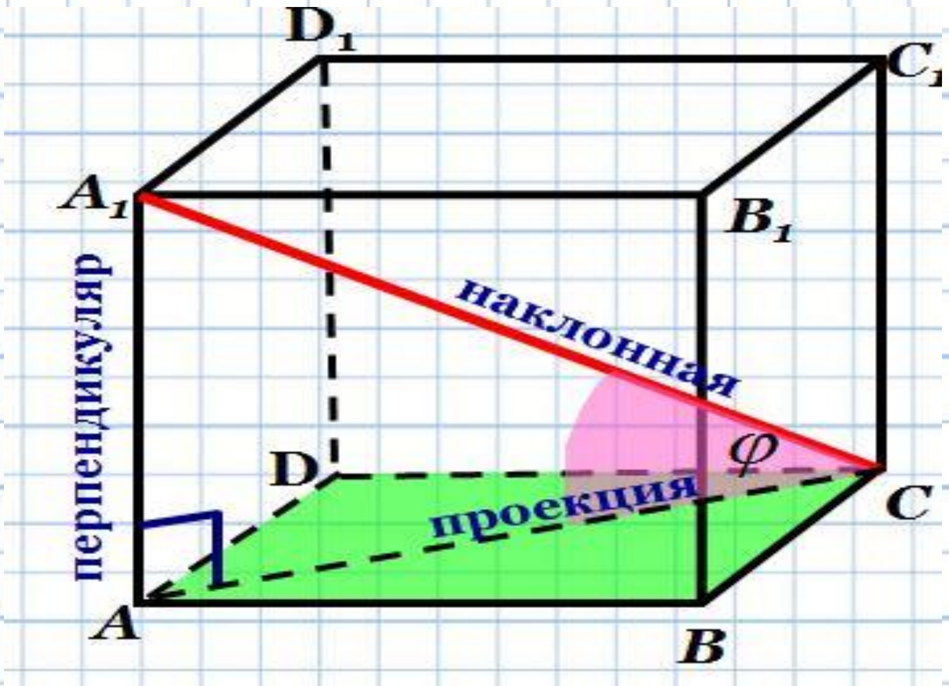
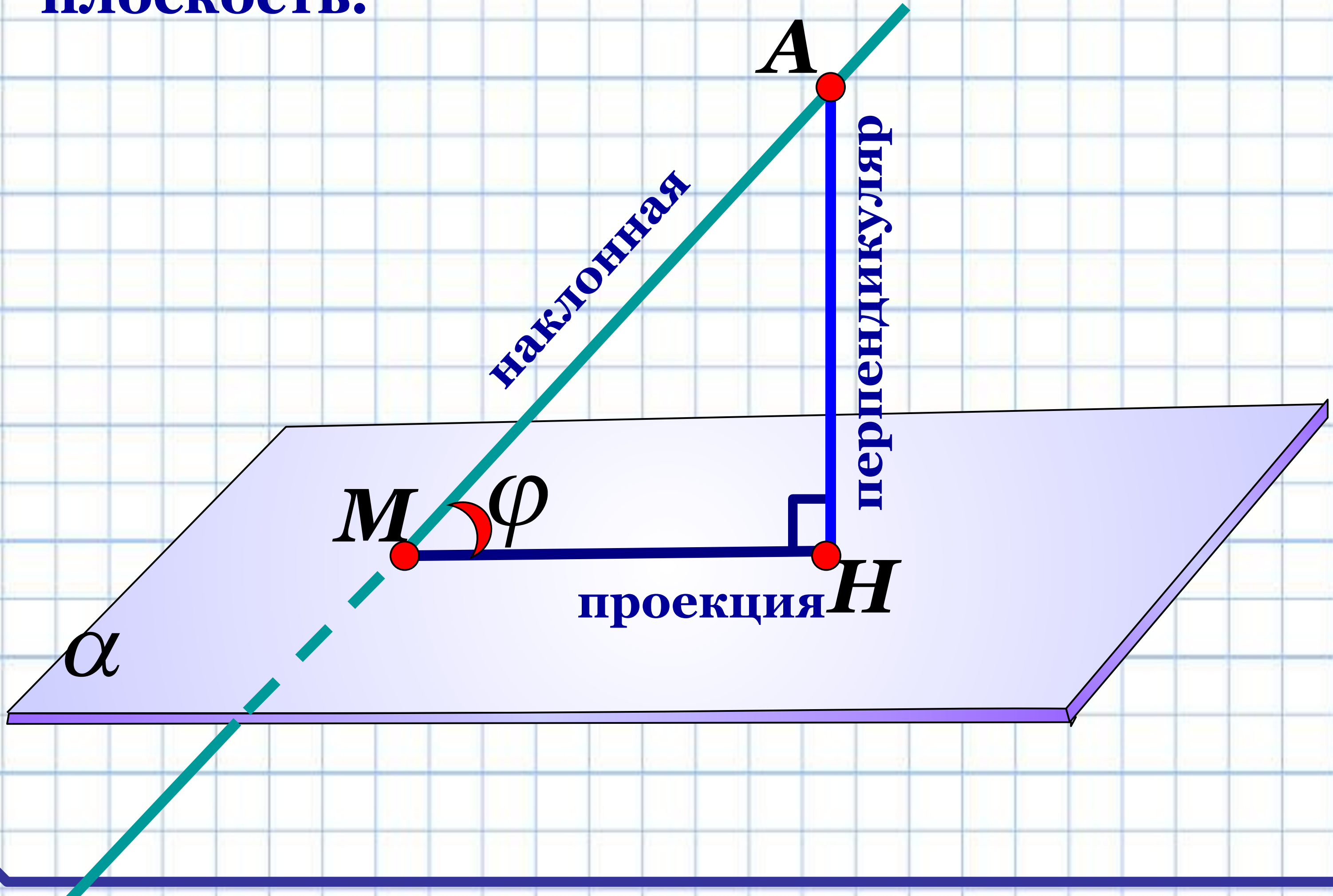
Задание 13.
Угол между прямой и плоскостью



