Расчет изгиба балки методом конечно-разностных элементов

Выполнила:
студентка группы 16-ДП
Фокина Е.С.
Проверил:
Тамаров В.А.

Краткие теоретические сведения

Дифференциальное уравнение задачи имеет вид:

$$\frac{d^2}{dx^2}\left(E \cdot J_{(x)} \cdot \frac{d^2W}{dx^2}\right) = q_{(x)} \quad , \tag{1}$$

Граничные условия:

$$\begin{gathered} \text{при } x = 0: \; W(0) = 0, W'(0) = 0 \\ \text{при } x = l: \; W(l) = 0, W''(l) = 0 \end{gathered} \quad , \tag{2}$$

Введем обозначение:

$$E \cdot J_{(x)} \cdot \frac{d^2W}{dx^2} = M(x) \quad , \tag{3}$$

Подставив (3) в (1) получим систему из двух уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{d^2M(x)}{dx^2} = q_{(x)} \\ E \cdot J_{(x)} \cdot \dfrac{d^2W}{dx^2} = M(x) \end{cases}, \tag{4}$$

Воспользуемся выражением вторых производных в конечных разностях:

$$\begin{cases} \left[\dfrac{d^2M}{dx^2}\right] = \dfrac{M_{i-1} - 2M_i + M_{i+1}}{h^2} \\ \left[\dfrac{d^2W}{dx^2}\right] = \dfrac{W_{i-1} - 2W_i + W_{i+1}}{h^2} \end{cases}, \tag{5}$$

И первой производной в центральной разности:

$$\left(\frac{dW}{dx}\right)_i = \frac{W_{i+1} - W_{i-1}}{2h}, \tag{6}$$

Запишем систему (4), используя конечно-разностное соотношение (5). Так как первое уравнение в (4) описывает равновесие бесконечно малого элемента балки, то запишем это уравнение в конечных разностях только для внутренних узлов балки. Второе уравнение в системе (4) описывает геометрическую сторону задачи, поэтому запишем его в конечных разностях во внутренних и граничных узлах балки:

$$
\left.
\begin{array}{lll}
\text{узел } 0: & ------------; & (W_{-1} - 2\mathrm{W}_0 + \mathrm{W}_1)\mathrm{EI}_0 = \mathrm{M}_0\mathrm{h}^2 \\
\text{узел } 1: & M_0 - 2M_1 + M_2 = q_1\mathrm{h}^2; & (W_0 - 2\mathrm{W}_1 + \mathrm{W}_2)\mathrm{EI}_1 = \mathrm{M}_1\mathrm{h}^2 \\
\text{узел } 2: & M_1 - 2M_2 + M_3 = q_2\mathrm{h}^2; & (W_1 - 2\mathrm{W}_2 + \mathrm{W}_3)\mathrm{EI}_2 = \mathrm{M}_2\mathrm{h}^2 \\
 & ------------------------------ & \\
\text{узел } i: & M_{i-1} - 2M_i + M_{i+1} = q_i\mathrm{h}^2; & (W_{i-1} - 2\mathrm{W}_\mathrm{i} + \mathrm{W}_{\mathrm{i}+1})\mathrm{EI}_\mathrm{i} = \mathrm{M}_\mathrm{i}\mathrm{h}^2 \\
 & ------------------------------ & \\
\text{узел } (n-1): & M_{n-2} - 2M_{n-1} + M_n = q_{n-1}\mathrm{h}^2; & (W_{n-2} - 2\mathrm{W}_{\mathrm{n}-1} + \mathrm{W}_\mathrm{n})\mathrm{EI}_{\mathrm{n}-1} = \mathrm{M}_{\mathrm{n}-1}\mathrm{h}^2 \\
\text{узел } n: & ------------; & (W_{n-1} - 2\mathrm{W}_\mathrm{n} + \mathrm{W}_{\mathrm{n}+1})\mathrm{EI}_\mathrm{n} = \mathrm{M}_\mathrm{n}\mathrm{h}^2
\end{array}
\right\}, \quad (7)
$$

