

**РАСЧЕТ ИЗГИБА БАЛКИ
МЕТОДОМ
КОНЕЧНО-РАЗНОСТНЫХ
ЭЛЕМЕНТОВ**

Выполнила:
студентка группы 16-ДП
Фокина Е.С.
Проверил:
Тамаров В.А.

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Дифференциальное уравнение задачи имеет вид:

$$\frac{d^2}{dx^2} \left(E \cdot J(x) \cdot \frac{d^2 W}{dx^2} \right) = q(x) , \quad (1)$$

Граничные условия:

$$\begin{aligned} \text{при } x = 0: W(0) = 0, W'(0) = 0 \\ \text{при } x = l: W(l) = 0, W''(l) = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

Введем обозначение:

$$E \cdot J(x) \cdot \frac{d^2 W}{dx^2} = M(x) , \quad (3)$$



Подставив (3) в (1) получим систему из двух уравнений:

$$\begin{cases} \frac{d^2 M(x)}{dx^2} = q(x) \\ E \cdot J(x) \cdot \frac{d^2 W}{dx^2} = M(x) \end{cases}, \quad (4)$$

Воспользуемся выражением вторых производных в конечных разностях:

$$\begin{cases} \left[\frac{d^2 M}{dx^2} \right] = \frac{M_{i-1} - 2M_i + M_{i+1}}{h^2} \\ \left[\frac{d^2 W}{dx^2} \right] = \frac{W_{i-1} - 2W_i + W_{i+1}}{h^2} \end{cases}, \quad (5)$$

И первой производной в центральной разности:

$$\left(\frac{dW}{dx} \right)_i = \frac{W_{i+1} - W_{i-1}}{2h}, \quad (6)$$



Запишем систему (4), используя конечно-разностное соотношение (5). Так как первое уравнение в (4) описывает равновесие бесконечно малого элемента балки, то запишем это уравнение в конечных разностях только для внутренних узлов балки. Второе уравнение в системе (4) описывает геометрическую сторону задачи, поэтому запишем его в конечных разностях во внутренних и граничных узлах балки:

$$\left. \begin{array}{l}
 \text{узел 0:} \quad \text{-----}; \quad (W_{-1} - 2W_0 + W_1)EI_0 = M_0h^2 \\
 \text{узел 1:} \quad M_0 - 2M_1 + M_2 = q_1h^2; \quad (W_0 - 2W_1 + W_2)EI_1 = M_1h^2 \\
 \text{узел 2:} \quad M_1 - 2M_2 + M_3 = q_2h^2; \quad (W_1 - 2W_2 + W_3)EI_2 = M_2h^2 \\
 \text{-----} \\
 \text{узел } i: \quad M_{i-1} - 2M_i + M_{i+1} = q_ih^2; \quad (W_{i-1} - 2W_i + W_{i+1})EI_i = M_ih^2 \\
 \text{-----} \\
 \text{узел } (n-1): M_{n-2} - 2M_{n-1} + M_n = q_{n-1}h^2; (W_{n-2} - 2W_{n-1} + W_n)EI_{n-1} = M_{n-1}h^2 \\
 \text{узел } n: \quad \text{-----}; \quad (W_{n-1} - 2W_n + W_{n+1})EI_n = M_nh^2
 \end{array} \right\}, (7)$$



Учтем граничные условия:

$$\text{при } x=0: W_0 = 0, M_0 = 0, W'_0 = 0, \rightarrow \frac{W_1 - W_{-1}}{2h} = 0 \rightarrow W_1 = W_{-1}$$

$$\text{при } x=l: W(l) = 0, M_n = 0, W''(l) = 0, \rightarrow \frac{W_{n-1} - W_n + W_{n+1}}{h^2} = 0 \rightarrow W_{n-1} = W_{n+1}$$

В матричной форме система уравнений (7) будет иметь вид:

$$[A]\{M\} = \{Q\} \cdot q \cdot h^2 \quad (8) \text{ где}$$
$$EI(x) \cdot [D] \cdot [B] \cdot \{W\} = \{M\} \cdot h^2 \quad ,$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$



$$\{M\} = \begin{Bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ \dots \\ M_i \\ \dots \\ M_n \end{Bmatrix} \quad \{W\} = \begin{Bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ \dots \\ W_i \\ \dots \\ W_{n-1} \end{Bmatrix}$$