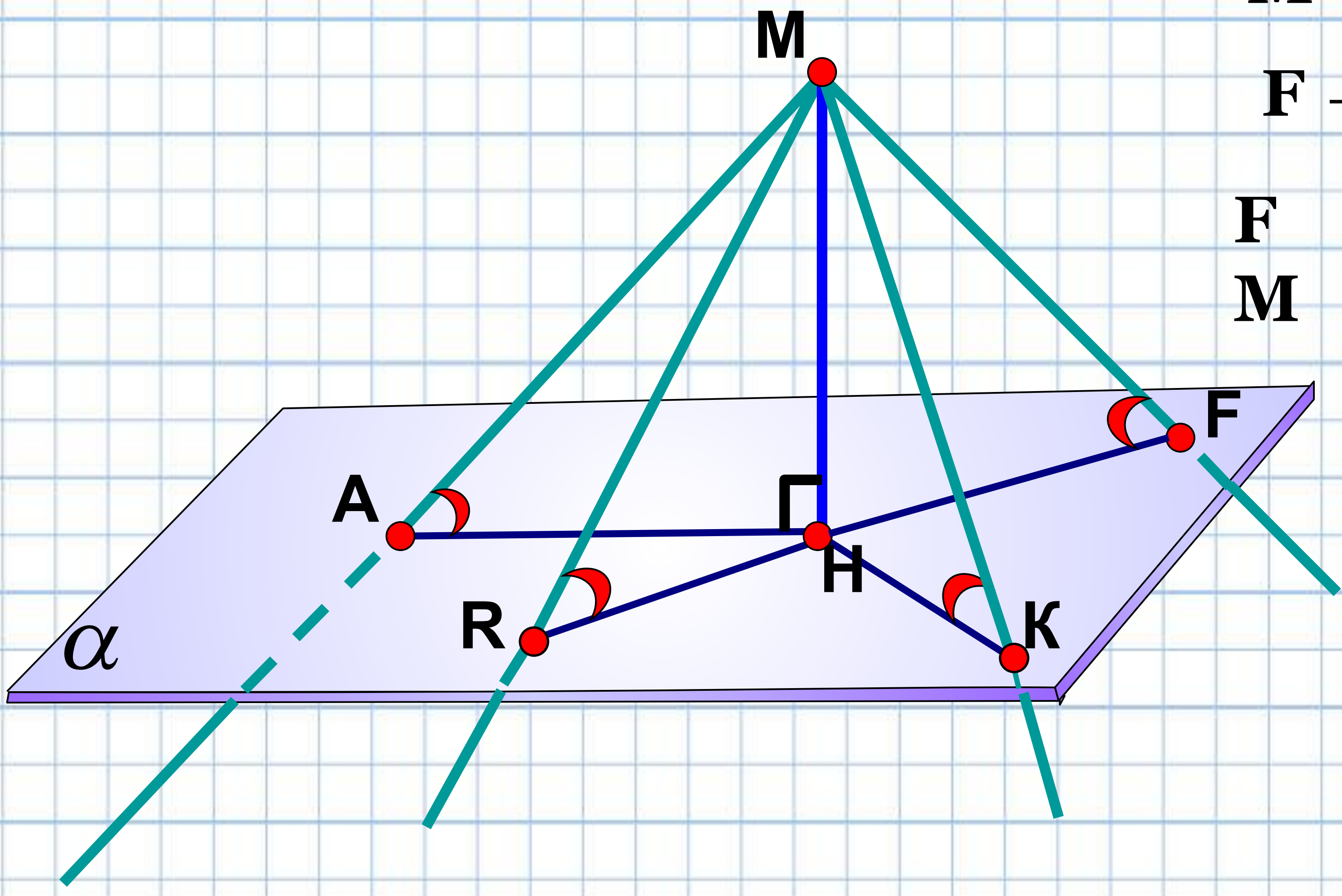
Повторение:

Углом между прямой и плоскостью, пересекающей эту прямую и не перпендикулярной к ней, называется угол между прямой и ее проекцией на плоскость.



Повторение:

Найти угол между наклонными и плоскостью (описать алгоритм построения).



M→ H

F → F

FM → FH

Повторение:

Угол между прямой m и плоскостью α можно вычислить:

1) Если этот угол удается включить в прямоугольный треугольник в качестве одного из острых углов;

2) Используя векторный метод;

