Уравнение состояния.

Чужков Юрий Петрович
Доцент кафедры Физики, к.ф-м.н

План занятия.

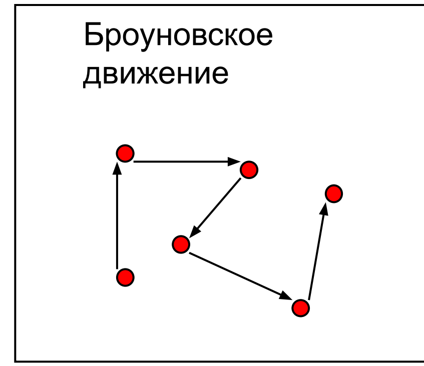
1. Микропараметры и макропараметры.
2. Уравнение состояния идеального газа.
3. Давление газа на стенки сосуда.
4. Степени свободы сложной системы.
5. Закон равнораспределения энергии.
6. Примеры и задачи.

Основы молекулярно – кинетической теории

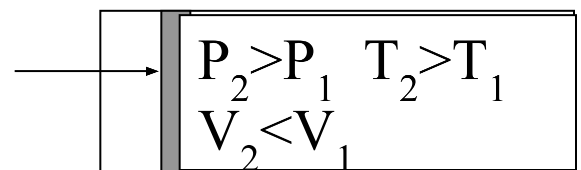
Микропараметры

Координаты молекулы x, y, z

Импульс молекулы $p = mv$



Макропараметры



Давление P

Температура T

Объем V

Задача статистической механики – выразить свойства системы в целом через характеристики отдельных молекул, т.е. перекинуть мост между макро – и микроскопическими описаниями системы.

Уравнение состояния идеального газа

Идеальный газ – газ, взаимодействием молекул которого можно пренебречь.

Соотношение, определяющее связь между параметрами состояния какого-либо тела, называется ***уравнением состояния***

$$F(p,V,T) = 0$$

$F(p,V,T)$ - некоторая функция параметров тела

T –Термодинамическая температура. Единица измерения - Кельвин (К)

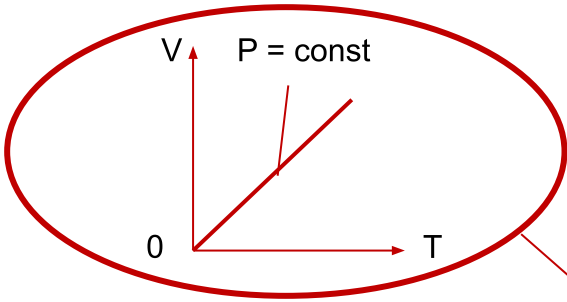
Термодинамическая температура T связана с температурой t по шкале Цельсия соотношением: $T = t + 273.15$

Температура, равная 0К, называется *абсолютным нулем* температуры

Газовые законы

Закон Гей – Люссака

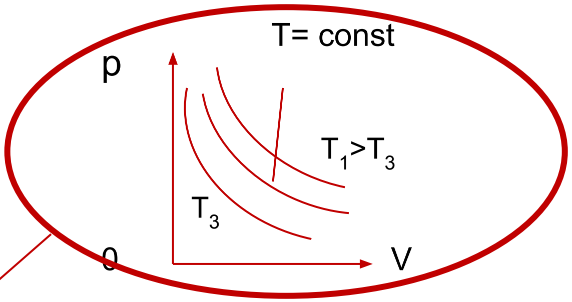
Объем некоторой массы газа *при постоянном давлении* пропорционален его абсолютной температуре



Закон Бойля – Мариотта

$pV = const$

При изотермическом процессе произведение объема данной массы на его давление постоянно.



$$\frac{pV}{T} = const$$

Уравнение Клапейрона

Физические основы МКТ

Уравнение состояния идеального газа

Моли всех газов при одинаковых условиях (при одинаковых температуры и давлении) занимают одинаковый объем

При нормальных условиях (T = 273 К и $p = 10^5$ Па) объем моля любого газа равен $22{,}4 \cdot 10^{-3}$ кг/моль

Когда количество газа равно одному молю, величина константы R в уравнении Клапейрона одинакова для всех газов $pV/T = R$
R =8.31Дж/моль·К –универсальная газовая постоянная

$$pV_{\nu} = RT$$

Уравнение состояния идеального газа для 1 моля.

