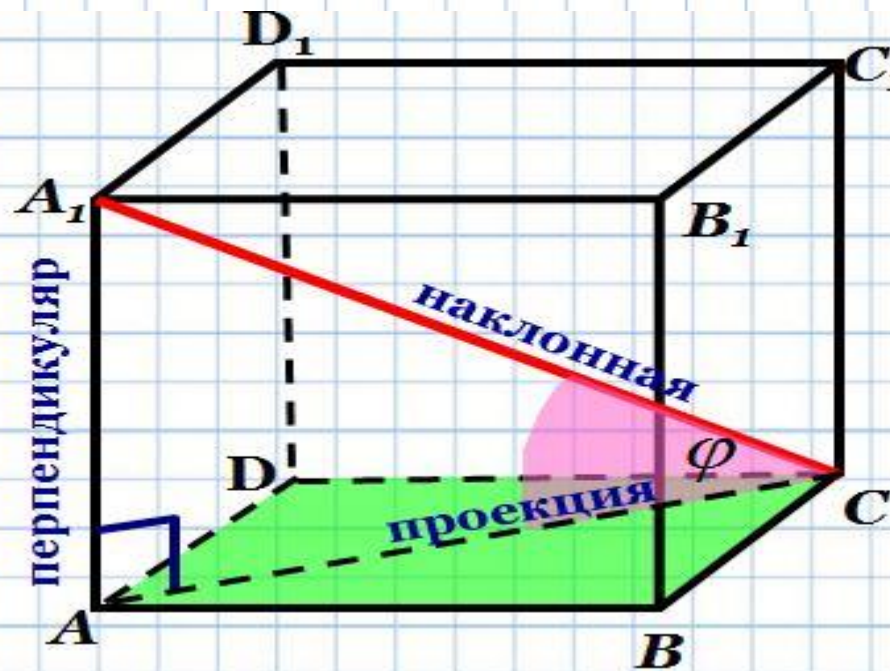


# Задание 13.

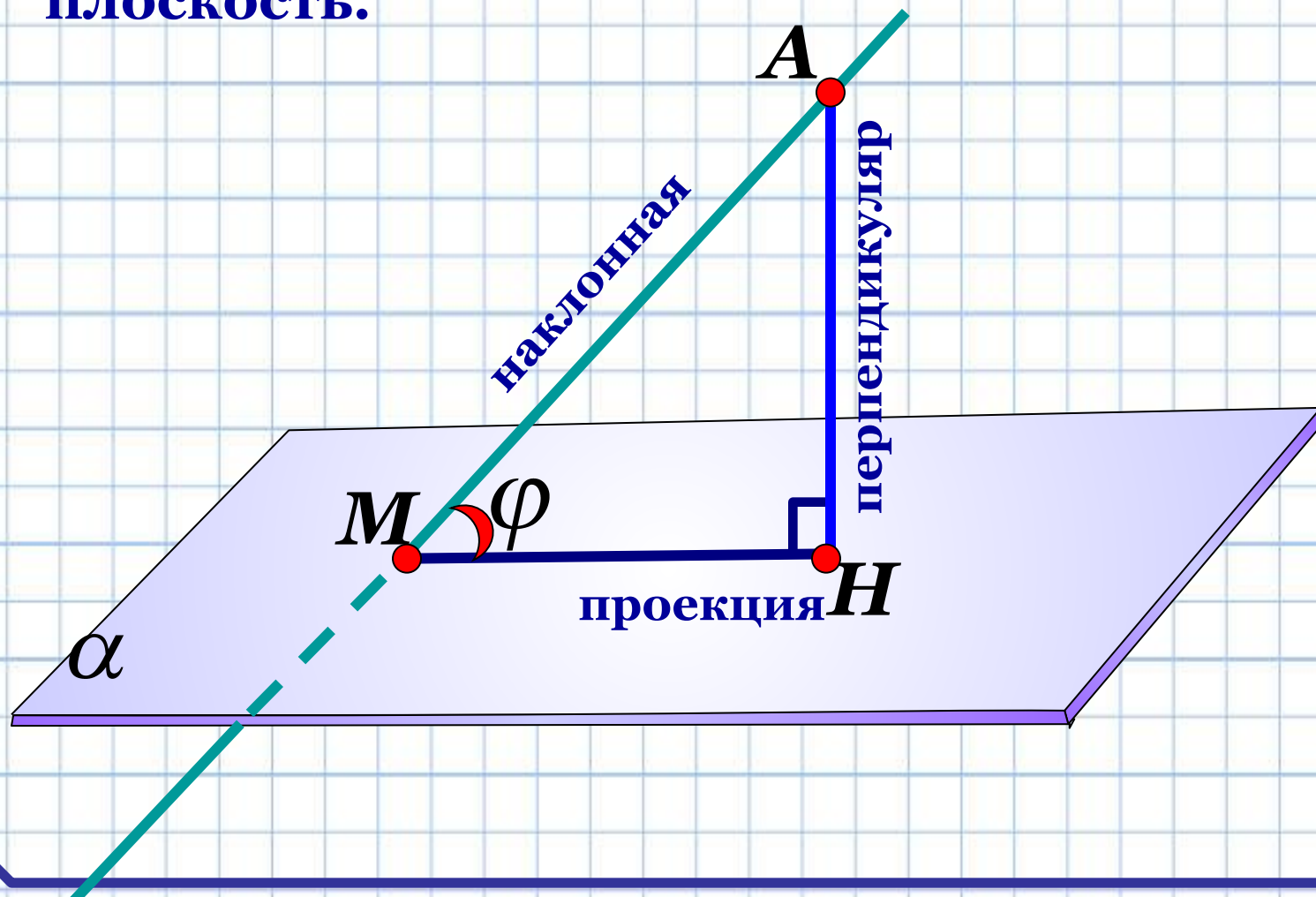
## Угол между прямой

### и плоскостью



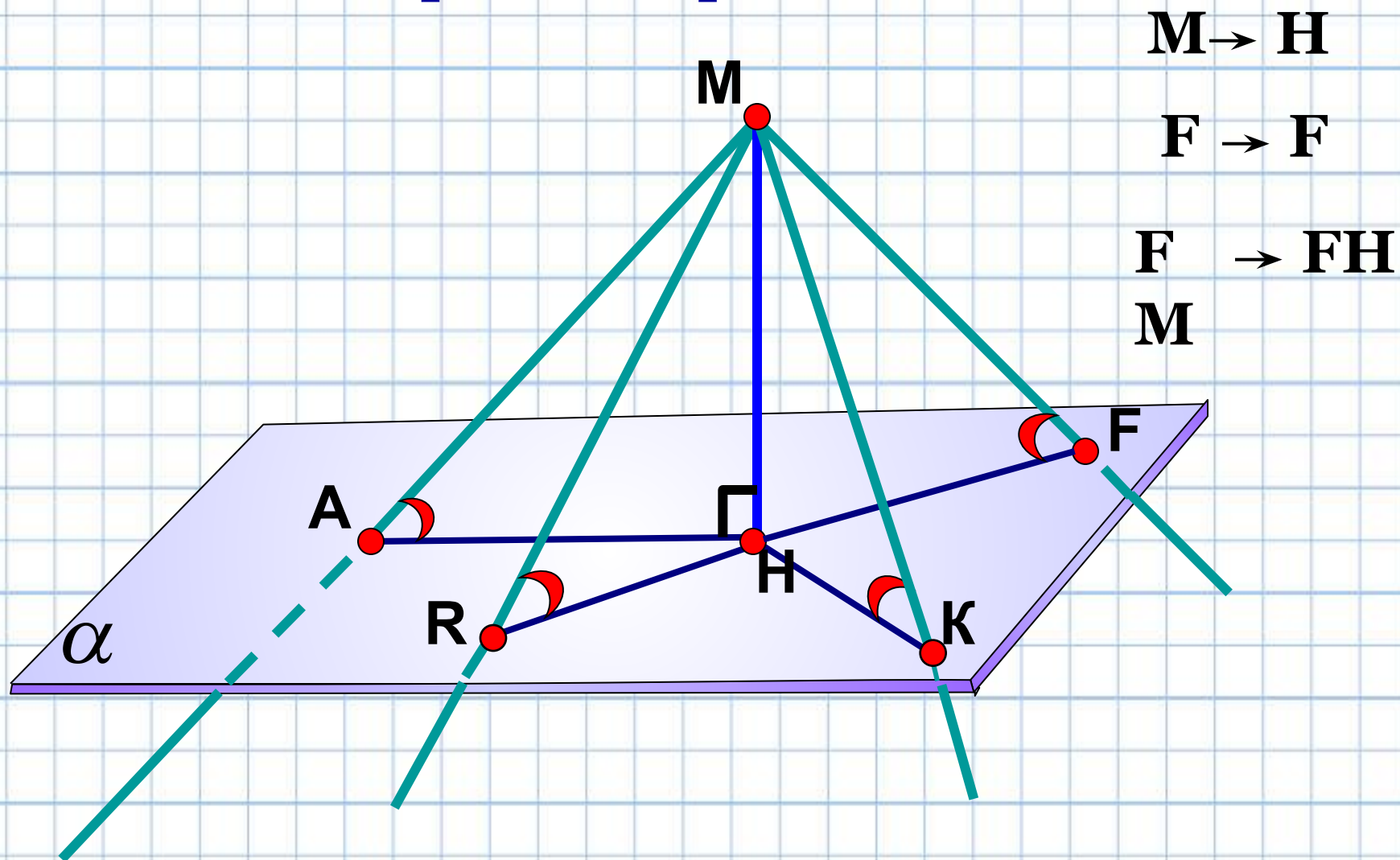
# Повторение:

**Углом между прямой и плоскостью**, пересекающей эту прямую и не перпендикулярной к