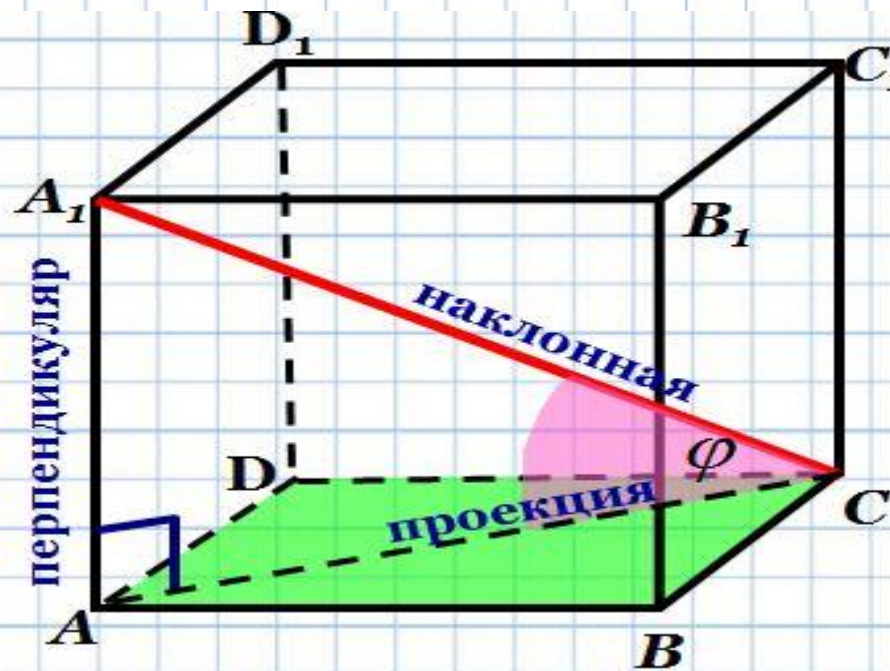


Задание 13.

