

Релятивистский закон сложения скоростей

- Пусть в K системе отсчета частица движется со скоростью

$$u = (u_x, u_y, u_z)$$

- Найдем скорость в системе K'

$$u' = (u'_x, u'_y, u'_z)$$

$$u'_x = \frac{dX'}{dt'}$$

$$dX' = \frac{dX - Vdt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$dt' = \frac{dt - \frac{VdX}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$\frac{dX'}{dt'} = \frac{dX - Vdt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \div \frac{dt - \frac{VdX}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$= \frac{dX - Vdt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \cdot \frac{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{dt - \frac{VdX}{c^2}} = \frac{dX - Vdt}{dt - \frac{VdX}{c^2}}$$

$$\frac{dX'}{dt'} = \frac{\frac{dX}{dt} - V}{1 - \frac{V \cdot \frac{dX}{dt}}{c^2}}$$

$$\frac{dX}{dt} = u_x$$

$$\frac{dX'}{dt'} = u'_x$$

$$u'_x = \frac{u_x - V}{1 - \frac{V \cdot u_x}{c^2}}$$

$$u'_Y = \frac{dY'}{dt'}$$

$$Y' = Y$$

$$dY' = dY$$

$$dt' = \frac{dt - \frac{VdX}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$u'_Y = dY' \div \frac{dt - \frac{VdX}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$= \frac{dY \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{dt - \frac{VdX}{c^2}}$$

$$u'_Y = \frac{\frac{dY}{dt} \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{V \frac{dX}{dt} - \left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)} \quad \frac{dY}{dt} = u_y$$

$$u'_Y = \frac{u_y \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 - \frac{V \cdot u_x}{c^2}}$$

$$u'_z = \frac{u_z \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 - \frac{V \cdot u_x}{c^2}}$$

$$K \Rightarrow K' \quad u'_X = \frac{u_X - V}{1 - \frac{V \cdot u_X}{c^2}}$$

$$u'_Y = \frac{u_Y \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 - \frac{V \cdot u_X}{c^2}}$$

$$u'_Z = \frac{u_Z \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 - \frac{V \cdot u_X}{c^2}}$$

$$K' \Rightarrow K \quad u_X = \frac{u'_X + V}{1 + \frac{V \cdot u'_X}{c^2}}$$

$$u_Y = \frac{u'_Y \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 + \frac{V \cdot u'_X}{c^2}}$$

$$u_Z = \frac{u'_Z \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 + \frac{V \cdot u'_X}{c^2}}$$

Пример

- Частица движется в системе K' со скоростью света $u'_X = c$

$$u_X = \frac{u'_X + V}{1 + \frac{V \cdot u'_X}{c^2}} = \frac{c + V}{1 + \frac{V \cdot c}{c^2}} = c$$

