

## Лекция 7.

### Проводники с током в магнитном поле

1. Закон Ампера.
2. Магнитный момент контура стоком.
3. Контур с током в магнитном поле.
4. Работа по перемещению проводника с током в магнитном поле.

Не множьте сущностей без  
крайней необходимости

*«Бритва Оккама»*

Уильям Оккам (англ. William of Ockham; ок. 1285, Оккам, графство Суррей — 1347, Мюнхен) — английский философ, францисканский монах из Оккама[1], маленькой деревни в графстве Суррей в Южной Англии. Сторонник номинализма, считал, что существует только индивидуальное, а универсалии существуют только благодаря абстрактному мышлению в человеческом уме, а помимо этого не обладают никакой метафизической сущностью.

# Закон Ампера



*АМПЕР Андре Мари (1775 – 1836) – французский физик математик и химик.*

*Основные физические работы посвящены электродинамике. Сформулировал правило для определения действия магнитного поля тока на магнитную стрелку. Обнаружил влияние магнитного поля Земли на движущиеся проводники с током.*

В 1820 г. А. М. Ампер экспериментально установил, что два длинных проводника с током взаимодействуют друг с другом с силой, приходящейся на единицу длины:

$$F = k \frac{I_1 I_2}{b}$$

где  $b$  – расстояние между проводниками, а  $k$  – коэффициент пропорциональности зависящий от системы единиц.

В первоначальное выражение закона Ампера не входила никакая величина характеризующая магнитное поле. Потом разобрались, что взаимодействие токов осуществляется через магнитное поле и следовательно в закон должна входить характеристика магнитного поля.

В современной записи в системе СИ, **закон Ампера выражается формулой:**

$$d\vec{F} = I [d\vec{l}, \vec{B}]$$

**Это сила с которой магнитное поле действует на бесконечно малый проводник с током  $I$ .**

Модуль силы действующей на проводник

$$dF = IB dl \sin(\angle d\vec{l}, \vec{B}).$$

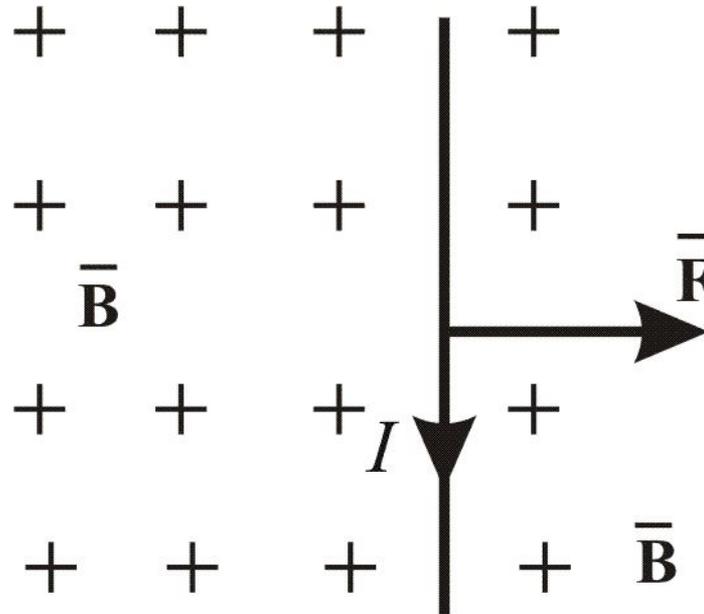
# Сила Ампера:

$$F_A = I \times B \sin \alpha$$

Если магнитное поле однородно и проводник перпендикулярен силовым линиям магнитного поля, то

$$F = IlB,$$

где  $I = qnvS$  ток через проводник сечением  $S$ .





Из закона Ампера следует: **магнитная индукция  $B$**  – величина, численно равная силе, с которой магнитное поле действует на проводник единичной длины, по которому течет единичный ток.

