



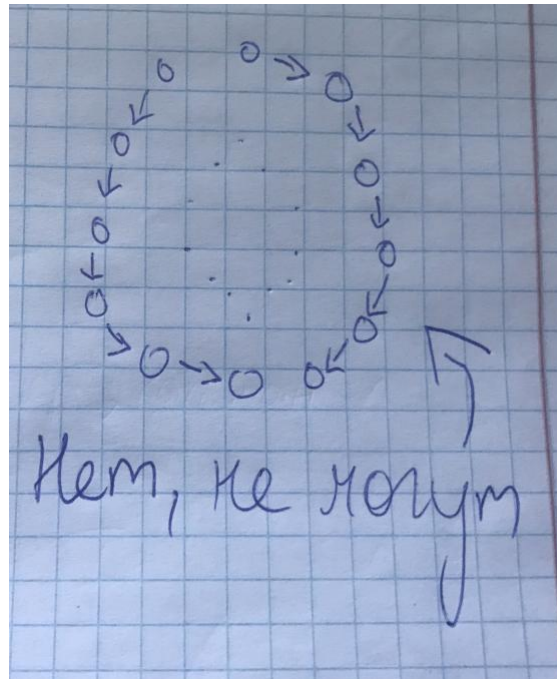
Этапы Всероссийской олимпиады школьников по математике: особенности задач, основные ошибки

**Монина Мария Дмитриевна, к.ф.-м.н.,
член региональной ПМК,
член жюри МЭ и РЭ**

Типичные проявления нарушения полноценности аргументации

1) незаконные обобщения;

Перебор частных случаев \neq решение



Типичные проявления нарушения полноценности аргументации

1) незаконные обобщения;

Перебор частных случаев \neq решение

1.а) Разбейте квадрат на два равных пятиугольника.

б) Как разбить квадрат на два равных 11-угольника?

в) Как разбить квадрат на два равных n -угольника, если n – нечётное число?

2. Докажите, что клетчатый квадрат с вырезанной левой верхней клеткой можно разбить на клетчатые уголки из трёх клеток. Для квадрата со стороной

а) 4 клетки

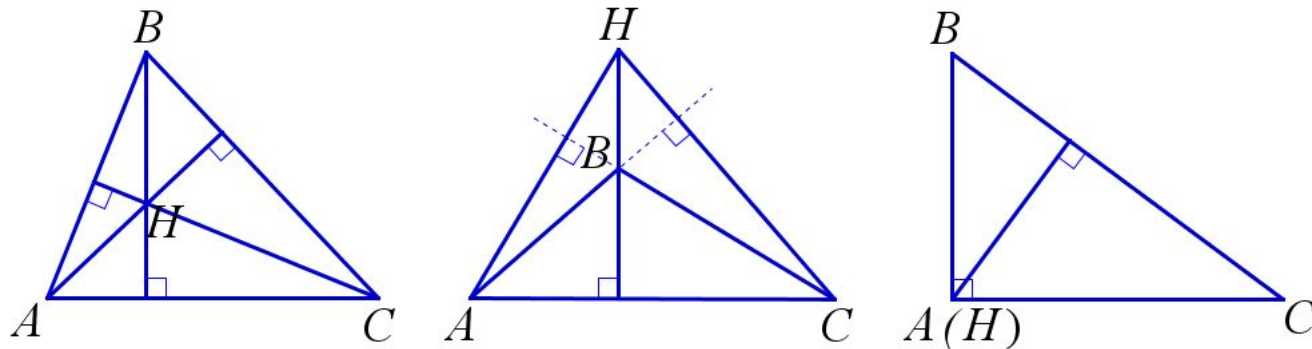
б) 8 клеток

в) 1024 клетки

Типичные проявления нарушения полноценности аргументации

2) необоснованные аналогии;

По аналогии...



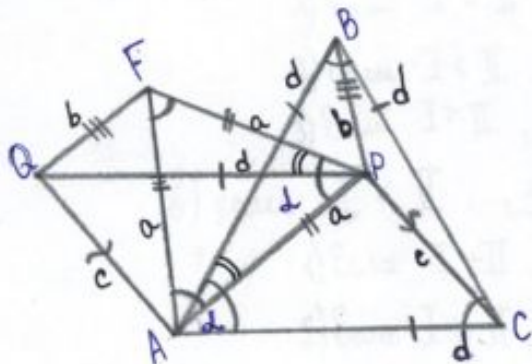
Типичные проявления нарушения полноценности аргументации

3) неполнота дизъюнкций;

**Рассмотрены не все возможные
ситуации в задаче**

Задача 4.

