

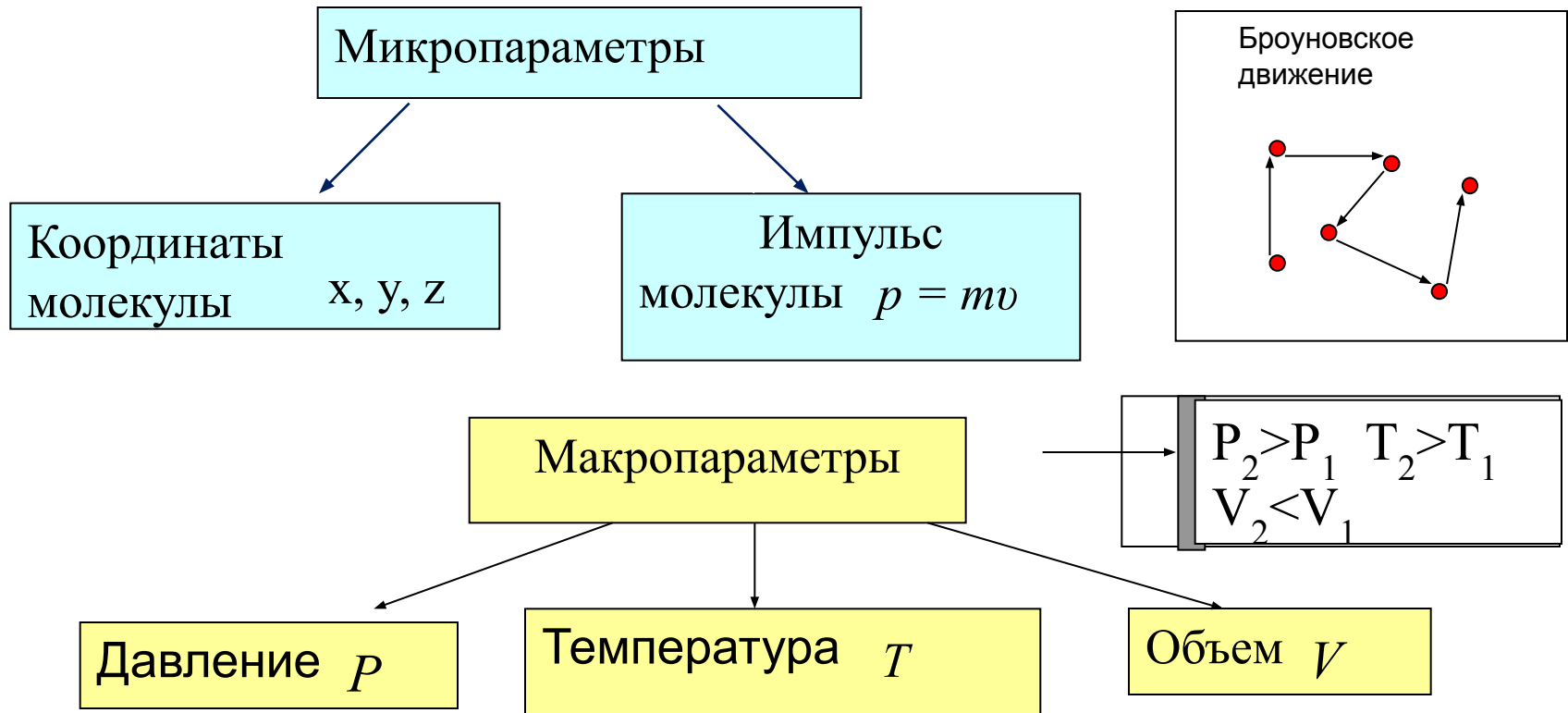
Уравнение состояния.

Чужков Юрий Петрович
Доцент кафедры Физики, к.ф-м.н

План занятия.

1. Микропараметры и макропараметры.
2. Уравнение состояния идеального газа.
3. Давление газа на стенки сосуда.
4. Степени свободы сложной системы.
5. Закон равномерного распределения энергии.
6. Примеры и задачи.

Основы молекулярно – кинетической теории



Задача статистической механики – выразить свойства системы в целом через характеристики отдельных молекул, т.е. перекинуть мост между макро – и микроскопическими описаниями системы.

