

Урок одной задачи C_2

*Пеняшкина Татьяна Петровна учитель
МБОУ ССОШ№1
Вольно-Надеждинское
Приморский край*



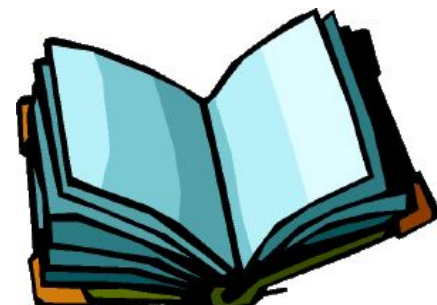


Задача С2

КИМ 5 июня 2013г.

Рассмотрим задачу С2 КИМ 2012

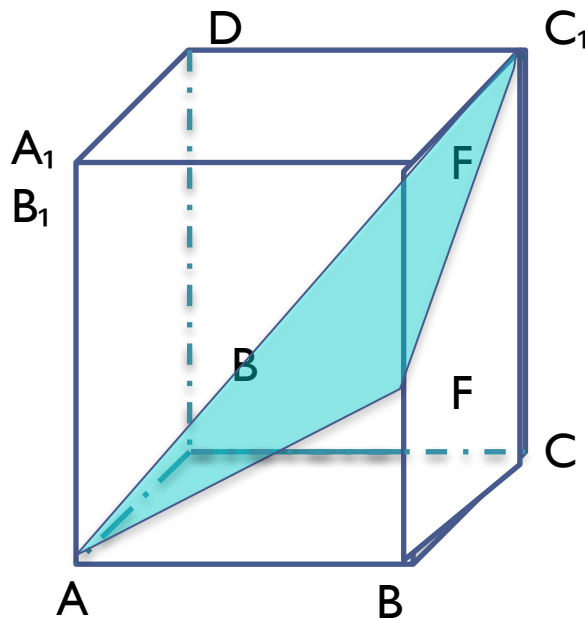
В **прямоугольном**
параллелепипеде
 $ABCD A_1 B C D_1$ известны
ребра **$AB=6$, $AD=4$, $AA_1=10$** .
Точка **F** принадлежит ребру
 BB_1 и делит его в отношении
2:3, считая от вершины **B**.
Найдите площадь сечения
этого параллелепипеда
плоскостью, проходящей
через точки **A, F** и **C_1** .





Стандартная ошибка учащихся

В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известны ребра $AB=6$, $AD=4$, $AA_1=10$. Точка F принадлежит ребру BB_1 и делит его в отношении $2:3$, считая от вершины B . **Найдите** площадь сечения этого параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки A , F и C_1 .





Задача С2 2013г

В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B C D_1$ известны ребра $AB=6$, $AD=4$, $AA_1=10$. Точка F принадлежит ребру BB_1 и делит его в отношении 2:3, считая от вершины B . Найдите площадь сечения этого параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки A , F и C_1 .

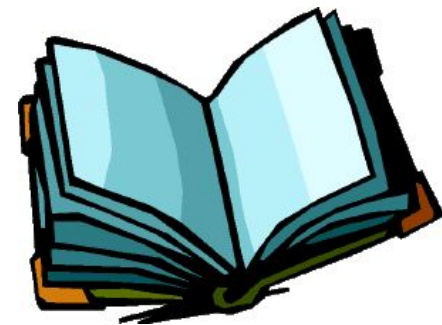
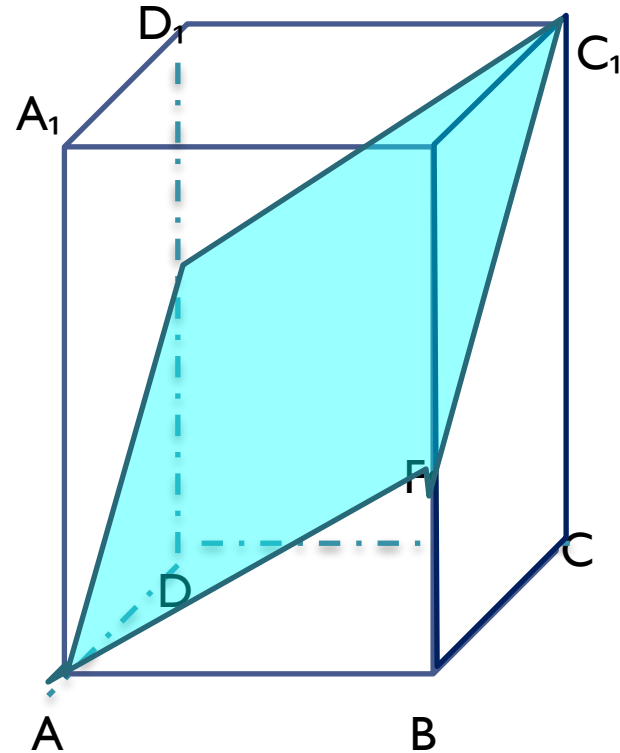
I. способ

