



ПРОСТРАНСТВЕННАЯ СИСТЕМА СИЛ

Преподаватель «Основы технической
механики»

Шингисова Макпал Байшотовна
КГКП «Павлодарский химико-
механический колледж»

г. Павлодар

2020 год

Студент должен:

иметь представление:

*- о пространственных системах сил
и их действии на тело.*

Знать:

*- момент силы относительно оси,
свойства момента;*

*- аналитический способ определения
равнодействующей;*

- условия равновесия.

Уметь:

-выполнять разложение силы на три взаимно перпендикулярные оси;

-определять момент силы относительно оси;

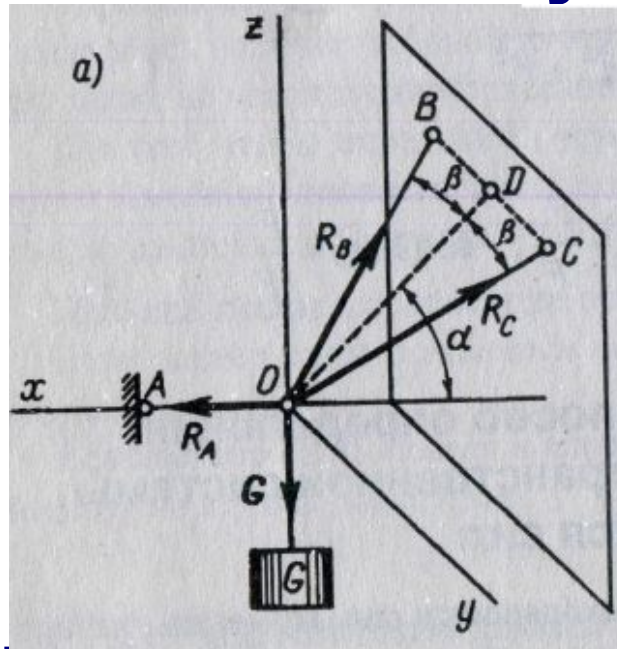
-определять реакции в опорах и выполнить проверку.



Пространственная система сил-

система сил, линии действия
которых расположены в
различных плоскостях.

1. Пространственной системой сходящихся сил (пространственный пучок сил)



Пространственная система сил называется **сходящейся**, если линии действия всех сил системы пересекаются в одной точке.

Теорема о равнодействующей пространственной ССС.

Пространственная система сходящихся сил эквивалентна равнодействующей, которая равна векторной сумме этих сил; линия действия равнодействующей проходит через точку пересечения линий действия составляющих сил системы.

$$F_{\Sigma} = \sum F_i$$

Способы определения равнодействующей силы пространственной системы сходящихся сил:

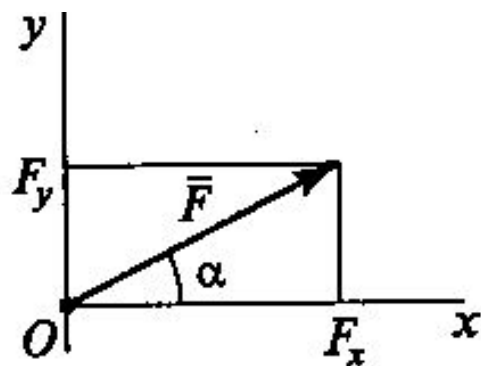
Силовой многоугольник пространственной системы сил не лежит в одной плоскости, поэтому геометрический и графический способы нахождения равнодействующей неприемлемы.