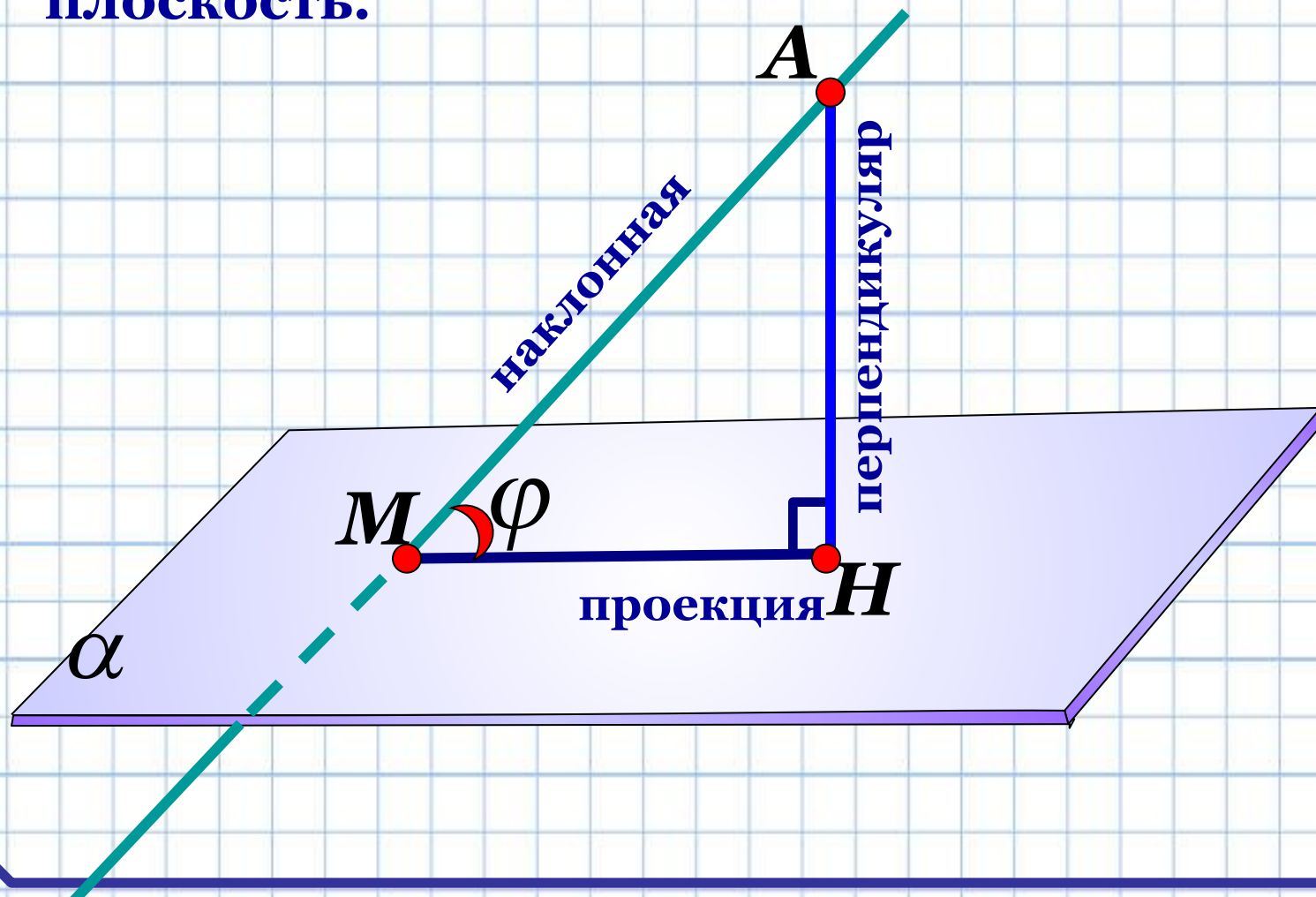
Угол между прямой

и плоскостью



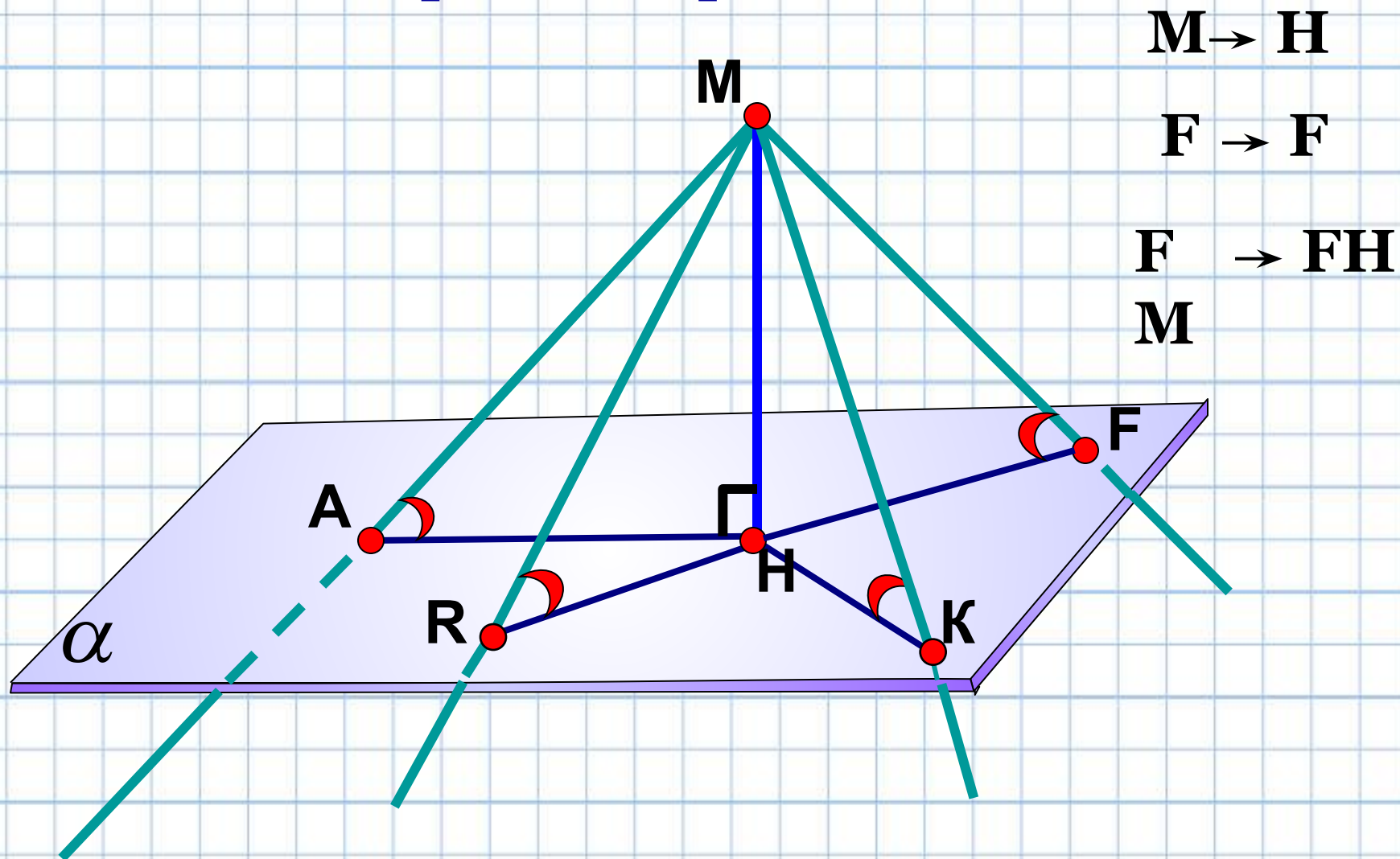
Повторение:

Углом между прямой и плоскостью, пересекающей эту прямую и не перпендикулярной к ней, называется **угол между прямой и ее проекцией на плоскость**.



Повторение:

Найти угол между наклонными и плоскостью
(описать алгоритм построения).



Повторение:

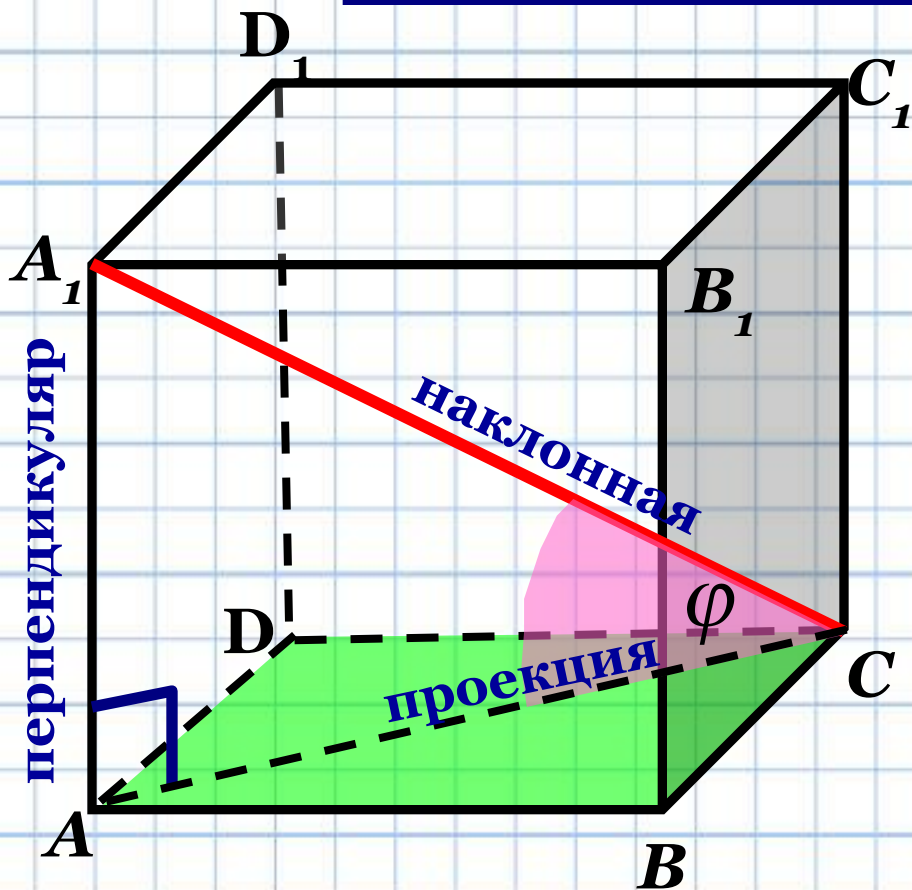
Угол между прямой m и плоскостью α можно вычислить:

- 1) Если этот угол удастся включить в прямоугольный треугольник в качестве одного из острых углов;
- 2) Используя векторный метод;
- 3) Используя координатно – векторный метод;
- 4) Используя ключевые задачи;

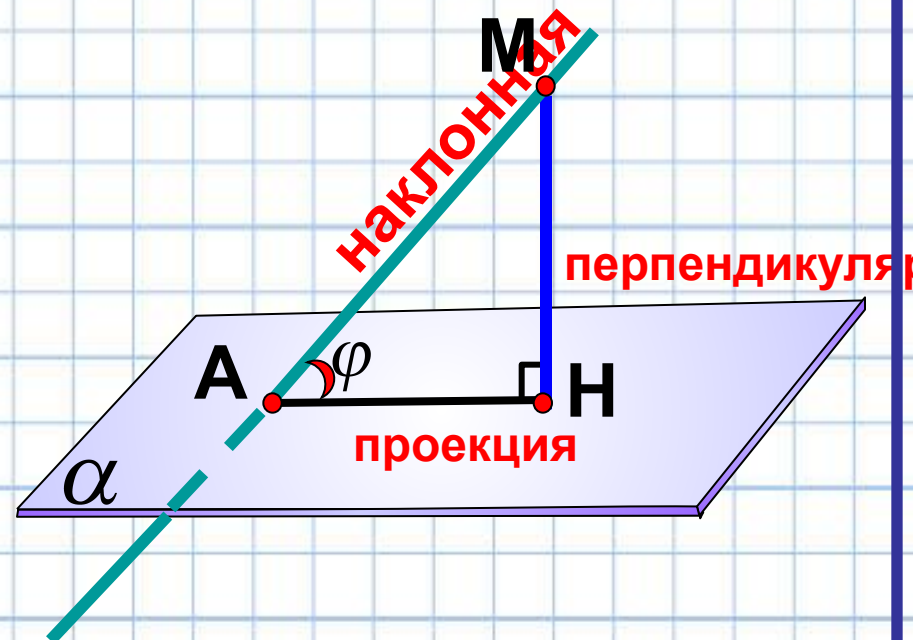


УСТНО:

Найдите тангенс угла между диагональю куба и плоскостью одной из его граней.



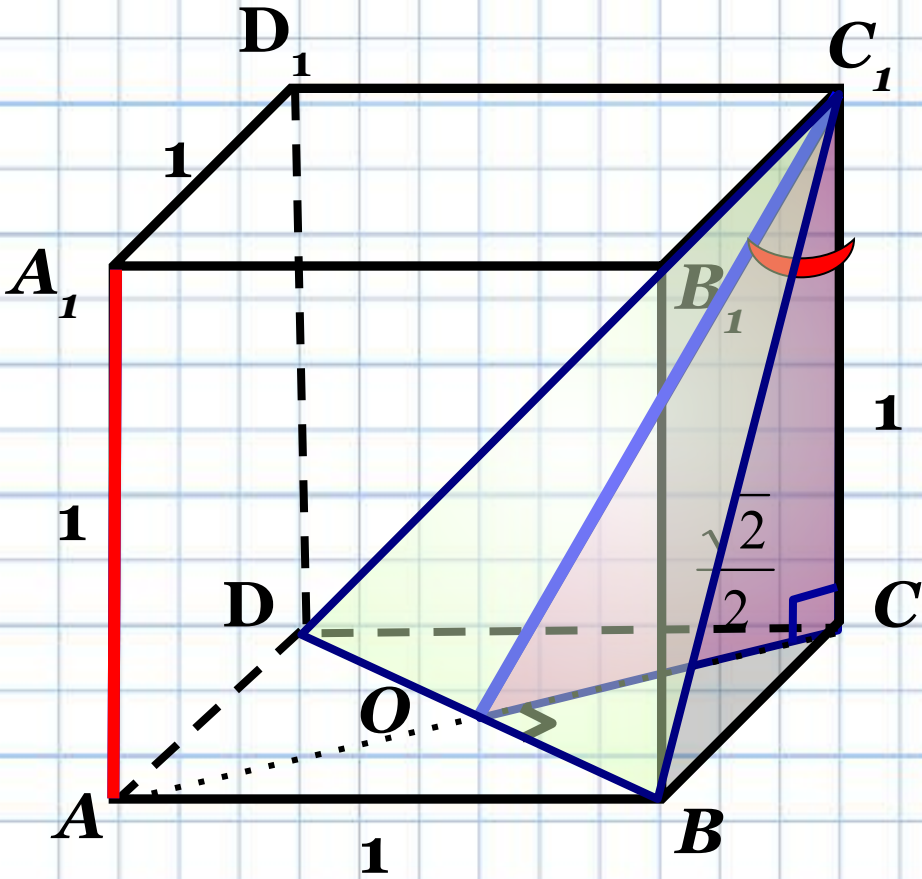
Подсказка



Углом между прямой и плоскостью, пересекающей эту прямую и не перпендикулярной к ней, называется угол между прямой и ее проекцией на

№
1

В единичном кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ найдите тангенс угла между прямой AA_1 и плоскостью BC_1D .