Учтем граничные условия:

при x=0: $W_0 = 0, M_0 = 0, W'_0 = 0, \to \frac{W_1 - W_{-1}}{2h} = 0 \to W_1 = W_{-1}$

при x=l: $W(l) = 0, M_n = 0, W''(l) = 0, \to \frac{W_{n-1} - W_n + W_{n+1}}{h^2} = 0 \to W_{n-1} = W_{n+1}$

В матричной форме система уравнений (7) будет иметь вид:

$$[A]\{M\}=\{Q\}\cdot q\cdot h^2$$
$$EI(x)\cdot[D]\cdot[B]\cdot\{W\}=\{M\}\cdot h^2 \quad ,$$

(8) где

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & \dots & 0 \\ . & . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & \dots & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ . & . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & \dots & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\{M\} = \begin{Bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ \cdots \\ M_i \\ \cdots \\ M_n \end{Bmatrix} \{W\} = \begin{Bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ \cdots \\ W_i \\ \cdots \\ W_{n-1} \end{Bmatrix}$$

$[A]_{(n-1)xn}$,$[B]_{nx(n-1)}$ – безразмерные матрицы вторых производных,

$\{M\}_n$-вектор узловых моментов,

$\{W\}_{(n-1)}$-вектор узловых перемещений,

$[D]_{nxn}$-безразмерная диагональная матрица,

$\{Q\}_{n-1}$-вектор значения нагрузки в каждом узле балки

Из выше приведенных соотношений видно, что матрицы [A] и [B] имеют одинаковую трехчленную структуру (ленчатые матрицы), которая нарушается в верхнем и нижнем узлах матрицы в зависимости от граничных условий по изгибающему моменту для матрицы [A] и по перемещению для [B].

Второе уравнение (8) подставим в первое уравнение (8) и получим:

$$[C]\{W\}=\{Q\}\frac{qh^4}{EI}$$

В матричном виде запишется как:

$[C]=[A][D][B]$, где $[C]_{(n-1)x(n-1)}$- безразмерная квадратная матрица

В результате получим: $\{W\}=[C]^{-1}\{Q\}\frac{qh^4}{EI}$

$$\{M\}=[D][B][C]^{-1}\{Q\}qh^2$$

Решение задачи

С помощью метода конечно-разностных элементов определить функцию прогиба и построить эпюру изгибающих моментов балки переменного поперечного сечения и загруженной переменной поперечной нагрузкой.

