



# ПРОСТРАНСТВЕННАЯ СИСТЕМА СИЛ

Преподаватель «Основы технической  
механики»

Шингисова Макпал Байшотовна  
КГКП «Павлодарский химико-  
механический колледж»

г. Павлодар

2020 год



Студент должен:

иметь представление:

*- о пространственных системах сил  
и их действии на тело.*

# Знать:

- момент силы относительно оси, свойства момента;*
- аналитический способ определения равнодействующей;*
- условия равновесия.*

## Уметь:

*-выполнять разложение силы на три взаимно перпендикулярные оси;*

*-определять момент силы относительно оси;*

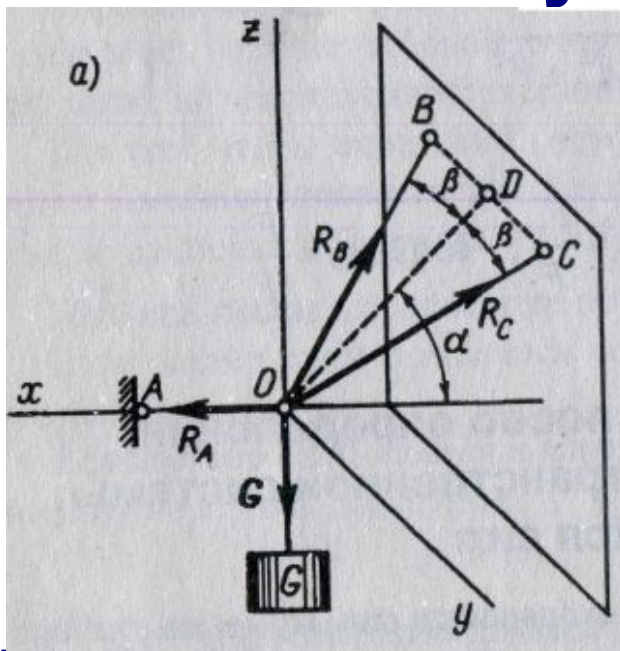
*-определять реакции в опорах и выполнить проверку.*



# **Пространственная система сил-**

система сил, линии действия  
которых расположены в  
различных плоскостях.

# 1. Пространственной системой сходящихся сил (пространственный пучок сил)



Пространственная система сил называется **сходящейся**, если линии действия всех сил системы пересекаются в одной точке.

# **Теорема о равнодействующей пространственной ССС.**

**Пространственная система сходящихся сил эквивалентна равнодействующей, которая равна векторной сумме этих сил; линия действия равнодействующей проходит через точку пересечения линий действия составляющих сил системы.**

$$F_{\Sigma} = \sum F_i$$

# **Способы определения равнодействующей силы пространственной системы сходящихся сил:**

**Силовой многоугольник пространственной системы сил не лежит в одной плоскости, поэтому геометрический и графический способы нахождения равнодействующей неприемлемы.**

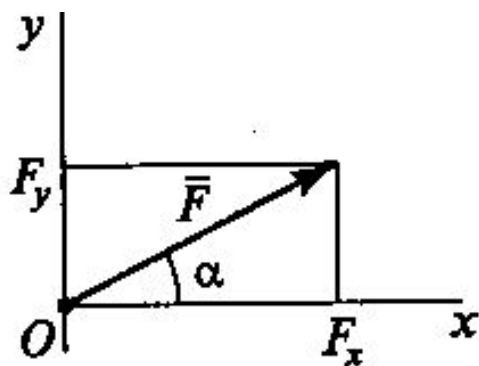
**Применяется только  
аналитический способ  
( метод проекций).**