$[A]_{(n-1) \times n}, [B]_{n \times (n-1)}$ – безразмерные матрицы вторых производных,

$\{M\}_n$ -вектор узловых моментов,

$\{W\}_{(n-1)}$ -вектор узловых перемещений,

$[D]_{n \times n}$ -безразмерная диагональная матрица,

$\{Q\}_{n-1}$ -вектор значения нагрузки в каждом узле балки

Из выше приведенных соотношений видно, что матрицы $[A]$ и $[B]$ имеют одинаковую трехчленную структуру (ленчатые матрицы), которая нарушается в верхнем и нижнем узлах матрицы в зависимости от граничных условий по изгибающему моменту для матрицы $[A]$ и по перемещению для $[B]$.

Второе уравнение (8) подставим в первое уравнение (8) и получим:

$$[C]\{W\} = \{Q\} \frac{qh^4}{EI}$$

В матричном виде запишется как:

$[C] = [A][D][B]$, где $[C]_{(n-1) \times (n-1)}$ - безразмерная квадратная матрица

В результате получим: $\{W\} = [C]^{-1} \{Q\} \frac{qh^4}{EI}$

$$\{M\} = [D][B][C]^{-1} \{Q\} qh^2$$



РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

С помощью метода конечно-разностных элементов определить функцию прогиба и построить эпюру изгибающих моментов балки переменного поперечного сечения и загруженной переменной поперечной нагрузкой.

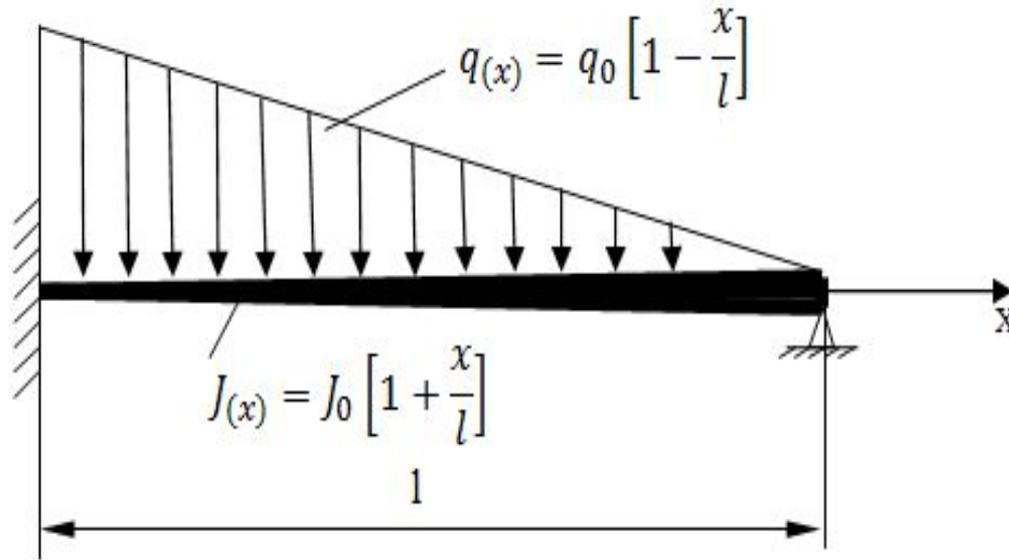
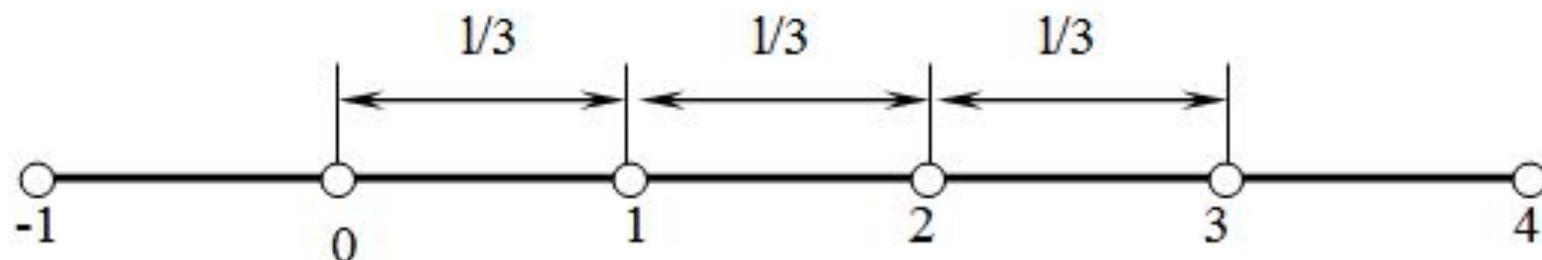


