

ЛЕКЦИЯ №5. РЕГРЕССИОННЫЙ АНАЛИЗ

План:

§1. Задачи регрессионного анализа. Виды регрессионных кривых.

§2. Отыскание параметров выборочного уравнения линейной регрессии по несгруппированным данным.

§1. Задачи регрессионного анализа. Виды регрессионных кривых.

Задачи:

1. Построение регрессионной модели
2. Прогнозирование по регрессии
3. Оценка адекватности модели, её интерпретация и практическое применение

Эмпирическая линия регрессии:

- Линейная
- Гиперболическая
- Показательная
- Параболическая
- Степенная
- Логарифмическая

§2 Отыскание параметров выборочного уравнения линейной регрессии по несгруппированным данным

$$\hat{y}(x) = a_0 + a_1 x$$

$$S = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}(x_i))^2 \rightarrow \min$$

$$S = \sum_{i=1}^n (y_i - (a_0 + a_1 x_i))^2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} S'_{a_0} = 0 \\ S'_{a_1} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} S'_{a_0} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - a_0 - a_1 x_i) \\ S'_{a_1} = -2 \sum_{i=1}^n (x_i y_i - a_0 x_i - a_1 x_i^2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2 \sum_{i=1}^n (y_i - a_0 - a_1 x_i) = 0 \\ -2 \sum_{i=1}^n (x_i y_i - a_0 x_i - a_1 x_i^2) = 0 \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^n y_i = a_0 n + a_1 \sum_{i=1}^n x_i \\ \sum_{i=1}^n x_i y_i = a_0 \sum_{i=1}^n x_i + a_1 \sum_{i=1}^n x_i^2 \end{array} \right.$$

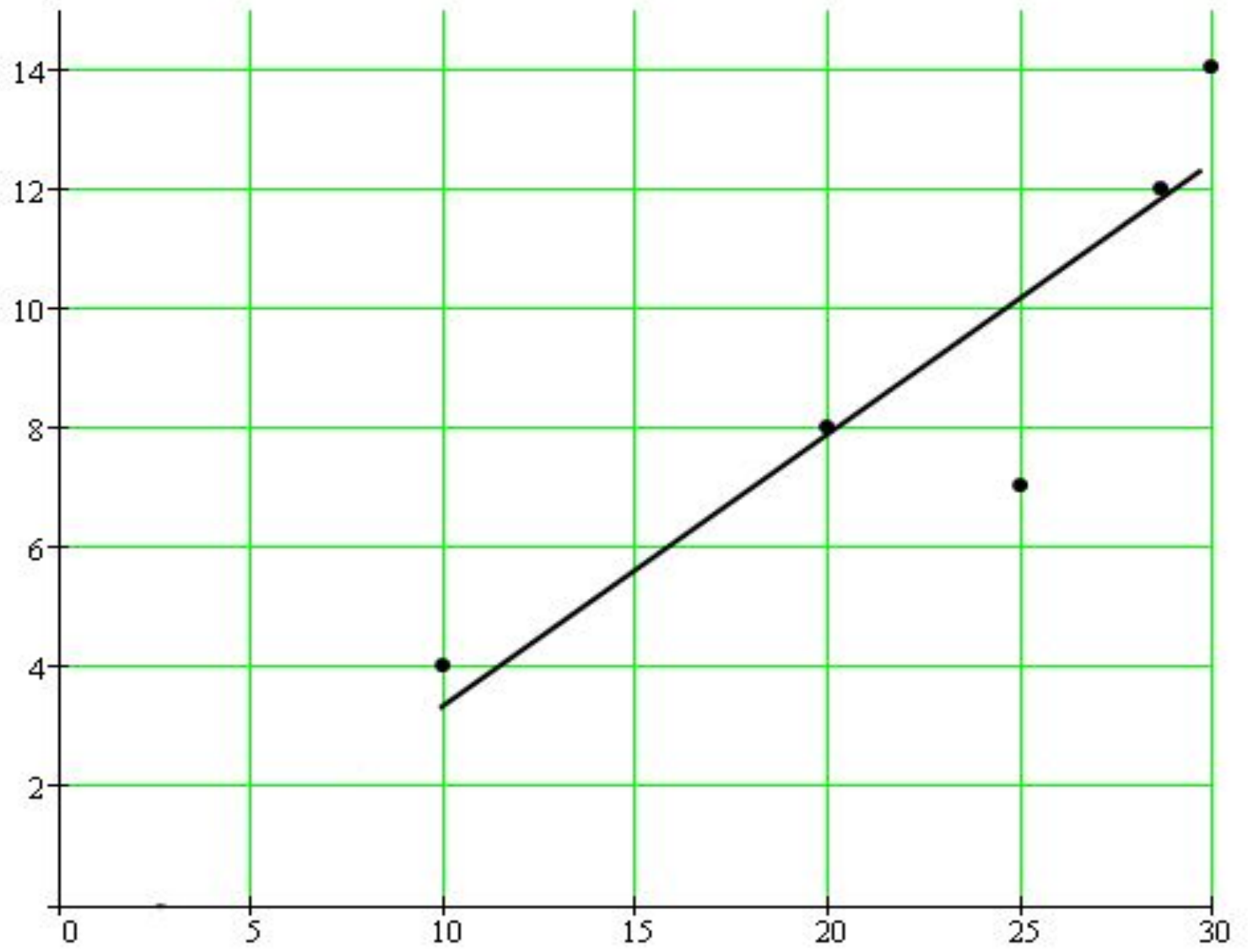
Пример

№	x_i	y_i	$x_i x_i$	$x_i y_i$	$y_i y_i$
1	10	4	100	40	16
2	20	8	400	160	64
3	25	7	625	175	49
4	28	12	784	336	144
5	30	14	900	420	196
Σ	113	45	2809	1131	469

$$\begin{cases} 45 = a_0 \cdot 5 + a_1 \cdot 113 \\ 1131 = a_0 \cdot 113 + a_1 \cdot 2809 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_0 = -1,1 \\ a_1 = 0,447 \end{cases}$$

$$\hat{y}(x) = 0,447x - 1,1$$



a_1 - коэффициент регрессии

$a_1 > 0$ - прямая корреляционная зависимость

$a_1 < 0$ - обратная зависимость

Коэффициент эластичности:

$$\mathcal{E}_x = a_1 \frac{\bar{x}_B}{\bar{y}_B}$$

$$\begin{cases} a_1 = r \frac{\sigma_y}{\sigma_x} \\ a_0 = \bar{y}_B - \bar{x}_B a_1 \end{cases}$$