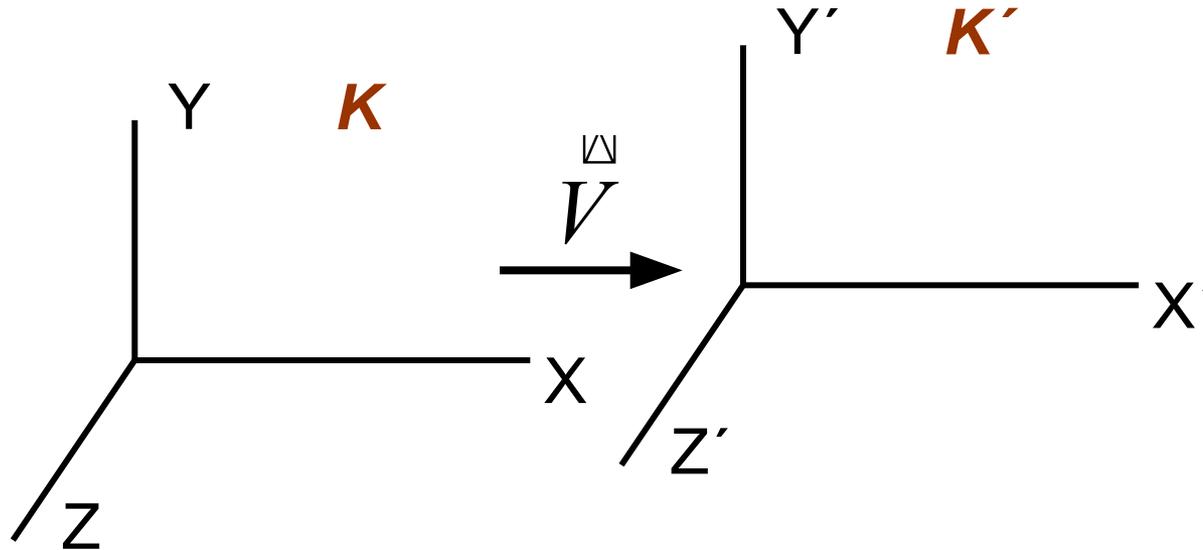
Пример

- Частица движется в системе K' со скоростью света, и система K' движется относительно K со скоростью света

$$u'_X = c \quad V = c$$

$$u_X = \frac{u'_X + V}{1 + \frac{V \cdot u'_X}{c^2}} = \frac{c + c}{1 + \frac{c \cdot c}{c^2}} = \frac{2c}{1 + 1} = c$$

Интервал между событиями



- 1 событие – в системе отсчета K из точки с координатами (x_1, y_1, z_1) в момент времени t_1 отправляется световой сигнал
- 2 событие – в системе отсчета K сигнал пришел в точку (x_2, y_2, z_2) в момент времени t_2

- Расстояние, пройденное сигналом с системе отсчета К

$$c(t_2 - t_1) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

$$c^2(t_2 - t_1)^2 - \left((x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 \right) = 0$$

- В системе отсчета K' координаты событий 1- (x_1', y_1', z_1', t_1') и
- 2- (x_2', y_2', z_2', t_2')
- Т.к. скорость света одинакова в K и K' ,

$$c(t_2' - t_1') = \sqrt{(x_2' - x_1')^2 + (y_2' - y_1')^2 + (z_2' - z_1')^2}$$

$$c^2(t_2' - t_1')^2 - \left((x_2' - x_1')^2 + (y_2' - y_1')^2 + (z_2' - z_1')^2 \right) = 0$$

- Назовем **интервалом между событиями** величину

$$S_{12} = \sqrt{c^2 (t_2 - t_1)^2 - (X_2 - X_1)^2 - (Y_2 - Y_1)^2 - (Z_2 - Z_1)^2}$$

$$S'_{12} = \sqrt{c^2 (t'_2 - t'_1)^2 - (X'_2 - X'_1)^2 - (Y'_2 - Y'_1)^2 - (Z'_2 - Z'_1)^2}$$

$$S_{12}^2 = S'_{12}{}^2 = 0$$

- Интервал между событиями не меняется при переходе от одной системы отсчета к другой

$$S_{12} = S'_{12} = \text{invar}$$

Времениподобные интервалы

- Рассмотрим два события в системе отсчета K
- 1- (x_1, y_1, z_1, t_1) ,
- 2 – (x_2, y_2, z_2, t_2)
- Хотим выяснить существует ли такая система отсчета, где эти события происходят в **одной точке пространства?**

$$t_2 - t_1 = t_{12}$$

$$(x'_2 - x'_1)^2 + (y'_2 - y'_1)^2 + (z'_2 - z'_1)^2 = \Delta_{12}^2$$

$$S_{12}^2 = c^2 t_{12}^2 - \Delta_{12}^2$$

$$S_{12}'^2 = c^2 t_{12}'^2 - \Delta_{12}'^2$$

$$S_{12}^2 = S_{12}'^2$$

$$c^2 t_{12}^2 - \Delta_{12}^2 = c^2 t_{12}'^2 - \Delta_{12}'^2$$

$$\Delta_{12}' = 0 \quad - \text{Мы так хотим}$$

$$c^2 t_{12}^2 - \Delta_{12}^2 = c^2 t_{12}'^2$$

$$c^2 t_{12}'^2 > 0 \quad c^2 t_{12}^2 - \Delta_{12}^2 > 0$$

$$c^2 t_{12}^2 - \Delta x_{12}^2 > 0$$

- **Времениподобный** интервал

~~$$t_{12}^2 = 0$$~~

- **НЕ существует** такой системы отсчета, где бы события происходили **одновременно**