ней, называется **угол между прямой и ее проекцией на плоскость**.



# Повторение:

Найти угол между наклонными и плоскостью  
(описать алгоритм построения).



# Повторение:

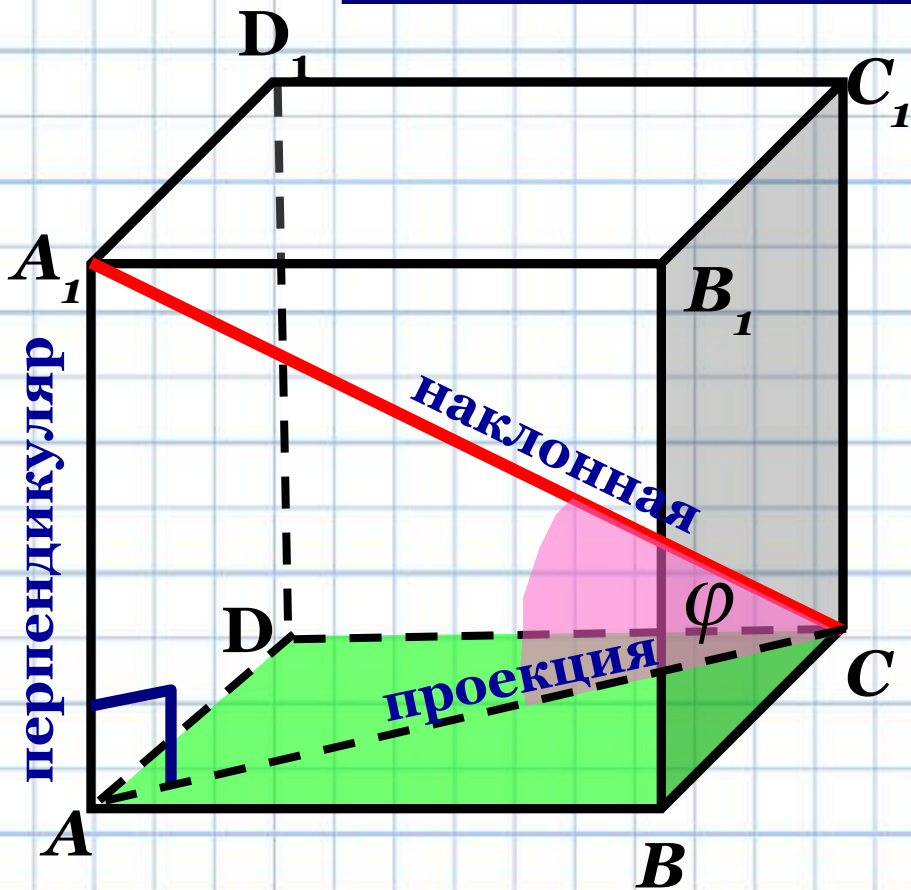
**Угол между прямой  $m$  и плоскостью  $\alpha$  можно вычислить:**