Уравнение состояния идеального газа.

$$\boxed{pV = \frac{m}{\mu} RT}$$

Уравнение Менделеева -Клапейрона

Умножим и разделим правую часть на число Авогадро N_A

$$\boxed{\boldsymbol{N = \frac{m}{\mu} N_A}}$$

- Число молекул в газе массой m

$$\boxed{pV = \frac{m}{\mu}\frac{N_A}{N_A} RT = \frac{m}{\mu} N_A \frac{R}{N_A} T = N \frac{R}{N_A} T}$$

$$\boxed{pV = N \frac{R}{N_A} T}$$

$$\boldsymbol{k = \frac{R}{N_A} = \frac{8{,}31}{6{,}02 * 10^{23}} = 1{,}38 * 10^{-23}} \text{Дж/К}$$

-постоянная Больцмана

Уравнение состояния идеального газа.

$$pV = NkT \Rightarrow n = \frac{N}{V}$$

- Концентрация молекул

$$p = nkT$$

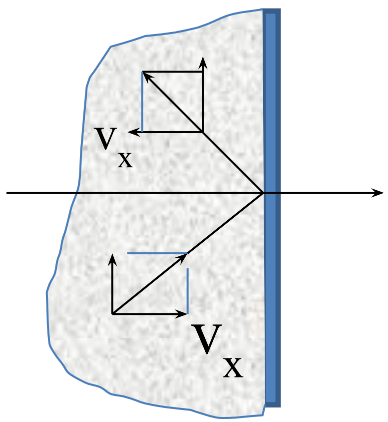
$$pV = \nu RT$$

$$\boxed{pV = \frac{m}{\mu} RT}$$

Уравнение состояния идеального газа (уравнение Менделеева – Клапейрона)

Давление газа на стенки сосуда

Основным уравнением кинетической теории газов принято называть уравнение , устанавливающее связь между давлением газа, его объемом и энергией.



1. Давление газа на стенку не зависит от формы сосуда

2. Отражение молекул происходит по зеркальному закону;

3. Если газ находится в равновесии, все направления движения молекул равновероятны

$$\boxed{p = \frac{\Delta F_n}{\Delta S}}$$

Давление, оказываемое молекулами на стенку численно равно среднему значению силы, действующей на единицу площади стенки нормально к ее поверхности и возникает вследствие ударов о нее молекул.

Давление газа на стенки сосуда

$$\boxed{\Delta F_n = \frac{d(m\upsilon)}{dt}}$$

Согласно второму закону Ньютона

По третьему закону Ньютона молекула сообщает стенке при ударе импульс $2m\upsilon_x$

$$\boxed{\Delta p_x = 2nm\upsilon_x^{\ 2}\Delta S}$$

Полное изменение импульса всех молекул, обладающих скоростью υ_x соударяющихся за 1 секунду с элемента поверхности ΔS

$$p = \frac{\Delta F_n}{\Delta S} \longrightarrow \boxed{p = \sum 2n_\upsilon m\upsilon^2{}_x}$$

Со стенкой соударяются только молекулы, движущиеся слева направо, т.е. 1/2

Давление газа на стенку сосуда

$$\boxed{p = nm\langle \upsilon_x^{\,2} \rangle}$$

Тепловое движение молекул происходит совершенно беспорядочно, имеет место равновероятное распределение по направлениям, поэтому $\boxed{\langle \upsilon^2{}_x \rangle = \frac{1}{3}\langle \upsilon^2 \rangle}$

Окончательное выражение для давления газа на стенку сосуда:

$$\boxed{p = \frac{1}{3} nm\langle \upsilon_x^{\,2} \rangle} \qquad \boxed{p = \frac{2}{3} n\langle E_{пост} \rangle}$$

Основное уравнение молекулярно – кинетической теории газа

Давление равно двум третям энергии поступательного движения молекул, содержащихся в единице объема.

Средняя энергия молекул.

$$p = \frac{2}{3} n \langle E_{пост} \rangle$$

Основное уравнение МКТ

$$p = nkT$$

Уравнение состояния идеального газа

$$\langle E_{пост} \rangle = \frac{3}{2} kT$$

Абсолютная температура есть величина прямо пропорциональная средней энергии *поступательного* движения молекул

Степени свободы сложной системы.

$$\left\langle E_{пост} \right\rangle = \frac{3}{2}kT$$

Средняя энергия зависит только от температуры и не зависит от массы молекулы

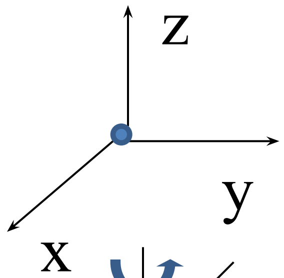
Эта формула определяет энергию *только поступательного движения* молекулы

Наряду с поступательным движением возможны также вращение молекулы и колебания атомов, входящих в состав молекул.

Статистическая физика устанавливает закон о равнораспределении энергии *по степеням свободы* молекулы.

Числом степеней свободы механической системы называется количество независимых величин, с помощью которых может быть задано положение системы. Обозначается i.

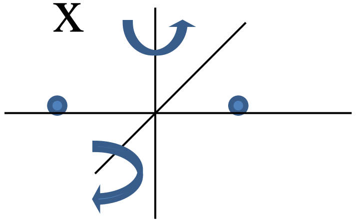
Число степеней свободы в молекулярной физике.