Уравнение состояния идеального газа

Идеальный газ – газ, взаимодействием молекул которого можно пренебречь.

Соотношение, определяющее связь между параметрами состояния какого-либо тела, называется **уравнением состояния**

$$F(p, V, T) = 0$$

$F(p, V, T)$ - некоторая функция параметров тела

T – Термодинамическая температура. Единица измерения - Кельвин (К)

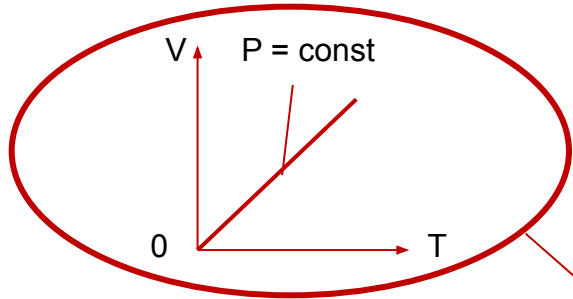
Термодинамическая температура T связана с температурой t по шкале Цельсия соотношением: $T = t + 273.15$

Температура, равная 0К, называется *абсолютным нулем* температуры

Газовые законы

Закон Гей – Люссака

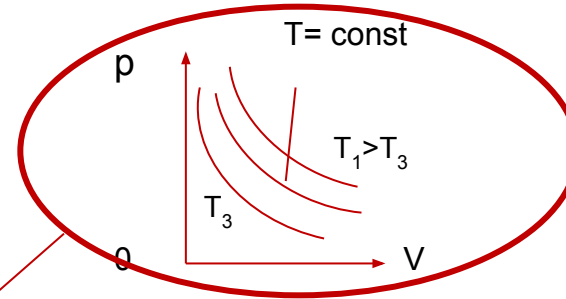
Объем некоторой массы газа при постоянном давлении пропорционален его абсолютной температуре



Закон Бойля – Мариотта

$$pV = \text{const}$$

При изотермическом процессе произведение объема данной массы на его давление постоянно.



$$\frac{pV}{T} = \text{const}$$

Уравнение Клапейрона

Физические основы МКТ

Уравнение состояния идеального газа

Моли всех газов при одинаковых условиях (при одинаковых температуре и давлении) занимают одинаковый объем

При нормальных условиях ($T = 273 \text{ К}$ и $p = 10^5 \text{ Па}$) объем моля любого газа равен $22,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{моль}$



Когда количество газа равно одному молю, величина константы R в уравнении Клапейрона одинакова для всех газов $pV/T = R$
 $R = 8.31 \text{ Дж/моль} \cdot \text{К}$ – универсальная газовая постоянная

$$pV_v = RT$$

Уравнение состояния идеального газа для 1 моля.

Уравнение состояния идеального газа.

$$pV = \frac{m}{\mu} RT$$

Уравнение Менделеева -Клапейрона

Умножим и разделим правую часть на число Авогадро N_A

$$N = \frac{m}{\mu} N_A$$

- Число молекул в газе массой m

$$pV = \frac{m}{\mu} \frac{N_A}{N_A} RT = \frac{m}{\mu} N_A \frac{R}{N_A} T = N \frac{R}{N_A} T$$

$$pV = N \frac{R}{N_A} T$$

$$k = \frac{R}{N_A} = \frac{8,31}{6,02 * 10^{23}} = 1,38 * 10^{-23} \text{ Дж/К}$$

-постоянная Больцмана

Уравнение состояния идеального газа.

$$pV = NkT \implies n = \frac{N}{V}$$

- Концентрация молекул

$$p = nkT$$

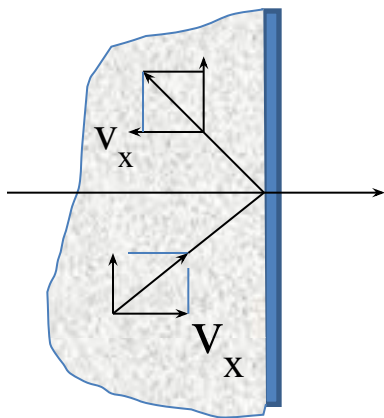
$$pV = \nu RT$$

$$pV = \frac{m}{\mu} RT$$

Уравнение состояния идеального газа
(уравнение Менделеева – Клапейрона)

Давление газа на стенки сосуда

Основным уравнением кинетической теории газов принято называть уравнение, устанавливающее связь между давлением газа, его объемом и энергией.