- 1) Если этот угол удастся включить в прямоугольный треугольник в качестве одного из острых углов;
- 2) Используя векторный метод;
- 3) Используя координатно – векторный метод;
- 4) Используя ключевые задачи;

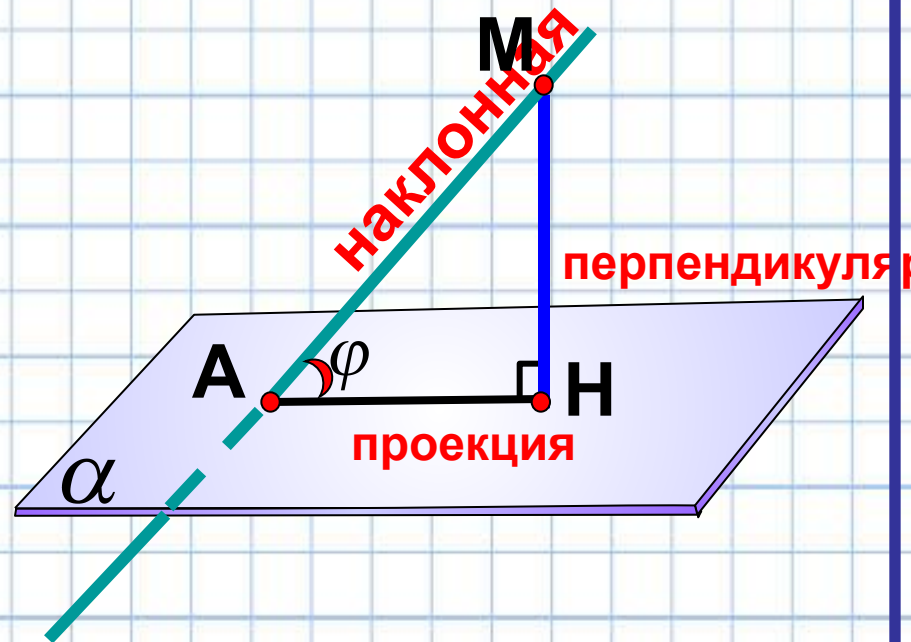


**УСТНО:**

Найдите тангенс угла между диагональю куба и плоскостью одной из его граней.



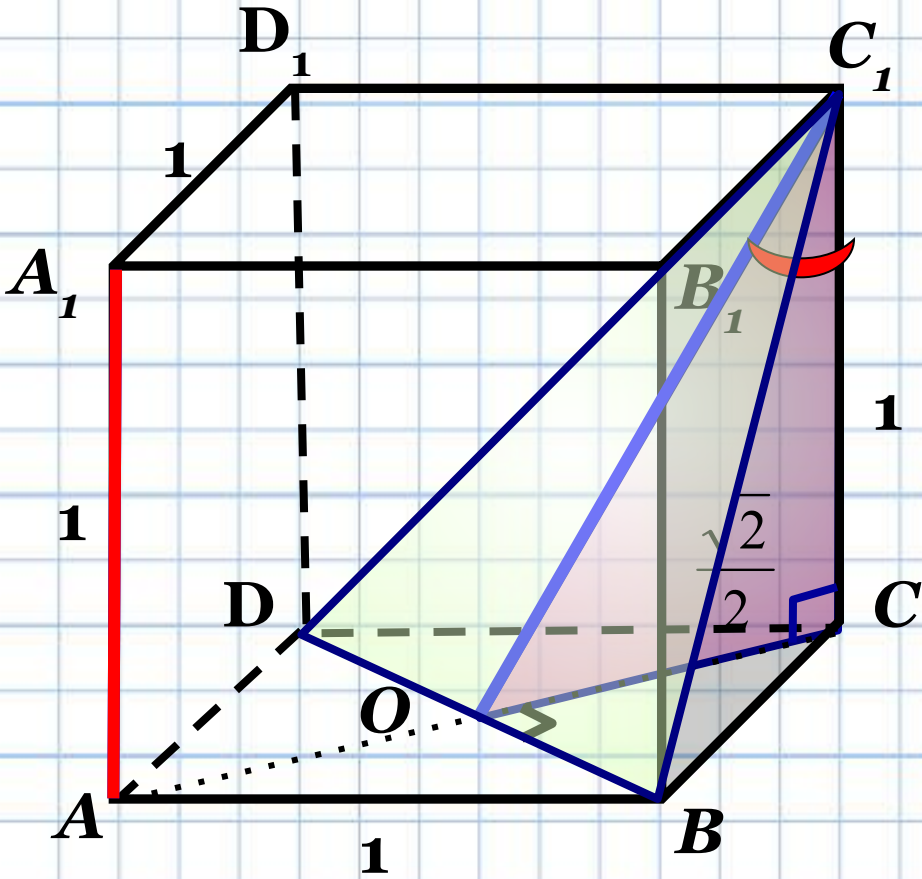
Подсказка



Углом между прямой и плоскостью, пересекающей эту прямую и не перпендикулярной к ней, называется угол между прямой и ее проекцией на

№  
1

В единичном кубе  $ABCDA_1B_1C_1D_1$  найдите тангенс угла между прямой  $AA_1$  и плоскостью  $BC_1D$ .