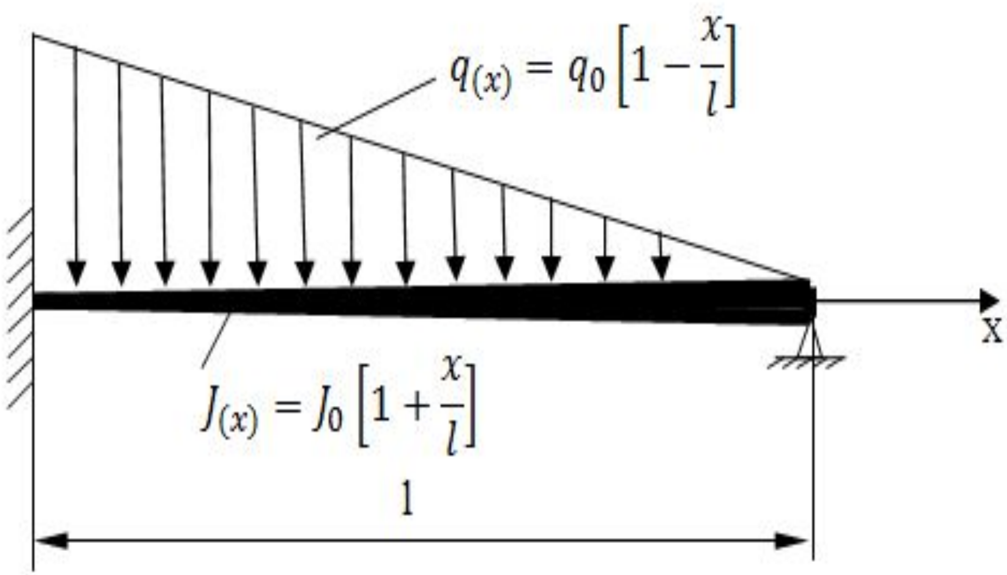
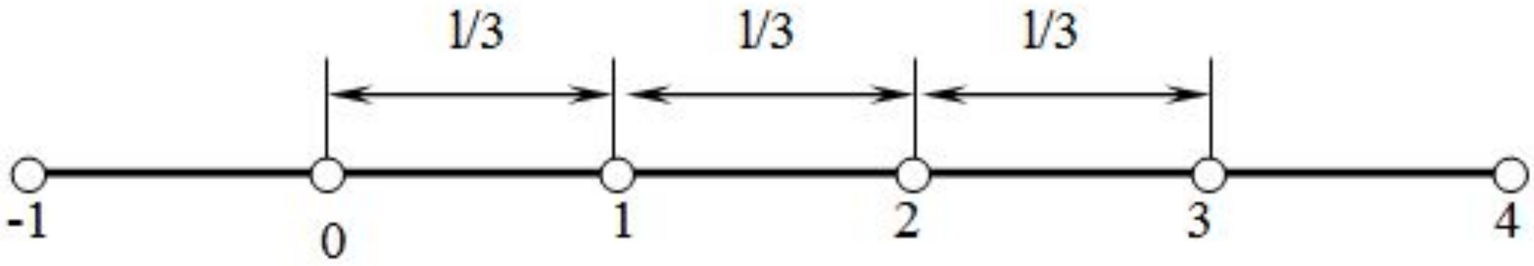


Рисунок 1 – Схема балки

а) решим с шагом разбиения h=l/3



узел 0: -------------------------; $(W_{-1} - 2W_0+W_1)EI_0=M_0h^2$

узел 1: $M_0 – 2M_1+M_2=q_1h^2$; $(W_0 - 2W_1+W_2)EI_1=M_1h^2$

узел 2: $M_1 – 2M_2+M_3=q_2h^2$; $(W_1 - 2W_2+W_3)EI_2=M_2h^2$

узел 3: -------------------------; $(W_2 - 2W_3+W_4)EI_3=M_3h^2$

Из граничных условий примем:

$W_1=W_{-1}$; $W_2=-W_4$; $W_0=0$; $W_3=0$; $M_3=0$

Подсчитаем значение нагрузки и момента инерции в узлах:

$q_1=2/3$ $\quad$ $I_1=4/3$

$q_2=1/3$ $\quad$ $I_2=5/3$

$q_3=0$ $\quad$ $I_3=2$

В результате подстановок матрицы и вектора принимают следующий вид:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} I_1 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1{,}333 & 0 & 0 \\ 0 & 1{,}667 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

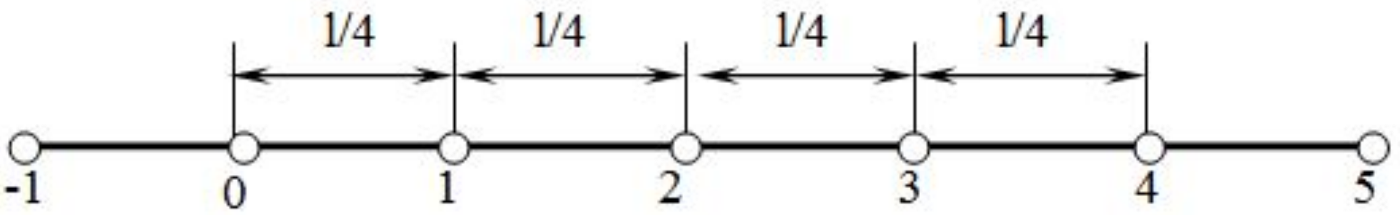
$$Q = \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0{,}667 \\ 0{,}333 \end{Bmatrix}$$