**Применяется только
аналитический способ
(метод проекций).**

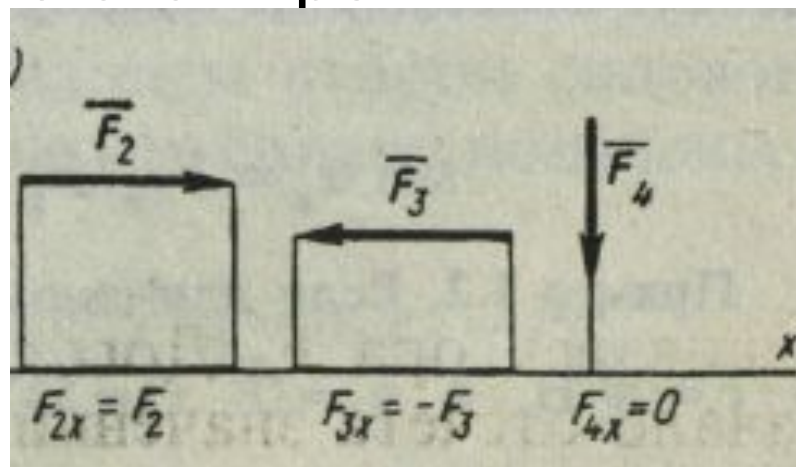
Проекция силы на ось в пространстве

а) Сила и ось лежат в одной плоскости

Определение проекций силы на ось, лежащих в одной плоскости, остаются прежними.



$$F_x = \bar{F} \cos \alpha$$
$$F_y = \bar{F} \sin \alpha$$



Проекция силы на ось в пространстве

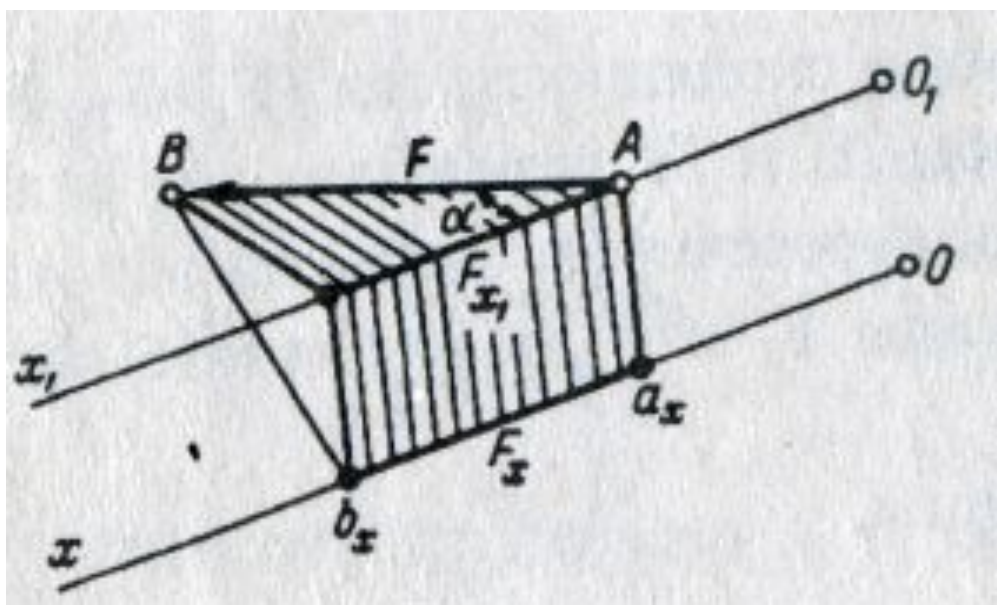
б) Сила и ось не лежат в одной плоскости

Для определения проекции силы F на ось OX , мысленно проводят через начало или конец силы ось O_1X_1 , параллельную данной оси OX , тогда