1) Прямая  $AA_1$  параллельна прямой  $CC_1$ ,  $\Rightarrow$  Угол между прямой  $AA_1$  и плоскостью  $BC_1D$  равен углу между  $CC_1$  и плоскостью  $BC_1D$ .

$$\left. \begin{array}{l} VD \in (DVC_1) \\ VD \perp AC \\ VD \perp CC_1 \end{array} \right\} \Rightarrow (DVC_1) \perp (OC_1C)$$

2. Прямая  $CC_1$  проецируется на плоскость  $BC_1D$  в прямую  $OC_1$ . Поэтому проекция точки  $C$  лежит на отрезке  $OC_1$ . Значит, прямая  $OC_1$  является проекцией прямой  $CC_1$ , следовательно, угол  $OC_1C$  искомый.

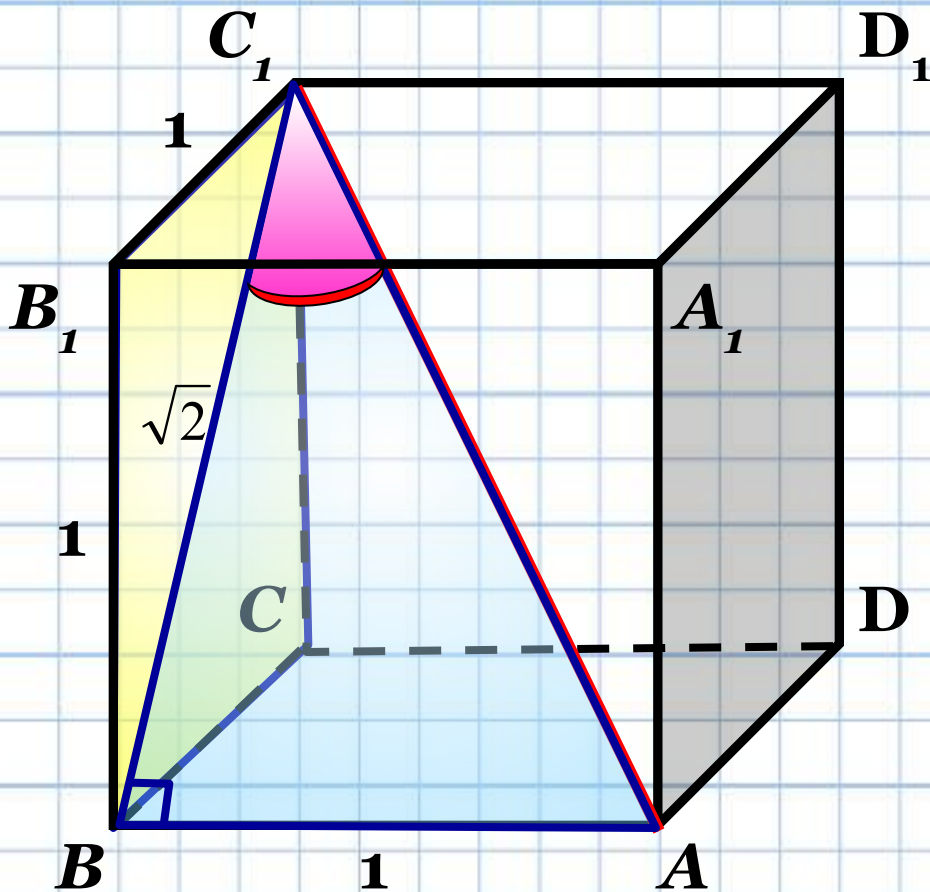
Ответ:  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

## Критерии оценивания выполнения задания С2

баллы	Критерии оценивания
2	Правильный ход решения. Верно построен или описан искомый угол. Получен верный ответ
1	<p>1) Правильный ход решения. Получен верный ответ, но имеется ошибка в построении и описании искомого угла, не повлиявшая на ход решения</p> <p>2) Правильный ход решения. Верно построен и описан искомый угол, но имеется ошибка в одном из вычислений, допущенная из-за невнимательности, в результате чего получен неверный ответ</p>
0	<p>1) Ход решения правильный, но оно не доведено до конца, или решение отсутствует. Нет ответа</p> <p>2) Ход решения правильный, но имеются существенные ошибки в вычислениях, приведшие к неправильному ответу</p> <p>3) Неправильный ход решения, приведший к неверному ответу</p> <p>4) Верный ответ получен случайно при неверном</p>

№  
2

В единичном кубе  $ABCDA_1B_1C_1D_1$  найдите тангенс угла между прямой  $AC_1$  и плоскостью  $BCC_1$ .