1) Прямая AA_1 параллельна прямой CC_1 , \Rightarrow Угол между прямой AA_1 и плоскостью BC_1D равен углу между CC_1 и плоскостью BC_1D .

$$\left. \begin{array}{l} VD \in (DVC_1) \\ VD \perp AC \\ VD \perp CC_1 \end{array} \right\} \Rightarrow (DVC_1) \perp (OC_1C)$$

2. Прямая CC_1 проецируется на плоскость BC_1D в прямую OC_1 . Поэтому проекция точки C лежит на отрезке OC_1 . Значит, прямая OC_1 является проекцией прямой CC_1 , следовательно, угол OC_1C искомый.

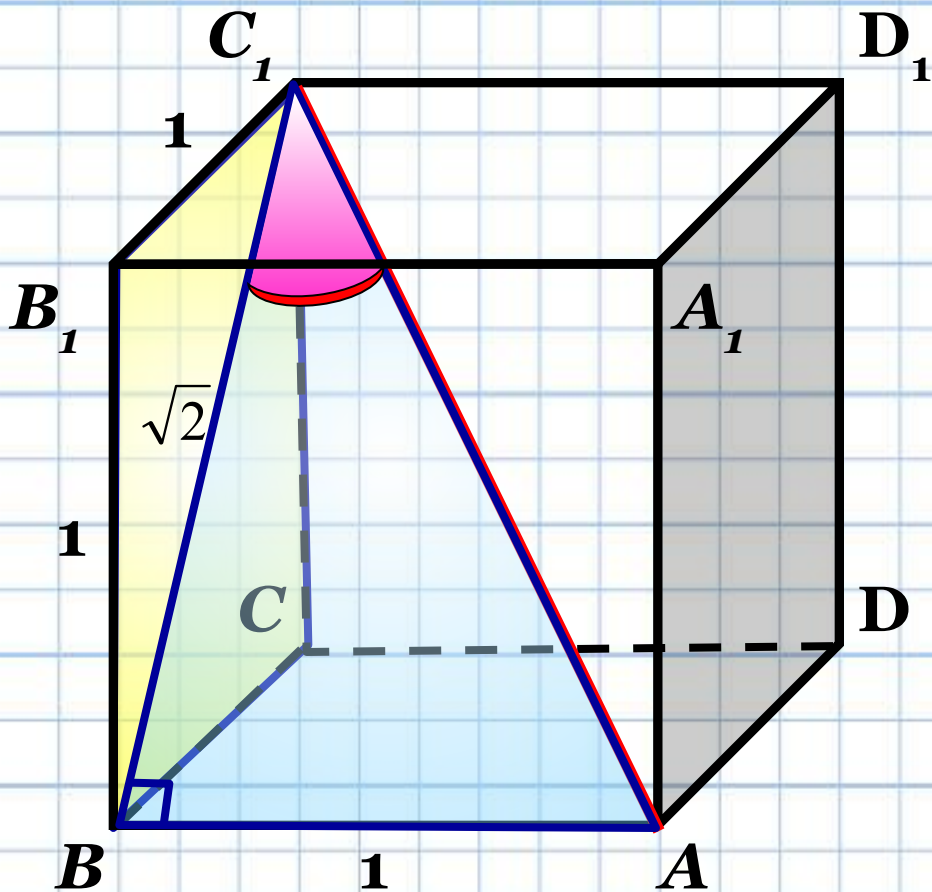
Ответ: $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Критерии оценивания выполнения задания С2

баллы	Критерии оценивания
2	Правильный ход решения. Верно построен или описан искомый угол. Получен верный ответ
1	<p>1) Правильный ход решения. Получен верный ответ, но имеется ошибка в построении и описании искомого угла, не повлиявшая на ход решения</p> <p>2) Правильный ход решения. Верно построен и описан искомый угол, но имеется ошибка в одном из вычислений, допущенная из-за невнимательности, в результате чего получен неверный ответ</p>
0	<p>1) Ход решения правильный, но оно не доведено до конца, или решение отсутствует. Нет ответа</p> <p>2) Ход решения правильный, но имеются существенные ошибки в вычислениях, приведшие к неправильному ответу</p> <p>3) Неправильный ход решения, приведший к неверному ответу</p> <p>4) Верный ответ получен случайно при неверном</p>

№
2

В единичном кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ найдите тангенс угла между прямой AC_1 и плоскостью BCC_1 .