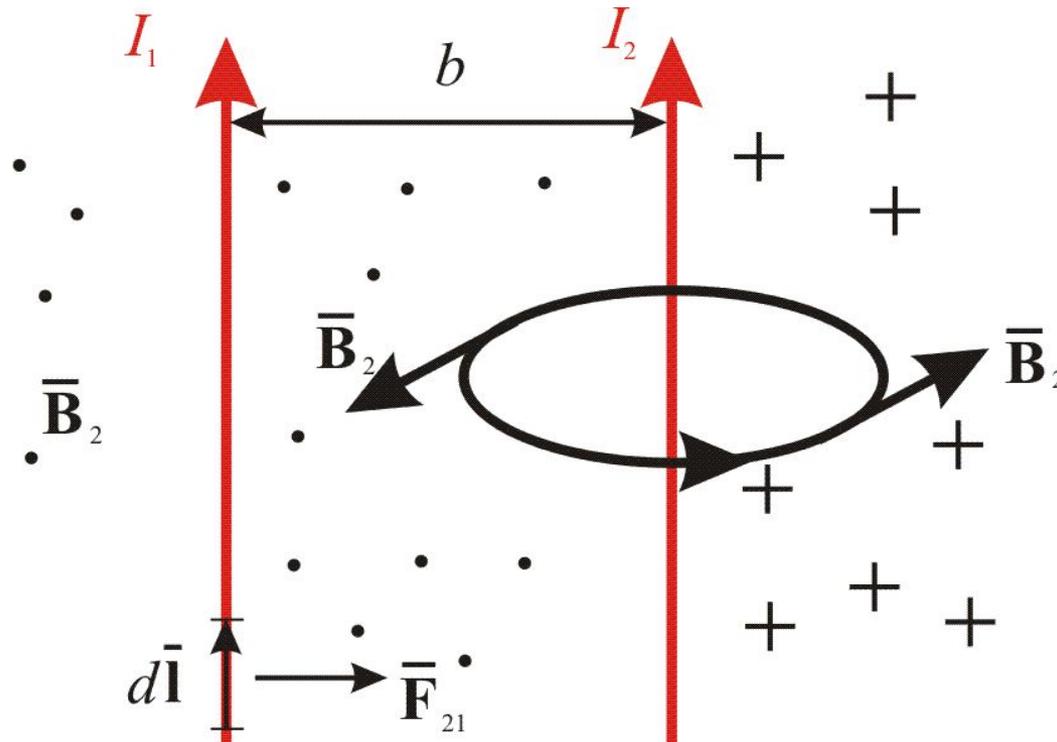
$$B = \frac{F}{Il}$$

Единица измерения индукции

$$[B] = \frac{\text{Н}}{\text{А} \cdot \text{м}}. \quad (\text{Тесла})$$

# Взаимодействие двух параллельных бесконечных проводников с током

Пусть  $b$  – расстояние между проводниками. Задачу следует решать так: один из проводников  $I_2$  создаёт магнитное поле, второй  $I_1$  находится в этом поле.



Магнитная индукция, создаваемая током  $I_2$  на расстоянии  $b$  от него:

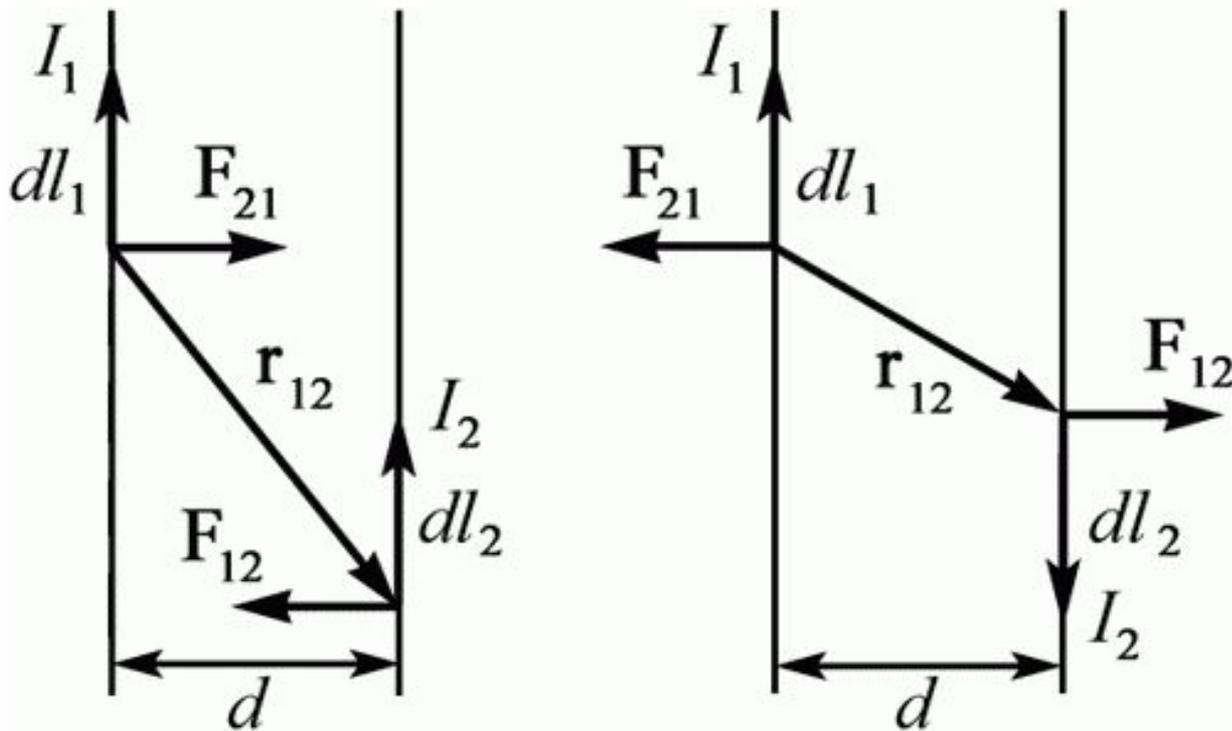
$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi b}$$

Если  $I_1$  и  $I_2$  лежат в одной плоскости, то угол между  $B_2$  и  $I_1$  прямой, следовательно сила, действующая на элемент тока  $I_1 dl$

$$F_{21} = B_2 I_1 dl = \frac{\mu_0 I_1 I_2 dl}{2\pi b}$$

На каждую единицу длины проводника действует сила:

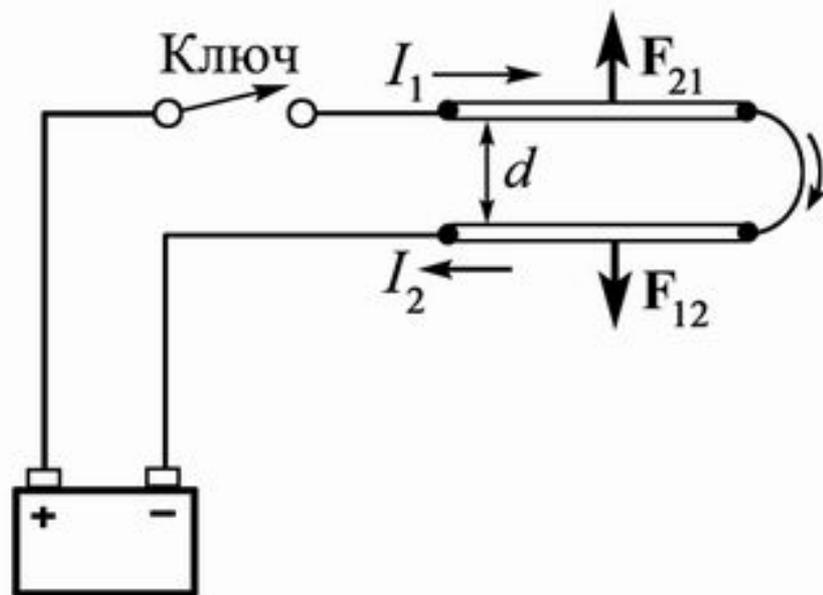
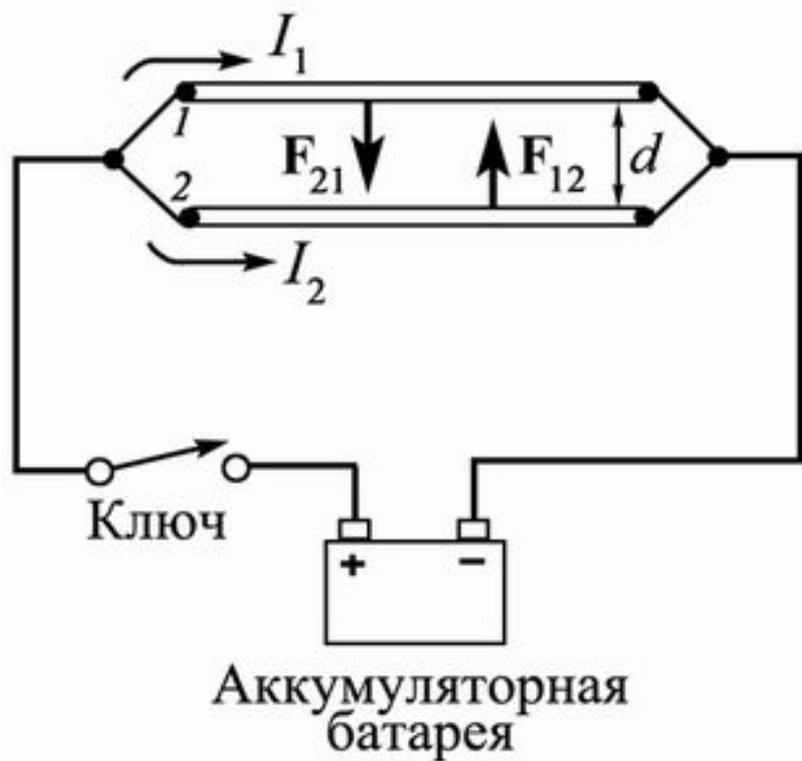
$$F_{21e\partial} = \frac{F_{21}}{dl} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{b}$$



Взаимодействие бесконечно малых элементов  $dl_1$ ,  $dl_2$  параллельных токов  $I_1$  и  $I_2$ :

*– токи, текущие в одном направлении притягиваются;*

*– токи, текущие в разных направлениях, отталкиваются*



$$F_{\text{ед.дл}} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{b}$$

Силе неизменяющегося тока в 1 ампер соответствует ток, при прохождении которого по двум параллельным прямолинейным проводникам бесконечной длины площадью кругового поперечного сечения, расположенным в вакууме на расстоянии одного метра, соответствует сила магнитного взаимодействия на каждый метр длины проводников, равная  $2 \cdot 10^{-7}$  Н.

Таким образом, на основе закона Ампера устанавливается эталон единицы силы тока в СИ.

# Другие формулы, определяющие силу Ампера

$$F_{\text{ед}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{b}.$$

Так как  $\mathbf{j} = \rho \mathbf{u}$ , то

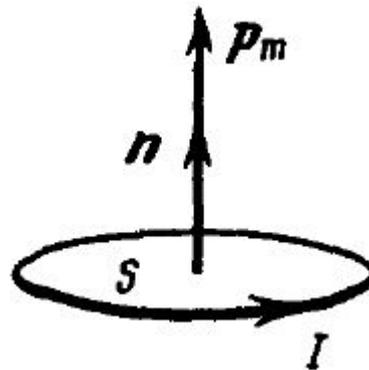
$$d\mathbf{F} = |\mathbf{j}\mathbf{B}| dV.$$

сила, действующая на элемент  $dV$  проводника, может быть записана в виде

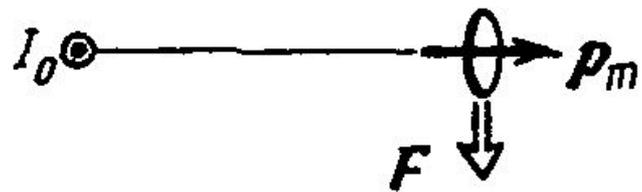
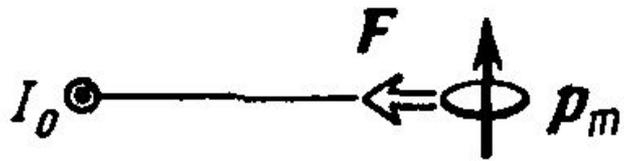
$$d\mathbf{F} = \rho [\mathbf{u}\mathbf{B}] dV.$$

Если ток течет по тонком проводнику, то  $\mathbf{j} dV = I d\mathbf{l}$  и  $d\mathbf{F} = I [d\mathbf{l}, \mathbf{B}]$ ,