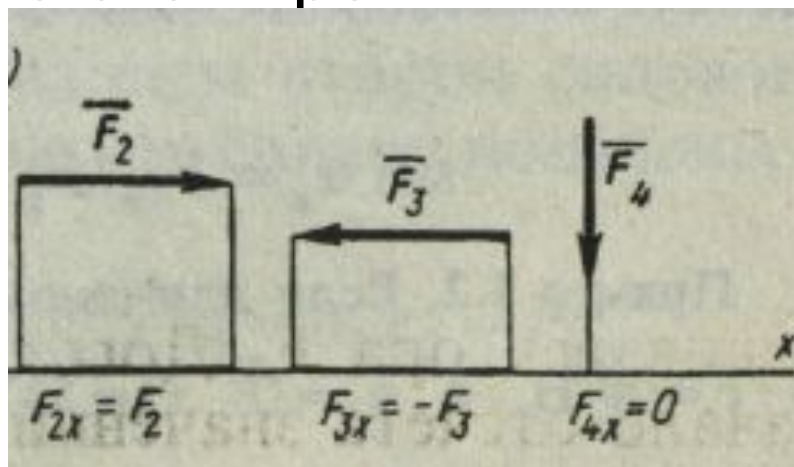
# Проекция силы на ось в пространстве

а) Сила и ось лежат в одной плоскости

Определение проекций силы на ось, лежащих в одной плоскости, остаются прежними.



$$F_x = \bar{F} \cos \alpha$$
$$F_y = \bar{F} \sin \alpha$$



# Проекция силы на ось в пространстве

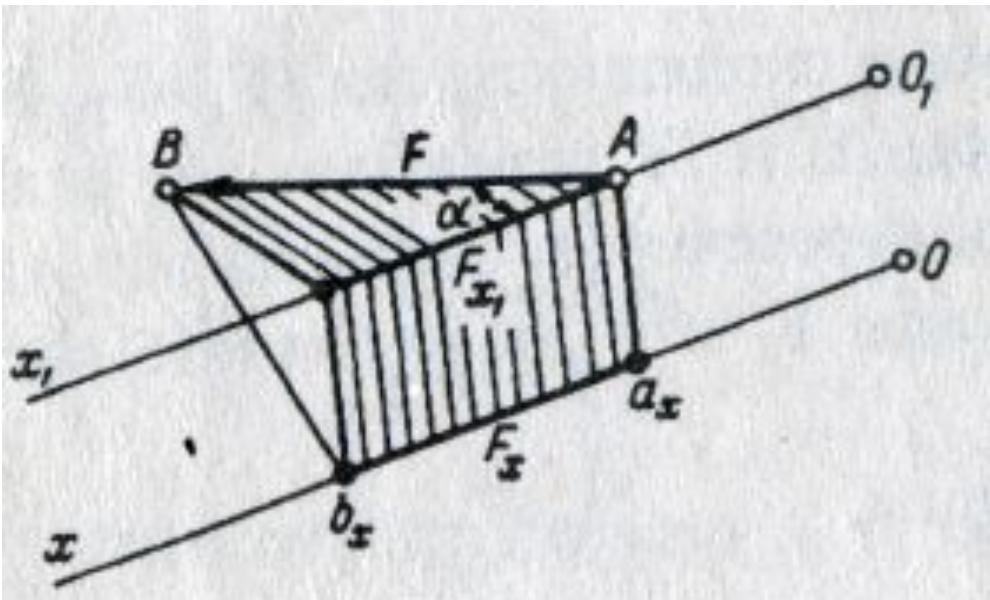
б) Сила и ось не лежат в одной плоскости

Для определения проекции силы  $F$  на ось  $OX$ , мысленно проводят через начало или конец силы ось  $O_1X_1$ , параллельную данной оси  $OX$ , тогда