решения:

Отрезок AE параллелен C_1F принадлежит ребру DD_1). Плоскость сечения

пересекает плоскость CC_1D_1 по прямой C_1E , параллельной AF ,

Следовательно, искомое сечение - параллелограмм AEC_1F





Задача С2

2013 способ

решения

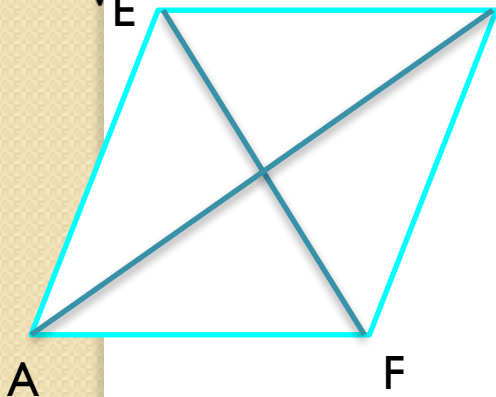
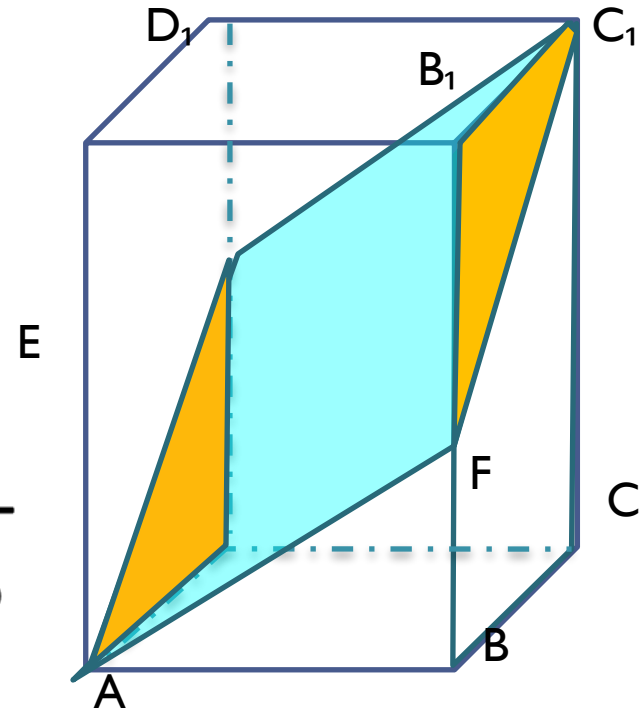
Треугольники ADE и C_1B_1F равны;
следовательно, $DE = B_1F = \frac{3}{5} = BB_1 = 6$;

$$BF = BB_1 - B_1F = 4.$$

$$AE = \sqrt{AD^2 + DE^2} = 2\sqrt{13}; AF =$$

$\sqrt{AB^2 + BF^2} = 2\sqrt{13}$, значит, AEC_1F –
ромб со стороной $2\sqrt{13}$, диагональю