Построим равносторонний треугольник согласно условию. (Назовём его ABC).



Дано:

$$AB = BC = AC = d$$

$$AF = AP = PF = a$$

$ACPQ$ - параллелограмм

Найти: QF, QP, QA .

От стороны a (AP) построим вверх равносторонний треугольник ($\triangle APF$)
 Теперь построим такую (\cdot) Q , что $AQ \parallel CP$ и $PQ \parallel AC$. У нас получится параллелограмм $ACPQ$. $\Rightarrow AC = PQ = d$ и $PC = AQ = c$.

Теперь рассмотрим треугольник APF , т.к. он равносторонний, все его углы равны 60° . Треугольники APC и APQ равны по трём сторонам $\Rightarrow \angle APQ = \angle PAC = \alpha$.

Треугольник ABC также равносторонний \Rightarrow все его углы $= 60^\circ$.

$$\Rightarrow \angle BAP = 60^\circ - \alpha \quad \text{и} \quad \angle QPF = 60^\circ - \alpha \Rightarrow \angle BAP = \angle QPF$$

$\Rightarrow \triangle QPF = \triangle ABP$ по 2 сторонам и прилежащему углу. $\Rightarrow QF = BP = b$, т.к. против равных углов лежат равные стороны.

Типичные проявления нарушения полноценности аргументации

4) неполнота (невыдержанность)
классификации.

Потерян класс некоторого понятия

а) простые и составные (единица)

б) остроугольные и тупоугольные
(прямоугольные)

в) положительные и отрицательные (нуль)

Ошибки: Неумение работать с
условием

Ошибки: ох уж эти числа

- 1) Ноль – никакое (и снова неполнота классификации)**
- 2) Тип числа**
- 3) Различные/равные**

Ошибки: Оценка + пример

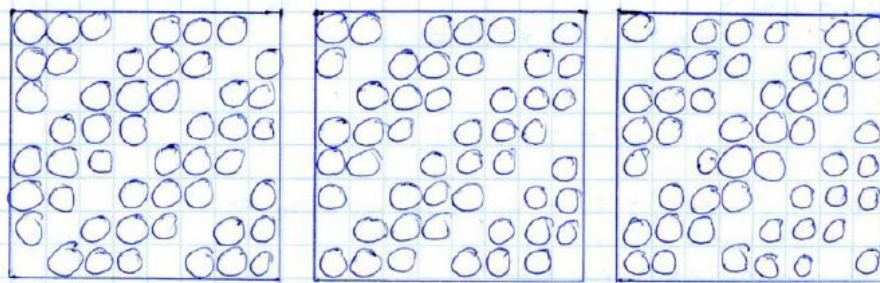
Какое наибольшее/
наименьшее...?

- Пример

- Оценка

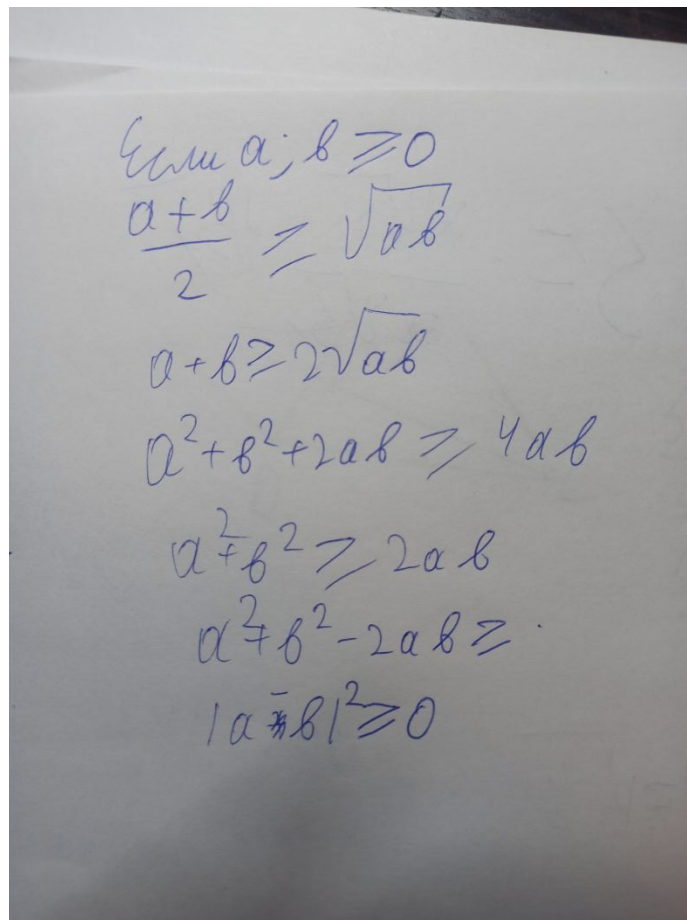
Задача. Какое минимальное число шашек надо взять, чтобы при любой их расстановке на клетках шахматной доски (8×8) обязательно встретились 4 шашки, стоящие друг за другом по горизонтали?

