

16.04. 2020 Тема урока

*Элементы комбинаторики.
Перестановки.*



Цель:

- *Рассмотреть некоторые задачи комбинаторики.*



Открываем новое Факториал



Определение.

Факториалом натурального числа n называется произведение всех натуральных чисел от 1 до n .



Обозначение $n!$

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n - 1) \cdot n$$

Пример:

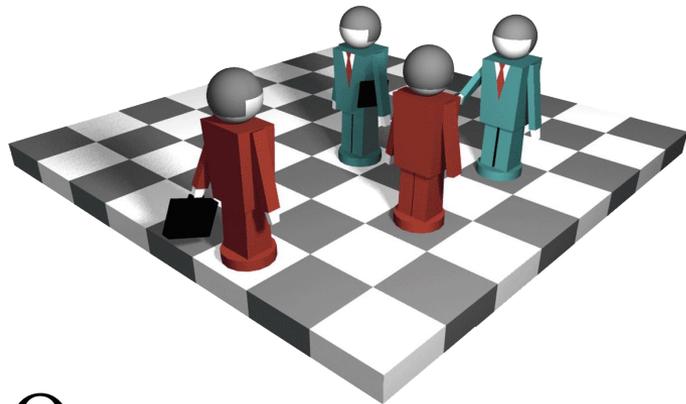
$$2! = 1 \cdot 2 = 2$$

$$3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$$

Запомни: $0! = 1$ $1! = 1$

Таблица факториалов:

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$n!$	1	1	2	6	24	120	720	5 040	40 320	362 880	3 628 800



Открываем новое Перестановки



Определение.

Перестановкой из n элементов называется каждое расположение (без повторений) этих элементов в определенном порядке.



Число перестановок из n элементов обозначают P_n
Читают « P из n ».

Число всевозможных перестановок из n элементов вычисляется по формуле:

$$P_n = n!$$



Открываем новое

Пример 1



Сколькими способами могут быть расставлены восемь участниц финального забега на восьми беговых дорожках?

Решение: $P_8 = 8! = 40\,320$

Ответ: 40320.

Открываем новое

Пример 2

Сколько различных четырёхзначных чисел можно составить из цифр 0, 1, 2, 3, причём в каждом числе цифры должны быть разные?

Решение: $P_4 - P_3 = 4! - 3! = 18.$

Ответ: 18.

Решение (II способ) $3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 18.$

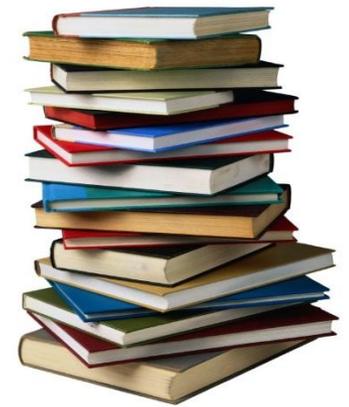
Заметим, что ответ на вопрос, можно получить, не выписывая сами числа.

Будем рассуждать так.

- Первую цифру можно выбрать три способами. (0 не может стоять на первом месте)*
- После выбора первой цифры останутся три.*
- Вторую цифру можно выбрать три способами.*
- Третью цифру можно выбрать два способами.*
- Остается приписать одну цифру.*

Следовательно, общее число искомых четырехзначных чисел равно произведению

Открываем новое



Пример 3

Имеется 10 различных книг, среди которых есть трёхтомник одного автора. Сколькими способами можно расставить эти книги на полке, если книги трёхтомника должны находиться вместе, но в любом порядке?

Решение: $P_8 \cdot P_3 = 8! \cdot 3! = 241\,920$

Ответ: 241920.

На примерах учимся

№1



Сколькими способами могут встать в очередь в билетную кассу: 1) 3 человека; 2) 5 человек?

Ответ: 1) 6 способов; 2) 120 способов.

№2

На примерах учимся



Сколько различных правильных
(с точки зрения русского языка)

фраз можно составить, изменяя порядок слов в предложении:

- 1) «Я пошла гулять»;
- 2) «Во дворе гуляет кошка»?

Ответ: 1)6 способов; 2)6 способов.

На примерах учимся



№3

Сколькими способами можно с помощью букв К, Л, М, Н обозначить вершины четырехугольника?

Ответ: 24 способа.

На примерах учимся



№736

*Ольга помнит, что телефон подруги оканчивается цифрами 5, 7, 8, но забыла, в каком порядке эти цифры следуют. Укажите **наибольшее число** вариантов, которые ей придется перебрать, чтобы дозвониться подруге.*

Ответ: 6 вариантов.

№741

На примерах учимся



Семь мальчиков, в число которых входят Олег и Игорь, становятся в ряд. Найдите число возможных комбинаций:

- а) Олег находится в конце ряда;
- б) Олег находится в начале ряда, а Игорь в конце;
- в) Олег и Игорь стоят рядом;

а) (Олег находится в конце ряда – фиксируем). Число комбинаций равно числу перестановок 6 мальчиков, стоящих перед Олегом

$$а) P_6 = 6! = 720.$$

б) Два элемента фиксированы. Число возможных комбинаций равно числу перестановок 5 мальчиков, стоящих между Олегом и Игорем

$$б) P_5 = 5! = 120.$$

Ответим на вопросы



- 1) Что изучает комбинаторика?
- 2) Кем был введен в математический обиход термин «комбинаторика»?
- 3) Какие способы решения комбинаторных задач рассмотрели на уроке?
- 4) Что означает запись $n!$?
- 5) Найдите значение выражения $\frac{49!}{47! \cdot 3!}$
- 6) Что называется перестановкой из n элементов?

Задания для самоподготовки



Учиться – все
равно, что грести
против течения :
только перестанешь
и тебя гонит назад.

Выучить: п. 13.3

Выполнить: № 757, 759.



Закончи предложение:

- 1. Сегодня на уроке я запомнила.....*
- 2. Я научилась.....*
- 3. Я поняла.....*
- 4. У меня не получилось.....*
- 5. Мне бы хотелось.....*
- 6. Я справлюсь с домашней работой.....*