1) Построим плоскость  $ABC_1$ ,

$$\left. \begin{array}{l} AB \in (ABC_1) \\ AB \perp BC \\ AB \perp BB_1 \end{array} \right\} \Rightarrow (ABC_1) \perp (BB_1C_1C)$$

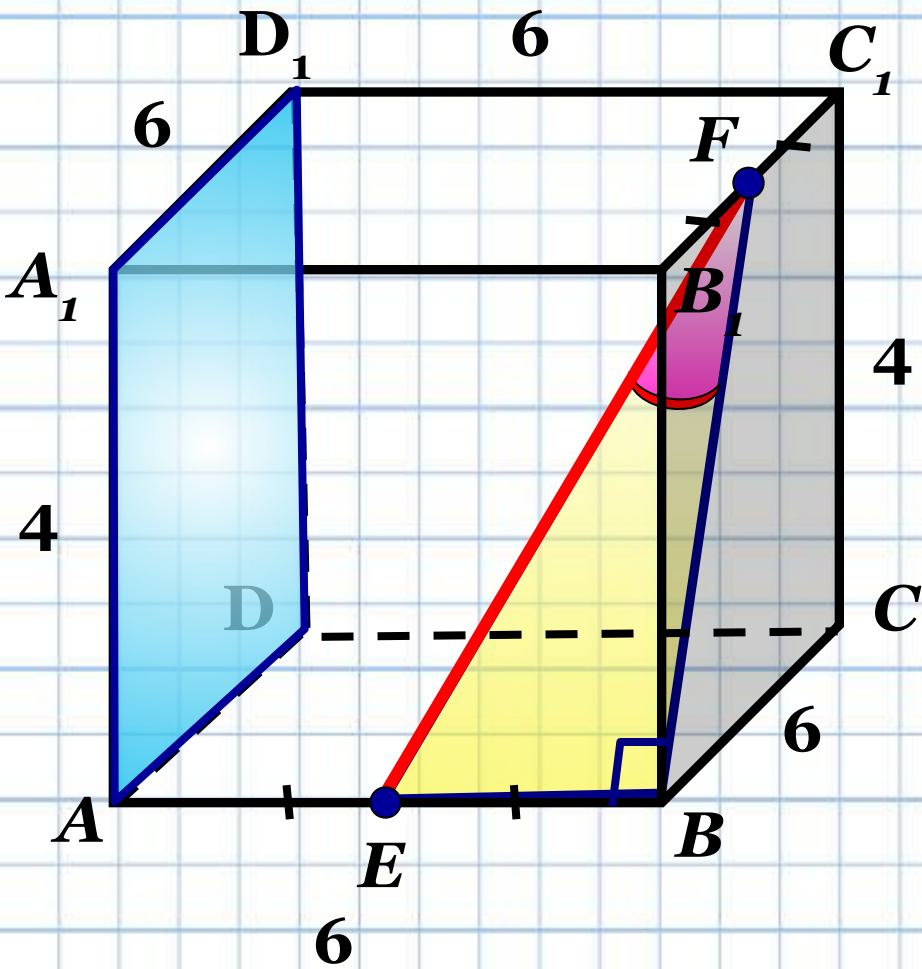
2. Прямая  $AC_1$  проецируется на плоскость  $BCC_1$  в прямую  $BC_1$ . следовательно, угол  $AC_1B$  искомый.

Ответ:  $\frac{\sqrt{2}}{2}$



**№  
3**

В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD_1A_1B_1C_1D_1$ , у которого  $AA_1 = 4$ ,  $A_1D_1 = 6$ ,  $C_1D_1 = 6$ , найдите тангенс угла между плоскостью  $ADD_1$  и прямой  $EF$ , проходящей через середины ребер  $AB$  и  $B_1C_1$ .



1) Угол между прямой  $EF$  и плоскостью  $ADD_1$  равен углу между  $EF$  и плоскостью  $BCC_1$ , т.к. эти плоскости параллельны.

$$F \rightarrow F, E \rightarrow B, EF \rightarrow BF$$

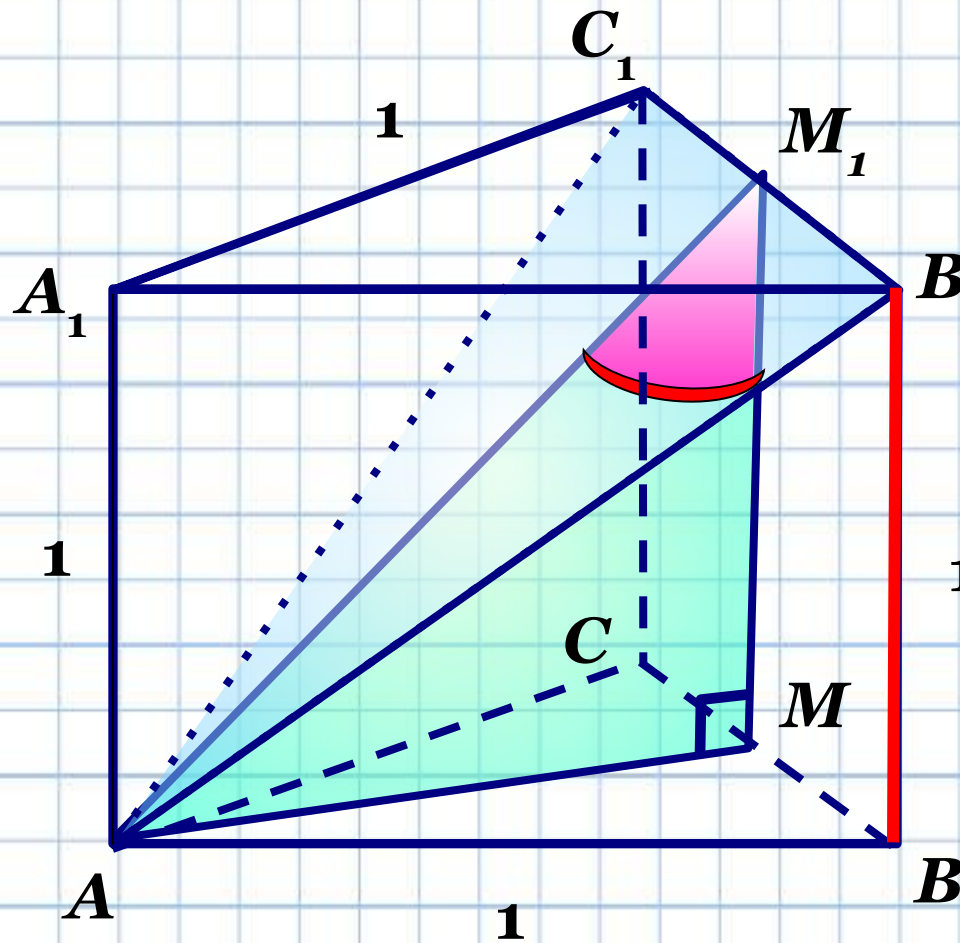
угол  $EFB$  – искомый.