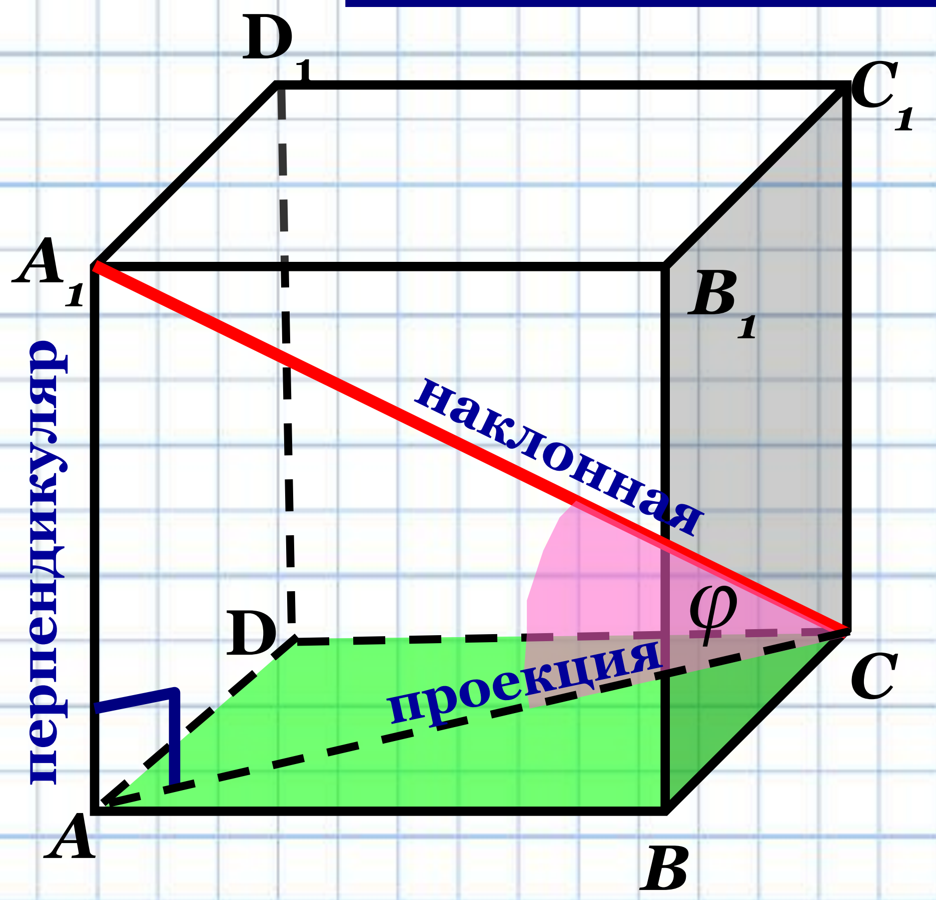
3) Используя координатно –векторный метод;

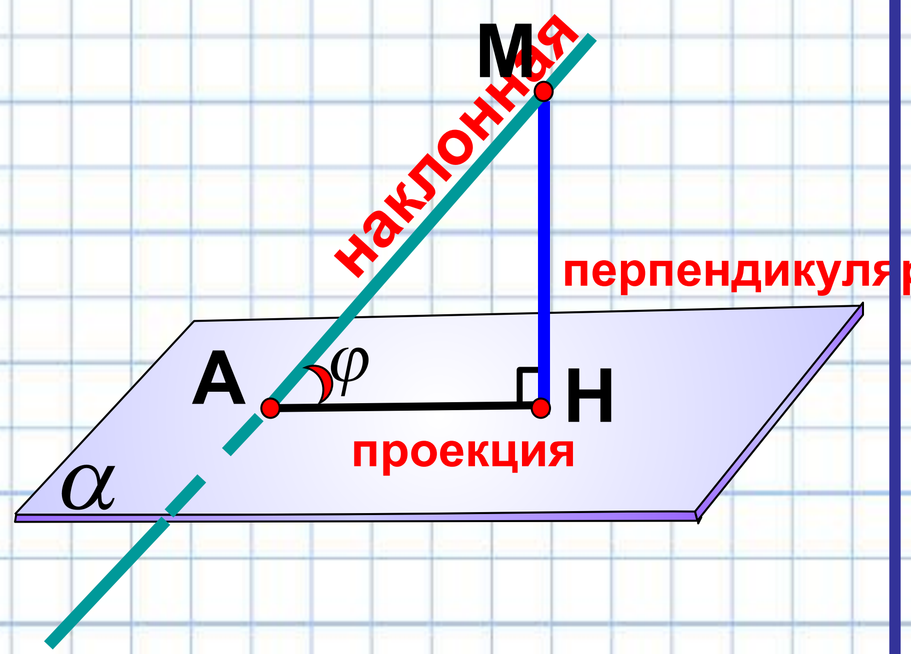
4) Используя ключевые задачи;

Устно:

Найдите тангенс угла между диагональю куба и плоскостью одной из его граней.

Подсказка

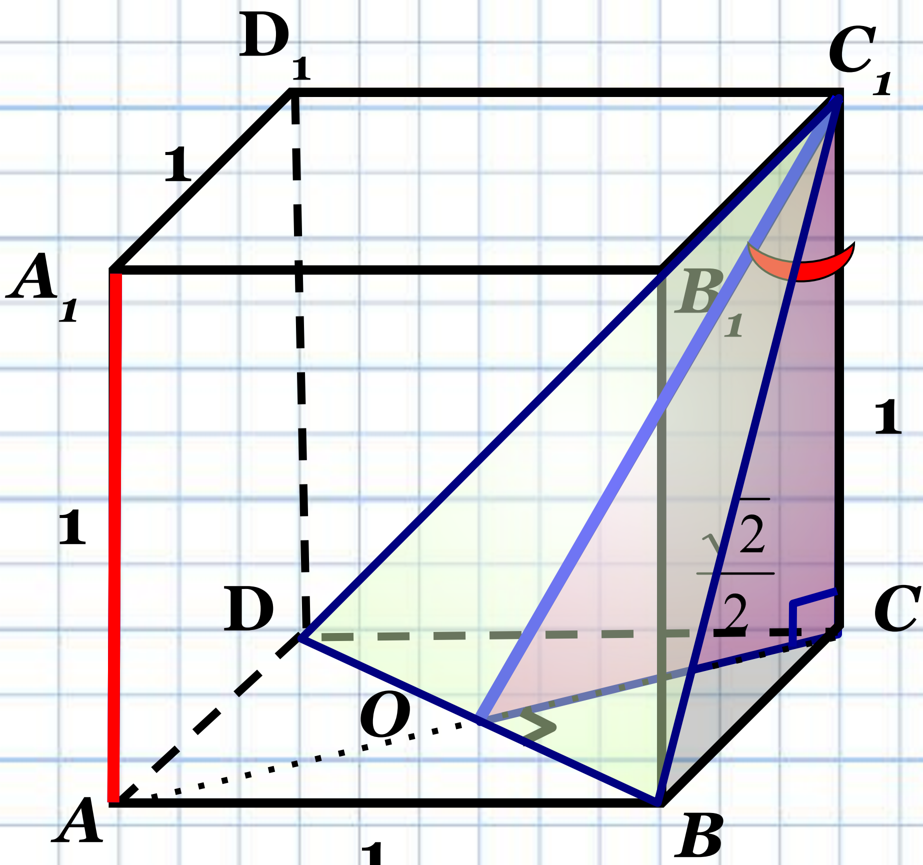




Углом между прямой и плоскостью, пересекающей эту прямую и не перпендикулярной к ней, называется угол между прямой и ее проекцией на