Одноатомная молекула. $i = 3$

Три - поступательные

Ne , He , A_r

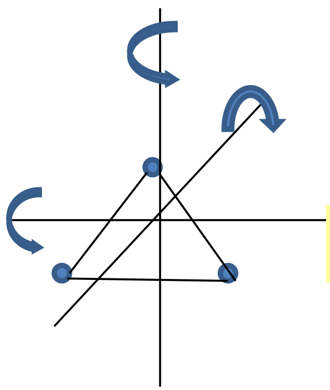


Двухатомная молекула $i = 5$

Три – поступательные
Две - вращательные

H_2 , O_2 , N_2

С жесткой связью



С упругой связью $i = 7$ 5 + (2 колебательных)

$(E_{кинет} + E_{потенц})$

Трех атомные и более $i = 6$

Три – поступательные
три - вращательные

CO_2 ,H_2O, CH_4

Закон распределения энергии

На каждую степень свободы (поступательную, вращательную и колебательную) в среднем приходится одинаковая кинетическая энергия, равная ½ кТ

$$\boxed{\langle E \rangle = \frac{i}{2} kT}$$

i - сумма числа поступательных, числа вращательных и удвоенного числа колебательных степеней свободы молекулы

$$i = n_{пост} + n_{вращ} + 2n_{колеб}$$

Примеры и задачи

Задача 1

Сколько атомов водорода содержится в 50 г водяного пара?

<u>Решение</u>

Число Авогадро N_A - число молекул в одном моле

$$\nu = \frac{m}{\mu}$$ - Моль – количество газа $$N = \frac{m}{\mu}\cdot N_A \qquad \mu(H_2O) = \mu(H_2) + \mu(O)$$

$$\mu(H_2O) = (2+16)10^{-3}\,кг/моль \qquad N = \frac{50\cdot 10^{-3}}{18\cdot 10^{-3}}\cdot 6{,}02\cdot 10^{23} = 16{,}7\cdot 10^{23}$$

Задача 2

Найти массу одной молекулы аммиака NH_3

<u>Решение</u> $N = \frac{m}{\mu}\cdot N_A$ N *– число молекул.* Для одной молекулы $m = \frac{\mu}{N_A}$

Молярная масса аммиака $\mu(NH_3) = (14+3)10^{-3}\,кг/моль$

$$m = \frac{17\cdot 10^{-3}}{6{,}02\cdot 10^{23}} = 2{,}82\cdot 10^{-26}\,кг$$

Примеры и задачи

Задача 3

Определить число n молекул воздуха в единице объема при температуре 0^0C и давлении $1{,}013 \cdot 10^5$ Па.

Решение Уравнение состояния идеального газа $p = nkT$

$$n = \frac{p}{kT} \qquad n = \frac{1.013 \cdot 10^5}{1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 273} = 2{,}7 \cdot 10^{25}\, м^{-3}$$

Задача 4

Найти плотность ρ воздуха при температуре 0^0C и давлении $1{,}0 \cdot 10^5$ Па . Молярная масса воздуха $\mu = 29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

Решение Уравнение состояния идеального газа

$$pV = \frac{m}{\mu} RT \qquad \rho = \frac{m}{V} = \frac{p\mu}{RT}$$

$$\rho = \frac{1.0 \cdot 10^5 \cdot 29 \cdot 10^{-3}}{8.31 \cdot 273} = 1{,}29 кг / м^3 = 1{,}29 г / л$$

Примеры и задачи

Задача 5

Какое давление на стенки сосуда производят 0,02 кг кислорода, занимающего объем 0,2 м^3 при температуре 40^{0}С?

<u>Решение</u>

Уравнение состояния идеального газа

$$pV = \frac{m}{\mu}RT \longrightarrow p = \frac{m}{\mu}\frac{RT}{V}$$

$$t = 40 + 273 = 313\ K$$

Молярная масса O$_2$ $\quad \mu = 32 \cdot 10^{-3}\ \frac{кг}{моль}$

$$p = \frac{0{,}02 \cdot 8{,}31 \cdot 313}{32 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}2} = 0{,}8 \cdot 10^4\ Па$$

Задача 6

В закрытом сосуде емкостью 2 м^3 находится 1,4 кг азота (N$_2$) и 2 кг кислорода (O$_2$). Найти давление газовой смеси в сосуде, если температура смеси t = 27^0 С.