- **существует** такая система отсчета, где бы события происходили **одновременно**

- Если два события происходят **с одним и тем же телом**, то интервал всегда **временеподобный**

Пространственноподобные интервалы

- Рассмотрим два события в системе отсчета K
- 1- (x_1, y_1, z_1, t_1) ,
- 2 – (x_2, y_2, z_2, t_2)
- Хотим выяснить существует ли такая система отсчета, где эти события происходят **одновременно?**

$$c^2 t_{12}^2 - \Delta_{12}^2 = c^2 t_{12}'^2 - \Delta_{12}'^2$$

$$t_{12}' = 0 \quad \text{- Мы так хотим}$$

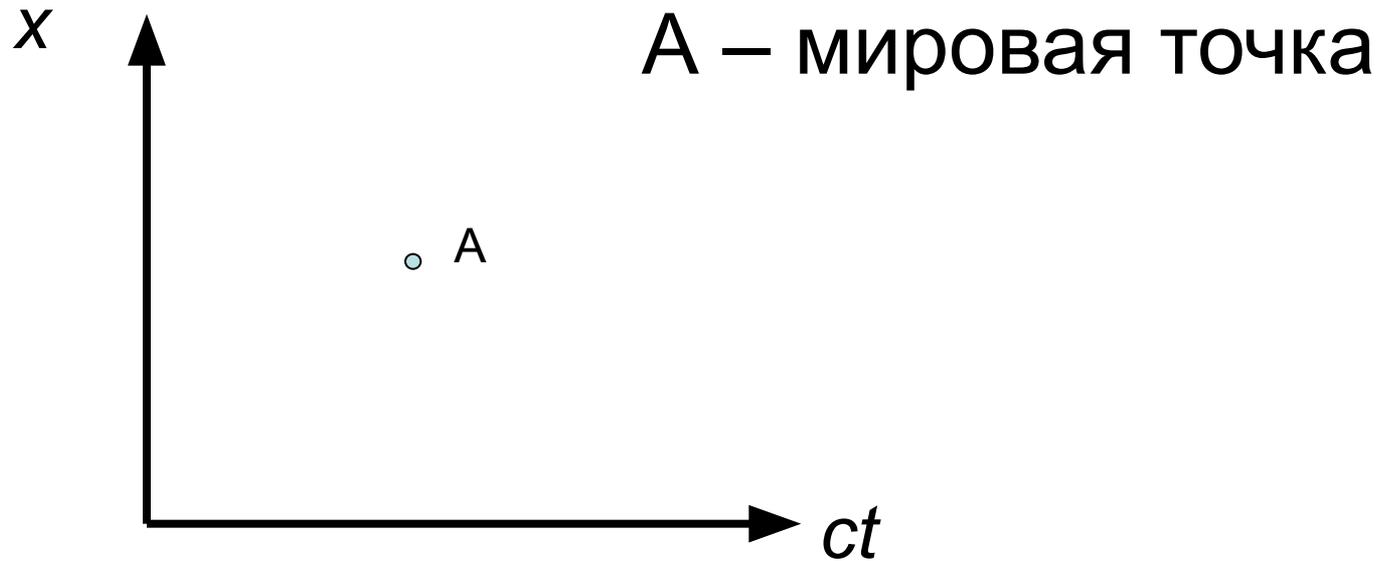
$$c^2 t_{12}^2 - \Delta_{12}^2 = -\Delta_{12}'^2 < 0$$

