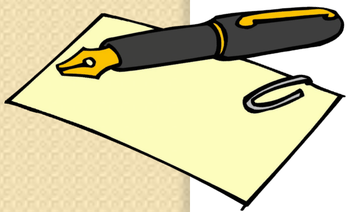
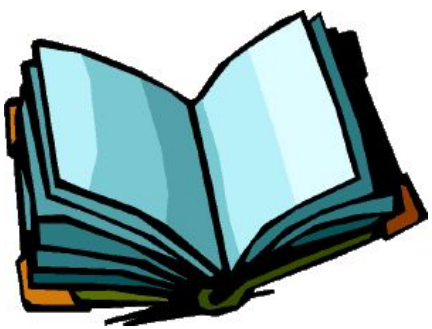
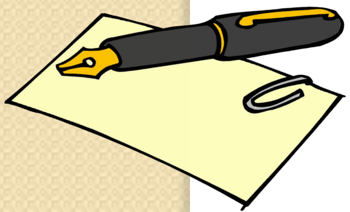


Урок одной задачи C_2

Пентяшкина Татьяна Петровна учитель
МБОУ ССОШ№1
Вольно-Надеждинское
Приморский край





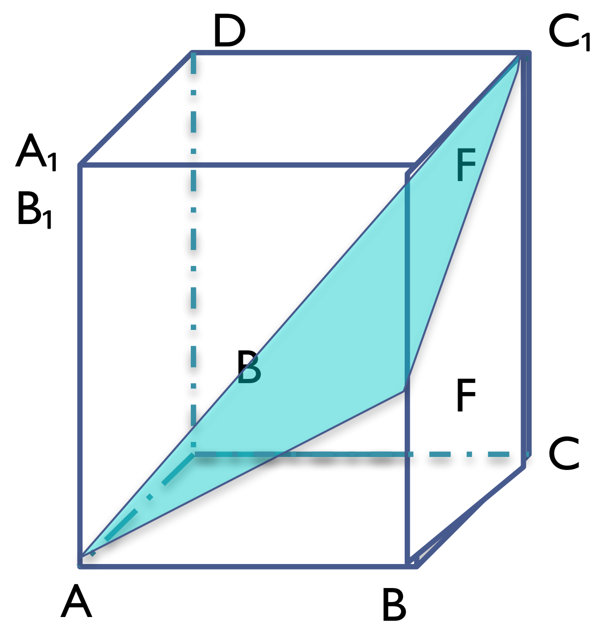
Задача С2
КИМ 5 июня 2013г.

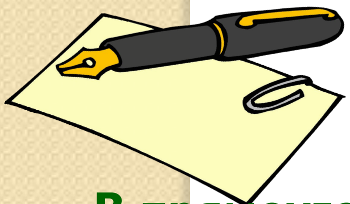
Рассмотрим задачу С2 КИМ 2012 года

В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1BCD_1$ известны ребра $AB=6$, $AD=4$, $AA_1=10$. Точка F принадлежит ребру BB_1 и делит его в отношении 2:3, считая от вершины B. Найдите площадь сечения этого параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки A, F и C_1.

Стандартная ошибка учащихся

В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1BCD_1$ известны ребра $AB=6$, $AB=4$, $AA_1=10$. Точка F принадлежит ребру BB_1 и делит его в отношении 2:3, считая от вершины B. Найдите площадь сечения этого параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки A, F и C_1.