№ 1

В единичном кубе $АВСДА_1В_1С_1Д_1$ найдите тангенс угла между прямой $АА_1$ и плоскостью $ВС_1Д$.



1) Прямая $АА_1$ параллельна прямой $СС_1$, ⇒Угол между прямой $АА_1$ и плоскостью $ВС_1Д$. равен углу между $СС_1$ и плоскостью $ВС_1Д$.

$$\left.\begin{array}{r} ВД \in (ДВС_1) \\ ВД \perp АС \\ ВД \perp СС_1 \end{array}\right\} \Rightarrow (ДВС_1) \perp (ОС_1С)$$

2. Прямая $СС_1$ проецируется на плоскость $ВС_1Д$ в прямую $ОС_1$. Поэтому проекция точки С лежит на отрезке $ОС_1$. Значит, прямая $ОС_1$ является проекцией прямой $СС_1$, следовательно, угол $ОС_1С$ искомый.

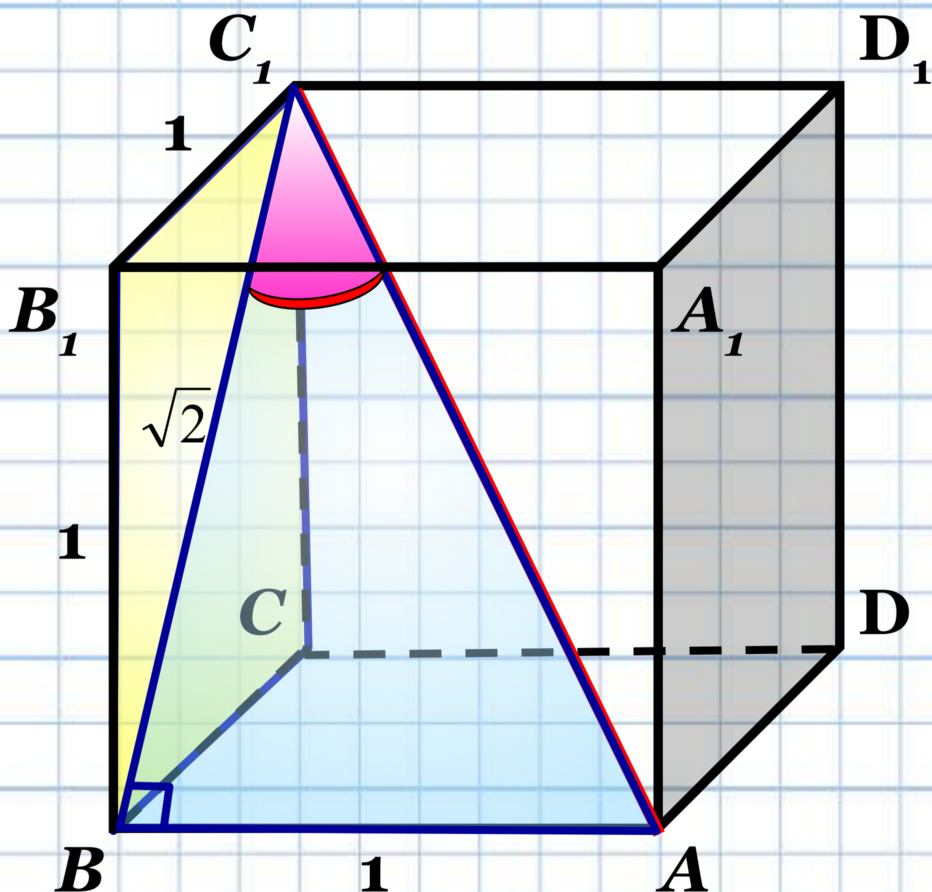
Ответ: $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Критерии оценивания выполнения задания С2

баллы	Критерии оценивания
2	Правильный ход решения. Верно построен или описан искомый угол. Получен верный ответ
1	1) Правильный ход решения. Получен верный ответ, но имеется ошибка в построении и описании искомого угла, не повлиявшая на ход решения 2) Правильный ход решения. Верно построен и описан искомый угол, но имеется ошибка в одном из вычислений, допущенная из-за невнимательности, в результате чего получен неверный ответ
0	1) Ход решения правильный, но оно не доведено до конца, или решение отсутствует. Нет ответа 2) Ход решения правильный, но имеются существенные ошибки в вычислениях, приведшие к неправильному ответу 3) Неправильный ход решения, приведший к неверному ответу 4) Верный ответ получен случайно при неверном

№ 2

В единичном кубе АВСДА$_1$В$_1$С$_1$Д$_1$ найдите тангенс угла между прямой АС$_1$ и плоскостью ВСС$_1$.



