

Лекция 5.

Неинерциальные системы отсчета.
Преобразования Галилея. Преобразования
Лоренца.

Неинерциальная система отсчета

Неинерциальной называется такая система отсчета, которая движется ускоренно относительно инерциальной системы.

Законы Ньютона выполняются только в инерциальных системах отсчета.

Классическая механика постулирует два принципа:

1. **Время абсолютно**, то есть промежутки времени между двумя любыми событиями одинаковы во всех произвольно движущихся системах отсчета.
2. **Пространство абсолютно**, то есть расстояние между любыми двумя материальными точками одинаково во всех произвольно движущихся системах отсчета.

Эти принципы позволяют записать уравнение движения материальной точки в любой неинерциальной системе отсчета.

Силы инерции

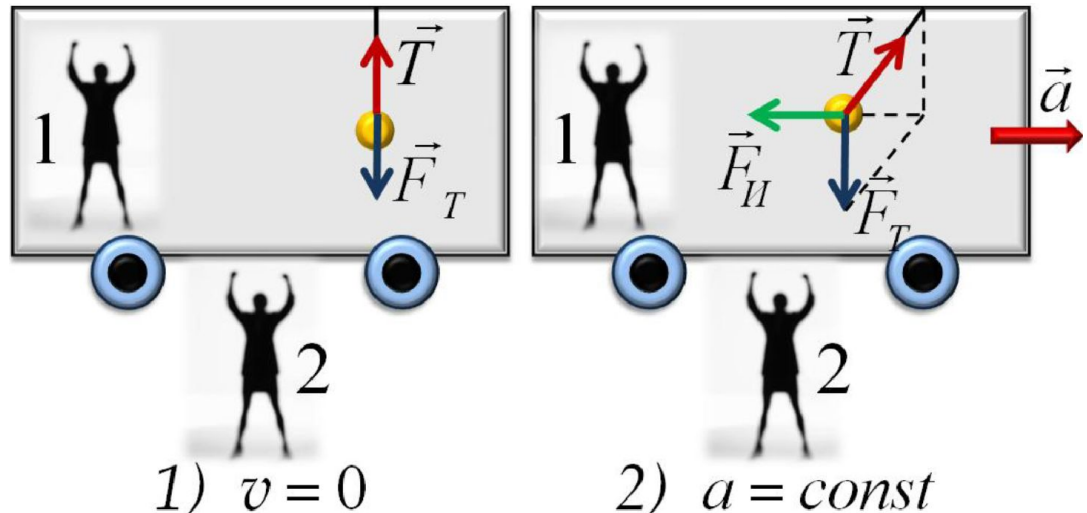
Если система отсчета движется с ускорением, то есть является неинерциальной, то законы Ньютона в ней применять нельзя.

Однако при ускоренном движении системы отсчета достаточно ввести понятие **силы инерции**. Тогда законы Ньютона будут выполняться и в неинерциальных системах.