- **Пространственноподобный** интервал

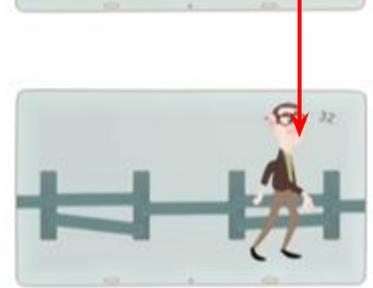
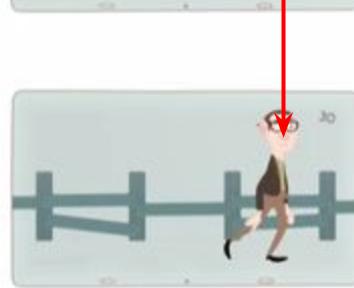
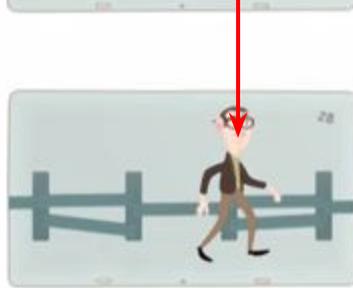
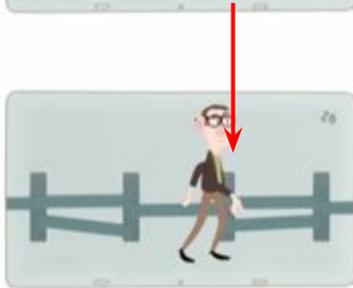
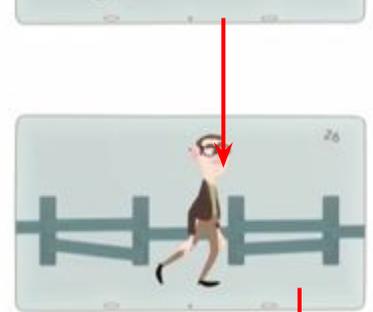
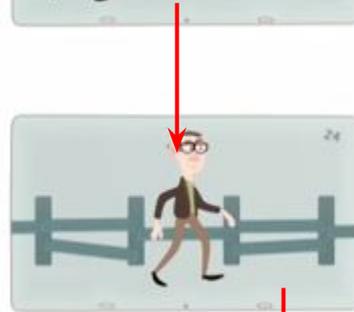
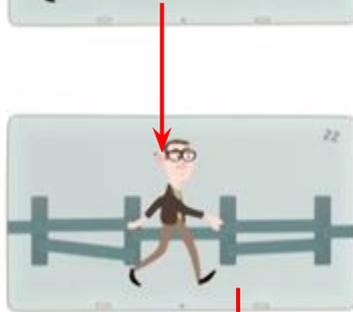
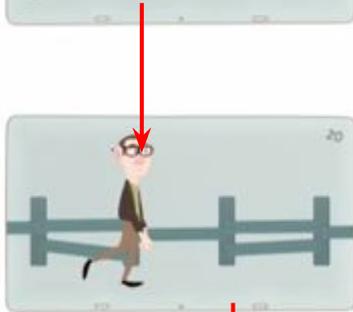
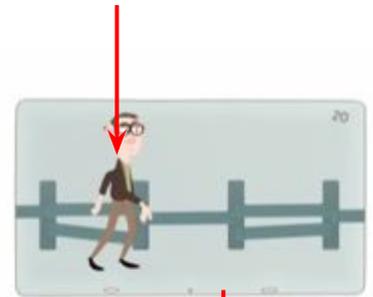
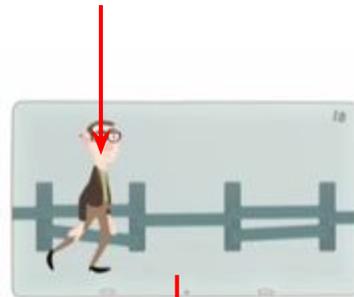
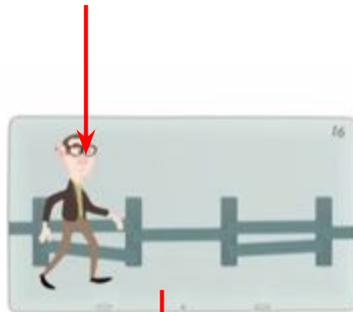
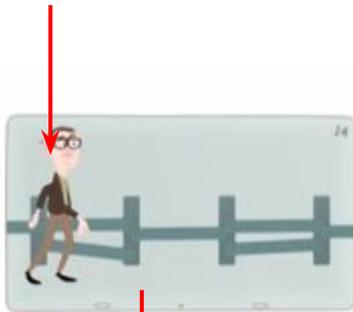
$$t_{12}^2 = 0$$