$$C = A \cdot B \cdot D \qquad C = \begin{bmatrix} 11{,}333 & -7{,}333 \\ -7{,}333 & 9{,}667 \end{bmatrix}$$

$$W = C^{-1} \cdot Q \cdot \frac{qh^4}{EI} \qquad W = \begin{Bmatrix} 0{,}001967 \\ 0{,}001918 \end{Bmatrix} \frac{ql^4}{EI}$$

$$M = D \cdot B \cdot C^{-1} \cdot qh^2 \qquad M = \begin{Bmatrix} 0{,}047 \\ -0{,}03 \\ -0{,}034 \end{Bmatrix} ql^2$$

б) решим с шагом разбиения h=l/4



узел 0: ----------------------; $(W_{-1} - 2W_0+W_1)EI_0=M_0h^2$

узел 1: $M_0 – 2M_1+M_2=q_1h^2$; $(W_0 - 2W_1+W_2)EI_1=M_1h^2$

узел 2: $M_1 – 2M_2+M_3=q_2h^2$; $(W_1 - 2W_2+W_3)EI_2=M_2h^2$

узел 3: $M_2 – 2M_3+M_4=q_3h^2$; $(W_2 - 2W_3+W_4)EI_3=M_3h^2$

узел 4: ---------------------- ; $(W_3 - 2W_4+W_5)EI_4=M_4h^2$

Из граничных условий примем:

$W_1=W_{-1}$; $W_3=-W_5$; $W_0=0$; $W_4=0$; $M_4=0$

Подсчитаем значение нагрузки и момента инерции в узлах:

$q_1=3/4$ $I_1=5/4$

$q_2=1/2$ $I_2=3/2$

$q_3=1/4$ $I_3=7/4$

$q_4=0$ $I_4=2$

В результате подстановок матрицы и вектора принимают следующий вид:

$$A=\begin{bmatrix}1 & -2 & 1 & 0\\ 0 & 1 & -2 & 1\\ 0 & 0 & 1 & -2\end{bmatrix} \qquad B=\begin{bmatrix}2 & 0 & 0\\ -2 & 1 & 0\\ 1 & -2 & 1\\ 0 & 1 & -2\end{bmatrix}$$

$$D=\begin{bmatrix}I_0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & I_1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & I_2 & 0\\ 0 & 0 & 0 & I_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1{,}25 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1{,}5 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1{,}75\end{bmatrix} \qquad Q=\begin{Bmatrix}q_1\\ q_2\\ q_3\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}0{,}75\\ 0{,}5\\ 0{,}25\end{Bmatrix}$$

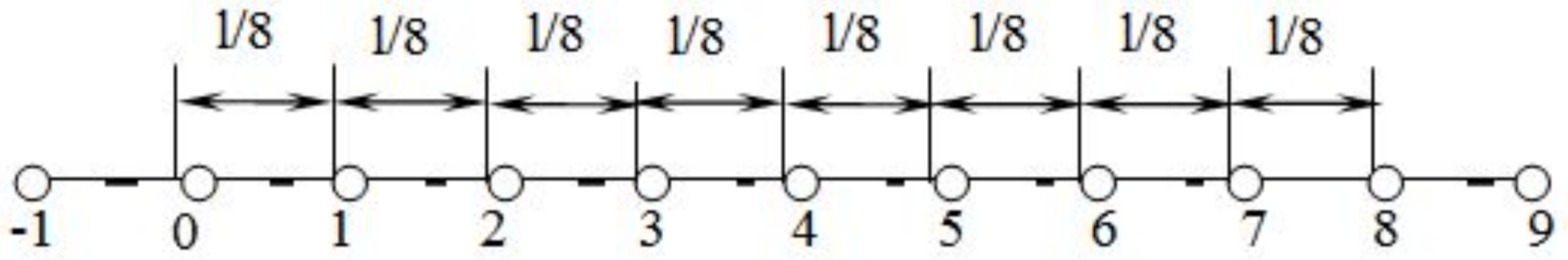
Выполняя вычисления по формулам (9) и (10),получим значения угловых перемещений и изгибающих моментов.