**Ответ: 0,6**

№

3

В правильной треугольной призме  $ABC_1B_1C_1$ , все ребра которой равны 1, найдите тангенс угла между прямой  $BB_1$  и плоскостью  $AB_1C_1$ .



1) Прямая  $MM_1$  параллельна прямой  $BB_1$ ,  $\Rightarrow$  Угол между прямой  $BB_1$  и плоскостью  $AB_1C_1$  равен углу между  $MM_1$  и плоскостью  $AB_1C_1$ .

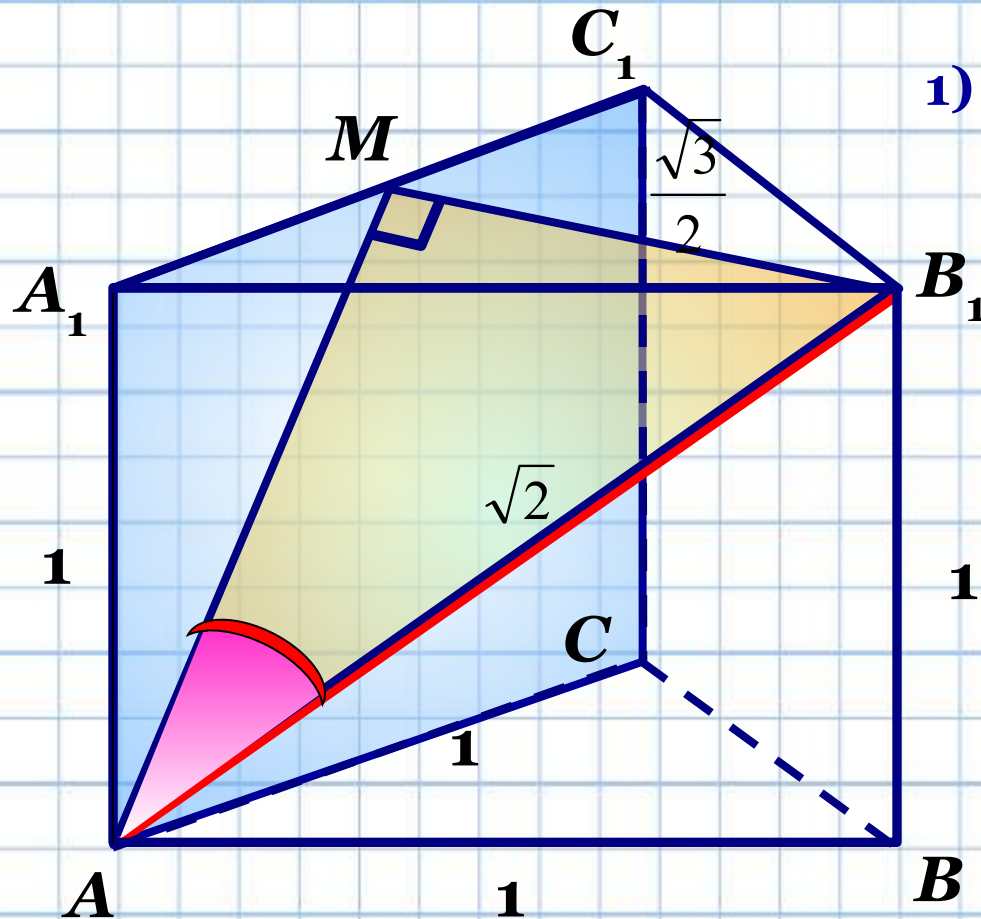
$$\left. \begin{array}{l} B_1C_1 \in (AB_1C_1) \\ B_1C_1 \perp MM_1 \\ B_1C_1 \perp AM_1 \end{array} \right\} \Rightarrow (AB_1C_1) \perp (AM_1M)$$

угол  $AM_1M$  – искомый.

Ответ:  $\sqrt{\frac{2}{3}}$

№  
4

В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$ , все ребра которой равны 1, найдите угол между прямой  $AB_1$  и плоскостью  $AA_1C_1C$ .