1) Построим плоскость АВС1,

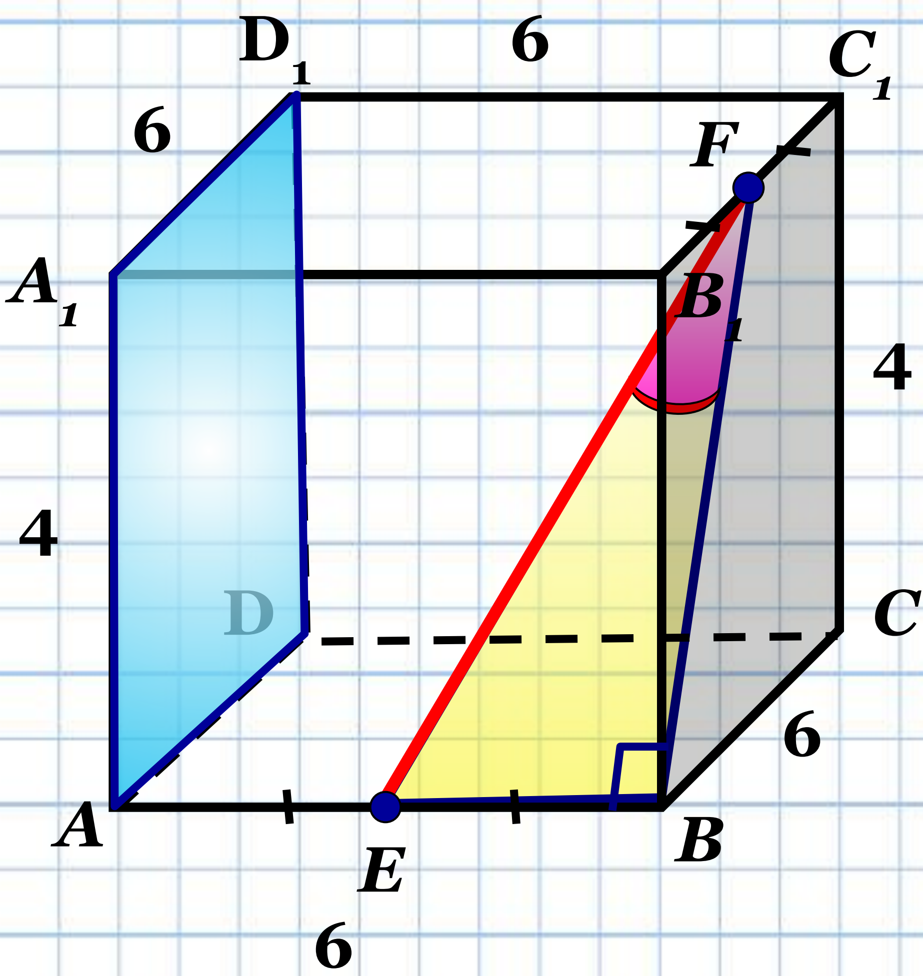
$$\left.\begin{matrix} AB \in (ABC_1) \\ AB \perp BC \\ AB \perp BB_1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow (ABC_1) \perp (BB_1C_1C)$$

2. Прямая АС$_1$ проецируется на плоскость ВСС$_1$ в прямую ВС$_1$. следовательно, угол АС$_1$В искомый.

Ответ: $\frac{\sqrt{2}}{2}$

№ 3

В прямоугольном параллелепипеде АВСДА$_1$В$_1$С$_1$Д$_1$, у которого АА$_1$ = 4, А$_1$Д$_1$ = 6, С$_1$Д$_1$ = 6, найдите тангенс угла между плоскостью АДД$_1$ и прямой EF, проходящей через середины ребер АВ и В$_1$С$_1$.



1) Угол между прямой EF и плоскостью ADD$_1$ равен углу между EF и плоскостью BCC$_1$, т.к. эти плоскости параллельны.