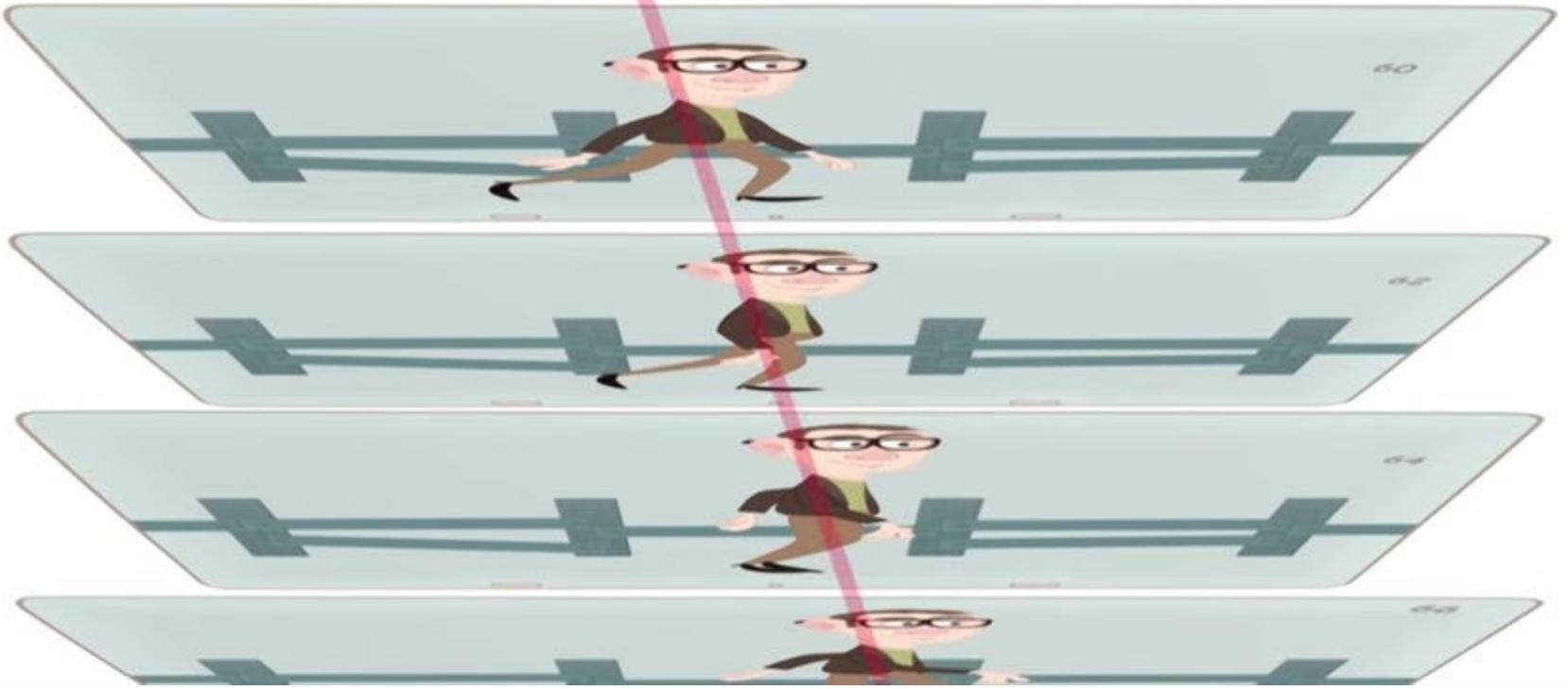
- **существует** такая система отсчета, где бы события происходили **одновременно**