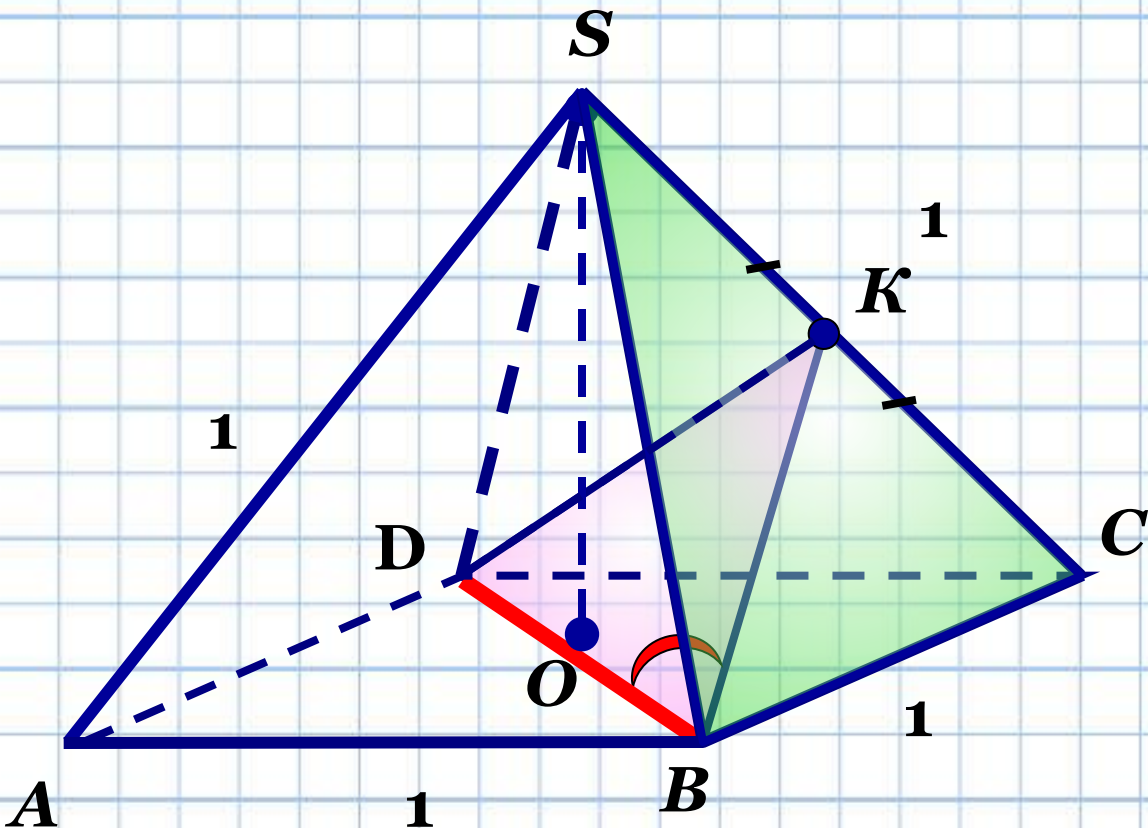
1) Пусть  $M$  – середина  $A_1C_1$ , тогда  $B_1M$  – перпендикуляр к плоскости  $AA_1C_1C$ , а  $M$  – проекция точки  $B_1$  на эту плоскость,

угол  $MA B_1$  – искомый.

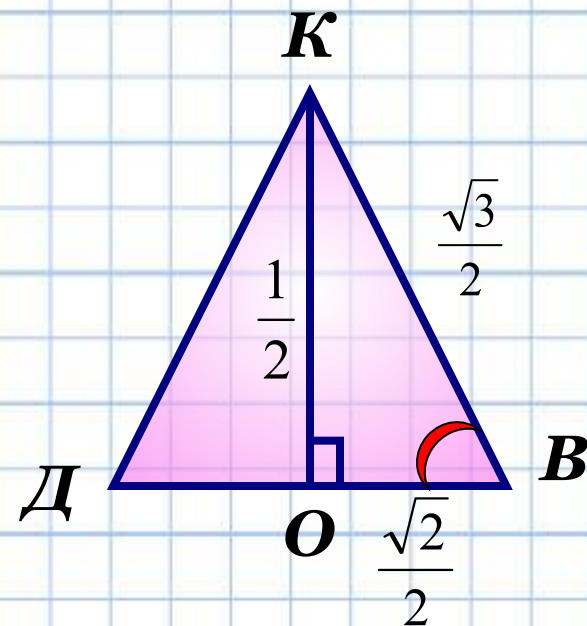
Ответ:  $\alpha = \arcsin \frac{\sqrt{6}}{4}$

№  
5

В правильной четырехугольной пирамиде  $SABCD$ , все ребра которой равны 1. Найдите синус угла между прямой  $BD$  и плоскостью  $SBC$ .



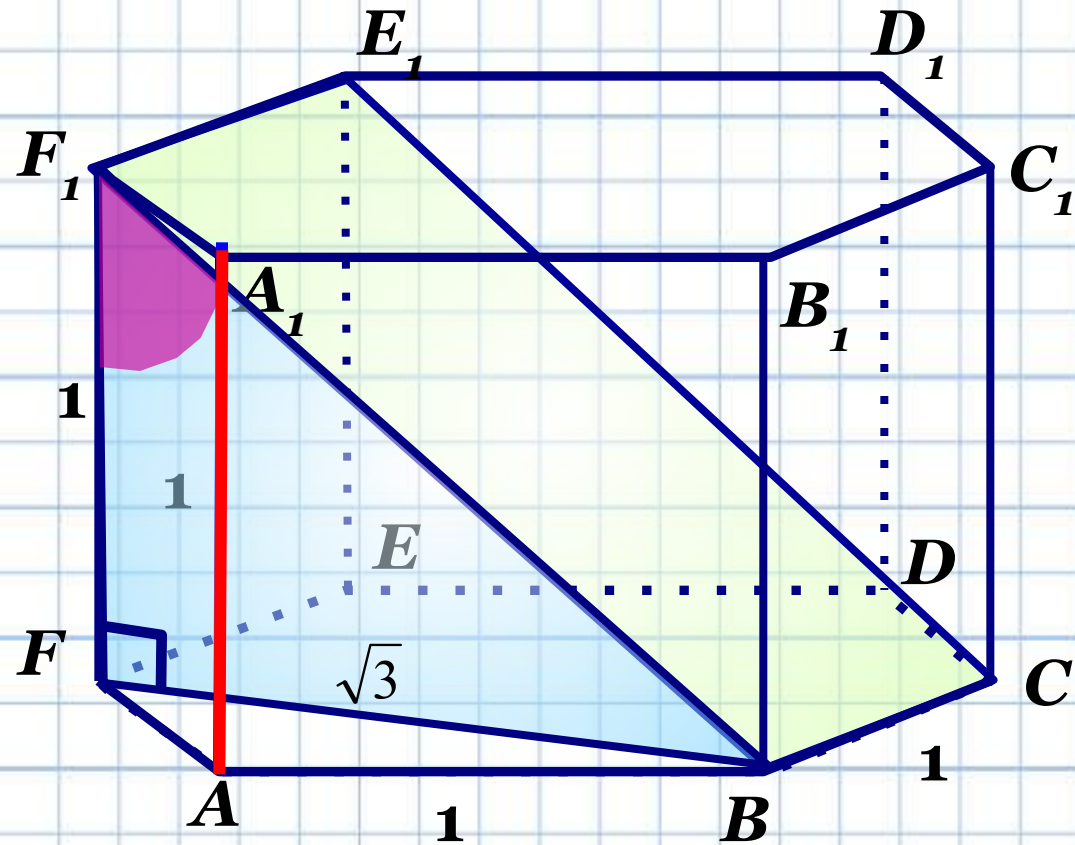
Подсказка:



Ответ:  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

№  
6

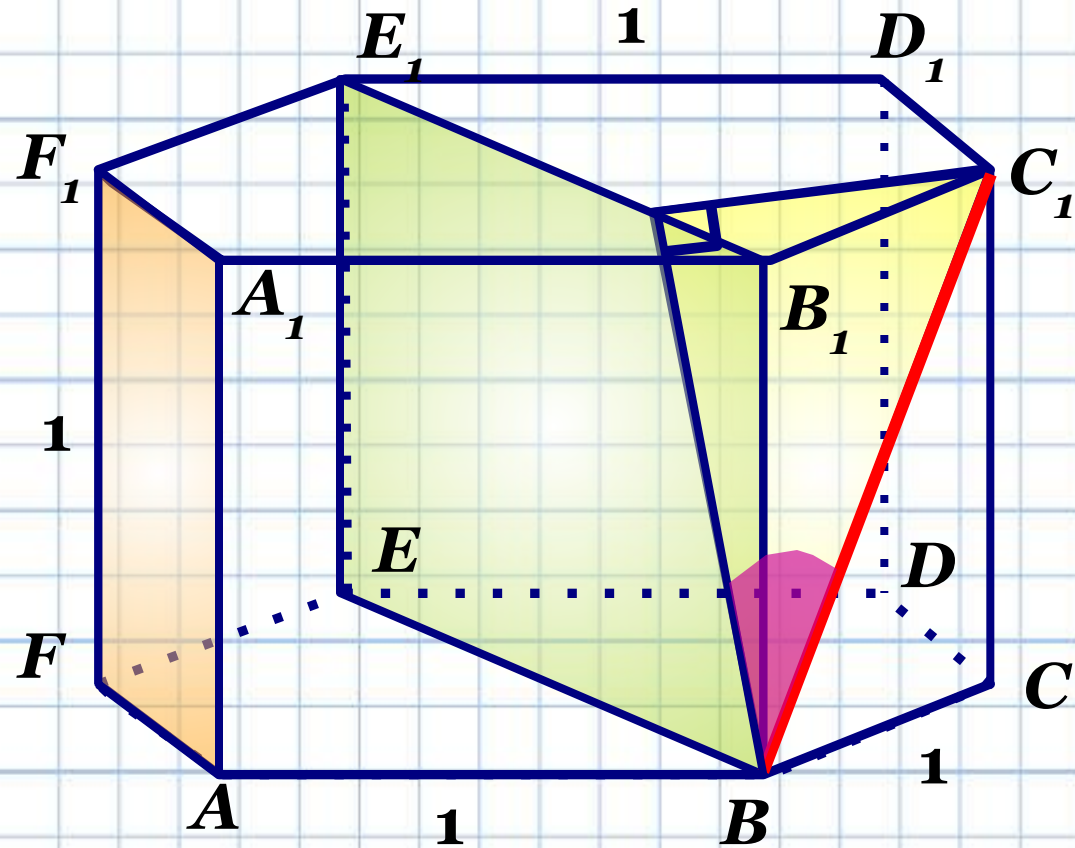
В правильной шестиугольной призме  $A \dots F_1$ , все ребра которой равны 1, найдите угол между прямой  $AA_1$  и плоскостью  $ВСЕ_1$



Ответ:  $60^\circ$

№  
7

В правильной шестиугольной призме  $A \dots F_1$ , все ребра которой равны 1, найдите синус угла между прямой  $BC_1$  и плоскостью  $AFF_1$



Ответ:  $\frac{\sqrt{6}}{6}$

# Домашнее задание



В единичном кубе  $ABCD_1A_1B_1C_1D_1$  точка  $E$  – середина ребра  $A_1B_1$ . Найдите синус угла между прямой  $AE$  и плоскостью  $ВДД_1$ .

Ответы :  $\frac{\sqrt{10}}{10}$

В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD_1A_1B_1C_1D_1$ , у которого  $AB = 4$ ,  $BC = 6$ ,  $CC_1 = 4$ , найдите тангенс угла между плоскостью  $ABC$  и прямой  $EF$ , проходящей через середины ребер  $AA_1$  и  $C_1D_1$ .

Ответы :  $\frac{1}{\sqrt{10}}$

В правильной шестиугольной призме  $ABCDEF_1A_1B_1C_1D_1E_1F_1$ , все ребра которой равны 1, найдите угол между прямой  $CC_1$  и плоскостью  $ВДЕ_1$ .

Ответы :  $45^0$

# Литература

1. **В.А. Смирнов ЕГЭ 2011. Математика. Задача С2. Геометрия. Стереометрия. / Под. редакцией А.Л. Семенова и И.В. Яценко. – М.: МЦНМО, 2011.**