$$F_{x_1} = F \cdot \cos \alpha,$$

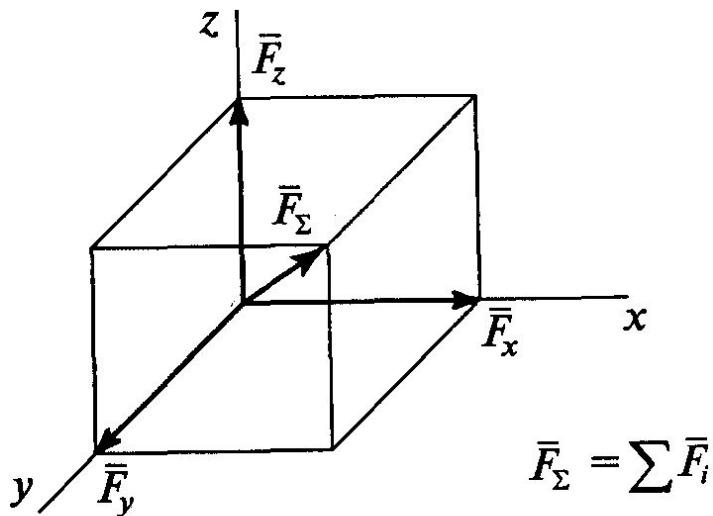
так как  $F_{x_1} = F_x$ ,

$$\text{то } F_x = F \cdot \cos \alpha,$$



# Разложение силы по трём осям координат

*Равнодействующая трёх взаимно перпендикулярных сил равна по модулю и направлена по диагонали параллелепипеда, построенного на этих силах.*



$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_x + \mathbf{F}_y + \mathbf{F}_z$$

# *Модуль и направление равнодействующей силы :*

- - модуль  $F_{\Sigma}$

$$F_{\Sigma} = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} = \sqrt{(\sum X_i)^2 + (\sum Y_i)^2 + (\sum Z_i)^2}$$

- - направление  $F_{\Sigma}$

$$\text{Cos}(F_{\Sigma}, X) = F_x / F_{\Sigma} = \sum X_i / F_{\Sigma}$$

$$\text{Cos}(F_{\Sigma}, Y) = F_y / F_{\Sigma} = \sum Y_i / F_{\Sigma}$$

$$\text{Cos}(F_{\Sigma}, Z) = F_z / F_{\Sigma} = \sum Z_i / F_{\Sigma}$$

# **Аналитическое условие равновесия пространственной ССС**

*Для равновесия пространственной ССС необходимо и достаточно, чтобы равнодействующая системы, а значит и её проекции на оси координат  $X$ ,  $Y$  и  $Z$  были равны 0.*

$$F_{\Sigma} = 0$$

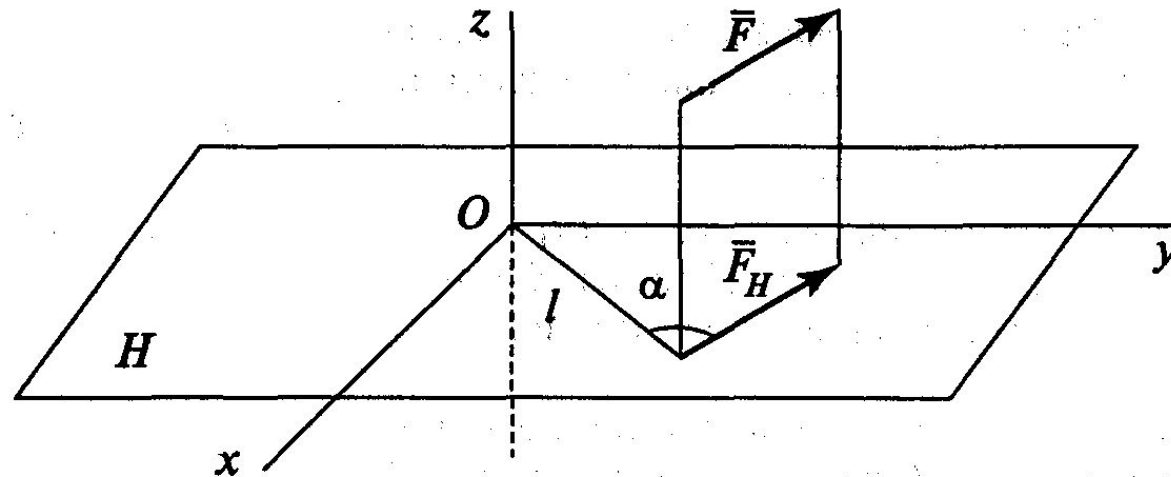
$$1) \sum F_{ix} = \sum X = 0$$

$$2) \sum F_{iy} = \sum Y = 0$$

$$3) \sum F_{iz} = \sum Z = 0$$

# 2 МОМЕНТ СИЛЫ ОТНОСИТЕЛЬНО ОСИ

**Момент силы** относительно оси равен произведению проекции этой силы на плоскость перпендикулярную к данной оси, на плечо.