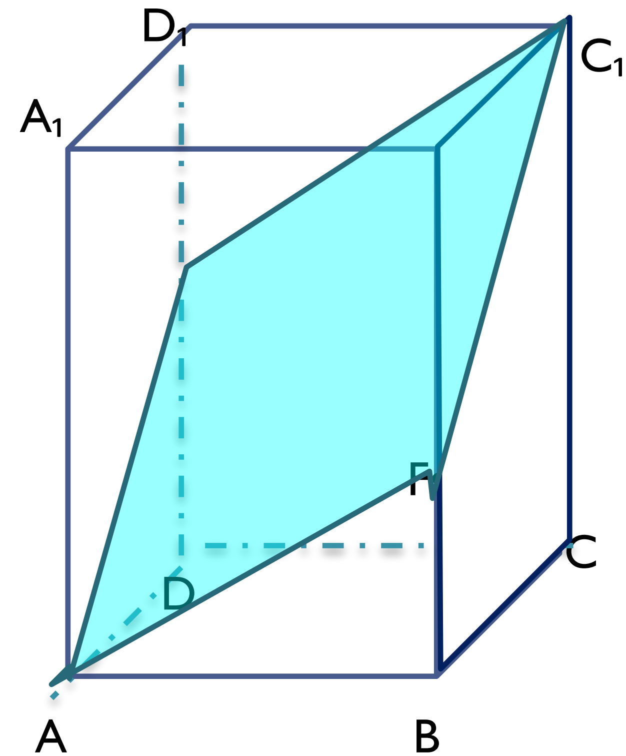


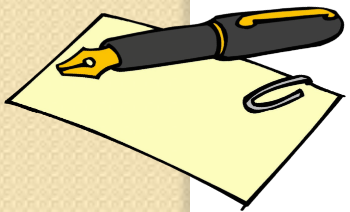
Задача С2 2013г

В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1BCD_1$ известны ребра $AB=6$, $AD=4$, $AA_1=10$. Точка F принадлежит ребру BB_1 и делит его в отношении 2:3, считая от вершины В. Найдите площадь сечения этого параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки А, F и C_1.

1. способ решения:

Отрезок АЕ параллелен C_1F принадлежит ребру DD_1). Плоскость сечения пересекает плоскость CC_1D_1 по прямой C_1E, параллельной АF, Следовательно, искомое сечение - параллелограмм AEC_1F





Задача С2 2013г.

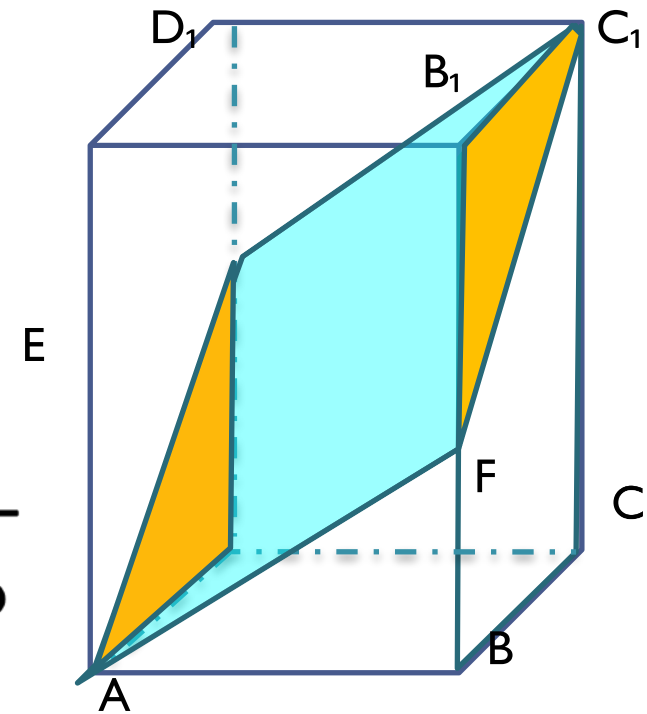
I.способ решения

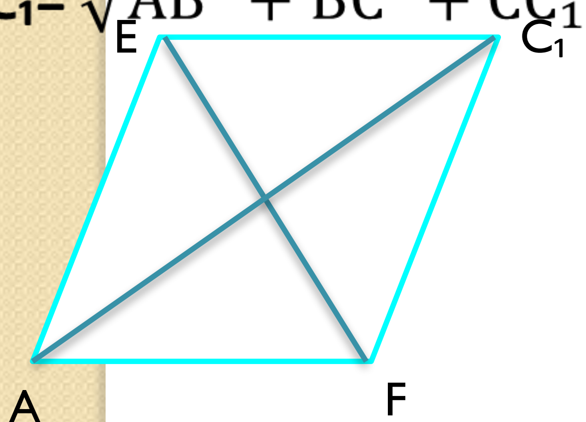
Треугольники ADE и C_1B_1F равны;

следовательно, $DE=B_1F=\frac{3}{5}BB_1=6$;

$BF=BB_1-B_1F=4$.