$$AC_1 = \sqrt{AB^2 + BC^2 + CC_1^2} = 2\sqrt{38}.$$



Тогда диагональ

$$EF = \sqrt{AF^2 - \frac{AC_1^2}{4}} = 2\sqrt{14};$$

$$S = \frac{AC_1 \cdot EF}{2} = 4\sqrt{133}$$



Задача С2

2013

1. способ решения

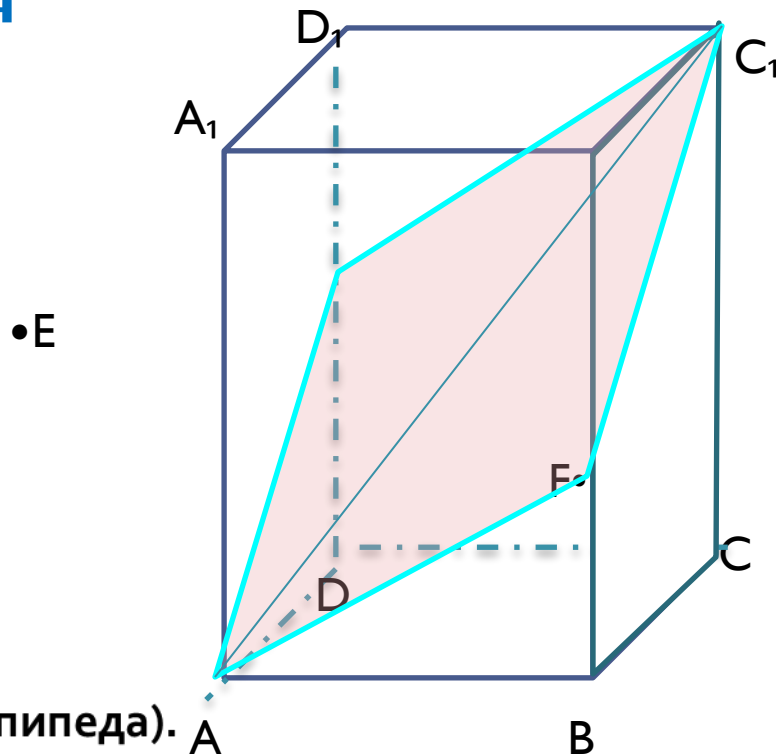
Найду площадь сечения
 другим
 способом:

$$\triangle AEC_1 = \triangle AFC_1$$

$$AE = \sqrt{AD^2 + DE^2} = 2\sqrt{13}; AF =$$

$$\sqrt{AB^2 + BF^2} = 2\sqrt{13}, AC_1 =$$

$$\sqrt{AB^2 + BC^2 + CC_1^2} = 2\sqrt{38} \text{ (как диагональ прямоугольного параллелепипеда).}$$



По теореме косинусов $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$ найду
 $\cos \alpha = \cos AFC_1$



Задача С2

2013г

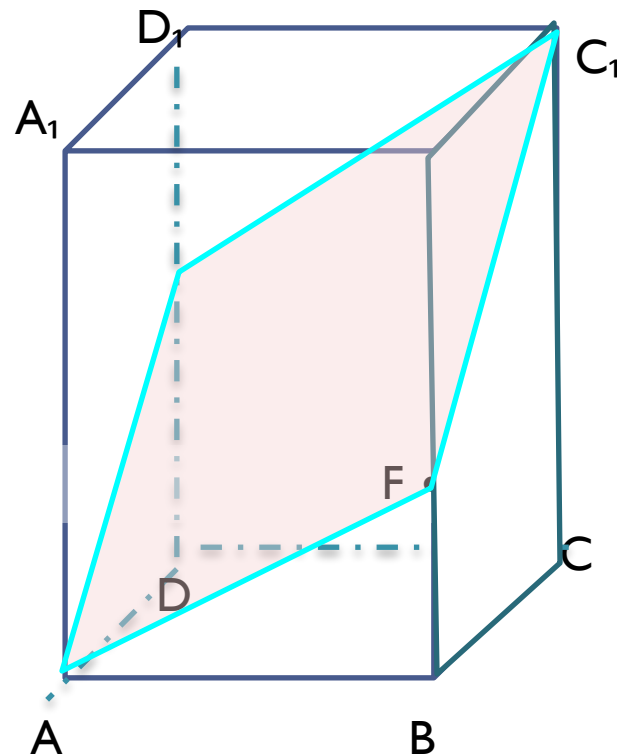
I. способ
решения:

$$152 = 52 + 52 - 104 \cos \alpha,$$

$$-\cos \alpha = \frac{6}{13}; \text{ тогда}$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \left(-\frac{6}{13}\right)^2} = \frac{\sqrt{133}}{13}$$