1. Давление газа на стенку не зависит от формы сосуда
2. Отражение молекул происходит по зеркальному закону;
3. Если газ находится в равновесии, все направления движения молекул равновероятны

$$p = \frac{\Delta F_n}{\Delta S}$$

Давление, оказываемое молекулами на стенку численно равно среднему значению силы, действующей на единицу площади стенки нормально к ее поверхности и возникает вследствие ударов о нее молекул.

Давление газа на стенки сосуда

$$\Delta F_n = \frac{d(mv)}{dt}$$

Согласно второму закону Ньютона

По третьему закону Ньютона молекула сообщает стенке при ударе импульс $2mv_x$

$$\Delta p_x = 2nmv_x^2 \Delta S$$

Полное изменение импульса всех молекул, обладающих скоростью v_x соударяющихся за 1 секунду с элемента поверхности ΔS

$$p = \frac{\Delta F_n}{\Delta S} \longrightarrow p = \sum_v 2n_v m v_x^2$$

Со стенкой соударяются только молекулы, движущиеся слева направо, т.е. 1/2

Давление газа на стенку сосуда

$$p = nm \langle v_x^2 \rangle$$

Тепловое движение молекул происходит совершенно беспорядочно, имеет место равновероятное распределение по направлениям, поэтому

$$\langle v_x^2 \rangle = \frac{1}{3} \langle v^2 \rangle$$

Окончательное выражение для давления газа на стенку сосуда:

$$p = \frac{1}{3} nm \langle v^2 \rangle$$

$$p = \frac{2}{3} n \langle E_{\text{пост}} \rangle$$

Основное уравнение молекулярно – кинетической теории газа

Давление равно двум третям энергии поступательного движения молекул, содержащихся в единице объема.

Средняя энергия молекул.

$$p = \frac{2}{3} n \langle E_{\text{пост}} \rangle$$

Основное уравнение МКТ

$$p = nkT$$

Уравнение состояния идеального газа

$$\langle E_{\text{пост}} \rangle = \frac{3}{2} kT$$

Абсолютная температура есть величина прямо пропорциональная средней энергии поступательного движения молекул

Степени свободы сложной системы.

$$\langle E_{\text{пост}} \rangle = \frac{3}{2} kT$$

Средняя энергия зависит только от температуры и не зависит от массы молекулы

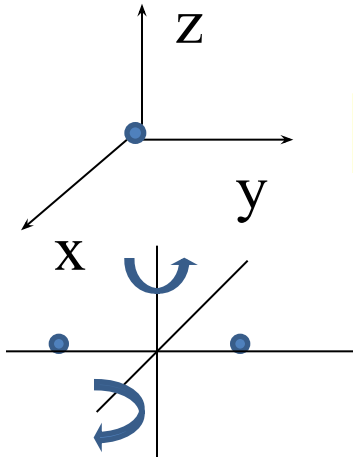
Эта формула определяет энергию *только поступательного движения* молекулы

Наряду с поступательным движением возможны также вращение молекулы и колебания атомов, входящих в состав молекул.

Статистическая физика устанавливает закон о равномерном распределении энергии по степеням свободы молекулы.

Числом степеней свободы механической системы называется количество независимых величин, с помощью которых может быть задано положение системы. Обозначается i .

Число степеней свободы в молекулярной физике.



Одноатомная молекула. $i = 3$

Ne, He, Ar

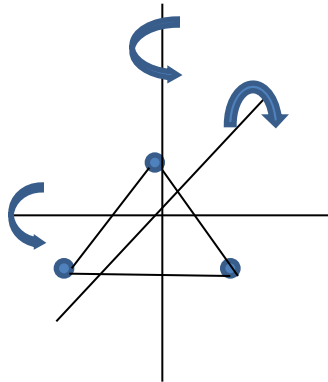
Три - поступательные

Двухатомная молекула $i = 5$

H₂, O₂, N₂

С жесткой связью

Три - поступательные
Две - вращательные



С упругой связью $i = 7$ $5 + (2 \text{ колебательных})$

$(E_{\text{кинет}} + E_{\text{потенц}})$

Трех атомные и более $i = 6$

CO₂, H₂O, CH₄

Три - поступательные
три - вращательные

Закон распределения энергии

На каждую степень свободы (поступательную, вращательную и колебательную) в среднем приходится одинаковая кинетическая энергия, равная $\frac{1}{2} kT$