$$F_{x_1} = F \cdot \cos \alpha,$$

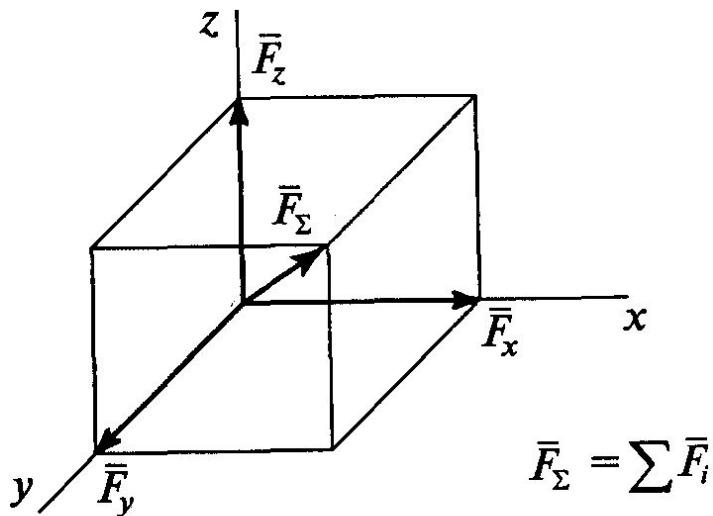
так как $F_{x_1} = F_x$,

$$\text{то } F_x = F \cdot \cos \alpha,$$



Разложение силы по трём осям координат

Равнодействующая трёх взаимно перпендикулярных сил равна по модулю и направлена по диагонали параллелепипеда, построенного на этих силах.



$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_x + \mathbf{F}_y + \mathbf{F}_z$$

Модуль и направление равнодействующей силы :

- - модуль F_{Σ}

$$F_{\Sigma} = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} = \sqrt{(\sum X_i)^2 + (\sum Y_i)^2 + (\sum Z_i)^2}$$

- - направление F_{Σ}

$$\text{Cos}(F_{\Sigma}, X) = F_x / F_{\Sigma} = \sum X_i / F_{\Sigma}$$

$$\text{Cos}(F_{\Sigma}, Y) = F_y / F_{\Sigma} = \sum Y_i / F_{\Sigma}$$

$$\text{Cos}(F_{\Sigma}, Z) = F_z / F_{\Sigma} = \sum Z_i / F_{\Sigma}$$

Аналитическое условие равновесия пространственной ССС

Для равновесия пространственной ССС необходимо и достаточно, чтобы равнодействующая системы, а значит и её проекции на оси координат X , Y и Z были равны 0.

$$F_{\Sigma} = 0$$

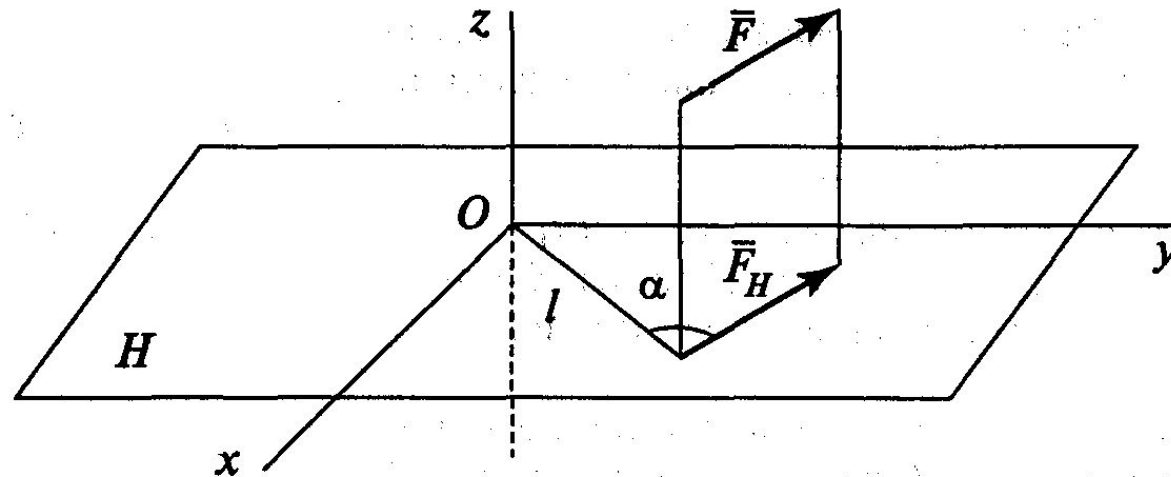
$$1) \sum F_{ix} = \sum X = 0$$

$$2) \sum F_{iy} = \sum Y = 0$$

$$3) \sum F_{iz} = \sum Z = 0$$

2 МОМЕНТ СИЛЫ ОТНОСИТЕЛЬНО ОСИ

Момент силы относительно оси равен произведению проекции этой силы на плоскость перпендикулярную к данной оси, на плечо.



