Повторение

Дифференцирование функций

Таблица производных

- **Производные степенной функции.**

$$(x^n)' = n * x^{n-1}$$

$$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$$

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2 * \sqrt{x}}$$

Таблица производных

- **Производные показательной функции.**

$$(a^x)' = a^x \ln a$$

$$(e^x)' = e^x$$

Таблица производных

- **Производные логарифмической функц...**

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x * \ln a}$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

Таблица производных

- **Производные тригонометрической функции.**

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(tg\, x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(ctg\, x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

Таблица производных

- **Производные обратной тригонометрической функции.**

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$$

$$(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$$

$$(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1 + x^2}$$

$$(\operatorname{arcctg} x)' = -\frac{1}{1 + x^2}$$

Правила дифференцирования

Пусть u(x) , v(x) и w(x) – дифференцируемые в некотором интервале (a; b) функции, C – постоянная.

- $(C)' = 0$
- $(u \pm v)' = u' \pm v'$
- $(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v' \quad \Rightarrow \quad (C \cdot u)' = C \cdot u'$

$$(u \cdot v \cdot w)' = u' \cdot v \cdot w + u \cdot v' \cdot w + u \cdot v \cdot w'$$

- $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2} \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{C}{v}\right)' = \frac{-C \cdot v'}{v^2}$

Алгоритм вычисления сложной функции

1)определить внутреннею функцию

2)определить внешнею функцию

3) найти производную внешней функции

4) найти производную внутренней функции

5) найти произведение производной внешней на производную внутренней функции

Производные высших порядков

Производная $y' = f'(x)$ функции $y = f(x)$ есть также функция от x и называется производной первого порядка.

Если функция $f'(x)$ дифференцируема, то ее производная называется производной второго порядка и обозначается:

$$y''; \quad f''(x); \quad \frac{d^2y}{dx^2} \qquad y'' = (y')'$$

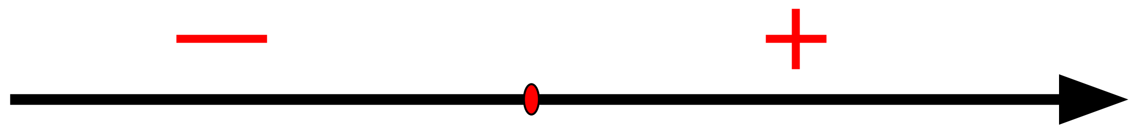
Монотонность и экстремумы

Если $f'(x) \geq 0$, то функция $y = f(x)$ возрастает.

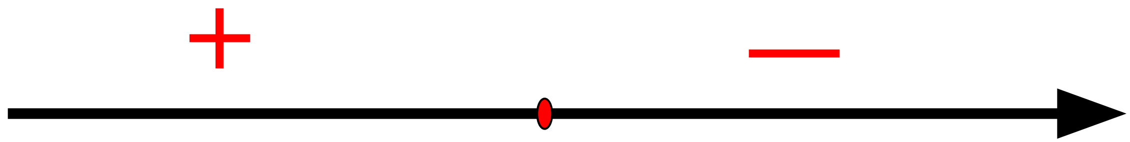
Если $f'(x) \leq 0$, то функция $y = f(x)$ убывает.

Внутренние точки области определения функции, в которых производная функции равна нулю, называют стационарными, а внутренние точки области определения функции, в которых функция непрерывна, но производная не существует – критическими.

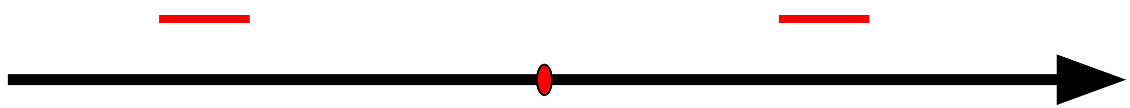
Для запоминания!!!



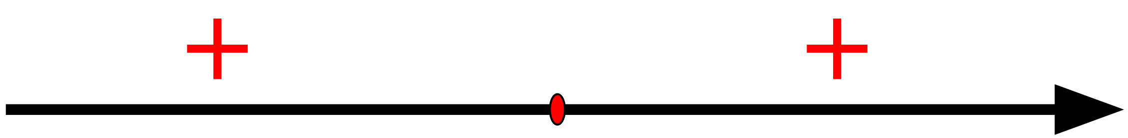
min



max



Экстремума нет



Экстремума нет

Выпуклость и вогнутость функции

Если вторая производная функции $y = f(x)$ на данном интервале положительна, то кривая вогнута ,

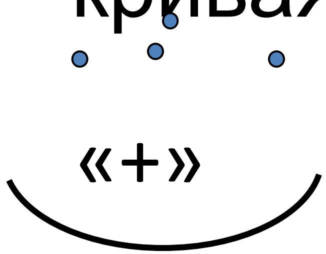
а если отрицательна – выпукла.

Точки, в которых выпуклость
меняется на вогнутость или наоборот,
называются точками перегиба

График функции

y = f (x) –

вогнутая кривая

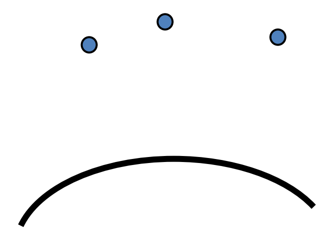


«+»

График функции

y = f (x) –

выпуклая кривая



«-»