1) Построим плоскость ABC_1 ,

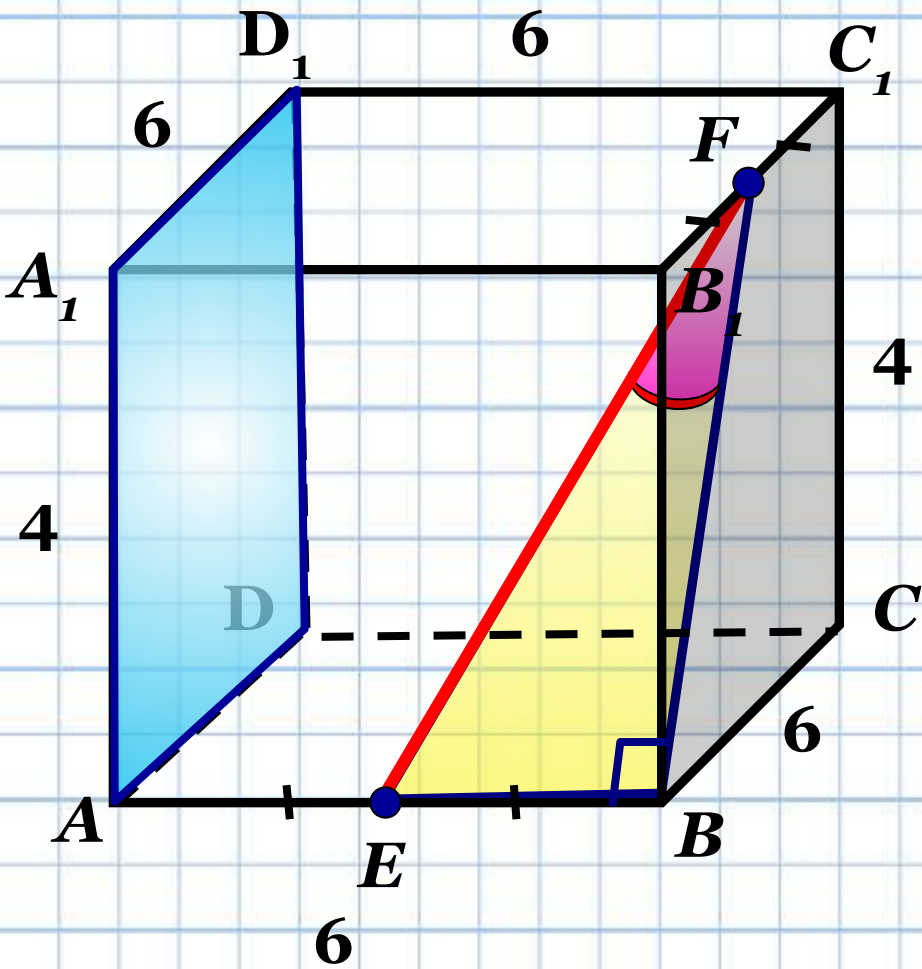
$$\left. \begin{array}{l} AB \in (ABC_1) \\ AB \perp BC \\ AB \perp BB_1 \end{array} \right\} \Rightarrow (ABC_1) \perp (BB_1C_1C)$$

2. Прямая AC_1 проецируется на плоскость BCC_1 в прямую BC_1 . следовательно, угол AC_1B искомый.

Ответ: $\frac{\sqrt{2}}{2}$

**№
3**

В прямоугольном параллелепипеде $ABCD_1A_1B_1C_1D_1$, у которого $AA_1 = 4$, $A_1D_1 = 6$, $C_1D_1 = 6$, найдите тангенс угла между плоскостью ADD_1 и прямой EF , проходящей через середины ребер AB и B_1C_1 .



1) Угол между прямой EF и плоскостью ADD_1 равен углу между EF и плоскостью BCC_1 , т.к. эти плоскости параллельны.

$$F \rightarrow F, E \rightarrow B, EF \rightarrow BF$$

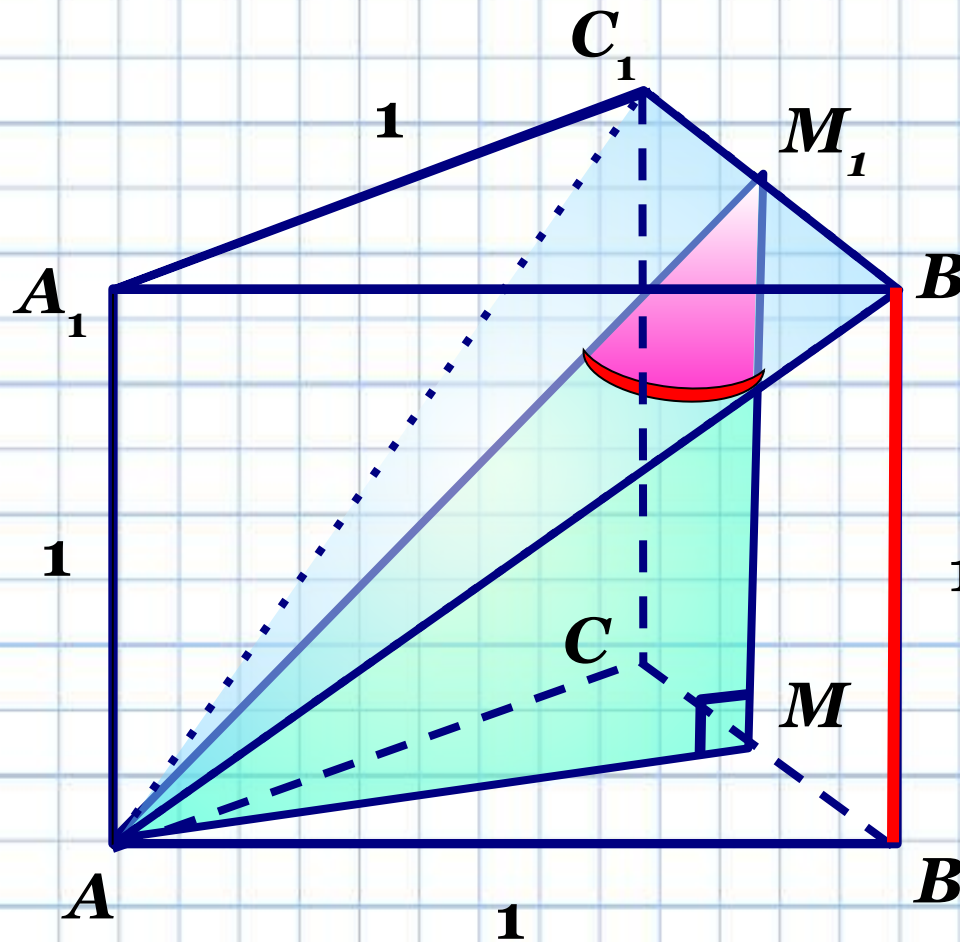
угол EFB – искомый.