$$\langle E \rangle = \frac{i}{2} kT$$

i - сумма числа поступательных, числа вращательных и удвоенного числа колебательных степеней свободы молекулы

$$i = n_{\text{пост}} + n_{\text{вращ}} + 2n_{\text{колеб}}$$

Примеры и задачи

Задача 1

Сколько атомов водорода содержится в 50 г водяного пара?

Решение

Число Авогадро N_A - число молекул в одном моле

$$\nu = \frac{m}{\mu} \text{ - Моль - количество газа} \quad N = \frac{m}{\mu} \cdot N_A \quad \mu(H_2O) = \mu(H_2) + \mu(O)$$

$$\mu(H_2O) = (2 + 16)10^{-3} \text{ кг / моль} \quad N = \frac{50 \cdot 10^{-3}}{18 \cdot 10^{-3}} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 16,7 \cdot 10^{23}$$

Задача 2

Найти массу одной молекулы аммиака NH_3

Решение $N = \frac{m}{\mu} \cdot N_A$ N - число молекул. Для одной молекулы $m = \frac{\mu}{N_A}$

Молярная масса аммиака $\mu(NH_3) = (14 + 3)10^{-3} \text{ кг / моль}$

$$m = \frac{17 \cdot 10^{-3}}{6,02 \cdot 10^{23}} = 2,82 \cdot 10^{-26} \text{ кг}$$

Примеры и задачи

Задача 3

Определить число n молекул воздуха в единице объема при температуре 0°C и давлении $1,013 \cdot 10^5$ Па.

Решение Уравнение состояния идеального газа $p = nkT$

$$n = \frac{p}{kT} \quad n = \frac{1.013 \cdot 10^5}{1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 273} = 2,7 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$$

Задача 4

Найти плотность ρ воздуха при температуре 0°C и давлении $1,0 \cdot 10^5$ Па . Молярная масса воздуха $\mu = 29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

Решение Уравнение состояния идеального газа

$$pV = \frac{m}{\mu} RT \quad \rho = \frac{m}{V} = \frac{p\mu}{RT}$$

$$\rho = \frac{1.0 \cdot 10^5 \cdot 29 \cdot 10^{-3}}{8.31 \cdot 273} = 1,29 \text{ кг/м}^3 = 1,29 \text{ г/л}$$

Примеры и задачи

Задача 5

Какое давление на стенки сосуда производят 0,02 кг кислорода, занимающего объем 0,2 м³ при температуре 40⁰С?

Решение

Уравнение состояния идеального газа

$$pV = \frac{m}{\mu} RT \longrightarrow p = \frac{m}{\mu} \frac{RT}{V} \quad t = 40 + 273 = 313 \text{ K}$$

$$p = \frac{0,02 \cdot 8,31 \cdot 313}{32 \cdot 10^{-3} \cdot 0,2} = 0,8 \cdot 10^4 \text{ Па}$$

Молярная масса O₂ $\mu = 32 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$

Задача 6

В закрытом сосуде емкостью 2 м³ находится 1,4 кг азота (N₂) и 2 кг кислорода (O₂). Найти давление газовой смеси в сосуде, если температура смеси t = 27⁰ С.

Решение

По закону Дальтона давление смеси газов равно сумме парциальных давлений

$$p = p(N_2) + p(O_2)$$

$$p = \frac{m}{\mu} \frac{RT}{V} \longrightarrow p = \frac{RT}{V} \left(\frac{m_{(N_2)}}{\mu_{(N_2)}} + \frac{m_{(O_2)}}{\mu_{(O_2)}} \right) \quad p = \frac{8,31 \cdot 300}{2 \cdot 10^{-3}} \left(\frac{1,4}{28} + \frac{2}{32} \right) = 1,4 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