$AE=\sqrt{AD^2+DE^2}=2\sqrt{13}$; $AF=\sqrt{AB^2+BF^2}=2\sqrt{13}$, значит, AEC_1F – ромб со стороной $2\sqrt{13}$, диагональю $AC_1=\sqrt{AB^2+BC^2+CC_1{}^2}=2\sqrt{38}$.

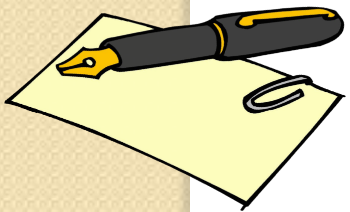




Тогда диагональ

$EF=\sqrt{AF^2-\frac{AC_1{}^2}{4}}=2\sqrt{14}$;

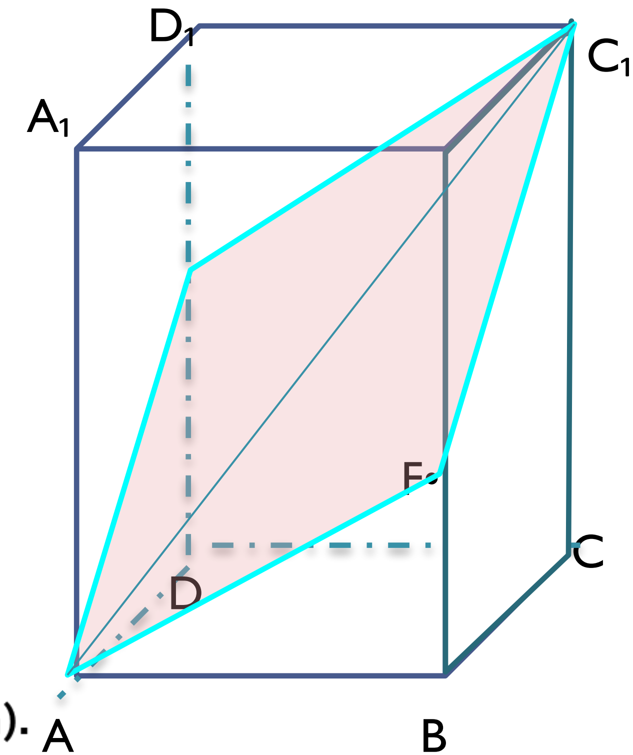
$S=\frac{AC_1\cdot EF}{2}=4\sqrt{133}$



Задача С2 2013г

I. способ решения

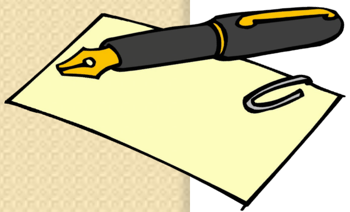
Найду площадь сечения другим способом: $\triangle AEC_1 = \triangle AFC_1$



AE=$\sqrt{AD^2+DE^2}$=$2\sqrt{13}$;**AF**=$\sqrt{AB^2+BF^2}$=$2\sqrt{13}$, **AC_1**=$\sqrt{AB^2+BC^2+{CC_1}^2}$=$2\sqrt{38}$(как диагональ прямоугольного параллелепипеда).