Возьмем ^и костяковую шашек на доске с максимальным количеством ^и кон-всх шашек, при которых не будут встречаться 4 шашки, стоящие друг за другом по горизонтали:



Во всех вариантах используется 48 шашек и если поставите еще одну в любую точку, то окажется 4 шашки, ^{лучше} стоящие друг за другом по горизонтали! Это единственная ^{лучше} вариант расстановок т.к. в них кол-во состоит из горизонтальных рядов по 3 шашки (то есть до 4 не хватает 1 шашки) ⇒ ставим ~~еще~~ еще одну шашку в любое место и оказывается 4 шашки, стоящие друг за другом по горизонтали ⇒ $48 + 1 = 49$
Ответ: 49 шашек. 49

Ошибки: Доказательство неравенств



Ошибки: Доказательство неравенств

10.2) $0 < y < x < 1$

$$\frac{x-y}{1-xy} < 1 \quad | -1$$
$$\frac{y-x}{1-xy} > -1 \quad | +1$$
$$\frac{y-x}{1-xy} + 1 > 0$$
$$\textcircled{1} \frac{y-x+1-xy}{1-xy} > 0 \quad \textcircled{2} 1-xy > 0$$

т.к. $0 < xy < 1$

\Rightarrow докажем, что $y-x+1-xy > 0$

$$\underbrace{y}_{\textcircled{3}} \underbrace{(1-x)}_{\textcircled{4}} + \underbrace{1}_{\textcircled{1}} - \underbrace{x}_{\textcircled{2}} > 0$$
$$\textcircled{1} \quad 1-x > 0 \quad \text{т.к. } x < 1$$
$$\textcircled{2} \quad y(1-x) > 0 \quad \text{т.к. } y > 0.$$
$$\textcircled{3} \quad 1 + y(1-x) > 1$$
$$\textcircled{4} \quad 1 + y(1-x) - x > 0$$

т.к. $x < 1$

Ошибки: Доказательство неравенств

2. $0 < y < x < 1$;

$\frac{x-y}{1-xy} < 1 \Leftrightarrow x-y > 1-xy$

$\frac{1-xy}{1-xy} < \frac{x-y}{1-xy} \Leftrightarrow 1 < x-y$

$\Leftrightarrow x-1 > y-x$

$\Leftrightarrow x-1 > 1-x$

$\Leftrightarrow x > 1$

$\Leftrightarrow 1 > -y > 0 \Leftrightarrow 0 < y < 1$

$\Leftrightarrow 1 > -y > 0 \Rightarrow -y > 0$

$\Leftrightarrow \frac{1-y}{1-xy} < 1$

Ошибки по незнанию:

Вписанные углы

1. Угол:

- центральный,
- вписанный,
- с вершиной внутри круга,
- с вершиной вне круга,
- между хордой и касательной.

2. Свойства вписанного в окружность четырёхугольника

3. Признаки вписанного в окружность четырёхугольника

Общие подходы, методы, приемы

1. Метод перебора (не подбор);
2. Прямое или конструктивное доказательство («Существует(ют) ли...?», «Можно ли?»);
3. Способ доказательства «от противного»;
4. Косвенные доказательства (принцип Дирихле);
5. Метод «крайнего»;
6. Рассуждения по индукции (ММИ).

Специальная олимпиадная

тематика

- Числовые ребусы. Взвешивания, переливания. (4-11)
- Логические задачи. Истинные и ложные утверждения (4-11).
- Построение примеров и контрпримеров (4-11).
- Разрезания (4-11).
- «Оценка + пример» (7-11).
- Инвариант (7-11).
- Принцип Дирихле (7-11).
- Раскраски (7-11).
- Игры (7-11).
- Элементы комбинаторики (9-11).
- Диофантовы уравнения (уравнения в целых числах) (9-11).
- Метод математической индукции (10-11).
- Геометрические свойства графиков функций (10-11).