$$M_Z(F) = M_0(F_H) = F_H l$$

**Плечо силы  $h(l)$**  относительно оси - это перпендикуляр опущенный из точки пересечения оси с плоскостью, на линию действия проекции

# Правило знаков

Момент силы относительно оси будем считать **положительным**, если сила стремится вызвать вращение **против часовой стрелки**, момент силы считаем **отрицательным**, если она стремится вызвать вращение **по часовой стрелке**. При этом необходимо смотреть на плоскость перпендикулярно данной оси с её положительного конца.

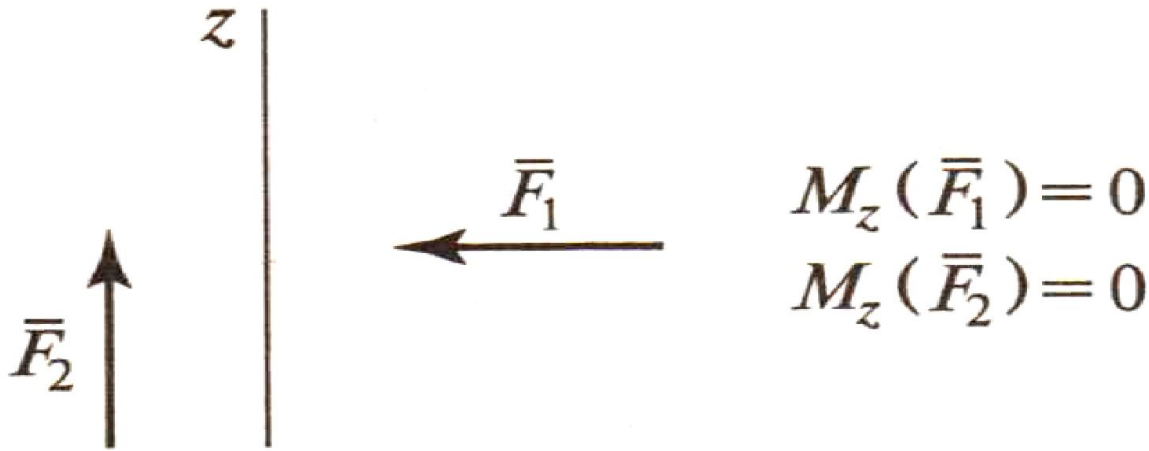
# Момент силы относительно оси равен нулю в 2 случаях:

1. Если линия действия силы перпендикулярна оси

$$\mathbf{F}_1 \perp \mathbf{Z}, \text{ т.к. } h(\mathbf{l}) = 0$$

2. Если вектор силы параллелен оси

$$\mathbf{F}_2 // \mathbf{Z}, \text{ т.к. } \mathbf{F}_H = 0$$





**Пример:** В червячной передаче червяк передает червячному колесу, укрепленному на валу, силу  $F$ , не лежащую в плоскости, перпендикулярной оси.