Ответ: 0,6

№

3

В правильной треугольной призме $ABC_1B_1C_1$, все ребра которой равны 1, найдите тангенс угла между прямой BB_1 и плоскостью AB_1C_1 .



1) Прямая MM_1 параллельна прямой BB_1 , \Rightarrow Угол между прямой BB_1 и плоскостью AB_1C_1 равен углу между MM_1 и плоскостью AB_1C_1 .

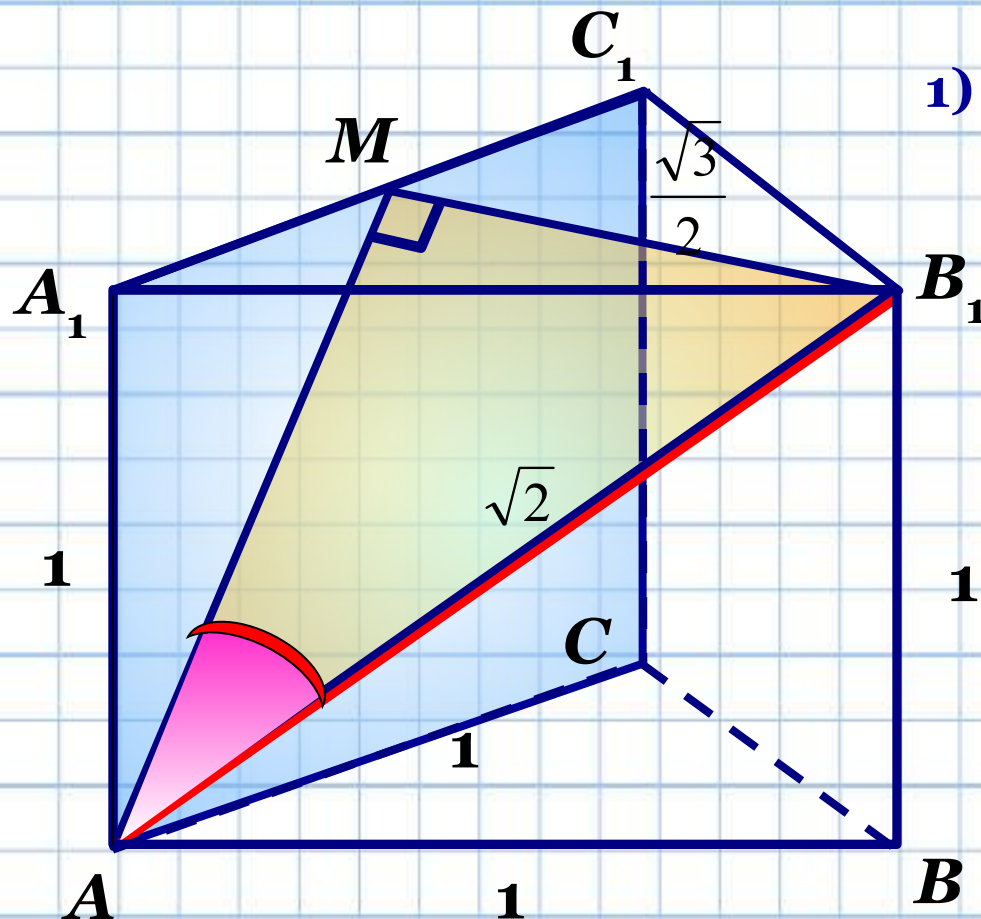
$$\left. \begin{array}{l} B_1C_1 \in (AB_1C_1) \\ B_1C_1 \perp MM_1 \\ B_1C_1 \perp AM_1 \end{array} \right\} \Rightarrow (AB_1C_1) \perp (AM_1M)$$

угол AM_1M – искомый.

Ответ: $\sqrt{\frac{3}{2}}$

№
4

В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны 1, найдите угол между прямой AB_1 и плоскостью AA_1C_1C .