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{133}}{13}$$



$$S_{\triangle AFC_1} = \frac{1}{2} AF \cdot FC_1 \cdot \sin \alpha;$$

$$S_{\triangle AFC_1} = 2\sqrt{133}$$

$$S_{AFC_1E} = 2 \cdot 2\sqrt{133} = 4\sqrt{133}$$





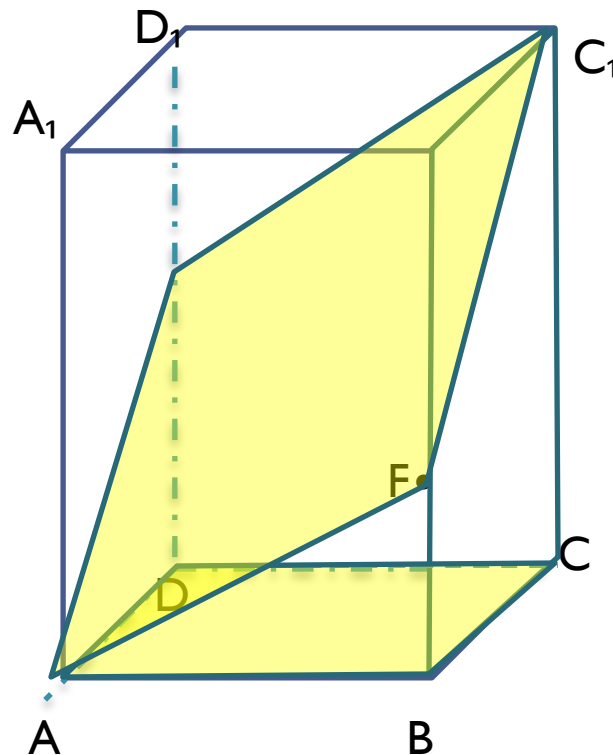
Задача С2 2013г

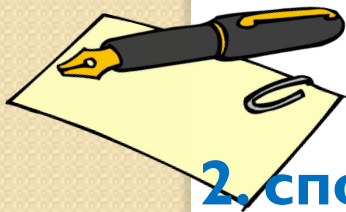
В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B C D_1$ ребра $AB=6$, $AD=4$, $AA_1=10$. Точка F принадлежит ребру BB_1 и делит его в отношении $2:3$, считая от вершины B . Найдите площадь сечения этого параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки A , F и C_1

2. способ

Площадь **ортогональной проекции** многоугольника равна произведению **площади этого многоугольника на косинус угла** между плоскостями

многоугольника **$ABCD$** и плоскости сечения **AFC_1E** прямоугольного параллелепипеда



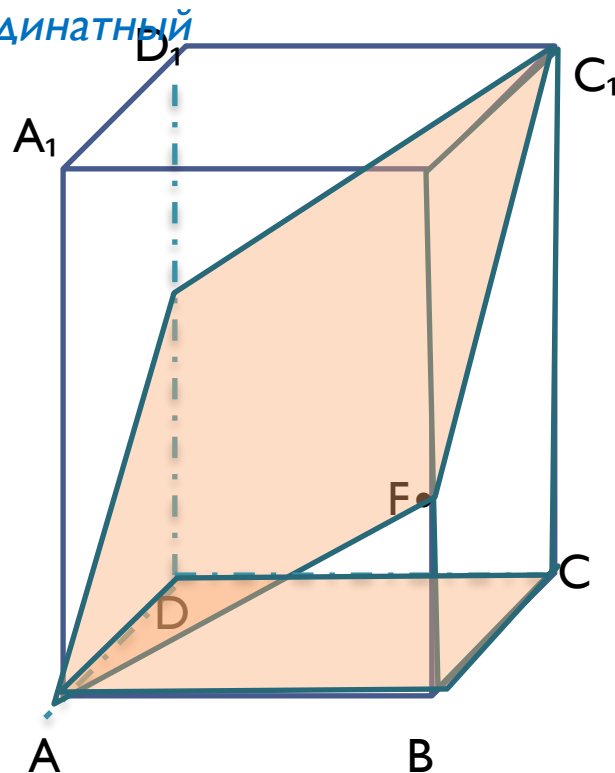


Задача С2

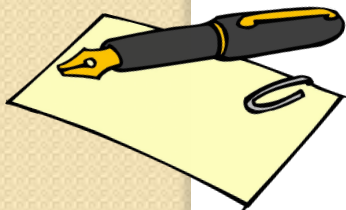
2. способ решения: (векторно-координатный метод)

$S_{AFC_1E} = \frac{S_{ADCD}}{\cos \alpha}$ Угол α между плоскостями равен углу между прямыми, перпендикулярными к этим плоскостям.