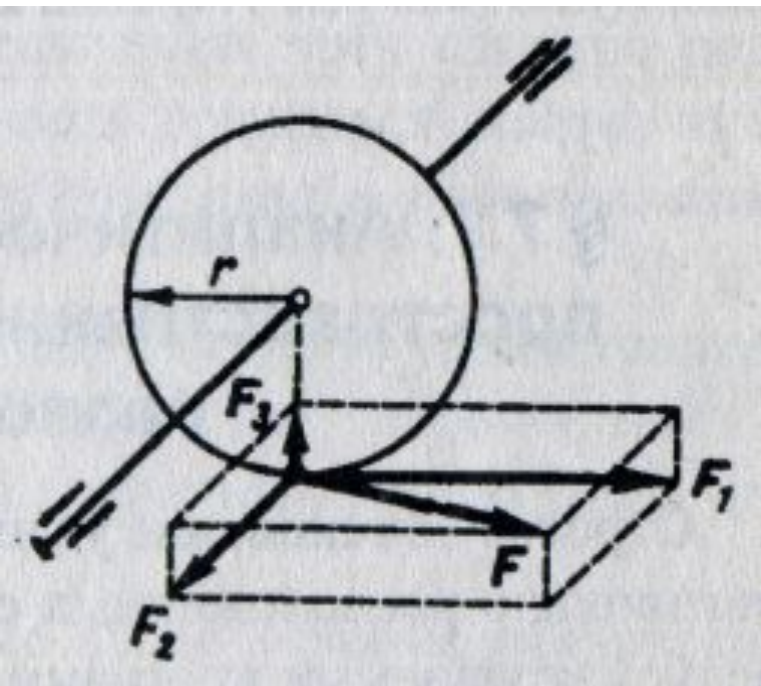
Разложим силу  $F$  на три взаимно перпендикулярные составляющие :

$F_1$  (окружная сила), вызывает вращательное движение, которое измеряется моментом