$$M_Z(F) = M_0(F_H) = F_H l$$

Плечо силы $h(l)$ относительно оси - это перпендикуляр опущенный из точки пересечения оси с плоскостью, на линию действия проекции

Правило знаков

Момент силы относительно оси будем считать **положительным**, если сила стремится вызвать вращение **против часовой стрелки**, момент силы считаем **отрицательным**, если она стремится вызвать вращение **по часовой стрелке**. При этом необходимо смотреть на плоскость перпендикулярно данной оси с её положительного конца.

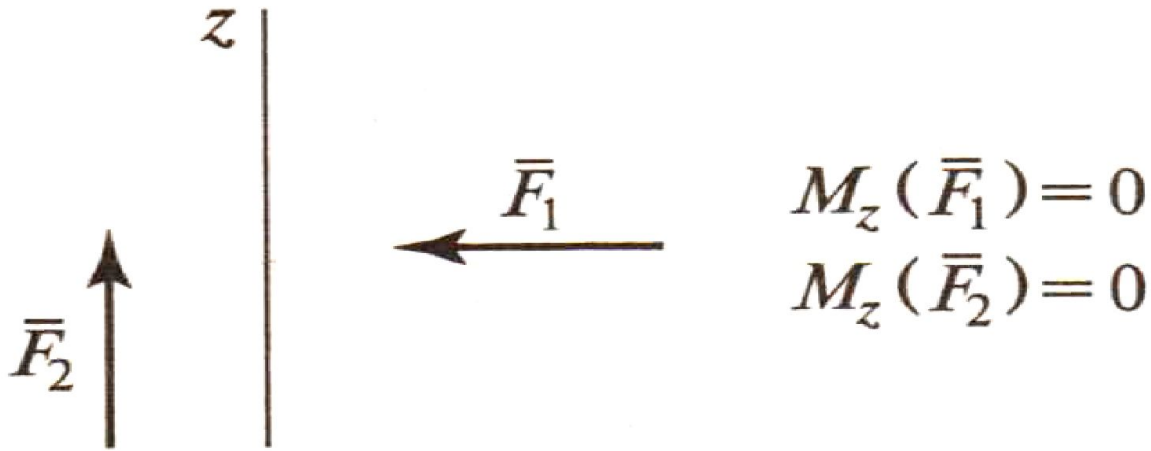
Момент силы относительно оси равен нулю в 2 случаях:

1. Если линия действия силы перпендикулярна оси

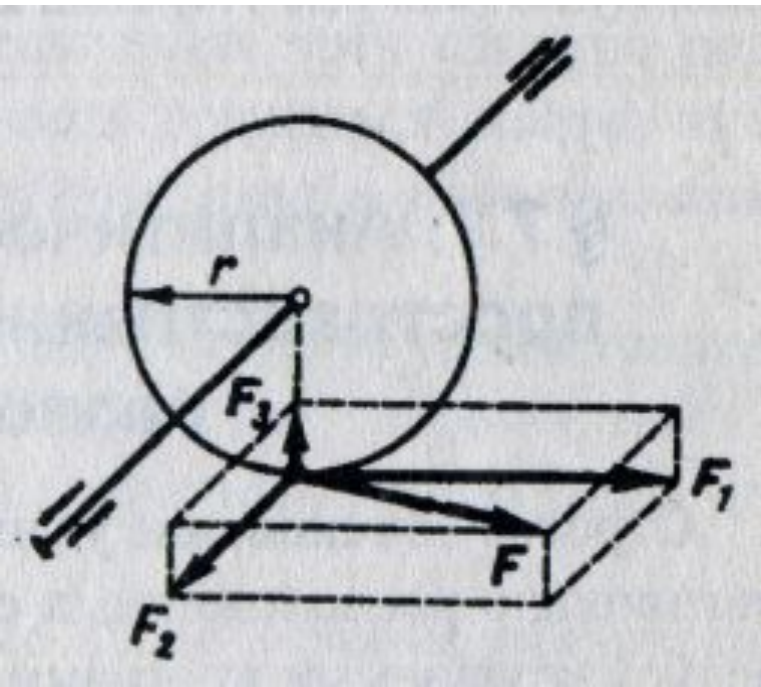
$$\mathbf{F}_1 \perp \mathbf{Z}, \text{ т.к. } h(\mathbf{l}) = 0$$