$$C = A \cdot B \cdot D \qquad C = \begin{bmatrix} 8{,}5 & -5{,}5 & 1{,}5 \\ -5{,}5 & 9 & -6{,}5 \\ 1{,}5 & -6{,}5 & 8{,}5 \end{bmatrix}$$

$$W = C^{-1} \cdot Q \cdot \frac{qh^4}{EI} \qquad W = \begin{Bmatrix} 0{,}001606 \\ 0{,}002405 \\ 0{,}001671 \end{Bmatrix} \frac{ql^4}{EI}$$

$$M = D \cdot B \cdot C^{-1} \cdot qh^2 \qquad M = \begin{Bmatrix} 0{,}051 \\ -0{,}016 \\ -0{,}037 \\ -0{,}026 \end{Bmatrix} ql^2$$

в) решим с шагом разбиения h=l/8



узел 0: ----------------------; $(W_{-1} - 2W_0+W_1)EI_0=M_0h^2$

узел 1: $M_0 - 2M_1+M_2=q_1h^2$; $(W_0 - 2W_1+W_2)EI_1=M_1h^2$

узел 2: $M_1 - 2M_2+M_3=q_2h^2$; $(W_1 - 2W_2+W_3)EI_2=M_2h^2$

узел 3: $M_2 - 2M_3+M_4=q_3h^2$; $(W_2 - 2W_3+W_4)EI_3=M_3h^2$

узел 4: $M_3 - 2M_4+M_5=q_4h^2$; $(W_3 - 2W_4+W_5)EI_4=M_4h^2$

узел 5: $M_4 - 2M_5+M_6=q_5h^2$; $(W_4 - 2W_5+W_6)EI_5=M_5h^2$

узел 6: $M_5 - 2M_6+M_7=q_6h^2$; $(W_5 - 2W_6+W_7)EI_6=M_6h^2$

узел 7: $M_6 - 2M_7+M_8=q_7h^2$; $(W_6 - 2W_7+W_8)EI_7=M_7h^2$

узел 8: ---------------------- ; $(W_7 - 2W_8+W_9)EI_8=M_8h^2$

Из граничных условий примем:

$W_1=W_{-1}$; $W_7=-W_9$; $W_0=0$; $W_8=0$; $M_8=0$

Подсчитаем значение нагрузки и момента инерции в узлах:

$q_1=7/8$	$I_1=9/8$
$q_2=3/4$	$I_2=5/4$
$q_3=5/8$	$I_3=11/8$
$q_4=1/2$	$I_4=3/2$
$q_5=3/8$	$I_5=13/8$
$q_6=1/4$	$I_6=7/4$
$q_7=1/8$	$I_7=15/8$
$q_8=0$	$I_8=2$

В результате подстановок матрицы и вектора принимают следующий вид:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1{,}25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1{,}375 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1{,}5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1{,}625 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1{,}75 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1{,}875 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \qquad Q = \left\{ \begin{matrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \\ q_6 \\ q_7 \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0{,}875 \\ 0{,}75 \\ 0{,}625 \\ 0{,}5 \\ 0{,}375 \\ 0{,}25 \\ 0{,}125 \end{matrix} \right\}$$

Выполняя вычисления по формулам (9) и (10),получим значения угловых перемещений и изгибающих моментов.