<u>Решение</u>

По закону Дальтона давление смеси газов равно сумме парциальных давлений $\quad p = p(N_2) + p(O_2)$

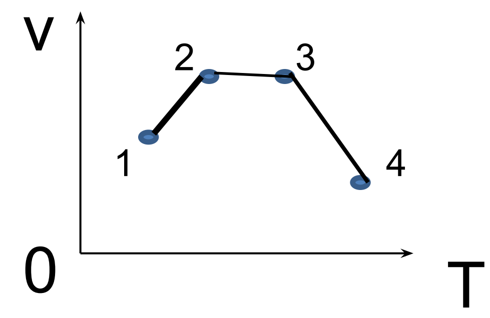
$$p = \frac{m}{\mu}\frac{RT}{V} \longrightarrow p = \frac{RT}{V}\left(\frac{m_{(N_2)}}{\mu_{(N_2)}} + \frac{m_{(O_2)}}{\mu_{(O_2)}}\right) \quad p = \frac{8{,}31 \cdot 300}{2 \cdot 10^{-3}}\left(\frac{1{,}4}{28} + \frac{2}{32}\right) = 1{,}4 \cdot 10^5\ Па$$

$$\mu_{N_2} = 28 \cdot 10^{-3}\ кг/моль \qquad \mu_{O_2} = 32 \cdot 10^{-3}\ кг/моль \qquad t = 27 + 273 = 300K$$

Примеры и задачи

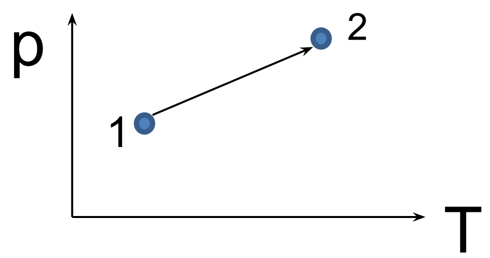
Пример 1

В сосуде, закрытом поршнем, находится идеальный газ. График зависимости объема газа от температуры при изменения его состояния приведен на рисунке. Какому состоянию газа соответствует наибольшее давление?



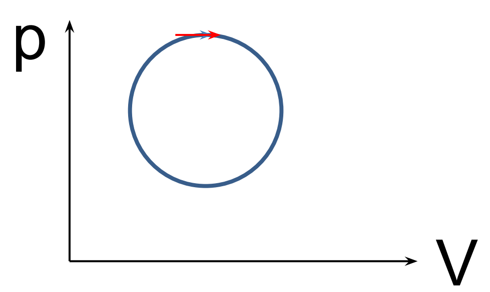
Пример 2

Сравните объем данной массы идеального газа в состоянии 1 и 2.



Пример 3

Укажите точку, в которой достигалась наибольшая температура идеального газа в ходе процесса, график которого изображен на рисунке



Примеры и задачи

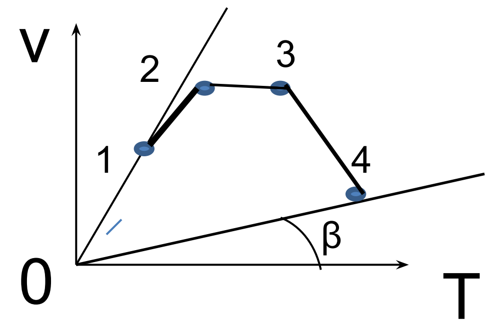
Пример 1

$$p_4V_4 = \nu RT_4$$

$$p_4 = \nu R\frac{T_4}{V_4} \qquad tg\beta = \frac{V_4}{T_4}$$

$$\boxed{p_{\max}\,соответствует}\ T.4$$

$$\boxed{p_4 = \frac{\nu R}{tg\beta}}$$

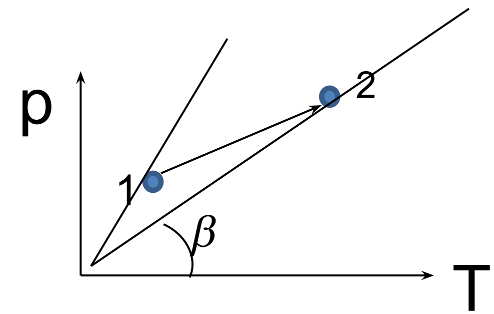


Пример 2

$$pV = \nu RT$$

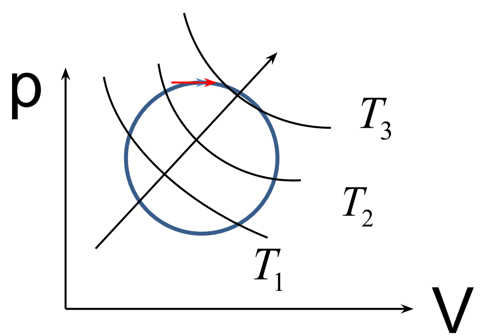
$$V = \nu R\frac{T}{p} = \frac{\nu R}{\left(\frac{p}{T}\right)} = \frac{\nu R}{tg\beta}$$

Объем максимальный в т.2



Пример 3

$$T_3 > T_2 > T_1$$



Спасибо за внимание!