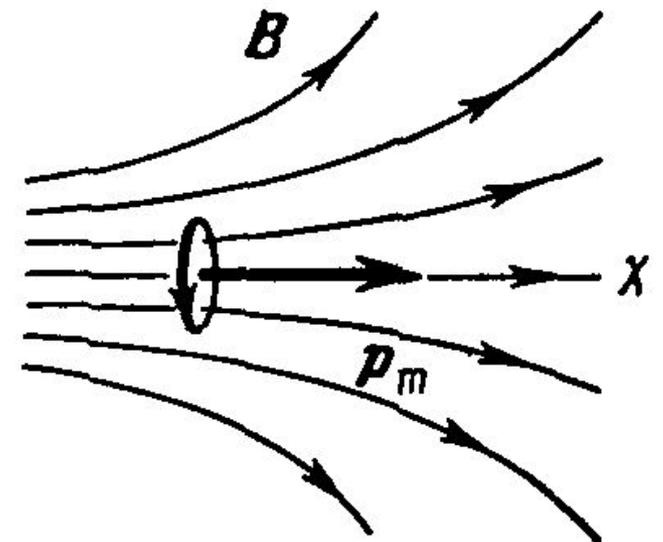
# Магнитный момент контура с током



$$\vec{p}_m = IS\vec{n}$$

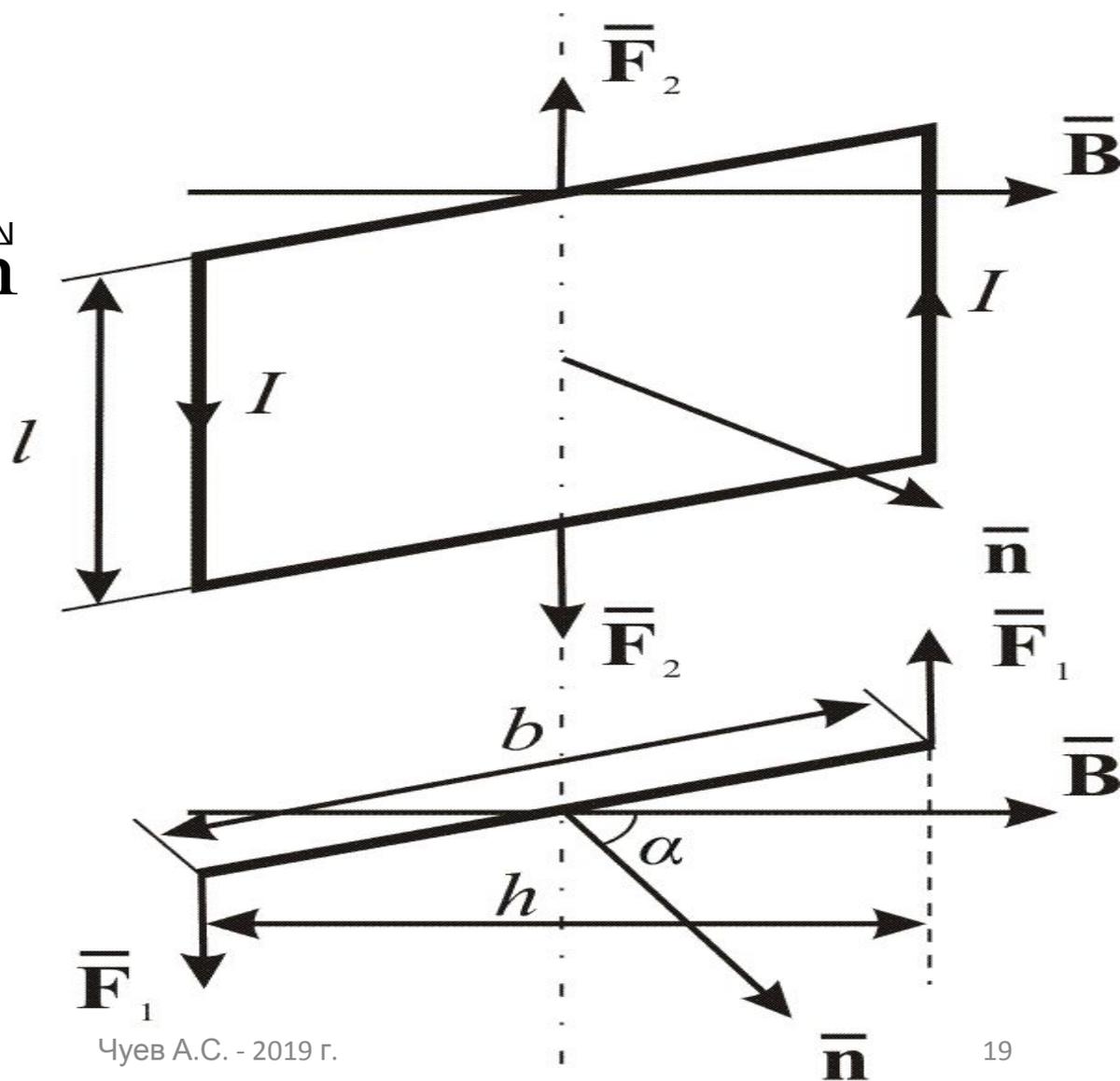


$$\mathbf{F} = p_m \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial n}$$



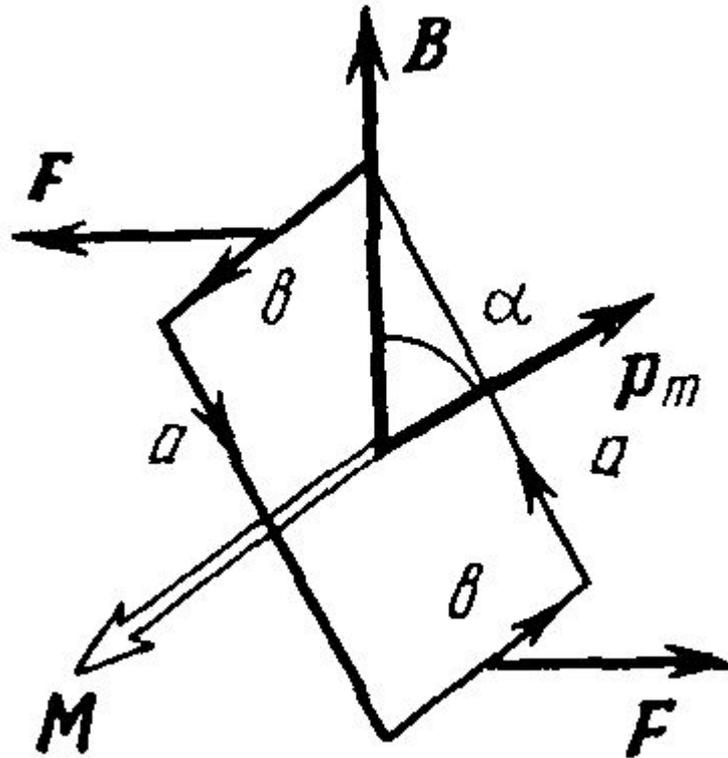
# Воздействие магнитного поля на рамку с током