По теореме косинусов $a^2=в^2+c^2-2вc\cos\alpha$ **найду**

$\cos\alpha=\cos AFC_1$



Задача С2 2013г

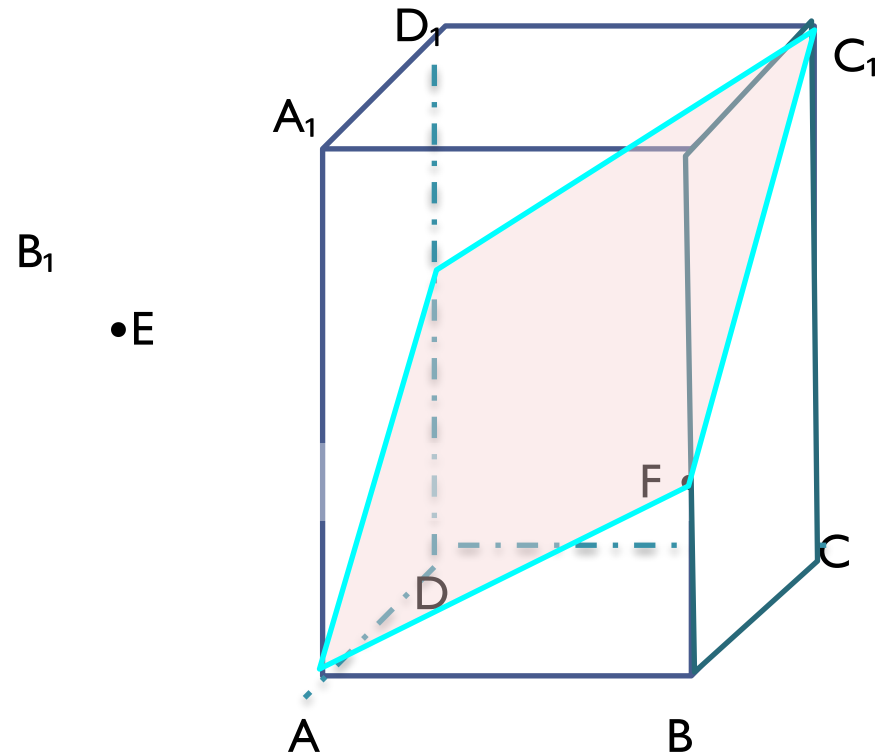
I. способ решения:

$152=52+52-104\cos\alpha$,

$-\cos\alpha=\frac{6}{13}$; тогда

$$\sin\alpha=\sqrt{1-\left(-\frac{6}{13}\right)^2}=\frac{\sqrt{133}}{13},$$

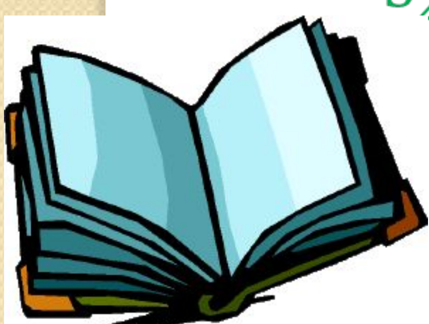
$$\sin\alpha=\frac{\sqrt{133}}{13}$$

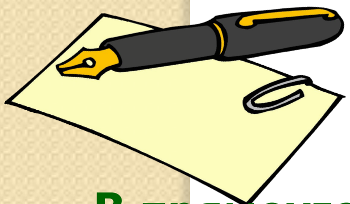


$$S_{\Delta AFC_1}=\frac{1}{2}AF\cdot FC_1\cdot\sin\alpha;$$

$$S_{\Delta AFC_1}=2\sqrt{133}$$

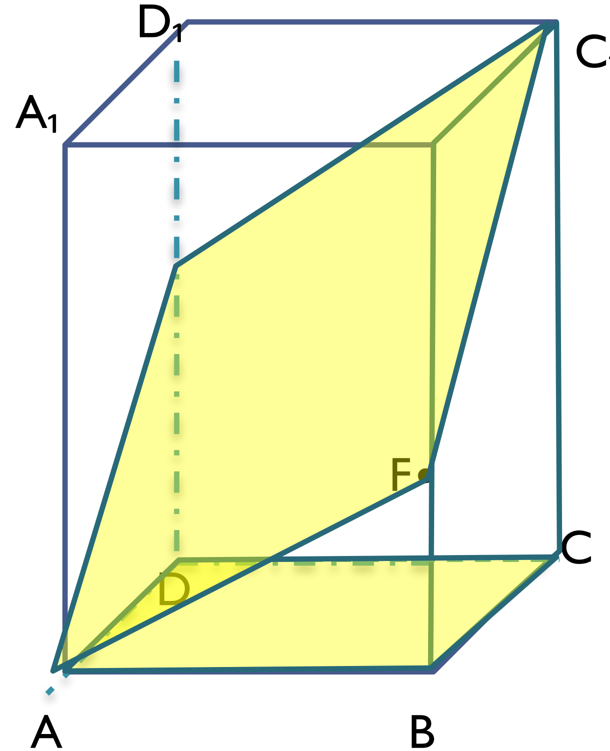
$$S_{AFC^1E}=2\cdot2\sqrt{133}=4\sqrt{133}$$