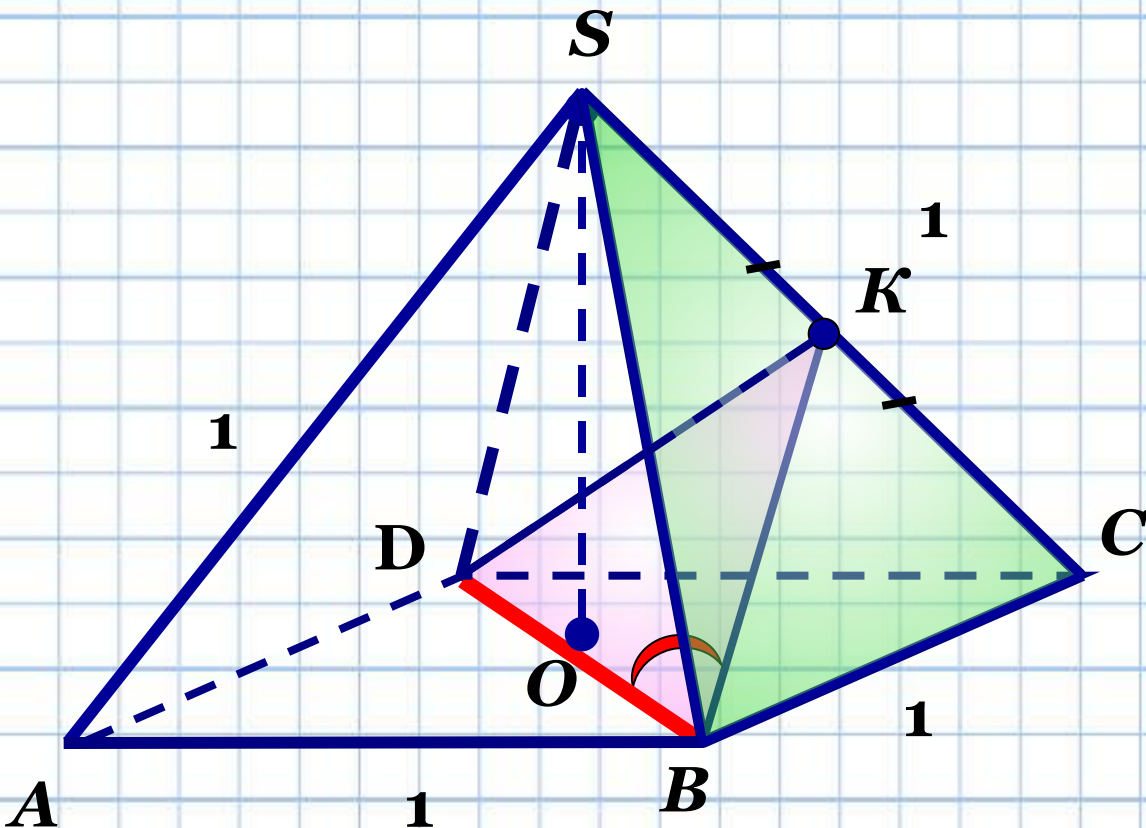
1) Пусть M – середина A_1C_1 , тогда B_1M – перпендикуляр к плоскости AA_1C_1C , а M – проекция точки B_1 на эту плоскость,

угол $MA B_1$ – искомый.

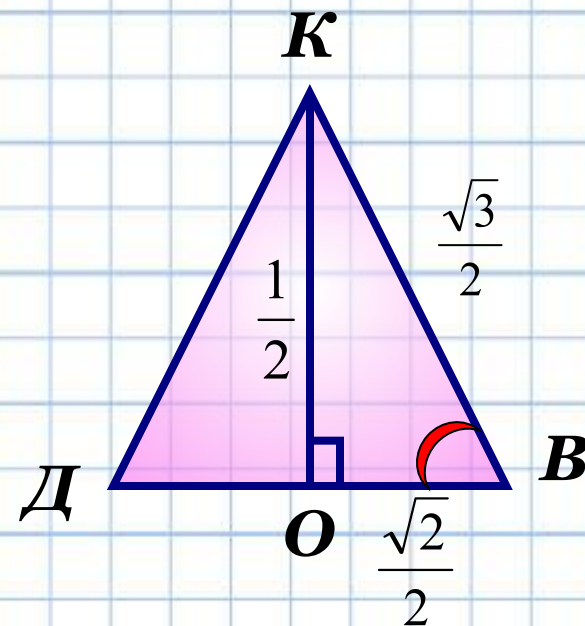
Ответ: $\alpha = \arcsin \frac{\sqrt{6}}{4}$

№
5

В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$, все ребра которой равны 1. Найдите синус угла между прямой BD и плоскостью SBC .



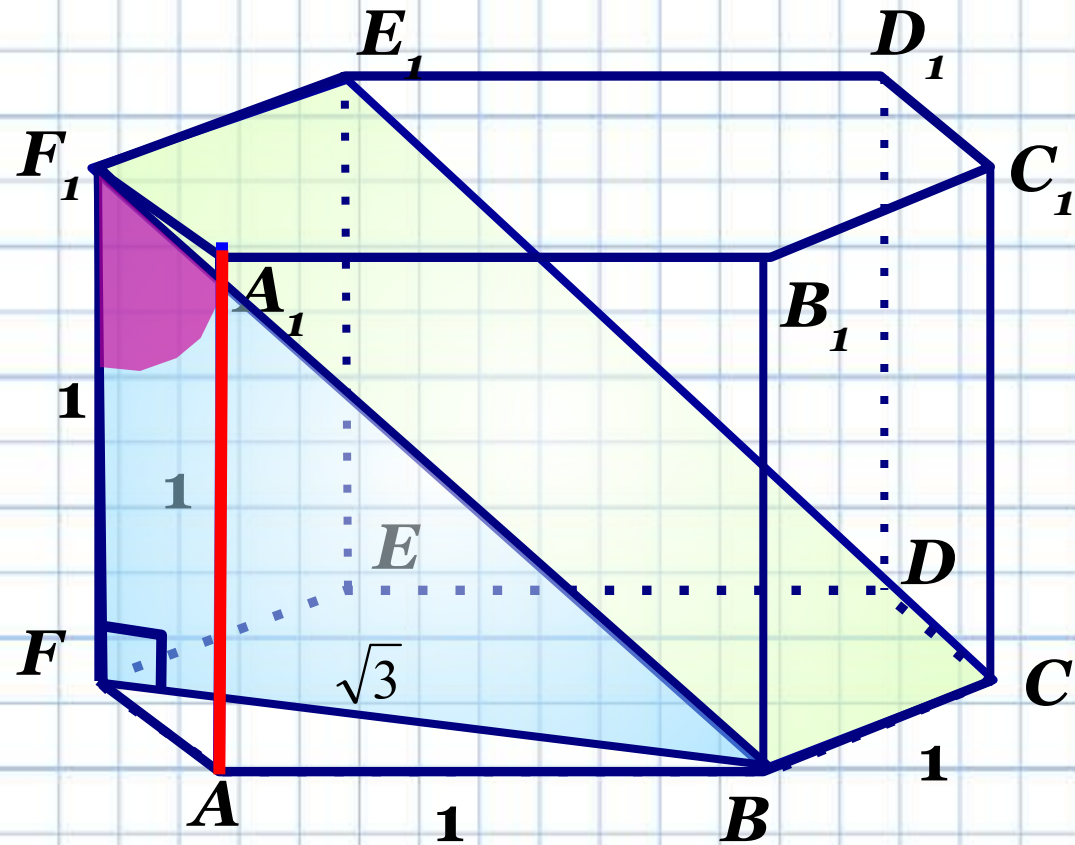
Подсказка:



Ответ: $\frac{\sqrt{3}}{3}$

№
6

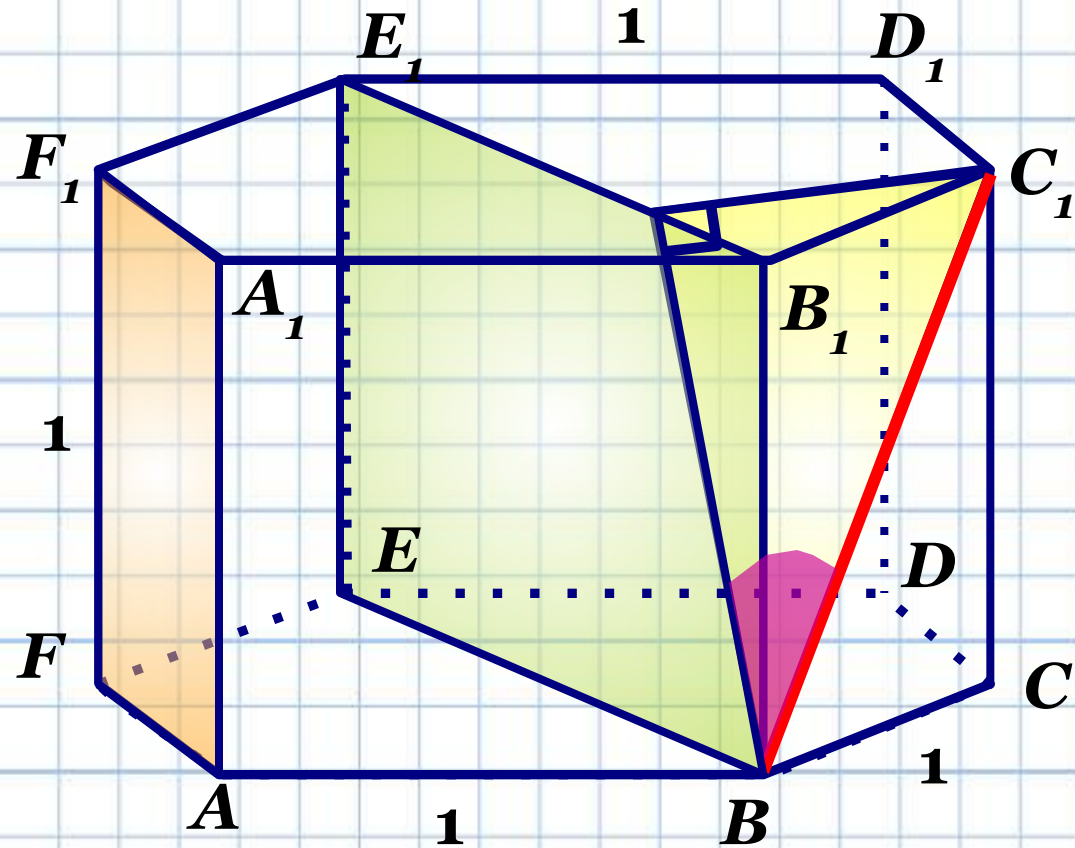
В правильной шестиугольной призме $A \dots F_1$, все ребра которой равны 1, найдите угол между прямой AA_1 и плоскостью $ВСЕ_1$



Ответ: 60°

№
7

В правильной шестиугольной призме $A \dots F_1$, все ребра которой равны 1, найдите синус угла между прямой BC_1 и плоскостью AFF_1



Ответ: $\frac{\sqrt{64}}{64}$

Домашнее задание



В единичном кубе $ABCD_1A_1B_1C_1D_1$ точка E – середина ребра A_1B_1 . Найдите синус угла между прямой AE и плоскостью $ВДД_1$.

Ответы : $\frac{\sqrt{10}}{10}$

В прямоугольном параллелепипеде $ABCD_1A_1B_1C_1D_1$, у которого $AB = 4$, $BC = 6$, $CC_1 = 4$, найдите тангенс угла между плоскостью ABC и прямой EF , проходящей через середины ребер AA_1 и C_1D_1 .

Ответы : $\frac{1}{\sqrt{10}}$

В правильной шестиугольной призме $ABCDEF_1A_1B_1C_1D_1E_1F_1$, все ребра которой равны 1, найдите угол между прямой CC_1 и плоскостью $ВДЕ_1$.

Ответы : 45^0

Литература

1. **В.А. Смирнов ЕГЭ 2011. Математика. Задача С2. Геометрия. Стереометрия. / Под. редакцией А.Л. Семенова и И.В. Яценко. – М.: МЦНМО, 2011.**