Рамка с током  $I$  находится в однородном магнитном поле  $\vec{B}$ .  $\alpha$  — угол между  $\vec{B}$  и  $\vec{n}$  (направление нормали связано с направлением тока правилом буравчика).



# Рисунок из Иродова

$$F = IbB.$$



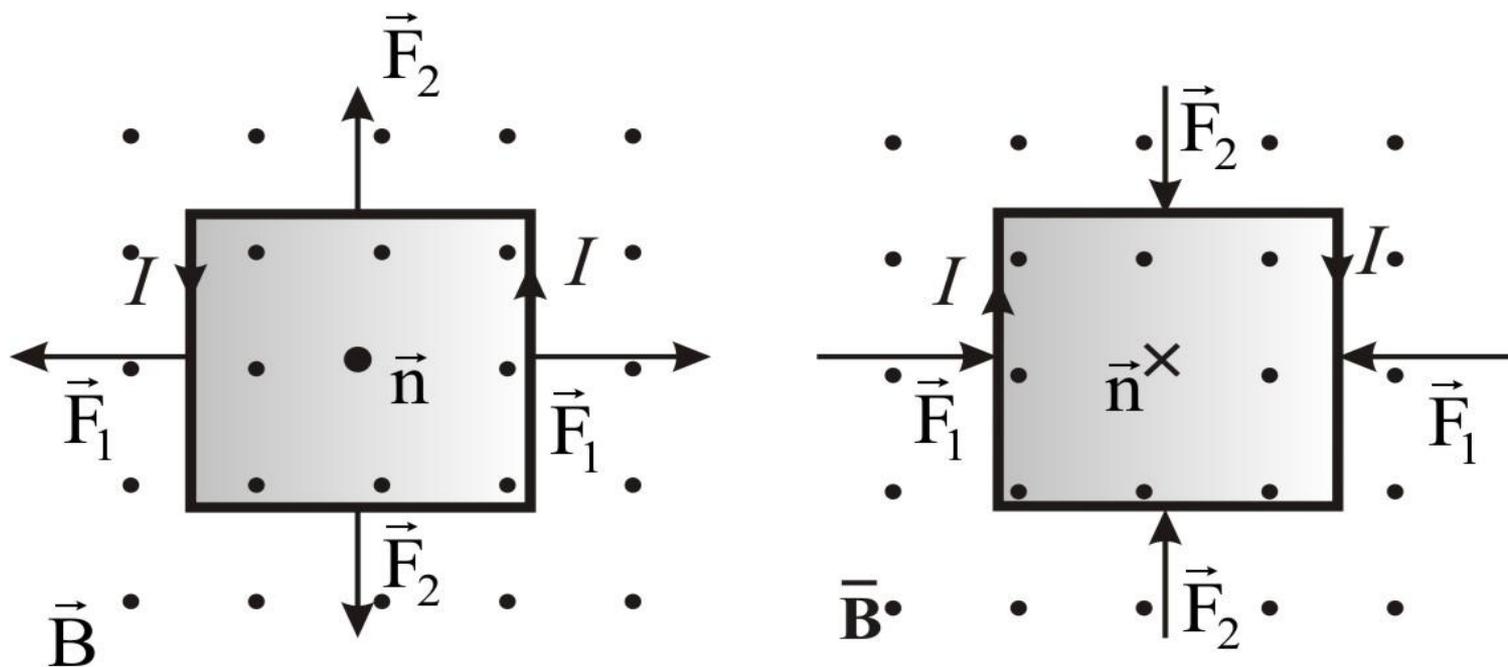
$$F = IbB.$$

$$M = IbBa \sin \alpha.$$

$$M = \rho_m B \sin \alpha,$$

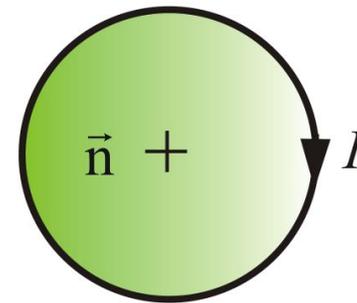
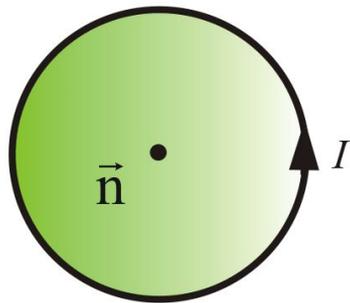
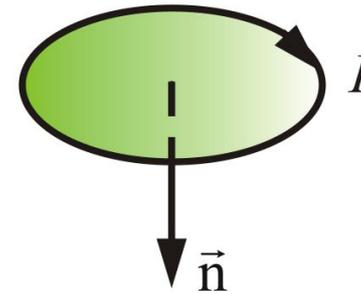
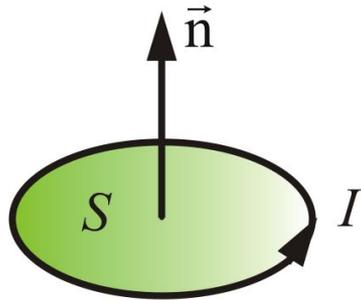
Когда  $\vec{n}$  и  $\vec{B}$  антипараллельны,  $M = 0$  (так как плечо равно нулю), это состояние, **неустойчивого равновесия**. Рамка сжимается и, если чуть сместится, сразу возникает вращающий момент такой что она **перевернется**.