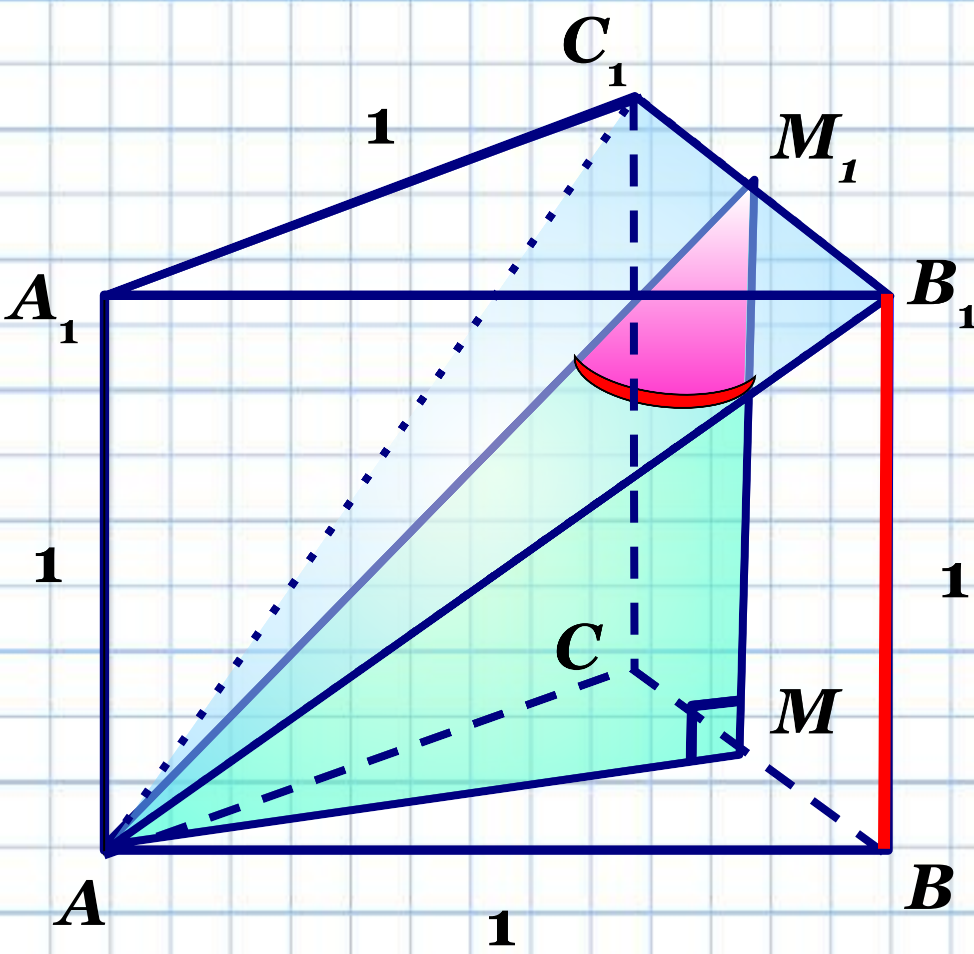
F→F, E→B, EF→BF

угол EFB – искомый.

Ответ: 0,6

№ 3

В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны 1, найдите тангенс угла между прямой BB_1 и плоскостью AB_1C_1.



1) Прямая MM_1 параллельна прямой BB_1, ⇒Угол между прямой BB_1 и плоскостью AB_1C_1 равен углу между MM_1 и плоскостью AB_1C_1.

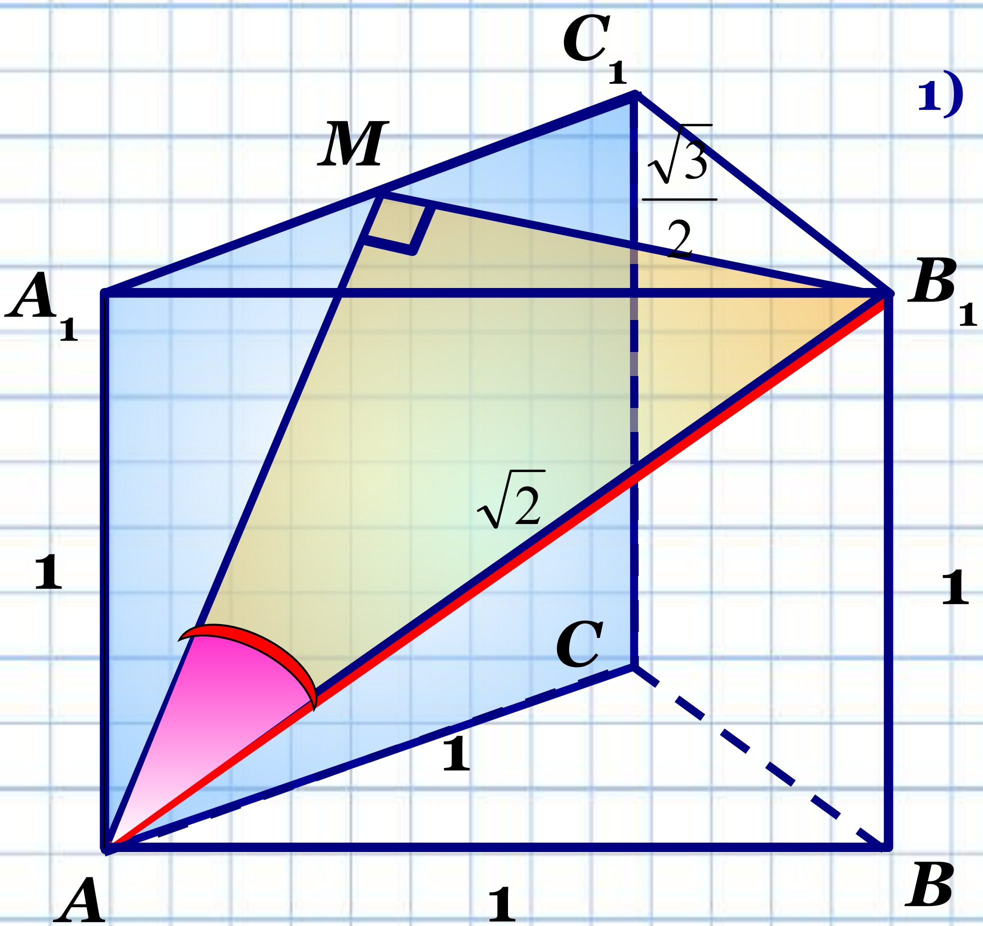
$$\left.\begin{array}{l} B_1C_1 \in (AB_1C_1) \\ B_1C_1 \perp MM_1 \\ B_1C_1 \perp AM_1 \end{array}\right\} \Rightarrow (AB_1C_1) \perp (AM_1M)$$

угол AM_1M – искомый.

Ответ: $\frac{\sqrt{3}}{2}$

№ 4

В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны 1, найдите угол между прямой AB_1 и плоскостью AA_1C_1C.