Свойства пространства и времени по Эйнштейну

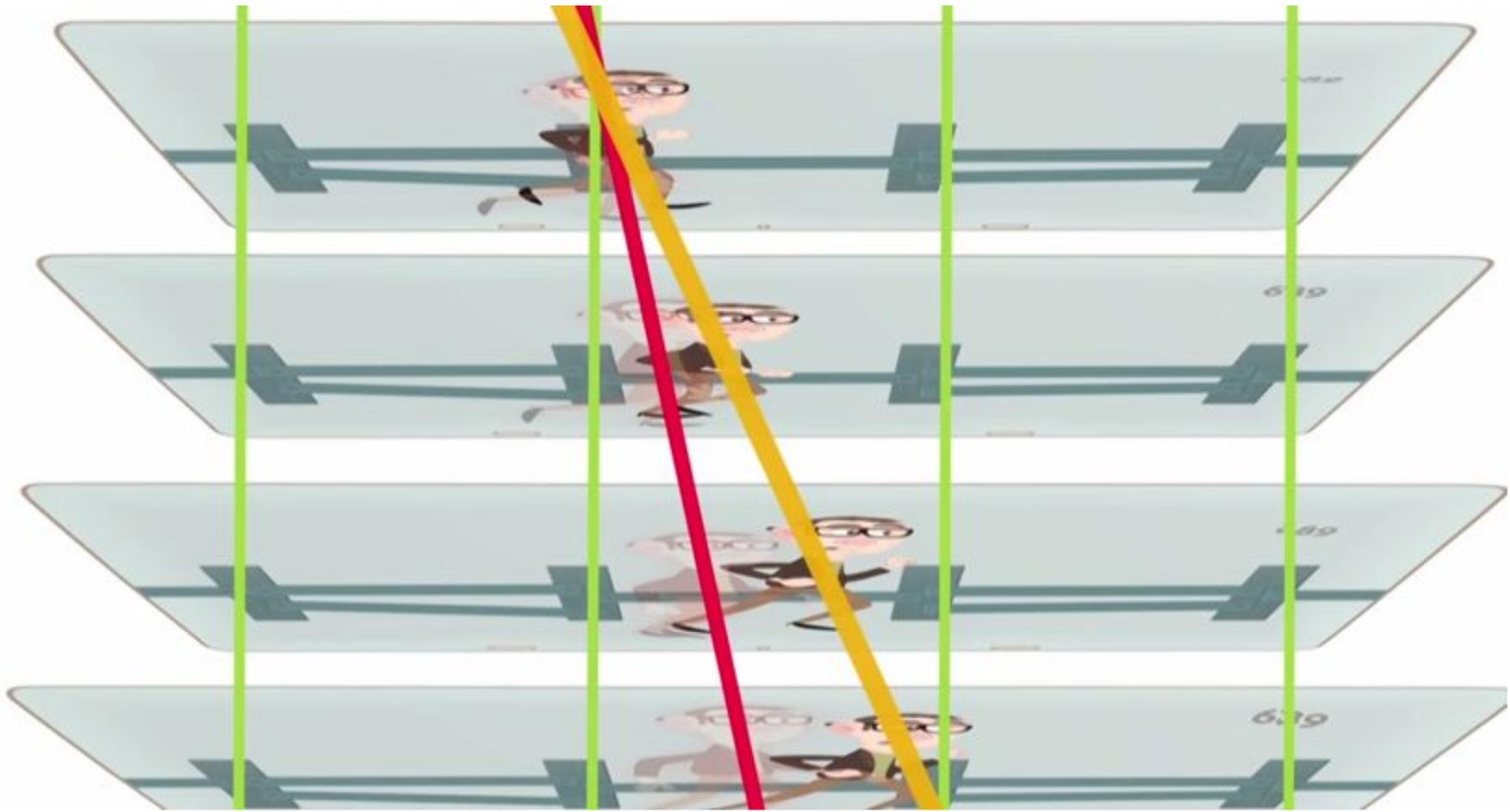


Пространственно-временная диаграмма

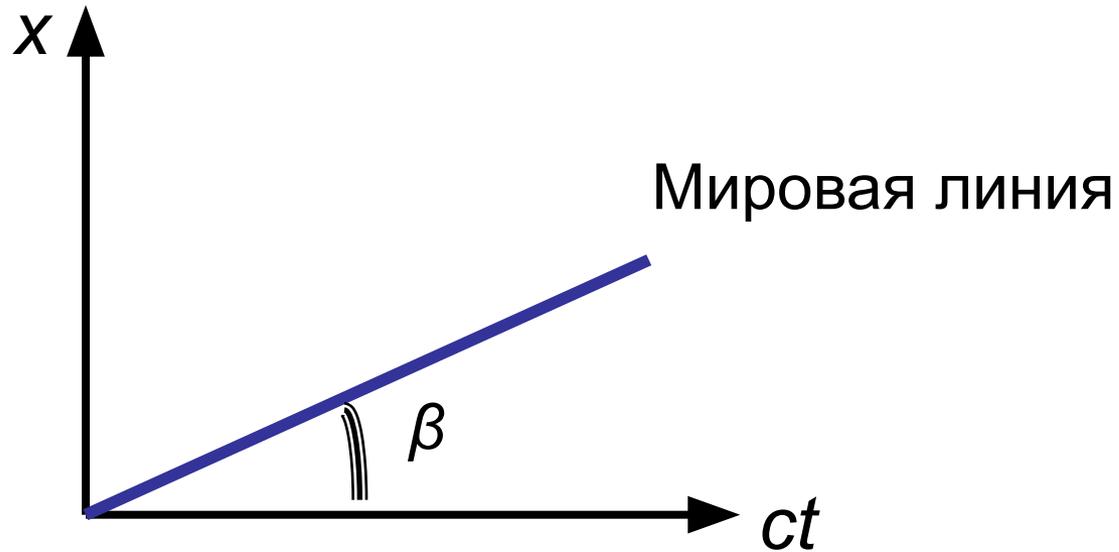