В неоднородном поле рамка повернется и будет вытягиваться в область более сильного поля.



# Направление вектора магнитного момента совпадает с положительным направлением нормали:

$$\vec{p}_m = p_m \vec{n}$$



**Отношение момента силы к магнитному моменту  $\frac{M}{P_m}$**

для данной точки магнитного поля будет одним и тем же и может служить характеристикой магнитного поля, названной **магнитной индукцией**:

$$B = \frac{M}{P_m \sin(\alpha, \mathbf{B})}$$

$$B = \frac{M_{\max}}{P_m}$$

$\mathbf{B}$  – вектор магнитной индукции, совпадающий с нормалью  $\mathbf{n}$

Аналогия с электрическим полем

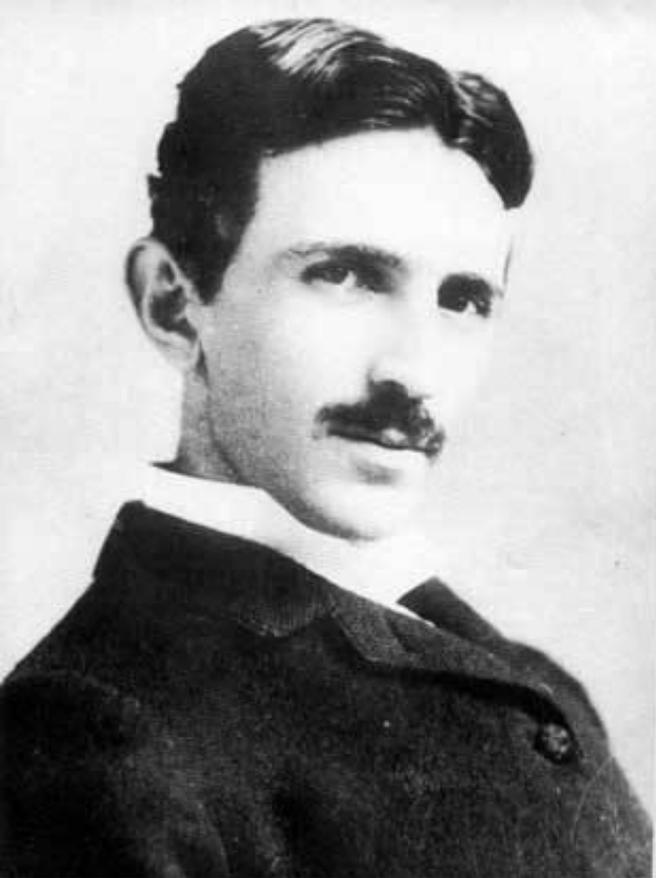
$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q}$$

**1 Тл** (один тесла равен магнитной индукции однородного магнитного поля, в котором) на плоский контур с током, имеющим магнитный момент  $1 \text{ А} \cdot \text{м}^2$  действует вращающий момент  $1 \text{ Н} \cdot \text{м}$ .

$$[B] = \frac{\text{Н}}{\text{А} \cdot \text{м}} = 1 \text{ Тл.}$$

Один тесла  $1 \text{ Тл} = 10^4 \text{ Гс}$ .

Гаусс – единица измерения в Гауссовой системе единиц (СГС).



## **ТЕСЛА Никола (1856 - 1943)- сербский ученый в области электротехники, радиотехники**

Разработал ряд конструкций многофазных генераторов, электродвигателей и трансформаторов. Сконструировал ряд радиоуправляемых самоходных механизмов.

Изучал физиологическое действие токов высокой частоты. Построил в 1899 радиостанцию на 200 кВт в Колорадо и радиоантенну высотой 57,6 м в Лонг-Айленде. Изобрел электрический счетчик, частотомер и др.

# Этот безумный изобретатель



Чуев А.С. - 2019 г.