$$M_z(F_1) = F_1 r$$

$F_2$  (осевая сила) стремится сдвинуть колесо вдоль оси

$F_3$  (радиальная сила) стремится изогнуть ось колеса

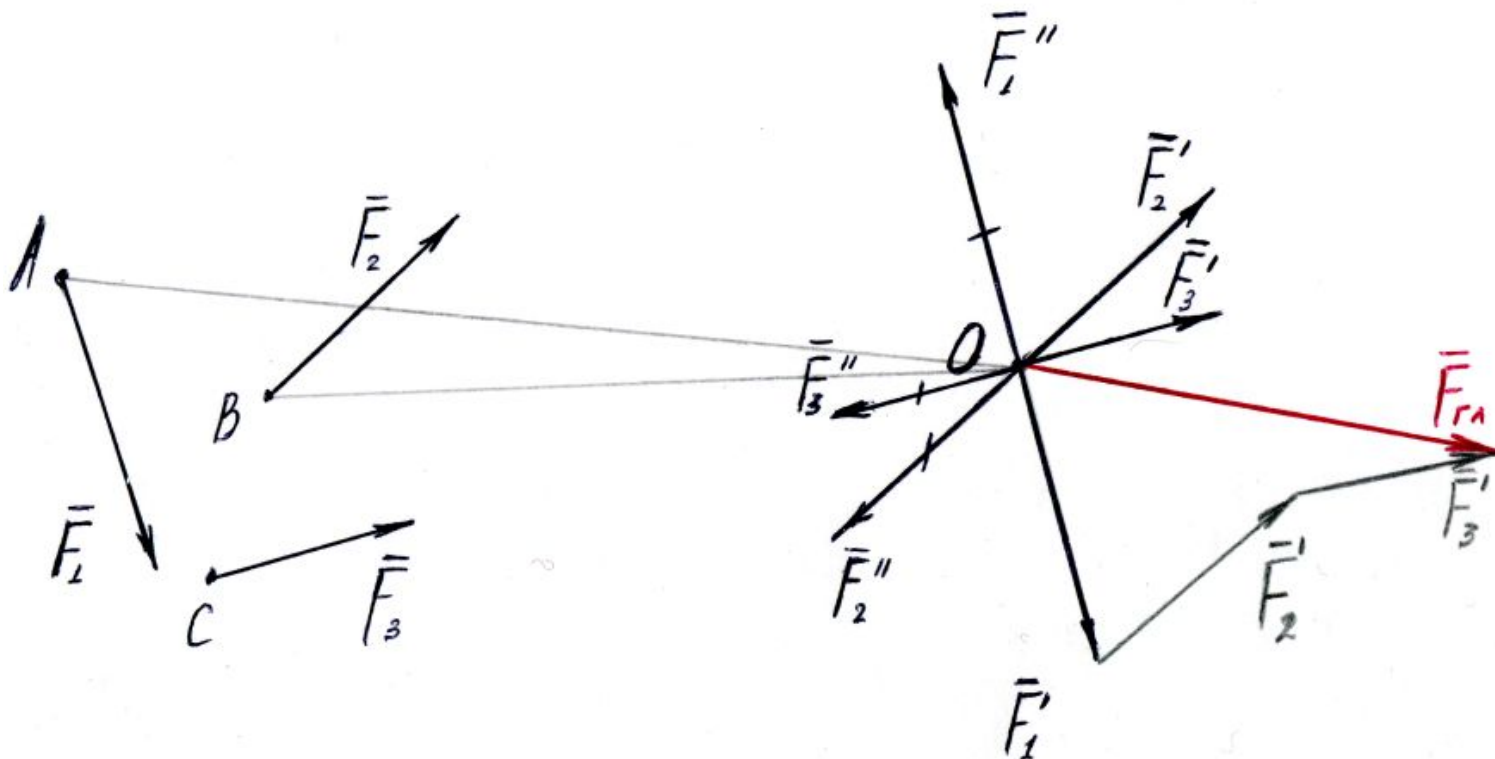


### **3. Пространственная система произвольно расположенных сил -**

это система сил, линии действия, которых не лежат в одной плоскости и не пересекаются в одной точке

# Приведение произвольной пространственной системы сил к заданному центру

(Аналогично плоской системе произвольно расположенных сил – Тема 1.4)



# **Приведение произвольной пространственной системы сил к заданному центру**

*Пространственная система произвольно расположенных сил в общем случае эквивалентна одной силе, приложенной в центре приведения и одной паре сил*

*Произвольная пространственная система сил приводится к **главному вектору** и **главному моменту**.*

# *Модуль и направление главного вектора :*

- - модуль  $F_{\Gamma\Gamma}$

$$F_{\Gamma\Gamma} = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} = \sqrt{(\sum X_i)^2 + (\sum Y_i)^2 + (\sum Z_i)^2}$$

- - направление  $F_{\Gamma\Gamma}$

$$\text{Cos}(F_{\Gamma\Gamma}; x) = \sum X_i / F_{\Gamma\Gamma}$$

$$\text{Cos}(F_{\Gamma\Gamma}; y) = \sum Y_i / F_{\Gamma\Gamma}$$

$$\text{Cos}(F_{\Gamma\Gamma}; z) = \sum Z_i / F_{\Gamma\Gamma}$$

# *Модуль главного момента :*

- Алгебраическая сумма моментов всех сил системы относительно каждой оси.

$$M_{ГЛ} = \sqrt{(\sum M_X(F_i))^2 + (\sum M_Y(F_i))^2 + (\sum M_Z(F_i))^2}$$

# **равновесия пространственной системы**

## **произвольно расположенных сил**

*Алгебраическая сумма проекций всех сил на три взаимно перпендикулярные оси координат должна быть равна нулю и алгебраическая сумма моментов всех сил, относительно тех же осей, должна быть равна нулю*

$$F_{\text{гл}} = 0$$

$$1) \sum X = \sum F_i x = 0$$

$$2) \sum Y = \sum F_i y = 0$$

$$3) \sum Z = \sum F_i z = 0$$

$$M_{\text{гл}} = 0$$

$$4) \sum M_x(F_i) = 0$$

$$5) \sum M_y(F_i) = 0$$

$$6) \sum M_z(F_i) = 0$$

## *Домашнее задание*

### **Опрос «Пространственная система сил»**

- 1) Понятие пространственной системы сил.
- 2) Теорема о пространственной системе сходящихся сил
- 3) Условие равновесия пространственной системы сходящихся сил ( с уравнениями).
- 4) Условие равновесия пространственной системы произвольных сил ( с уравнениями).
- 5) Понятие момента относительно оси ( с уравнениями).