Пример 1: движение автомобиля с ускорением a

$$\vec{F}_u = -m\vec{a}$$

Пример 2: груз в вагоне



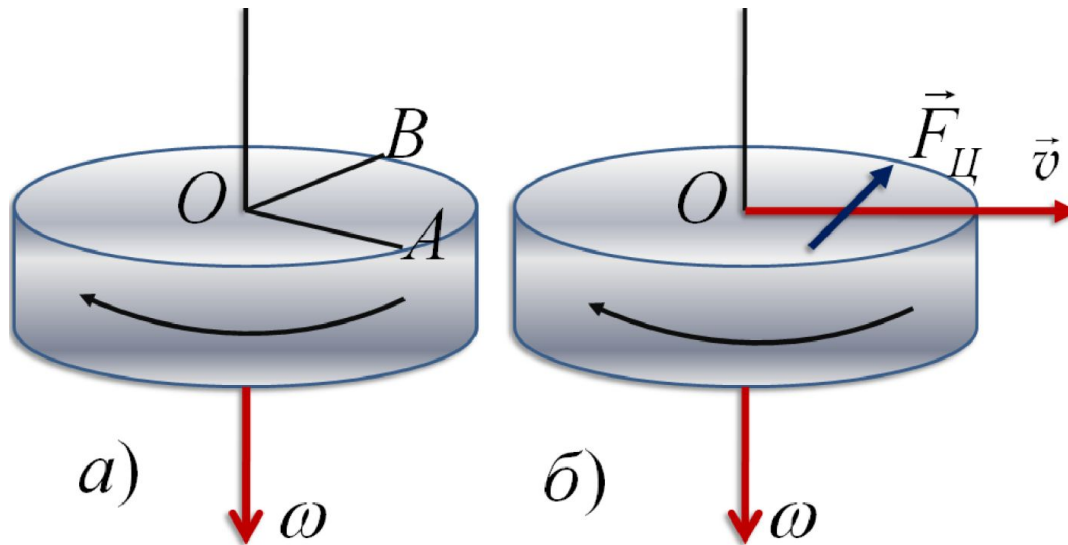
Сила инерции является не результатом взаимодействия тел, а результатом перехода в неинерциальную систему отсчета

Центробежная сила

Сила инерции, действующая во вращающейся системе отсчета, называется **центробежной**. Эта сила действует в направлении, противоположном нормальному ускорению, то есть в направлении от центра вращения.

$$F_{\text{Ц}} = ma = m\omega^2 R$$

Рассмотрим силы инерции, действующие на тело, движущееся во вращающейся системе отсчета.



Скорость шарика относительно диска при вращении меняет направление - имеется сила инерции, перпендикулярная скорости (**кориолисова сила**).

Пусть

\vec{v}' - скорость тела во вращающейся системе отсчета,

\vec{v} - скорость тела в неподвижной системе отсчета,

ω - угловая скорость вращения системы.

Тогда сила, действующая на тело в неподвижной системе:

$$\begin{aligned}\vec{F}_{\text{инерции}} &= m a_n = m \cdot \frac{v^2}{R} = m \cdot \frac{v' + \omega R}{R}^2 = \\ &= m \cdot \frac{v'^2 + 2v'\omega R + \omega^2 R^2}{R} = m \cdot \frac{v'^2}{R} + 2m \cdot v' \cdot \omega + m \cdot \omega^2 R\end{aligned}$$

$$F = m \cdot \frac{v'^2}{R}$$

сила во
вращающейся
системе

$$F_{\text{к}} = 2m \cdot v' \cdot \omega$$

сила Кориолиса

$$F_{\text{ц}} = m \cdot \omega^2 R$$

центробежная
сила

Резюме:

Силы инерции вызываются не взаимодействием тел, а ускоренным движением системы отсчета. В инерциальных системах отсчета силы инерции отсутствуют.

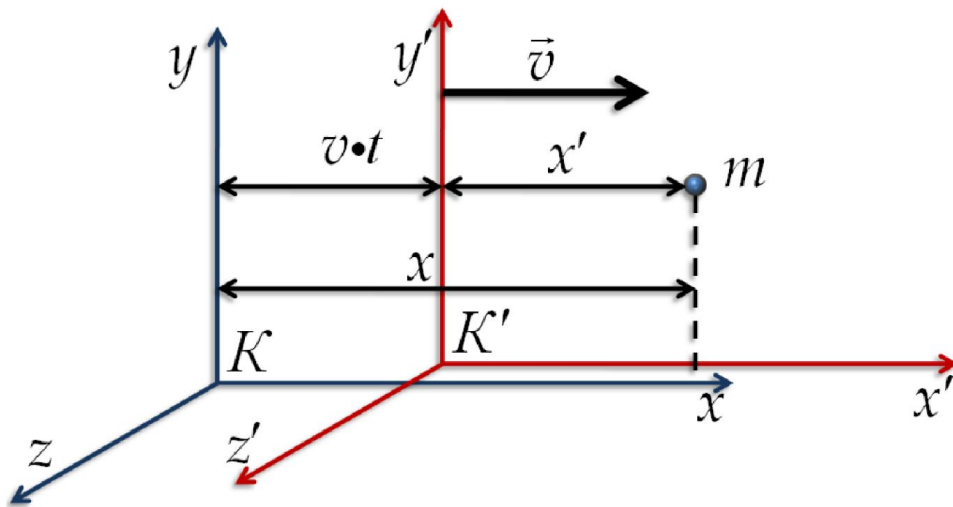
Свойства сил инерции:

1. Силы инерции неинвариантны относительно перехода от одной ускоренной системы отсчета к другой.
2. Силы инерции не подчиняются третьему закону Ньютона (равенству действия и противодействия).
3. Силы инерции всегда являются внешними по отношению к любой точке, находящейся в неинерциальной системе отсчета, следовательно, здесь нет замкнутых систем, и не выполняются законы сохранения.
4. Силы инерции пропорциональны массе материальной точки.

Движение точки под действием сил инерции аналогично движению во внешних силовых полях, в том числе *в гравитационном поле*.

Преобразования Галилея

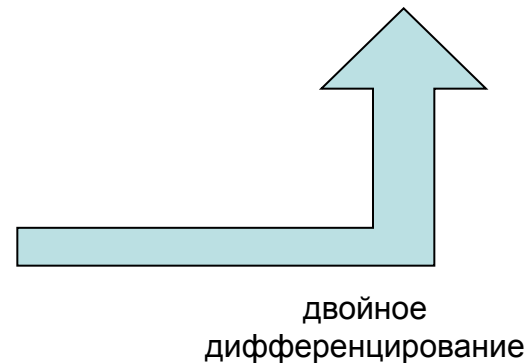
Преобразование Галилея - уравнения, связывающие координаты и время некоторого события в двух инерциальных системах отсчета.



Принцип относительности Галилея: никакими механическими опытами нельзя установить, покоится ли данная система отсчета или движется равномерно и прямолинейно.

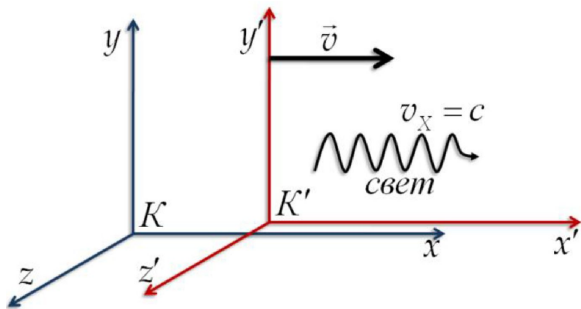
$$\begin{aligned} x &= x' + vt \\ y &= y' & z &= z' & t &= t' \end{aligned}$$

формулы преобразования Галилея



Следствия преобразования Галилея

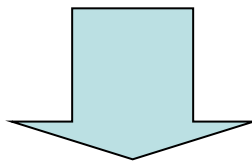
- 1) Ход времени одинаков в обеих системах отсчета (абсолютный характер времени).
- 2) Равенство масс в обеих системах отсчета (абсолютный характер массы).
- 3) Равенство ускорений масс в обеих системах отсчета (абсолютный характер ускорения).
- 4) Равенство сил взаимодействия материальных точек в инерциальных системах отсчета (инвариантность сил относительно преобразований Галилея).



Неудовлетворительность механики Ньютона при больших скоростях: Скорость света оказалась одинаковой в разных системах отсчета! (опыты Майкельсона)

Постулаты специальной теории относительности (СТО)

- 1) Принцип относительности.
- 2) Принцип постоянства скорости света.



Преобразования Лоренца

В отличие от преобразований Галилея преобразования Лоренца не противоречат постулатам СТО, а именно, гарантируют постоянство скорости света во всех инерциальных системах.