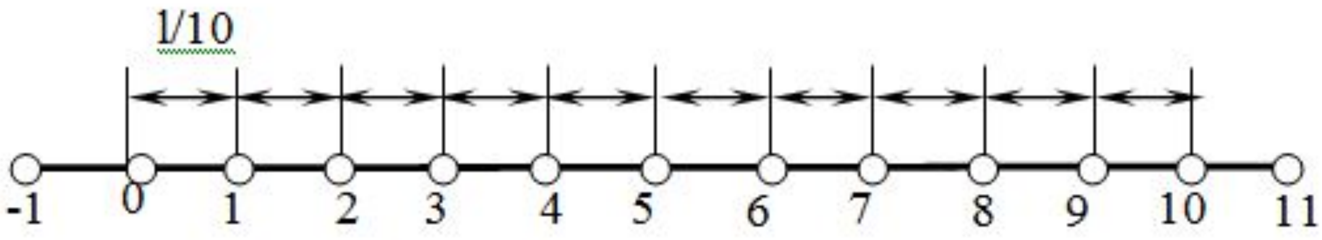
$$C = A \cdot B \cdot D$$

$$C = \begin{bmatrix} 8{,}375 & -5{,}25 & 1{,}375 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -5{,}25 & 8{,}25 & -5{,}75 & 1{,}5 & 0 & 0 & 0 \\ 1{,}375 & -5{,}75 & 9 & -6{,}25 & 1{,}625 & 0 & 0 \\ 0 & 1{,}5 & -6{,}25 & 9{,}75 & -6{,}75 & 1{,}75 & 0 \\ 0 & 0 & 1{,}625 & -6{,}75 & 10{,}5 & -7{,}25 & 1{,}875 \\ 0 & 0 & 0 & 1{,}75 & -7{,}25 & 11{,}25 & -7{,}75 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1{,}875 & -7{,}75 & 9{,}875 \end{bmatrix}$$

$$W = C^{-1} \cdot Q \cdot \frac{qh^4}{EI} \qquad W = \begin{Bmatrix} 0{,}0004459 \\ 0{,}001089 \\ 0{,}001597 \\ 0{,}001815 \\ 0{,}001707 \\ 0{,}001311 \\ 0{,}007076 \end{Bmatrix} \frac{ql^4}{EI}$$

$$M = D \cdot B \cdot C^{-1} \cdot qh^2 \qquad M = \begin{Bmatrix} 0{,}057 \\ 0{,}016 \\ -0{,}012 \\ -0{,}028 \\ -0{,}034 \\ -0{,}032 \\ -0{,}025 \\ -0{,}013 \end{Bmatrix} ql^2$$

г) решим с шагом разбиения h=l/10



узел 0: ------------------------; $(W_{-1} - 2W_0+W_1)EI_0=M_0h^2$

узел 1: $M_0 - 2M_1+M_2=q_1h^2$; $(W_0 - 2W_1+W_2)EI_1=M_1h^2$

узел 2: $M_1 - 2M_2+M_3=q_2h^2$; $(W_1 - 2W_2+W_3)EI_2=M_2h^2$

узел 3: $M_2 - 2M_3+M_4=q_3h^2$; $(W_2 - 2W_3+W_4)EI_3=M_3h^2$

узел 4: $M_3 - 2M_4+M_5=q_4h^2$; $(W_3 - 2W_4+W_5)EI_4=M_4h^2$

узел 5: $M_4 - 2M_5+M_6=q_5h^2$; $(W_4 - 2W_5+W_6)EI_5=M_5h^2$

узел 6: $M_5 - 2M_6+M_7=q_6h^2$; $(W_5 - 2W_6+W_7)EI_6=M_6h^2$

узел 7: $M_6 - 2M_7+M_8=q_7h^2$; $(W_6 - 2W_7+W_8)EI_7=M_7h^2$

узел 8: $M_7 - 2M_8+M_9=q_8h^2$; $(W_7 - 2W_8+W_9)EI_8=M_8h^2$

узел 9: $M_8 - 2M_9+M_{10}=q_9h^2$; $(W_8 - 2W_9+W_{10})EI_9=M_9h^2$

узел 10: ----------------------- ; $(W_9 - 2W_{10}+W_{11})EI_{10}=M_{10}h^2$

Из граничных условий примем:

$W_1=W_{-1}$; $W_9=-W_{11}$; $W_0=0$; $W_{10}=0$; $M_{10}=0$

Подсчитаем значение нагрузки и момента инерции в узлах:

$q_1=9/10$	$I_1=11/10$
$q_2=4/5$	$I_2=6/5$
$q_3=7/10$	$I_3=13/10$
$q_4=3/5$	$I_4=7/5$
$q_5=1/2$	$I_5=3/2$
$q_6=2/5$	$I_6=8/5$
$q_7=3/10$	$I_7=17/10$
$q_8=1/5$	$I_8=9/5$
$q_9=1/10$	$I_9=19/10$
$q_{10}=0$	$I_{10}=2$

В результате подстановок матрицы и вектора принимают следующий вид:

A=

1	-2	1	0	0	0	0	0	0	0
0	1	-2	1	0	0	0	0	0	0
0	0	1	-2	1	0	0	0	0	0
0	0	0	1	-2	1	0	0	0	0
0	0	0	0	1	-2	1	0	0	0
0	0	0	0	0	1	-2	1	0	0
0	0	0	0	0	0	1	-2	1	0
0	0	0	0	0	0	0	1	-2	1
0	0	0	0	0	0	0	0	1	-2

B=

2	0	0	0	0	0	0	0	0
-2	1	0	0	0	0	0	0	0
1	-2	1	0	0	0	0	0	0
0	1	-2	1	0	0	0	0	0
0	0	1	-2	1	0	0	0	0
0	0	0	1	-2	1	0	0	0
0	0	0	0	1	-2	1	0	0
0	0	0	0	0	1	-2	1	0
0	0	0	0	0	0	1	-2	1
0	0	0	0	0	0	0	1	-2

D=

1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1,1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1,2	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1,3	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1,4	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1,5	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1,6	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1,7	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1,8	0
0	0	0	0	0	0	0		0	1,9

$$Q = \left\{ \begin{matrix} 0,9 \\ 0,8 \\ 0,7 \\ 0,6 \\ 0,5 \\ 0,4 \\ 0,3 \\ 0,2 \\ 0,1 \end{matrix} \right\}$$

C=

7,6	-4,6	1,2	0	0	0	0	0	0
-4,6	7,2	-5	1,3	0	0	0	0	0
1,2	-5	7,8	-5,4	1,4	0	0	0	0
0	1,3	-5,4	8,4	-5,8	1,5	0	0	0
0	0	1,4	-5,8	9	-6,2	1,6	0	0
0	0	0	1,5	-6,2	9,6	-6,6	1,7	0
0	0	0	0	1,6	-6,6	10,2	-7	1,8
0	0	0	0	0	1,7	-7	10,8	-7,4
0	0	0	0	0	0	1,8	-7,4	9,4

$$W = \left\{\begin{pmatrix} 0{,}0002946 \\ 0{,}0008121 \\ 0{,}001322 \\ 0{,}001692 \\ 0{,}001858 \\ 0{,}001803 \\ 0{,}001545 \\ 0{,}001123 \\ 0{,}0005896 \end{pmatrix}\right\} \quad M = \left\{\begin{pmatrix} 0{,}059 \\ 0{,}025 \\ -0{,}001 \\ -0{,}018 \\ -0{,}029 \\ -0{,}033 \\ -0{,}032 \\ -0{,}028 \\ -0{,}02 \\ -0{,}011 \end{pmatrix}\right\}$$