2. Если вектор силы параллелен оси

$$\mathbf{F}_2 // \mathbf{Z}, \text{ т.к. } \mathbf{F}_H = 0$$



Пример: В червячной передаче червяк передает червячному колесу, укрепленному на валу, силу F , не лежащую в плоскости, перпендикулярной оси.



Разложим силу F на три взаимно перпендикулярные составляющие :

F_1 (окружная сила), вызывает вращательное движение, которое измеряется моментом

$$M_z(F_1) = F_1 r$$

F_2 (осевая сила) стремится сдвинуть колесо вдоль оси

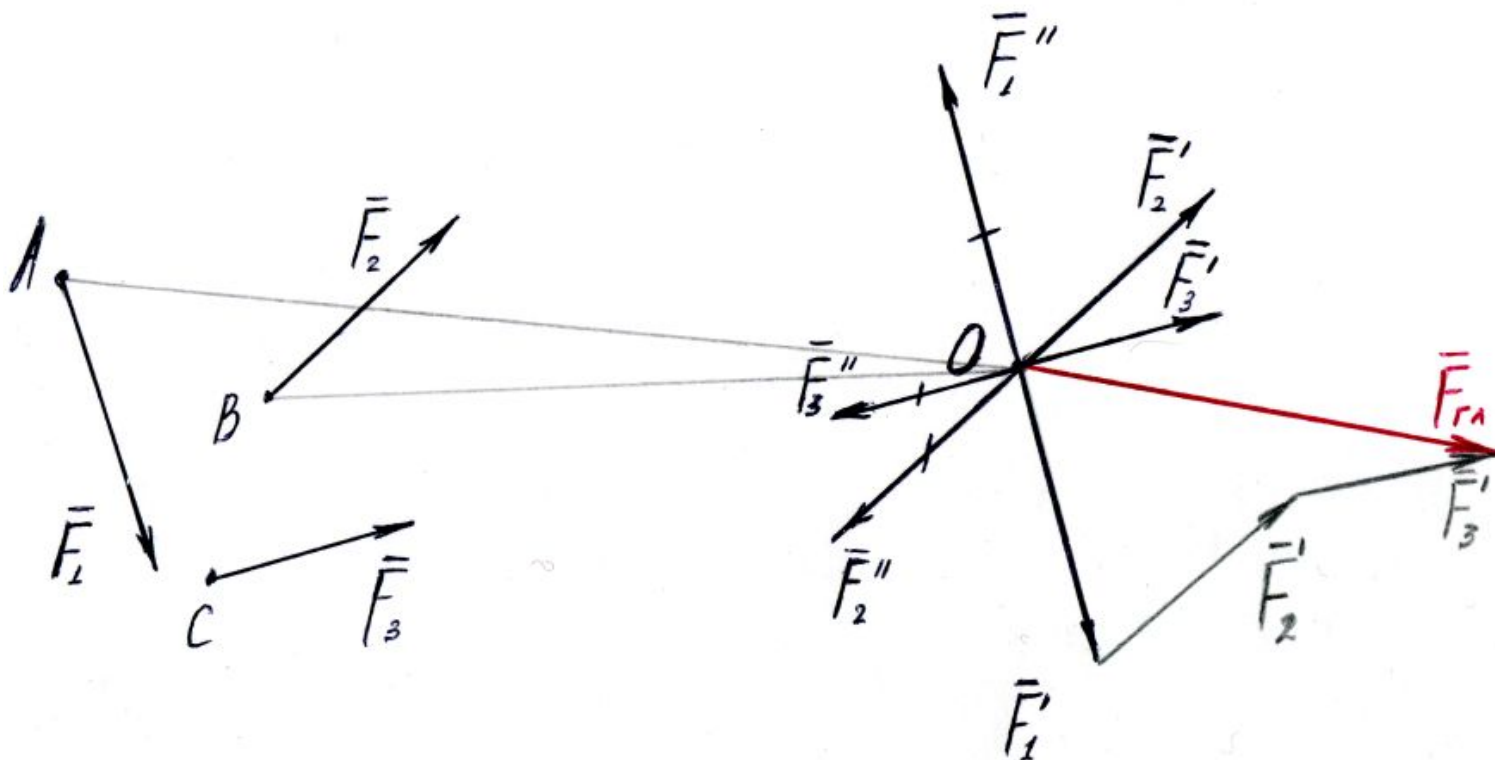
F_3 (радиальная сила) стремится изогнуть ось колеса