Задача С2 2013г

В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1BCD_1$ ребра $AB=6$, $AD=4$, $AA_1=10$. Точка F принадлежит ребру BB_1 и делит его в отношении 2:3, считая от вершины B. Найдите площадь сечения этого параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки A, F и C_1



2. способ решения:

Площадь ортогональной проекции многоугольника равна произведению площади этого многоугольника на косинус угла между плоскостями многоугольника и его проекции

ABCD – ортогональная проекция плоскости сечения AFC_1E прямоугольного параллелепипеда

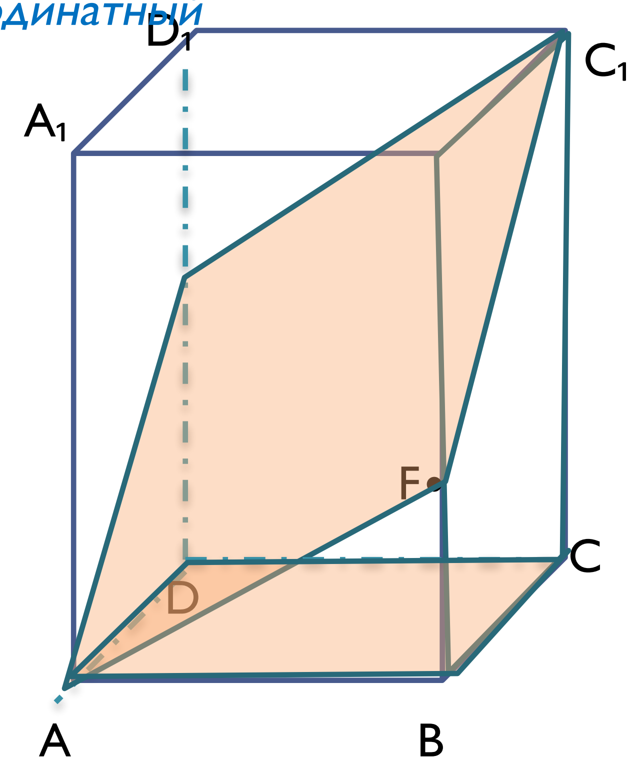
Задача С2 2013г

2. способ решения:(векторно-координатный метод)

$$S_{AFC^1E} = \frac{S_{ADCD}}{\cos a}$$

Угол a между плоскостями равен углу между прямыми, перпендикулярными к этим плоскостям.

Поэтому угол между плоскостями равен углу между ненулевыми векторами , перпендикулярными этим плоскостям,
*т. е. между **векторами нормалей**.*



Найду координаты вектора нормали к плоскости AFC_1E

Задача С2 2013г

2. способ решения:

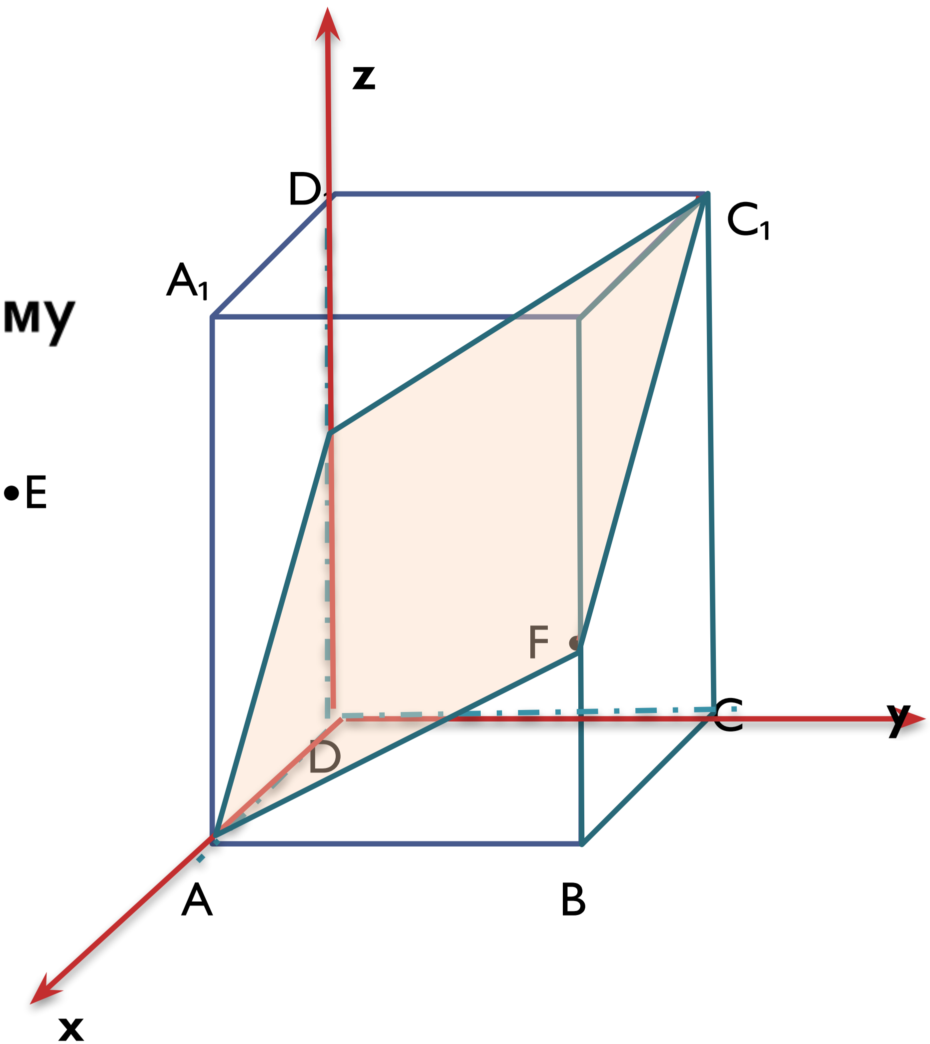
Итак, $BF=\frac{2}{5}BB_1=4$. Введу систему координат: $D(0;0;0)$, $A(4;0;0)$, $C_1(0;6;10)$, $F(4;6;4)$;

$$\overrightarrow{AF}\{0;6;4\},\ \overrightarrow{C_1F}\{4;0;-6\}$$

$\vec{n}\{x;y;z\}$- вектор нормали,

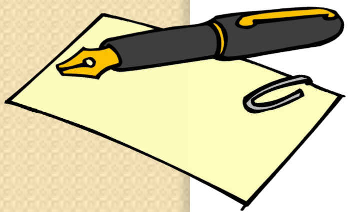
$\vec{n}\perp(AFC_1)$,если

$\vec{n}\bullet\overrightarrow{AF}=0$, $\vec{n}\bullet\overrightarrow{FC_1}=0$.



$$\begin{cases}0x+6y+4z=0\\4x+0y-6z=0,\end{cases}\quad\begin{cases}x=\frac{3z}{2}\\y=-\frac{2z}{3}\end{cases},\ \vec{n}\left\{\frac{3}{2};-\frac{2}{3};1\right\}.$$

$$|\vec{n}|=\frac{\sqrt{133}}{5}$$



Задача С2 2013г

2. способ решения:

$\overrightarrow{DD_1} \perp (ABC)$,

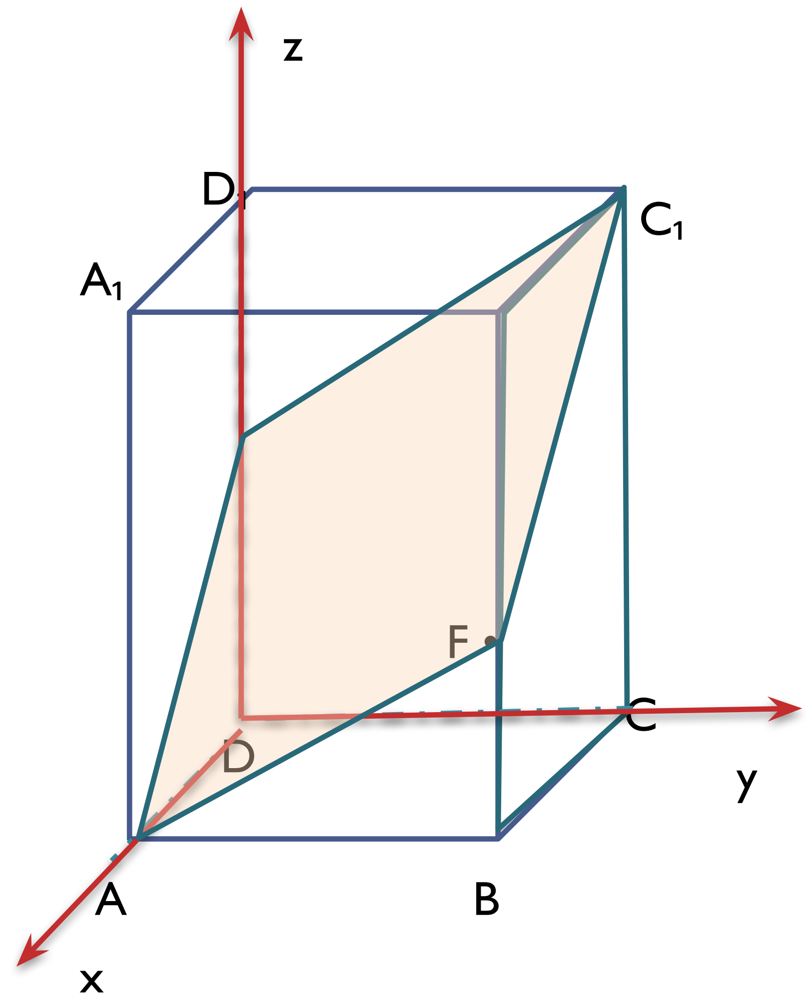
$\overrightarrow{DD_1} \perp (AFC_1)$,

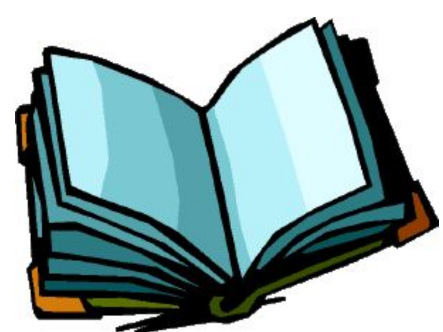
$\overrightarrow{DD_1}\{0;\,0;\,10\}$,

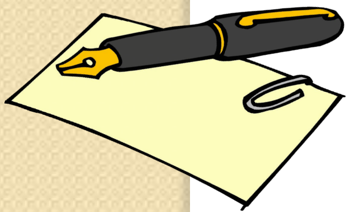
$|\overrightarrow{DD_1}| = 10$.

$$\cos a = \frac{|\vec{n} \cdot \overrightarrow{DD_1}|}{|\vec{n}| \cdot |\overrightarrow{DD_1}|} = \frac{6}{\sqrt{133}}$$

$$S_{AFC^1E} = \frac{S_{ABCD}}{\cos a} = 4\sqrt{133}.$$







Литератур
а.

1. Атанасян Л.С. Геометрия: учебник для 10-11 классов общеоразовательных учреждений.-М.: Просвещение,2011.
2. Смирнова И.М.,Смирнов В.А. Эффектиная подготовка к ЕГЭ.
   - М.: Экзамен, 2008
3. Рыбкин Н. Сборник задач по геометрии. Стереометрия для
   9 и 10 классов.-М.: Просвещение, 1972.
4. Ким по математике 11класс 2013.