Поэтому угол между плоскостями равен углу между ненулевыми векторами, перпендикулярными этим плоскостям, т. е. между векторами нормалей.



Найду координаты вектора нормали к плоскости AFC_1E



Задача С2

2. способ

решения:

Итак, $BF = \frac{2}{5}BB_1 = 4$. Введу систему

координат: $D(0;0;0)$, $A(4;0;0)$,

$C_1(0;6;10)$, $F(4;6;4)$;

$$\overrightarrow{AF}\{0; 6; 4\}, \overrightarrow{C_1F}\{4; 0; -6\}$$

$\vec{n}\{x; y; z\}$ - вектор нормали,

$\vec{n} \perp (AFC_1)$, если

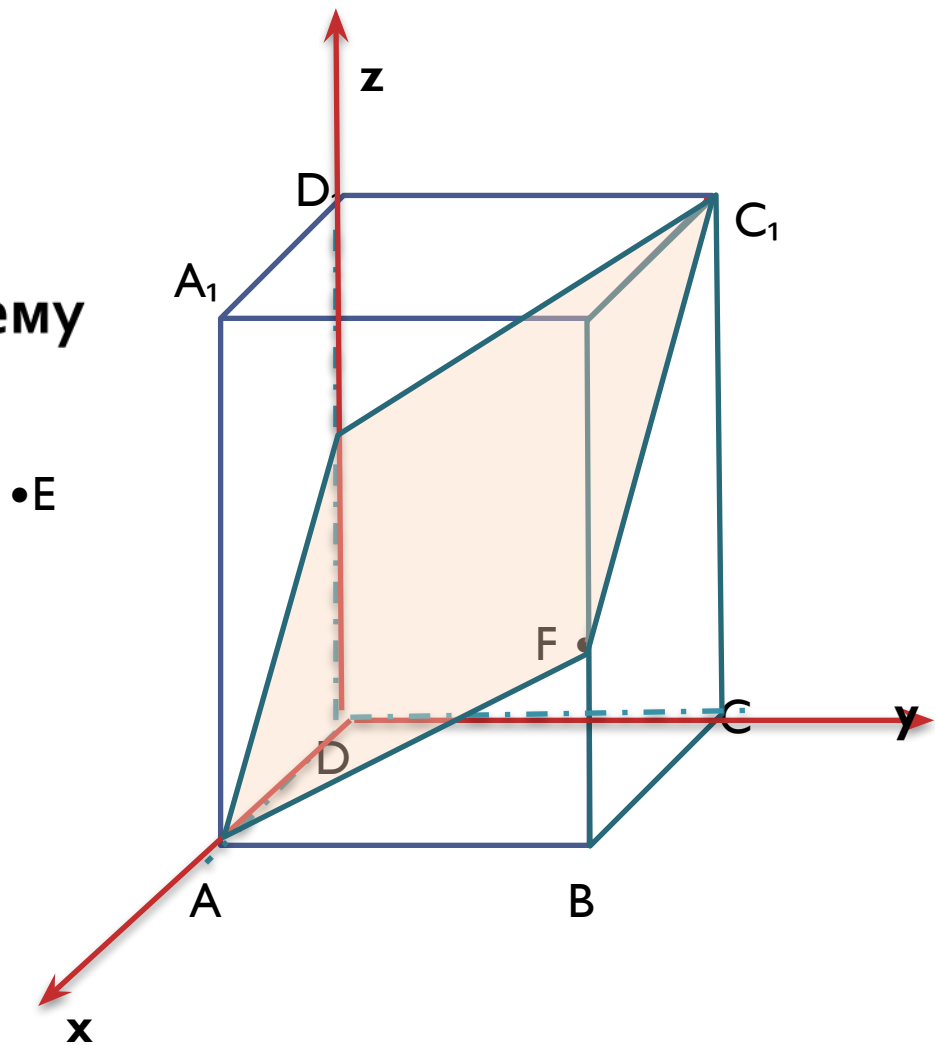
$$\vec{n} \cdot \overrightarrow{AF} = 0, \quad \vec{n} \cdot \overrightarrow{FC_1} = 0.$$

$$\begin{cases} 0x + 6y + 4z = 0 \\ 4x + 0y - 6z = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{3z}{2} \\ y = -\frac{2z}{3} \end{cases}$$