Строим эпюры упругих линий балки и изгибающих моментов при каждом разбиении

Рисунок 1 – Эпюры упругих линий балки при различных шагах разбиения

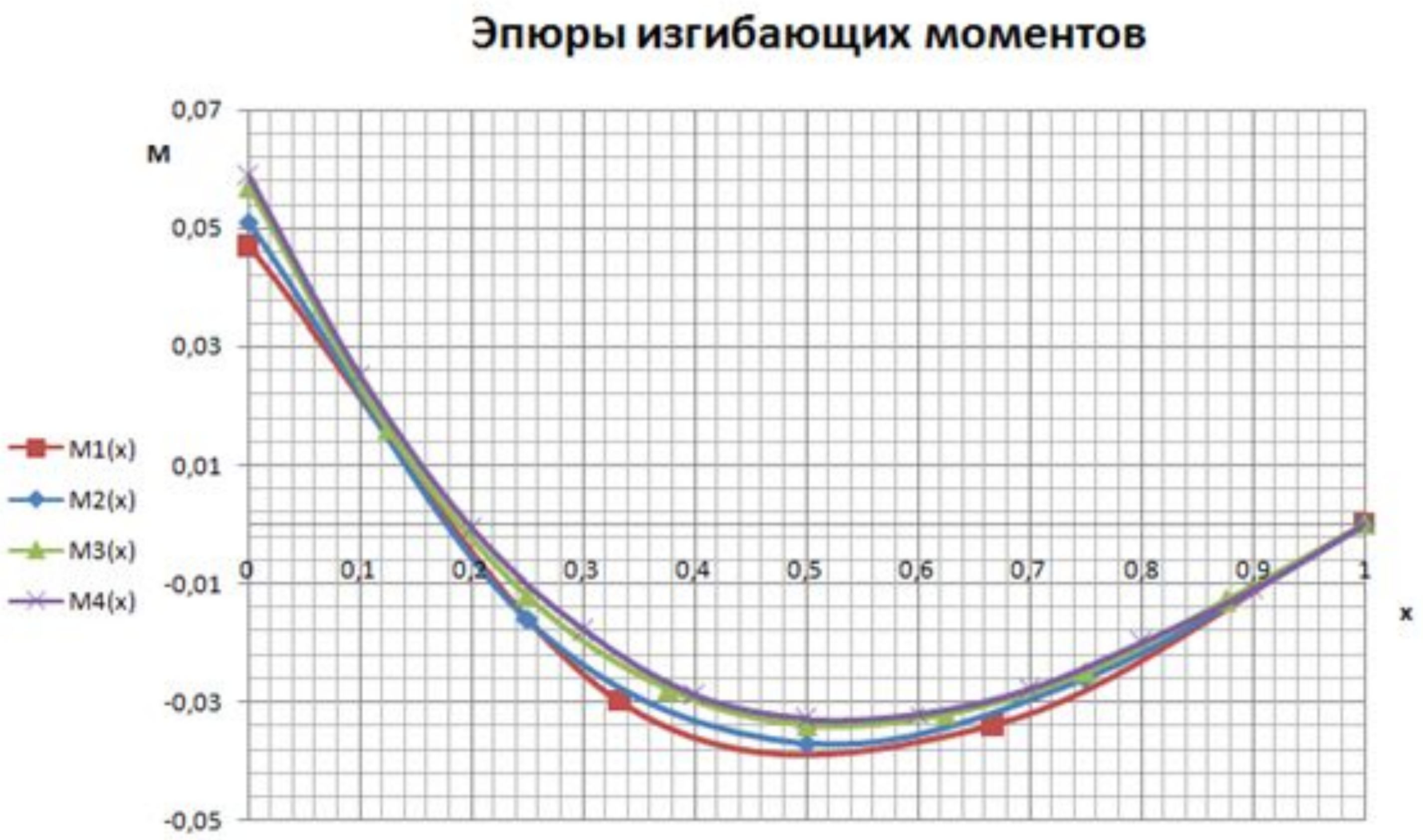


Рисунок 2 – Эпюры изгибающих моментов балки при различных шагах разбиения

Где W_1,W_2,W_3,W_4 –функции упругих линий с шагом разбиения h/3,h/4,h/8,h/10 соответственно;

M_1,M_2,M_3,M_4 – функции изгибающих моментов с шагом разбиения h/3,h/4,h/8,h/10 соответственно.

- Анализируя полученные зависимости можно сделать вывод: чем меньше шаг разбиения (т.е. на больше участков разбиваем наш предмет),тем точнее решение. Но следует заметить, что при шаге h/8 и h/10 разница минимальна, т.е. если мы возьмем h/11,h/12 и т.д. разница будет не существенна. Таким образом можно решить задачу с шагом h/10(что дает нам наиболее точное решение) и округляя в безопасную сторону (т.е. брать с коэффициентом запаса) анализировать ее работу при данном виде нагружении.

Благодарю Вас за внимание!