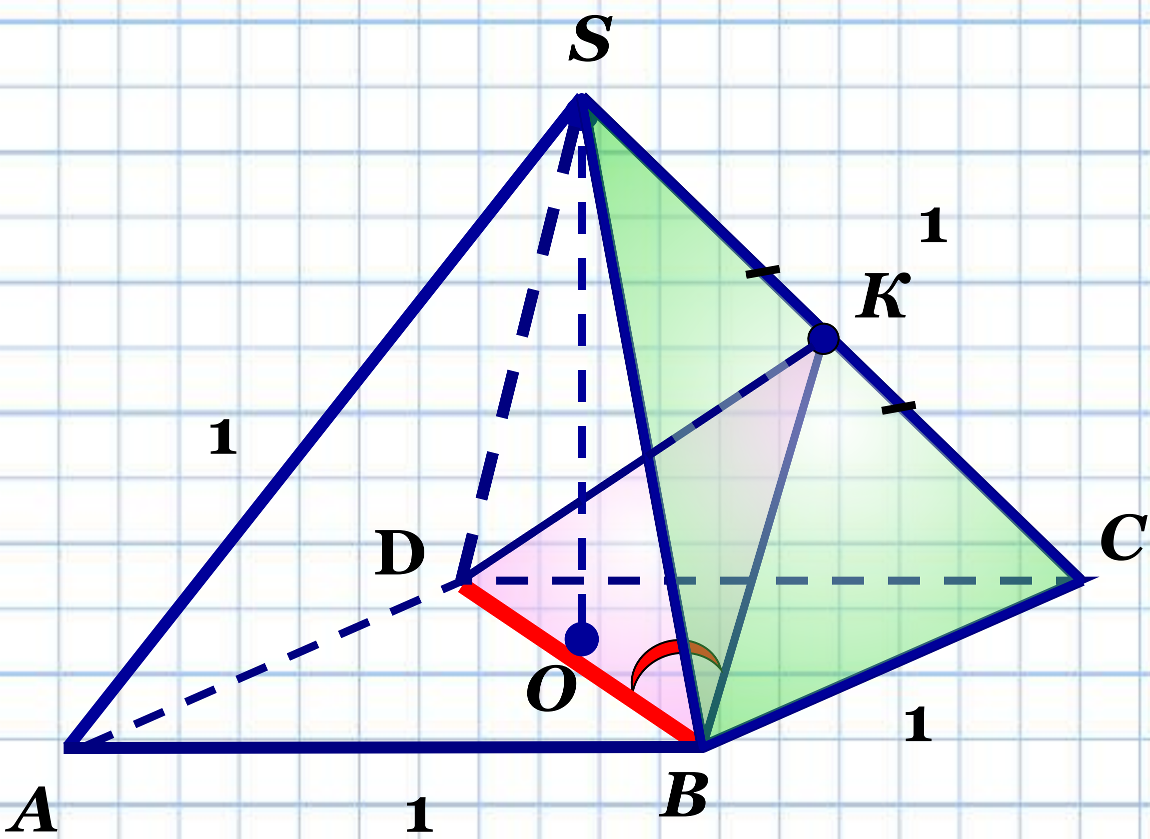
1) Пусть M – середина A_1C_1, тогда B_1M – перпендикуляр к плоскости AA_1C_1C, а M – проекция точки B_1 на эту плоскость,

угол MAB_1 – искомый.

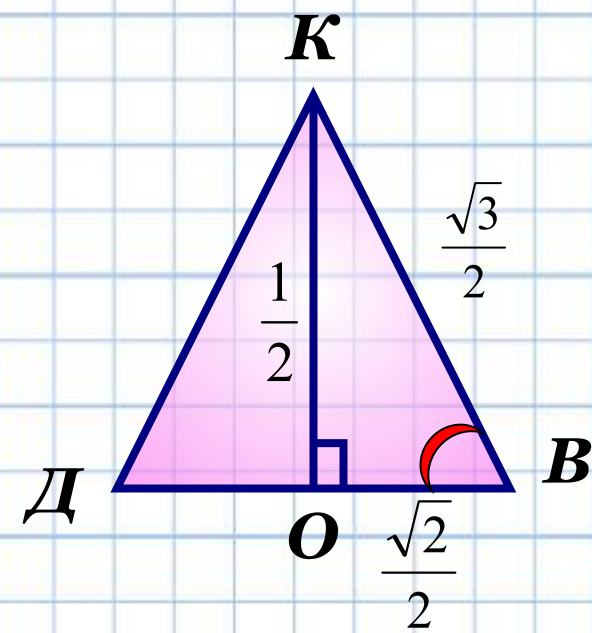
Ответ: $\alpha = \arcsin\frac{\sqrt{6}}{4}$

№ 5

В правильной четырехугольной пирамиде SABCД, все ребра которой равны 1. Найдите синус угла между прямой ВД и плоскостью SBC.



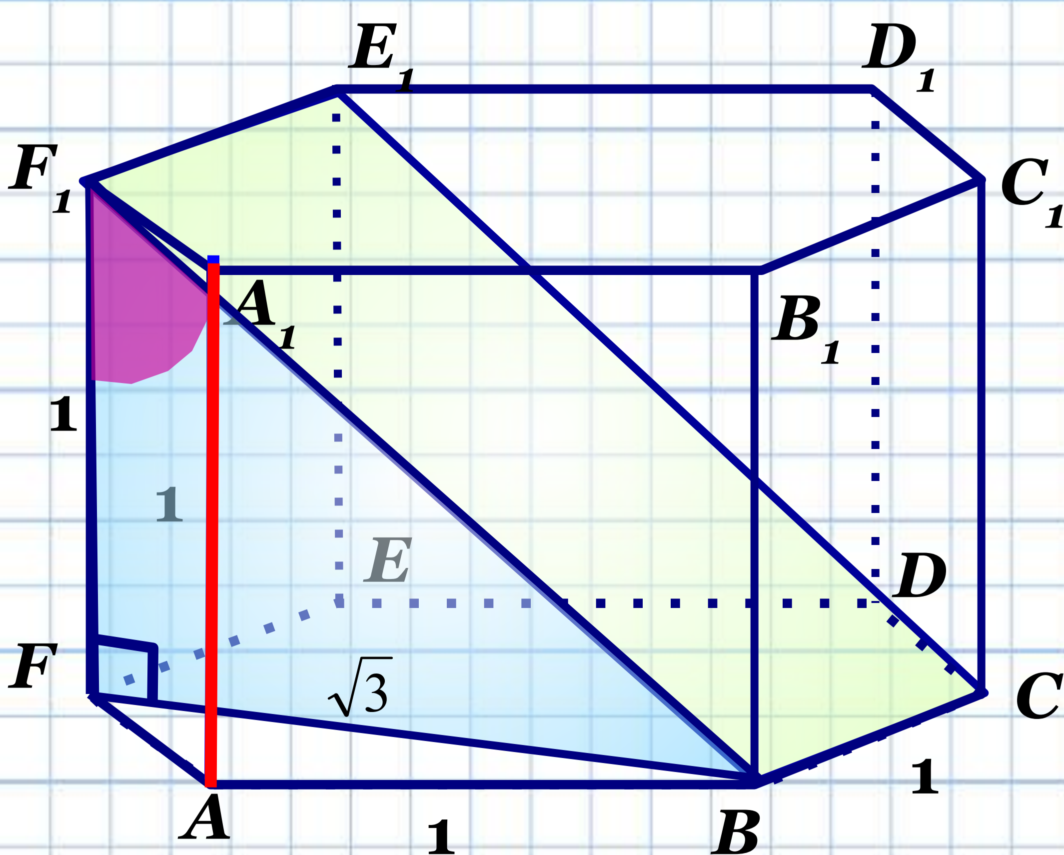
Подсказка:



Ответ: $\frac{\sqrt{3}}{3}$

№ 6

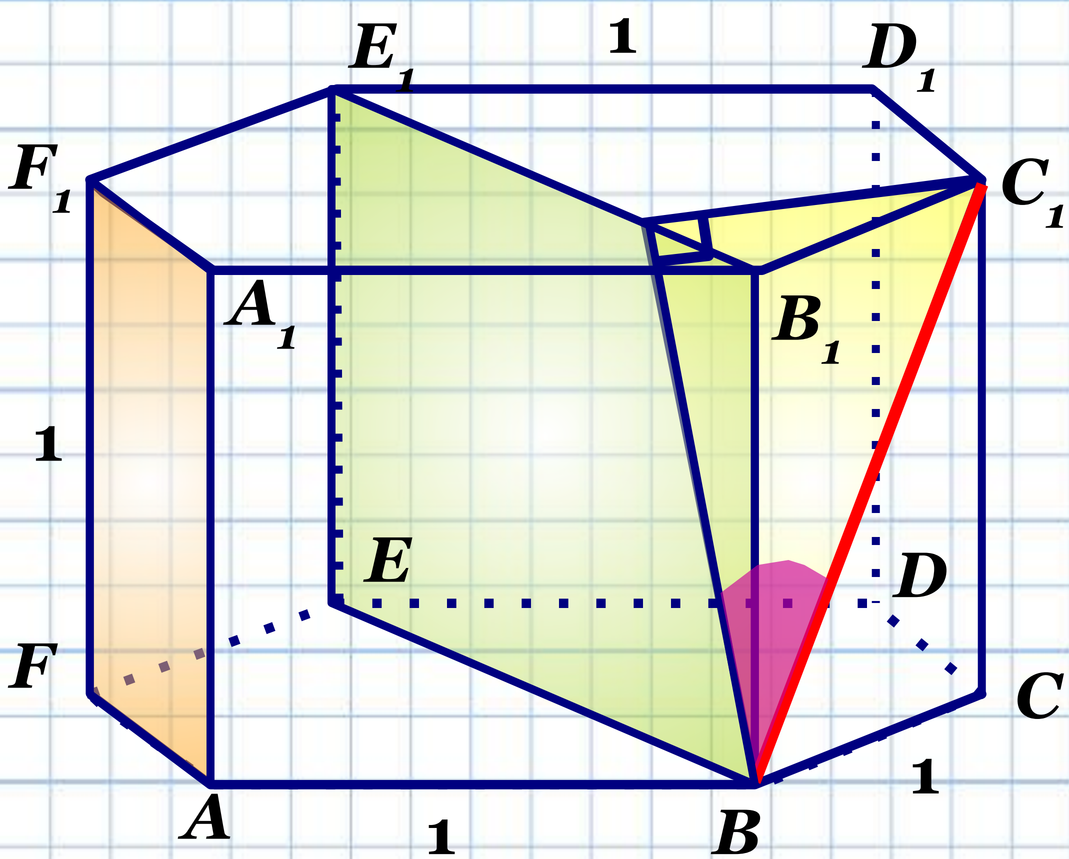
В правильной шестиугольной призме A … F1, все ребра которой равны 1, найдите угол между прямой AA_1 и плоскостью BCE_1



Ответ: 60°

№ 7

В правильной шестиугольной призме A … F1, все ребра которой равны 1, найдите синус угла между прямой BC_1 и плоскостью AFF_1



Ответ: $\frac{\sqrt{6}}{4}$

Домашнее задание

В единичном кубе $АВСДА_1В_1С_1Д_1$ точка Е – середина ребра $А_1В_1$. Найдите синус угла между прямой АЕ и плоскостью $ВДД_1$.

Ответы : $\frac{\sqrt{10}}{10}$

В прямоугольном параллелепипеде $АВСДА_1В_1С_1Д_1$, у которого АВ = 4, ВС = 6, $СС_1$ = 4, найдите тангенс угла между плоскостью АВС и прямой EF, проходящей через середины ребер $АА_1$ и $С_1Д_1$.

Ответы : $\frac{1}{\sqrt{10}}$

В правильной шестиугольной призме $АВСДЕFА_1В_1С_1Д_1Е_1F_1$, все ребра которой равны 1, найдите угол между прямой $СС_1$ и плоскостью $ВДЕ_1$.

Ответы : 45^0

Литература

1. В.А. Смирнов ЕГЭ 2011. Математика. Задача С2. Геометрия. Стереометрия. / Под. редакцией А.Л. Семенова и И.В. Ященко. – М.: МЦНМО, 2011.