Движение тела описывается прямой,
проходящей через начало координат

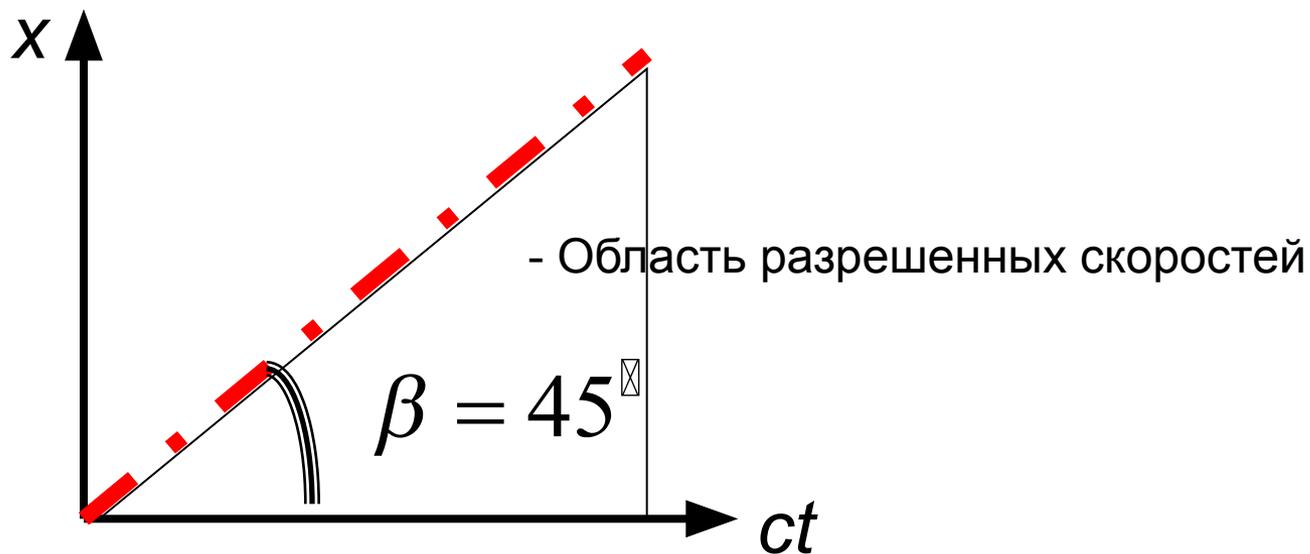


$$\operatorname{tg} \beta = \frac{x}{ct} = \frac{V}{c}$$