Рисунок 1 – Схема балки



а) решим с шагом разбиения $h=1/3$



узел 0: -----; $(W_{-1} - 2W_0 + W_1)EI_0 = M_0h^2$

узел 1: $M_0 - 2M_1 + M_2 = q_1h^2$; $(W_0 - 2W_1 + W_2)EI_1 = M_1h^2$

узел 2: $M_1 - 2M_2 + M_3 = q_2h^2$; $(W_1 - 2W_2 + W_3)EI_2 = M_2h^2$

узел 3: -----; $(W_2 - 2W_3 + W_4)EI_3 = M_3h^2$

Из граничных условий примем:

$$W_1 = W_{-1}; \quad W_2 = -W_4; \quad W_0 = 0; \quad W_3 = 0; \quad M_3 = 0$$



Подсчитаем значение нагрузки и момента инерции в узлах:

$$q_1=2/3 \quad I_1=4/3$$

$$q_2=1/3 \quad I_2=5/3$$

$$q_3=0 \quad I_3=2$$

В результате подстановок матрицы и вектора принимают следующий вид:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} I_1 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,333 & 0 & 0 \\ 0 & 1,667 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0,667 \\ 0,333 \end{Bmatrix}$$

$$C = A \cdot B \cdot D$$

$$C = \begin{bmatrix} 11,333 & -7,333 \\ -7,333 & 9,667 \end{bmatrix}$$

$$W = C^{-1} \cdot Q \cdot \frac{qh^4}{EI}$$

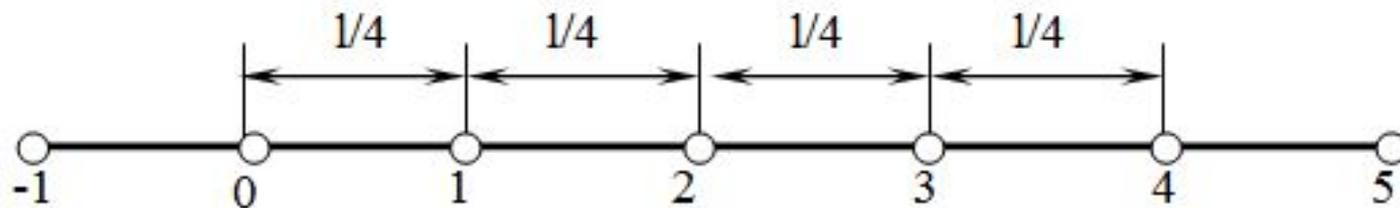
$$W = \begin{Bmatrix} 0,001967 \\ 0,001918 \end{Bmatrix} \frac{ql^4}{EI}$$

$$M = D \cdot B \cdot C^{-1} \cdot qh^2$$

$$M = \begin{Bmatrix} 0,047 \\ -0,03 \\ -0,034 \end{Bmatrix} ql^2$$



б) решим с шагом разбиения $h=1/4$



узел 0: -----; $(W_{-1} - 2W_0 + W_1)EI_0 = M_0h^2$

узел 1: $M_0 - 2M_1 + M_2 = q_1h^2$; $(W_0 - 2W_1 + W_2)EI_1 = M_1h^2$

узел 2: $M_1 - 2M_2 + M_3 = q_2h^2$; $(W_1 - 2W_2 + W_3)EI_2 = M_2h^2$

узел 3: $M_2 - 2M_3 + M_4 = q_3h^2$; $(W_2 - 2W_3 + W_4)EI_3 = M_3h^2$

узел 4: ----- ; $(W_3 - 2W_4 + W_5)EI_4 = M_4h^2$

Из граничных условий примем:

$$W_1 = W_{-1}; \quad W_3 = -W_5; \quad W_0 = 0; \quad W_4 = 0; \quad M_4 = 0$$



Подсчитаем значение нагрузки и момента инерции в узлах:

$$q_1=3/4 \quad I_1=5/4$$

$$q_2=1/2 \quad I_2=3/2$$

$$q_3=1/4 \quad I_3=7/4$$

$$q_4=0 \quad I_4=2$$

В результате подстановок матрицы и вектора принимают следующий вид:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} I_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1,25 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1,5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1,75 \end{bmatrix} \quad Q = \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0,75 \\ 0,5 \\ 0,25 \end{Bmatrix}$$



Выполняя вычисления по формулам (9) и (10), получим значения угловых перемещений и изгибающих моментов.

$$C = A \cdot B \cdot D$$

$$C = \begin{bmatrix} 8,5 & -5,5 & 1,5 \\ -5,5 & 9 & -6,5 \\ 1,5 & -6,5 & 8,5 \end{bmatrix}$$

$$W = C^{-1} \cdot Q \cdot \frac{qh^4}{EI}$$

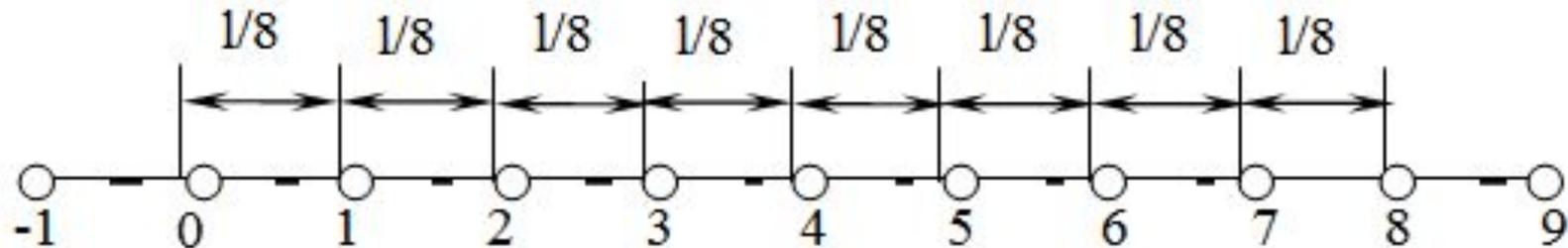
$$W = \begin{pmatrix} 0,001606 \\ 0,002405 \\ 0,001671 \end{pmatrix} \frac{ql^4}{EI}$$

$$M = D \cdot B \cdot C^{-1} \cdot qh^2$$

$$M = \begin{pmatrix} 0,051 \\ -0,016 \\ -0,037 \\ -0,026 \end{pmatrix} ql^2$$



в) решим с шагом разбиения $h=1/8$



узел 0: -----; $(W_{-1} - 2W_0 + W_1)EI_0 = M_0h^2$

узел 1: $M_0 - 2M_1 + M_2 = q_1h^2$; $(W_0 - 2W_1 + W_2)EI_1 = M_1h^2$

узел 2: $M_1 - 2M_2 + M_3 = q_2h^2$; $(W_1 - 2W_2 + W_3)EI_2 = M_2h^2$

узел 3: $M_2 - 2M_3 + M_4 = q_3h^2$; $(W_2 - 2W_3 + W_4)EI_3 = M_3h^2$

узел 4: $M_3 - 2M_4 + M_5 = q_4h^2$; $(W_3 - 2W_4 + W_5)EI_4 = M_4h^2$

узел 5: $M_4 - 2M_5 + M_6 = q_5h^2$; $(W_4 - 2W_5 + W_6)EI_5 = M_5h^2$

узел 6: $M_5 - 2M_6 + M_7 = q_6h^2$; $(W_5 - 2W_6 + W_7)EI_6 = M_6h^2$

узел 7: $M_6 - 2M_7 + M_8 = q_7h^2$; $(W_6 - 2W_7 + W_8)EI_7 = M_7h^2$

узел 8: ----- ; $(W_7 - 2W_8 + W_9)EI_8 = M_8h^2$



Из граничных условий примем:

$$W_1=W_{-1} ; W_7=-W_9 ; W_0=0 ; W_8=0 ; M_8=0$$

Подсчитаем значение нагрузки и момента инерции в узлах:

$$q_1=7/8 \quad I_1=9/8$$

$$q_2=3/4 \quad I_2=5/4$$

$$q_3=5/8 \quad I_3=11/8$$

$$q_4=1/2 \quad I_4=3/2$$

$$q_5=3/8 \quad I_5=13/8$$

$$q_6=1/4 \quad I_6=7/4$$

$$q_7=1/8 \quad I_7=15/8$$

$$q_8=0 \quad I_8=2$$



В результате подстановок матрицы и вектора принимают следующий вид:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1,25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1,375 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1,5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1,625 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1,75 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1,875 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \\ q_6 \\ q_7 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0,875 \\ 0,75 \\ 0,625 \\ 0,5 \\ 0,375 \\ 0,25 \\ 0,125 \end{Bmatrix}$$



Выполняя вычисления по формулам (9) и (10), получим значения угловых перемещений и изгибающих моментов.

$$C = A \cdot B \cdot D$$

$$C = \begin{bmatrix} 8,375 & -5,25 & 1,375 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -5,25 & 8,25 & -5,75 & 1,5 & 0 & 0 & 0 \\ 1,375 & -5,75 & 9 & -6,25 & 1,625 & 0 & 0 \\ 0 & 1,5 & -6,25 & 9,75 & -6,75 & 1,75 & 0 \\ 0 & 0 & 1,625 & -6,75 & 10,5 & -7,25 & 1,875 \\ 0 & 0 & 0 & 1,75 & -7,25 & 11,25 & -7,75 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1,875 & -7,75 & 9,875 \end{bmatrix}$$

$$W = C^{-1} \cdot Q \cdot \frac{qh^4}{EI}$$

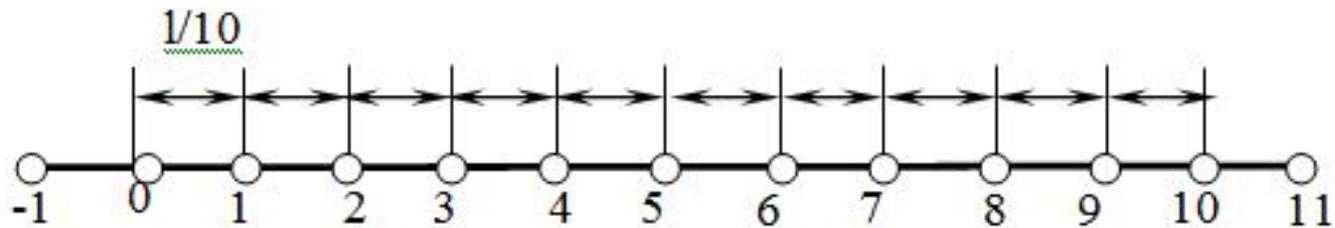
$$W = \begin{pmatrix} 0,0004459 \\ 0,001089 \\ 0,001597 \\ 0,001815 \\ 0,001707 \\ 0,001311 \\ 0,007076 \end{pmatrix} \frac{ql^4}{EI}$$

$$M = D \cdot B \cdot C^{-1} \cdot qh^2$$

$$M = \begin{pmatrix} 0,057 \\ 0,016 \\ -0,012 \\ -0,028 \\ -0,034 \\ -0,032 \\ -0,025 \\ -0,013 \end{pmatrix} ql^2$$



