 1.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

1. а) Укажите все такие значения числа  $S$ , при которых Петя может выиграть в один ход. Обоснуйте, что найдены все нужные значения  $S$ , и укажите выигрывающий ход для каждого указанного значения  $S$ .

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

2. Укажите два таких значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причем

- Петя не может выиграть за один ход, и
- Петя может выиграть своим вторым ходом, независимо от того, как будет ходить Ваня. Для каждого указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

3. Укажите значение  $S$ , при котором:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно

# Задача 1.

Чтобы ответить на данные вопросы, нам надо будет рассмотреть возможные варианты для переменной  $S$ .

Для экономии времени, мы не станем рассматривать более 2 ходов для каждого из игроков.

Для удобства представления информации, представим всю информацию в виде таблицы:

# Задача 1.

<u>№ задания</u>	<u>S</u>	<u>Петя</u>	<u>Ваня</u>	<u>Петя</u>	<u>Ваня</u>
<u>1.a</u>	<u><math>11 \leq S &lt; 21</math></u>	<u><math>S * 2 = 22</math></u>			
	<u><math>S = 21</math></u>	<u><math>S + 1 = 22</math></u>			
<u>1.б</u>	<u><math>S = 10</math></u>	<u><math>S * 2 = 20</math></u>	<u><math>20 * 2 &gt; 22</math></u>		
		<u><math>S + 1 = 11</math></u>	<u><math>11 * 2 = 22</math></u>		
<u>2</u>	<u><math>S = 9</math></u>	<u><math>S + 1 = 10</math></u>	<u><math>10 * 2 = 20</math></u>	<u><math>20 * 2 &gt; 22</math></u>	
			<u><math>10 + 1 = 11</math></u>	<u><math>11 * 2 = 22</math></u>	
	<u><math>S = 5</math></u>	<u><math>S * 2 = 10</math></u>	<u><math>10 * 2 = 20</math></u>	<u><math>20 * 2 &gt; 22</math></u>	
			<u><math>10 + 1 = 11</math></u>	<u><math>11 * 2 = 22</math></u>	
<u>3.a</u>	<u><math>S = 8</math></u>	<u><math>S * 2 = 16</math></u>	<u><math>16 * 2 &gt; 22</math></u>		
		<u><math>S + 1 = 9</math></u>	<u><math>9 + 1 = 10</math></u>	<u><math>10 * 2 = 20</math></u>	<u><math>20 * 2 &gt; 22</math></u>
				<u><math>10 + 1 = 11</math></u>	<u><math>11 * 2 = 22</math></u>
<u>3.б</u>	<u><math>S = 7</math></u>	<u><math>S * 2 = 14</math></u>	<u><math>14 * 2 &gt; 22</math></u>		
		<u><math>S + 1 = 8</math></u>	<u><math>8 + 1 = 9</math></u>	<u><math>9 * 2 = 18</math></u>	<u><math>18 * 2 &gt; 22</math></u>
				<u><math>9 + 1 = 10</math></u>	<u>Выигрывает Петя!</u>

# Вопросы.

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед ними лежат две кучки камней, в первой из которых 4, а во второй - 3 камня. У каждого игрока неограниченно много камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. Ход состоит в том, что игрок или утраивает число камней в какой-то куче, или добавляет 1 камень в какую-то кучу. Игра завершается в тот момент, когда общее количество камней в двух кучах становится не менее 20. Если в момент завершения игры общее число камней в двух кучах не менее 35, то выиграл Ваня, в противном случае - Петя.

Кто выигрывает при безошибочной игре обоих игроков?

Укажите, стратегию выигрывающего игрока - какой ход он должен сделать в каждой из позиций, которые могут ему встретиться при правильной игре. Докажите, что описанная стратегия - выигрышная.



# Вопросы.

1 ход	2 ход	3 ход	
Петя (выигрышный ход)	Ваня (все варианты)	Петя (выигрышный ход)	
4,9	12,9	Петя выиграл	
	4,27	Петя выиграл	
	5,9	15,9	Петя выиграл
		5,27	
	4,1	12,1	Петя выиграл
		4,3	