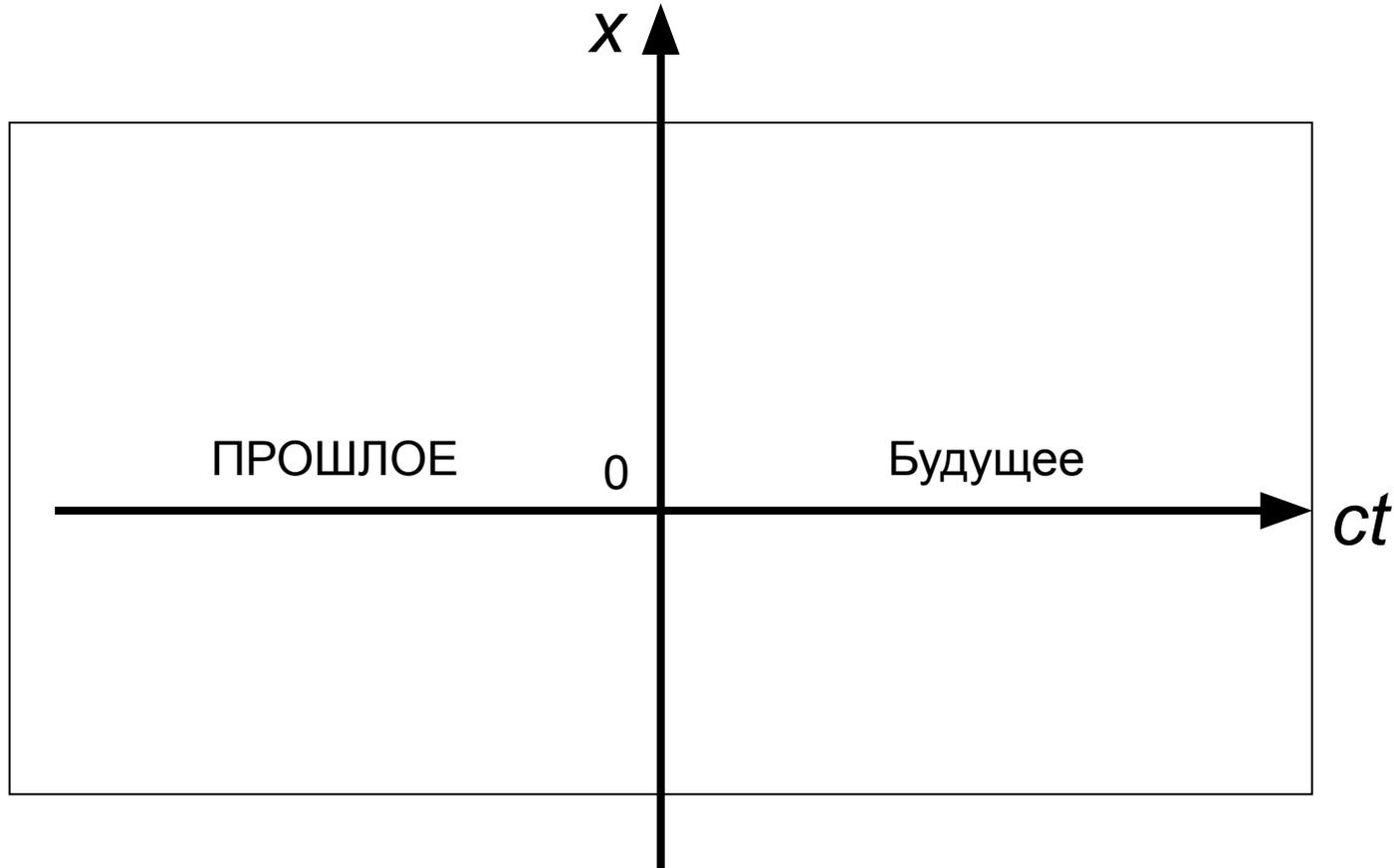
$$c = V$$

$$\operatorname{tg} \beta = 1$$

$$\beta = 45^\circ$$



В классической физике



В релятивистской физике