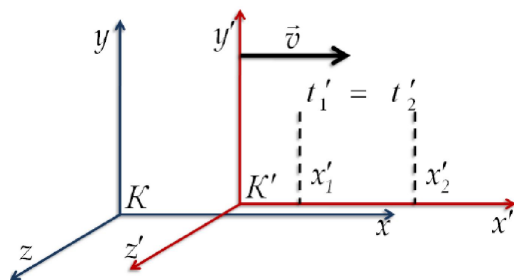
$$\begin{aligned}x &= \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \beta^2}} \\y &= y' \\z &= z' \\t &= \frac{t' + \frac{v}{c^2} x'}{\sqrt{1 - \beta^2}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x' &= \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}} \\y' &= y \\z' &= z \\t' &= \frac{t - \frac{v}{c^2} x}{\sqrt{1 - \beta^2}}\end{aligned}$$

$$\beta = \frac{v}{c}$$

Следствия из преобразований Лоренца

1. Относительность одновременности



$$t_1 = \gamma \left(t'_1 + \frac{v}{c^2} x'_1 \right) \quad t_2 = \gamma \left(t'_2 + \frac{v}{c^2} x'_2 \right)$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

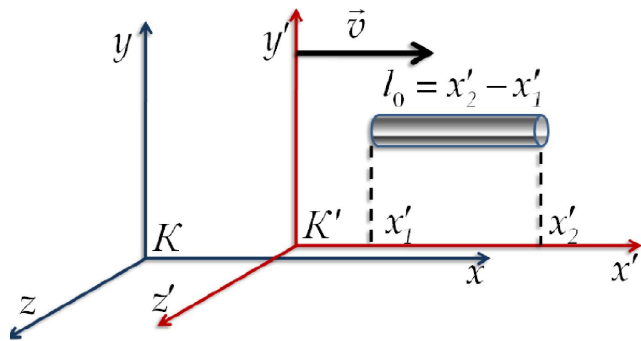
Одновременные события в одной системе отсчета, не являются одновременными в другой.

2. Относительность промежутков времени

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{t'_2 - t'_1}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \gamma \Delta t'$$

Движущиеся часы идут медленнее неподвижных.

3. Относительность длин и расстояний



$$x'_1 = \frac{x_1 - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad x'_2 = \frac{x_2 - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{l_0}{\gamma}$$

Размеры движущегося тела меньше размеров неподвижного.

4. Преобразование скоростей

$$v_x = \frac{v'_x + u}{1 + \frac{uv'_x}{c^2}} \quad v_y = \frac{v'_y \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}{1 + \frac{uv'_x}{c^2}} \quad v_z = \frac{v'_z \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}{1 + \frac{uv'_x}{c^2}}$$

Релятивистский закон сложения скоростей: сумма двух скоростей, меньших или равных скорости света, не превышает скорость света.

Релятивистская динамика

1) Релятивистский импульс.

$$\vec{p} = \frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma m_0 \vec{v}$$

2) Уравнение движения (второй закон Ньютона)

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} \quad \longrightarrow \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right) = F$$

3) Релятивистские выражения для энергии

полная энергия $E = mc^2$

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma m_0 c^2$$

кинетическая энергия $E_k = mc^2 - m_0 c^2$

энергия покоя $E_0 = m_0 c^2$

4) Релятивистский инвариант

$$E = mc^2 \quad \vec{p} = m\vec{v} \quad p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow p^2 = \frac{m_0^2 v^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$
$$p^2 = \frac{p^2 E^2}{(p^2 + m_0^2 c^2) c^2} \Rightarrow E = c \sqrt{p^2 + m_0^2 c^2}$$

Таким образом, **энергия и импульс в релятивистской механике не сохраняются**, однако сохраняет свое значение релятивистский инвариант

$$\frac{E^2}{c^2} - p^2 = m_0^2 c^2 = \text{inv}$$