г) решим с шагом разбиения $h=l/10$



узел 0: -----; $(W_{-1} - 2W_0 + W_1)EI_0 = M_0h^2$
 узел 1: $M_0 - 2M_1 + M_2 = q_1h^2$; $(W_0 - 2W_1 + W_2)EI_1 = M_1h^2$
 узел 2: $M_1 - 2M_2 + M_3 = q_2h^2$; $(W_1 - 2W_2 + W_3)EI_2 = M_2h^2$
 узел 3: $M_2 - 2M_3 + M_4 = q_3h^2$; $(W_2 - 2W_3 + W_4)EI_3 = M_3h^2$
 узел 4: $M_3 - 2M_4 + M_5 = q_4h^2$; $(W_3 - 2W_4 + W_5)EI_4 = M_4h^2$
 узел 5: $M_4 - 2M_5 + M_6 = q_5h^2$; $(W_4 - 2W_5 + W_6)EI_5 = M_5h^2$
 узел 6: $M_5 - 2M_6 + M_7 = q_6h^2$; $(W_5 - 2W_6 + W_7)EI_6 = M_6h^2$
 узел 7: $M_6 - 2M_7 + M_8 = q_7h^2$; $(W_6 - 2W_7 + W_8)EI_7 = M_7h^2$
 узел 8: $M_7 - 2M_8 + M_9 = q_8h^2$; $(W_7 - 2W_8 + W_9)EI_8 = M_8h^2$
 узел 9: $M_8 - 2M_9 + M_{10} = q_9h^2$; $(W_8 - 2W_9 + W_{10})EI_9 = M_9h^2$
 узел 10: -----; $(W_9 - 2W_{10} + W_{11})EI_{10} = M_{10}h^2$



Из граничных условий примем:

$$W_1=W_{\downarrow}; \quad W_9=-W_{11}; \quad W_0=0; \quad W_{10}=0; \quad M_{10}=0$$

Подсчитаем значение нагрузки и момента инерции в узлах:

$$q_1=9/10 \quad I_1=11/10$$

$$q_2=4/5 \quad I_2=6/5$$

$$q_3=7/10 \quad I_3=13/10$$

$$q_4=3/5 \quad I_4=7/5$$

$$q_5=1/2 \quad I_5=3/2$$

$$q_6=2/5 \quad I_6=8/5$$

$$q_7=3/10 \quad I_7=17/10$$

$$q_8=1/5 \quad I_8=9/5$$

$$q_9=1/10 \quad I_9=19/10$$

$$q_{10}=0 \quad I_{10}=2$$



В результате подстановок матрицы и вектора принимают следующий вид:

A=

1	-2	1	0	0	0	0	0	0	0
0	1	-2	1	0	0	0	0	0	0
0	0	1	-2	1	0	0	0	0	0
0	0	0	1	-2	1	0	0	0	0
0	0	0	0	1	-2	1	0	0	0
0	0	0	0	0	1	-2	1	0	0
0	0	0	0	0	0	1	-2	1	0
0	0	0	0	0	0	0	1	-2	1
0	0	0	0	0	0	0	0	1	-2

B=

2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-2	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	-2	1	0	0	0	0	0	0	0
0	1	-2	1	0	0	0	0	0	0
0	0	1	-2	1	0	0	0	0	0
0	0	0	1	-2	1	0	0	0	0
0	0	0	0	1	-2	1	0	0	0
0	0	0	0	0	1	-2	1	0	0
0	0	0	0	0	0	1	-2	1	0
0	0	0	0	0	0	0	1	-2	1
0	0	0	0	0	0	0	0	1	-2



D=

1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1,1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1,2	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1,3	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1,4	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1,5	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1,6	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1,7	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1,8	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,9

$$Q = \left\{ \begin{array}{l} 0,9 \\ 0,8 \\ 0,7 \\ 0,6 \\ 0,5 \\ 0,4 \\ 0,3 \\ 0,2 \\ 0,1 \end{array} \right\}$$



$$C = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 7,6 & -4,6 & 1,2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline -4,6 & 7,2 & -5 & 1,3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 1,2 & -5 & 7,8 & -5,4 & 1,4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 1,3 & -5,4 & 8,4 & -5,8 & 1,5 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1,4 & -5,8 & 9 & -6,2 & 1,6 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1,5 & -6,2 & 9,6 & -6,6 & 1,7 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 1,6 & -6,6 & 10,2 & -7 & 1,8 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1,7 & -7 & 10,8 & -7,4 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1,8 & -7,4 & 9,4 \\ \hline \end{array}$$

$$W = \begin{Bmatrix} 0,0002946 \\ 0,0008121 \\ 0,001322 \\ 0,001692 \\ 0,001858 \\ 0,001803 \\ 0,001545 \\ 0,001123 \\ 0,0005896 \end{Bmatrix} \quad M = \begin{Bmatrix} 0,059 \\ 0,025 \\ -0,001 \\ -0,018 \\ -0,029 \\ -0,033 \\ -0,032 \\ -0,028 \\ -0,02 \\ -0,011 \end{Bmatrix}$$