$$\vec{n} \left\{ \frac{3}{2}; -\frac{2}{3}; 1 \right\}.$$

$$|\vec{n}| = \frac{\sqrt{133}}{5}$$





Задача С2

2. способ 2013г

решения:
 $\overrightarrow{DD_1} \perp (ABC),$

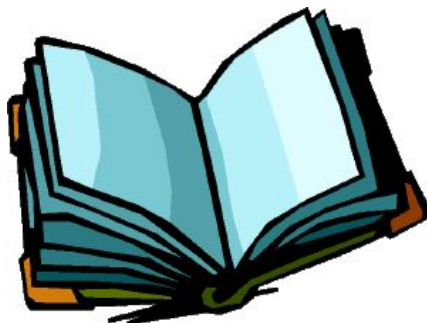
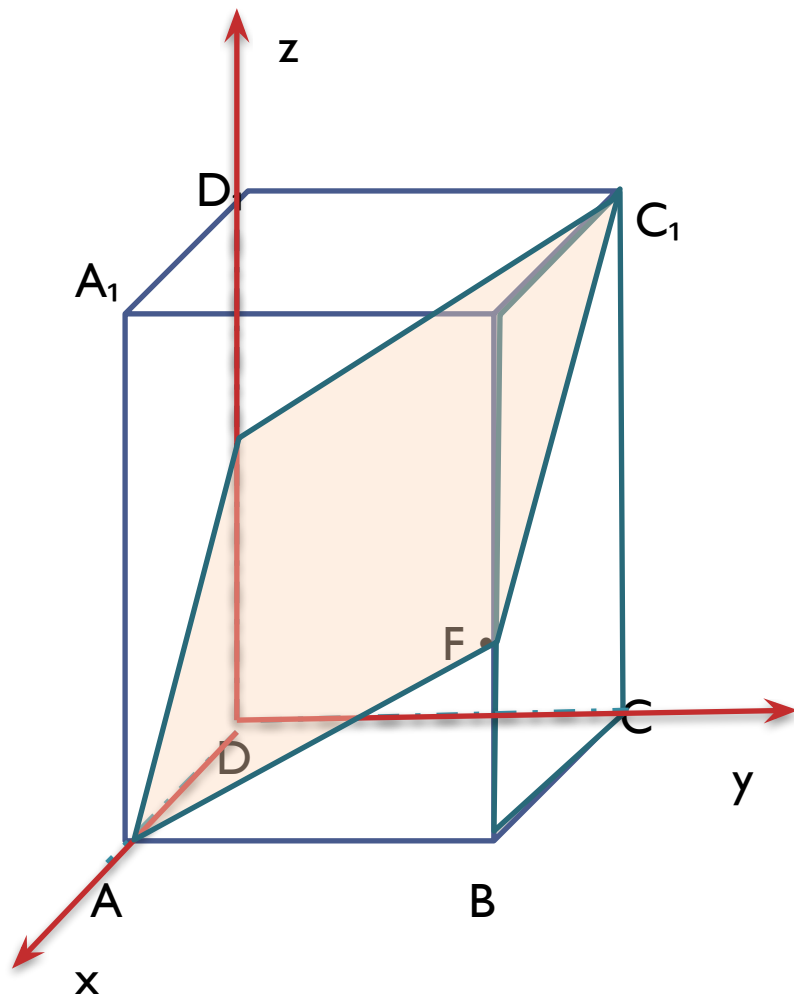
$\overrightarrow{DD_1} \perp (AFC_1),$

$\overrightarrow{DD_1} \{0; 0; 10\},$

$|\overrightarrow{DD_1}| = 10.$

$$\cos \alpha = \frac{|\vec{n} \cdot \overrightarrow{DD_1}|}{|\vec{n}| \cdot |\overrightarrow{DD_1}|} = \frac{6}{\sqrt{133}}$$

$$S_{AFC_1E} = \frac{S_{ABCD}}{\cos \alpha} = 4\sqrt{133}.$$





Литератур

а.

1. **Атанасян Л.С. Геометрия: учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений.-М.: Просвещение, 2011.**
2. **Смирнова И.М., Смирнов В.А. Эффективная подготовка к ЕГЭ.
- М.: Экзамен, 2008**
3. **Рыбкин Н. Сборник задач по геометрии. Стереометрия для 9 и 10 классов.-М.: Просвещение, 1972.**
4. **Ким по математике 11 класс 2013.**