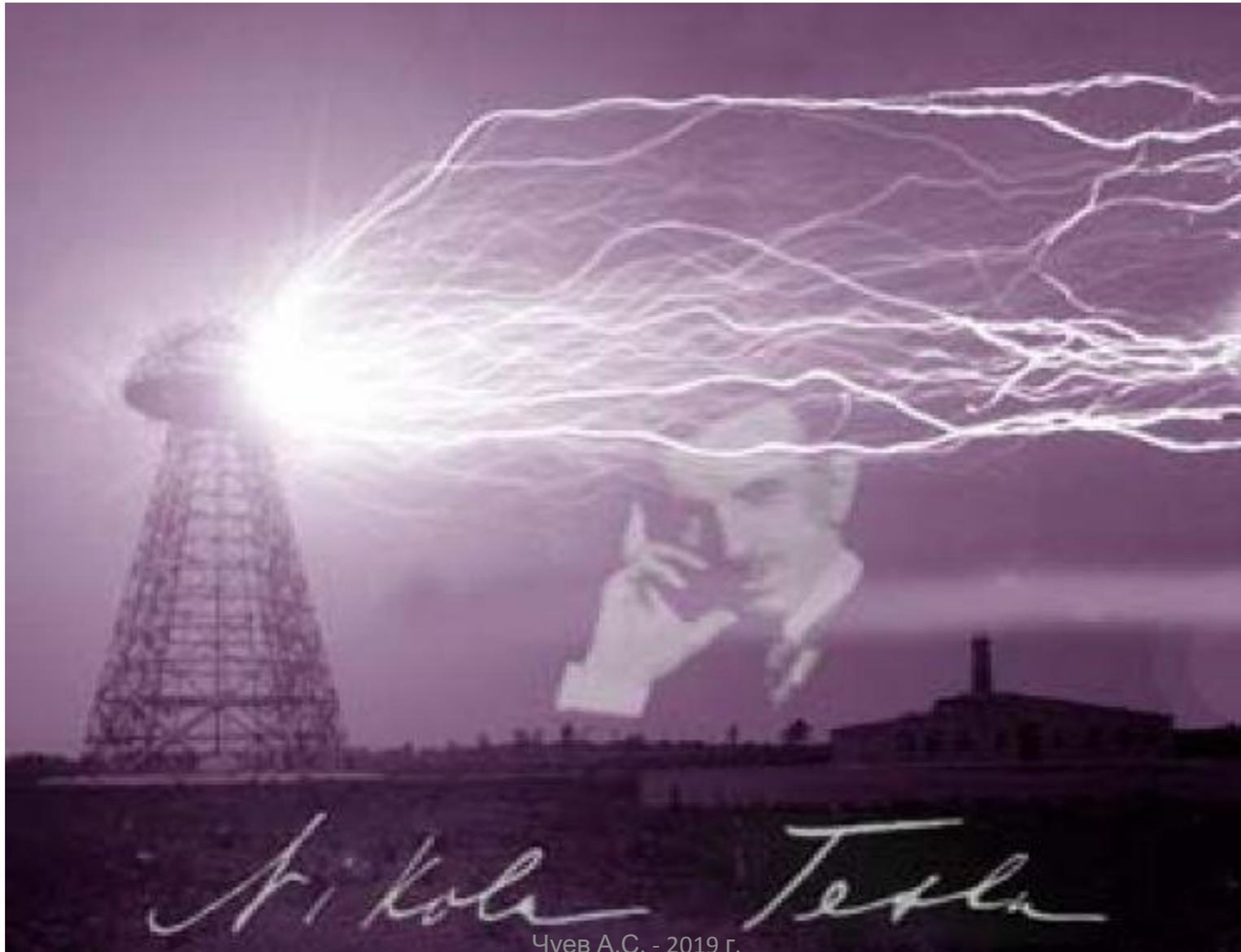
[herrn.ucoz.ru](http://herrn.ucoz.ru)



«Я мог бы  
обрушить  
Бруклинский  
мост за час»



# Мировая башня

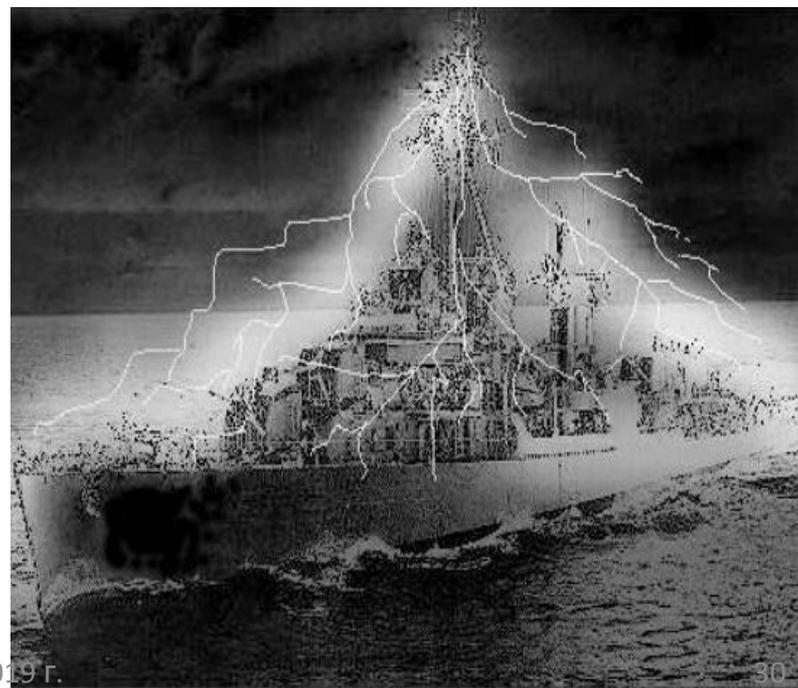




Главным сооружением была каркасная башня высотой 57 метров с огромной медной «тарелкой» наверху – гигантским усилительным передатчиком. И со стальной шахтой, углубленной в землю на 36 метров.



Тесла зажёт небо  
над океаном на  
тысячи миль...



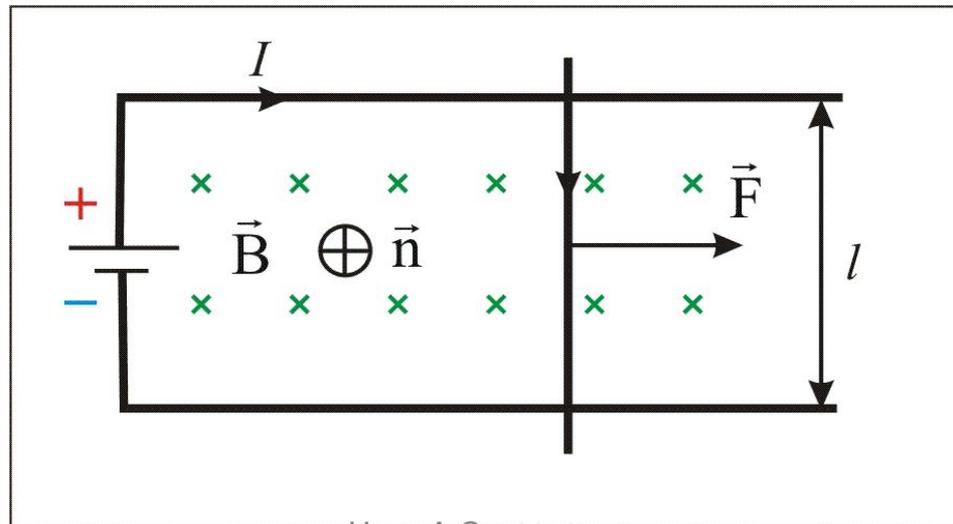
# Работа по перемещению проводника с током в магнитном поле