3. Пространственная система произвольно расположенных сил -

это система сил, линии действия, которых не лежат в одной плоскости и не пересекаются в одной точке

Приведение произвольной пространственной системы сил к заданному центру

(Аналогично плоской системе произвольно расположенных сил – Тема 1.4)



Приведение произвольной пространственной системы сил к заданному центру

Пространственная система произвольно расположенных сил в общем случае эквивалентна одной силе, приложенной в центре приведения и одной паре сил

*Произвольная пространственная система сил приводится к **главному вектору** и **главному моменту**.*

Модуль и направление главного вектора :

- - модуль $F_{\Gamma\Gamma}$

$$F_{\Gamma\Gamma} = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} = \sqrt{(\sum X_i)^2 + (\sum Y_i)^2 + (\sum Z_i)^2}$$

- - направление $F_{\Gamma\Gamma}$

$$\text{Cos}(F_{\Gamma\Gamma}; x) = \sum X_i / F_{\Gamma\Gamma}$$

$$\text{Cos}(F_{\Gamma\Gamma}; y) = \sum Y_i / F_{\Gamma\Gamma}$$

$$\text{Cos}(F_{\Gamma\Gamma}; z) = \sum Z_i / F_{\Gamma\Gamma}$$

Модуль главного момента :

- Алгебраическая сумма моментов всех сил системы относительно каждой оси.

$$M_{ГЛ} = \sqrt{(\sum M_X(F_i))^2 + (\sum M_Y(F_i))^2 + (\sum M_Z(F_i))^2}$$

равновесия пространственной системы

произвольно расположенных сил

Алгебраическая сумма проекций всех сил на три взаимно перпендикулярные оси координат должна быть равна нулю и алгебраическая сумма моментов всех сил, относительно тех же осей, должна быть равна нулю

$$F_{\text{гл}} = 0$$

$$1) \sum X = \sum F_i x = 0$$

$$2) \sum Y = \sum F_i y = 0$$

$$3) \sum Z = \sum F_i z = 0$$

$$M_{\text{гл}} = 0$$

$$4) \sum M_x(F_i) = 0$$

$$5) \sum M_y(F_i) = 0$$

$$6) \sum M_z(F_i) = 0$$

Домашнее задание

Опрос «Пространственная система сил»

- 1) Понятие пространственной системы сил.
- 2) Теорема о пространственной системе сходящихся сил
- 3) Условие равновесия пространственной системы сходящихся сил (с уравнениями).
- 4) Условие равновесия пространственной системы произвольных сил (с уравнениями).
- 5) Понятие момента относительно оси (с уравнениями).