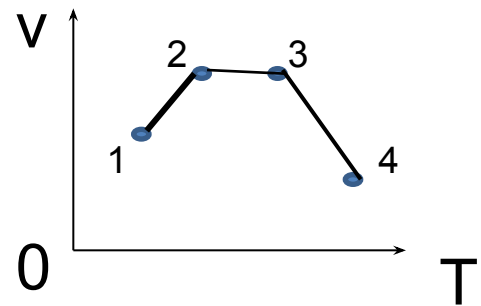
$$\mu_{N_2} = 28 \cdot 10^{-3} \text{ кг / моль}$$

$$\mu_{O_2} = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг / моль} \quad t = 27 + 273 = 300 \text{ K}$$

Примеры и задачи

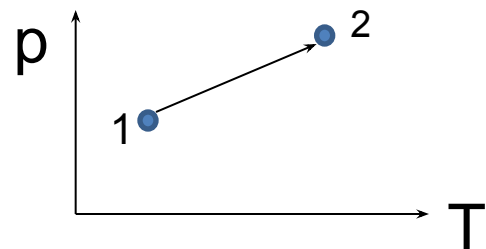
Пример 1

В сосуде, закрытом поршнем, находится идеальный газ. График зависимости объема газа от температуры при изменении его состояния приведен на рисунке. Какому состоянию газа соответствует наибольшее давление?



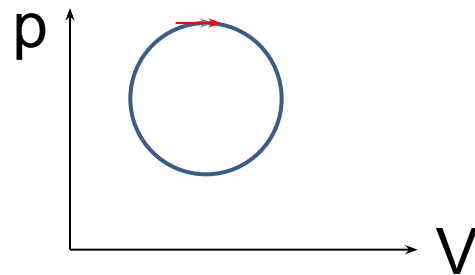
Пример 2

Сравните объем данной массы идеального газа в состоянии 1 и 2.



Пример 3

Укажите точку, в которой достигалась наибольшая температура идеального газа в ходе процесса, график которого изображен на рисунке



Примеры и задачи

Пример 1

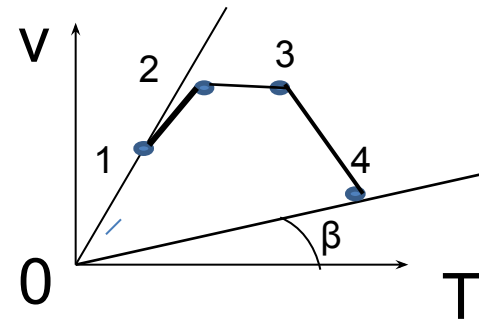
$$p_4 V_4 = \nu R T_4$$

$$p_4 = \nu R \frac{T_4}{V_4}$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{V_4}{T_4}$$

$$p_4 = \frac{\nu R}{\operatorname{tg} \beta}$$

p_{\max} соответствует T_4

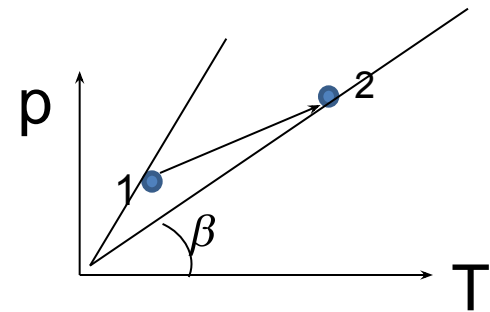


Пример 2

$$pV = \nu R T$$

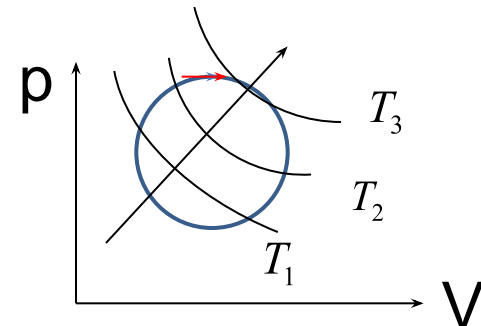
$$V = \nu R \frac{T}{p} = \frac{\nu R}{\left(\frac{p}{T}\right)} = \frac{\nu R}{\operatorname{tg} \beta}$$

Объем
максимальный в
т.2



Пример 3

$$T_3 > T_2 > T_1$$



Спасибо за внимание!