АКАДЕМИЯ
ГРАЖДАНСКОЙ ЗАЩИТЫ
МЧС РОССИИ

Теория оптимальной фильтрации и управления

Лекция № 9 (3/5)

«Оптимальная оценка параметров сигнала»

Учебные вопросы

1. Сигнальная и шумовая функции.
2. Точность определения энергетических и неэнергетических параметров сигнала.

Литература

1.Асанин А.В., Войцеховский В.Ф. Основы теории оптимальной фильтрации: Учебное пособие. Химки. АГЗ, 2020.

2.Войцеховский В.Ф., Григорьева Е.Д. Основы теории оптимальной фильтрации: Учебное пособие. Химки. АГЗ, 2017.

3.Войцеховский В.Ф. Основы статистической теории радиоэлектронных систем: Учебное пособие. Химки. АГЗ, 2013.

1-ый учебный вопрос

«Сигнальная и шумовая функции»

- Из-за действия шума статистика $y(\lambda)$, будет случайной величиной. Случайная статистика может быть получена, например, в случае оценивания неэнергетического параметра. Для этого необходимо подставить в формулу (5.39) вместо реализации $x(t)$ случайный процесс $\xi(t)$:
- $\xi(t) = s(t, \lambda_0) + n(t)$, (5.45)
- где λ_0– истинное значение параметра.

- В результате имеем
- $y(\lambda) = \frac{2}{N_0}\int_0^T \xi(t) \cdot s(t,\lambda)dt = S(\lambda) + N(\lambda),$ (5.46)
- где
- $S(\lambda) = \frac{2}{N_0}\int_0^T s(t,\lambda) \cdot s(t,\lambda_0)dt\,,$ (5.47)
- $N(\lambda) = \frac{2}{N_0}\int_0^T n(t) \cdot s(t,\lambda)dt\,.$ (5.48)

- Зависимость $S(\lambda)$ называется *сигнальной функцией*, а зависимость $N(\lambda)$ – *шумовой функцией*.
- Сигнальная функция $S(\lambda)$ представляет собой корреляционный интеграл между сигналом с истинным значением параметра λ_0 и этим же сигналом, но с оцениваемым параметром λ, играющим роль аргумента. Интеграл берется за время существования сигнала. Пример графика $S(\lambda)$ показан на рис. 5.5а. Рассмотрим основные свойства сигнальной функции:

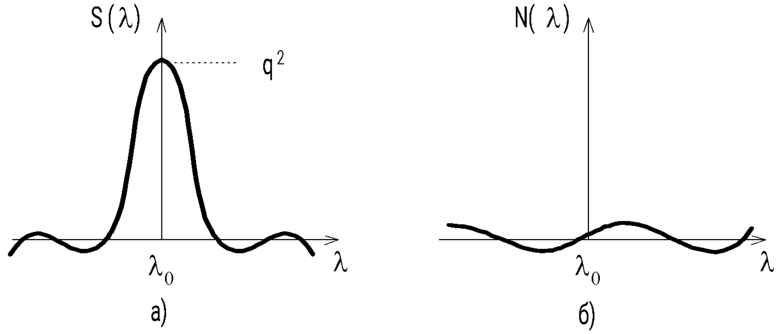

Рис. 5.5. Сигнальная и шумовая функции

- 1. Так как максимум $S(l)$ достигается при $l=l_0$, то
- $\left.\frac{dS(\lambda)}{d\lambda}\right|_{l=l_0}=0.$ (5.49)

- 2. Функция $S(l)$ симметрична относительно вертикальной прямой, проходящей через точку $l=l_0$, так что
- $S(l-l_0)=S(l_0-l).$ (5.50)

- 3. Кривизна $S(l)$, определяемая второй производной в точке $l=l_0$, является отрицательной величиной
- $\left.\frac{d^2 S(\lambda)}{d\lambda^2}\right|_{l=l_0}<0.$ (5.51)

- Шумовая функция $N(⍰)$ представляет собой корреляционный интеграл между шумом $n(t)$ и сигналом $s(t, ⍰)$ с оцениваемым параметром, играющим роль аргумента. Для гауссовского стационарного шума $n(t)$ шумовая функция является стационарным гауссовским случайным процессом параметра λ с нулевым математическим ожиданием
- $\langle N(⍰) \rangle = 0,$ (5.52)
- и корреляционной функцией, определяемой сигнальной функцией:
- $R_N(\lambda_2 - \lambda_1) = \langle N(\lambda_1) N(\lambda_2) \rangle = S(\lambda_2 - \lambda_1).$ (5.53)

- Заметим, что $S(\lambda)$ и $N(\lambda)$ можно рассматривать как сигнал и шум на выходе оптимального измерителя в области оцениваемого параметра.
- С помощью сигнальной функции можно оценивать *разрешающую способность* измерителя. Действительно, если на входе действуют два сигнала $s(t, \lambda_{01})$, $s(t, \lambda_{02})$, отличающиеся между собой истинными значениями параметров λ_{01} и λ_{02} , то на выходе измерителя появятся два сигнала $s_1(\lambda)$,$s_2(\lambda)$ в области λ.
- Два сигнала $s(t, \lambda_{01})$, $s(t, \lambda_{02})$ могут быть надежно выделены и их параметры раздельно измерены; если разность $|\lambda_{02} - \lambda_{01}|$ превышает разрешающую способность измерителя $\delta\lambda$:
- $|\lambda_{02} - \lambda_{01}| \geq \delta\lambda$.

- Разрешающая способность $\delta\lambda$, согласно критерию Релея, определяется как разность $(\lambda_{02} - \lambda_{01})$, которая соответствует ширине сигнальной функции (рис. 5.6). Уровень, на котором определяется $S(\lambda)$, может быть различным. На рис. 5.6 уровень для определения $\delta\lambda$ выбран нулевым. Чаще всего за меру разрешающей способности принимают величину $\delta\lambda$, равную ширине сигнальной функции на уровне 0.5.

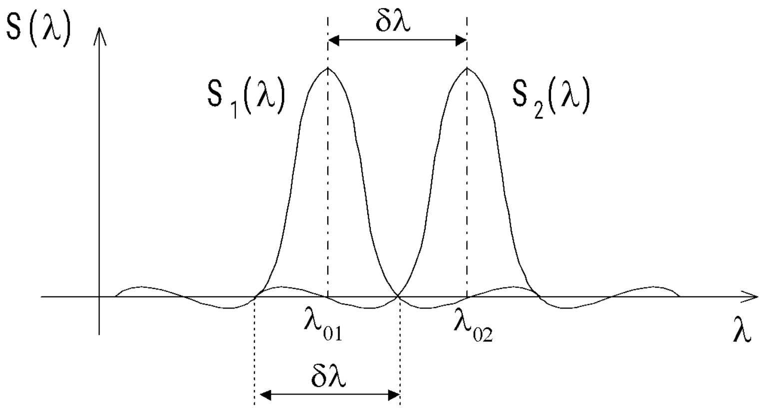

Рис. 5.6. К определению разрешающей способности измерителя