Строим эпюры упругих линий балки и изгибающих моментов при каждом разбиении

Упругие линии балки

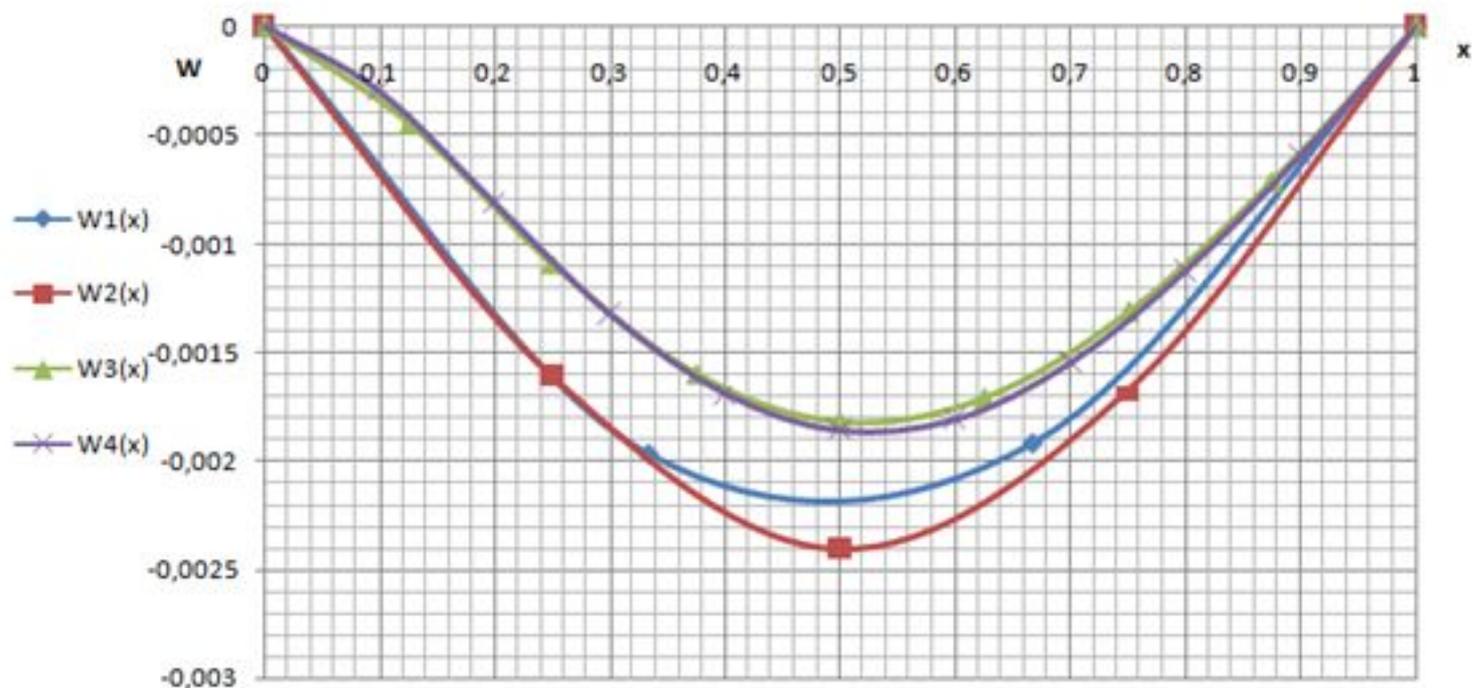


Рисунок 1 – Эпюры упругих линий балки при различных шагах разбиения

Эпюры изгибающих моментов

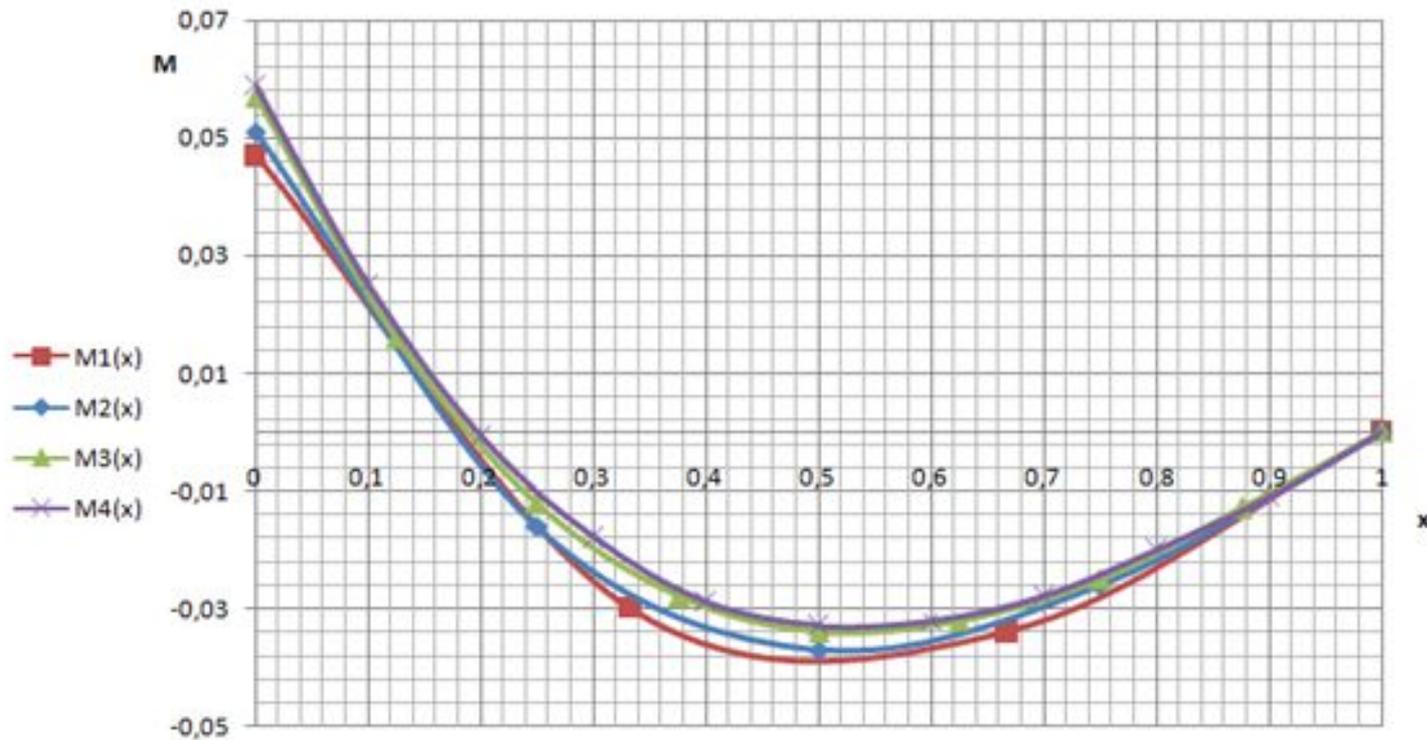


Рисунок 2 – Эпюры изгибающих моментов балки при различных шагах разбиения

Где W_1, W_2, W_3, W_4 – функции упругих линий с шагом разбиения $h/3, h/4, h/8, h/10$ соответственно;

M_1, M_2, M_3, M_4 – функции изгибающих моментов с шагом разбиения $h/3, h/4, h/8, h/10$ соответственно.

- Анализируя полученные зависимости можно сделать вывод: чем меньше шаг разбиения (т.е. на больше участков разбиваем наш предмет), тем точнее решение. Но следует заметить, что при шаге $h/8$ и $h/10$ разница минимальна, т.е. если мы возьмем $h/11, h/12$ и т.д. разница будет не существенна. Таким образом можно решить задачу с шагом $h/10$ (что дает нам наиболее точное решение) и округляя в безопасную сторону (т.е. брать с коэффициентом запаса) анализировать ее работу при данном виде нагружении.



**БЛАГОДАРЮ ВАС ЗА
ВНИМАНИЕ!**