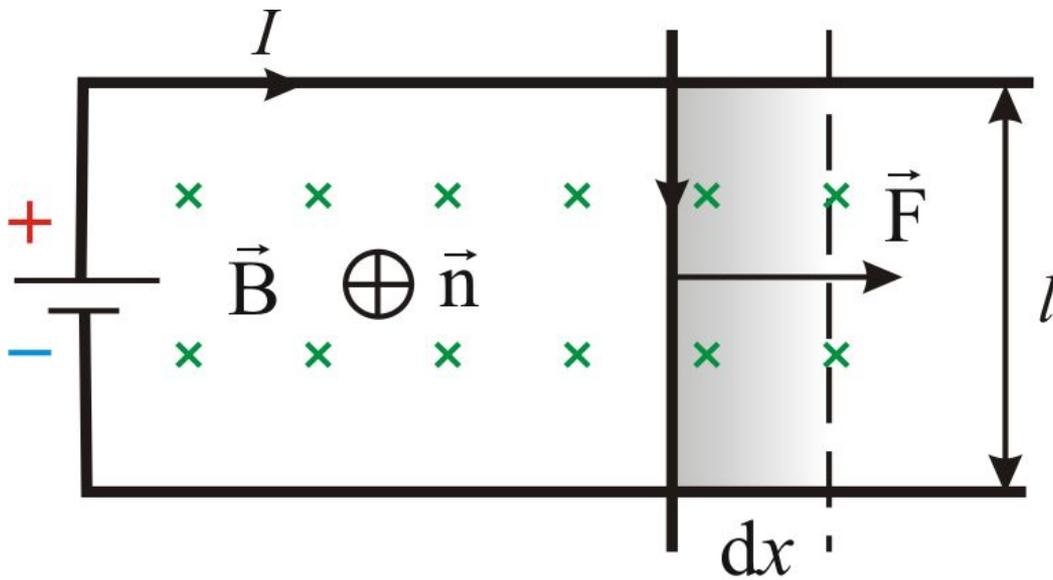
$$dA = F_A \cdot dx = IBl \cdot dx$$

# Работа по перемещению проводника с током в магнитном поле

Рассмотрим контур с током, образованный неподвижными проводами и скользящей по ним подвижной перемычкой длиной  $l$

- Этот контур находится во внешнем однородном магнитном поле  $\vec{B}$ , перпендикулярном к плоскости контура. При показанном на рисунке направлении тока  $I$ , вектор  $\vec{F}$  сонаправлен с нормалью контура  $\vec{n}$ .





На элемент тока  $I$  (подвижный провод) длиной  $l$  действует **сила Ампера**, направленная вправо:

$$F = IlB.$$

Пусть проводник  $l$  переместится параллельно самому себе на расстояние  $dx$ . При этом совершится работа:

$$dA = Fdx = IBldx = IBdS = Id\Phi.$$

***Работа, совершаемая при перемещении замкнутого контура с током в магнитном поле, равна произведению величины тока на изменение магнитного потока, сцепленного с этим контуром.***

$$dA = Id\Phi.$$

# Работа силы Ампера определяется двумя факторами

- 1) Изменением силы тока
- 2) Изменением потока магнитной индукции сквозь замкнутый контур

# Дополнительный материал

# Уравнения магнитостатики

$$\operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$$

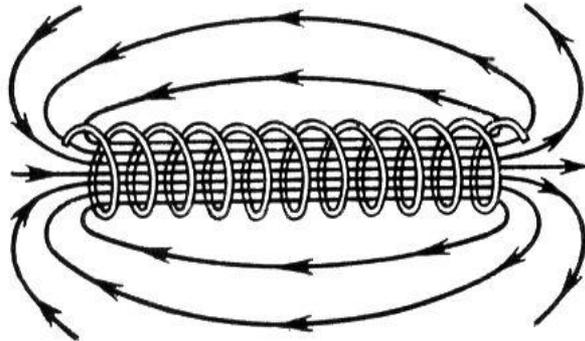
$$\operatorname{div} \vec{B} = 0$$

# Уравнениями электростатики

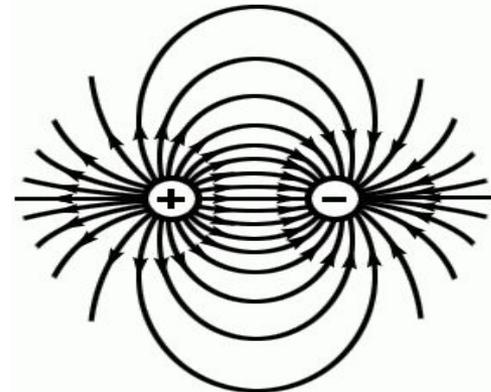
$$\operatorname{rot} \vec{E} = 0$$

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

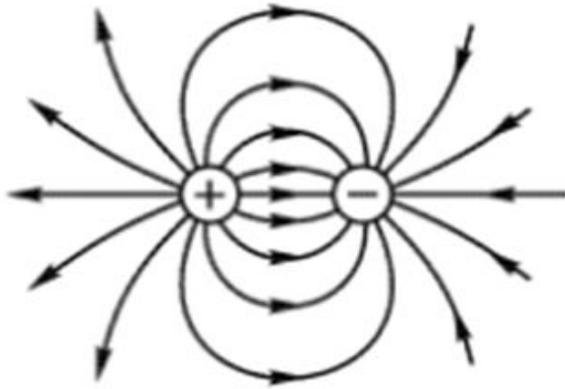
Магнитный диполь



Электрический  
диполь



# Аналогии электромагнетизма



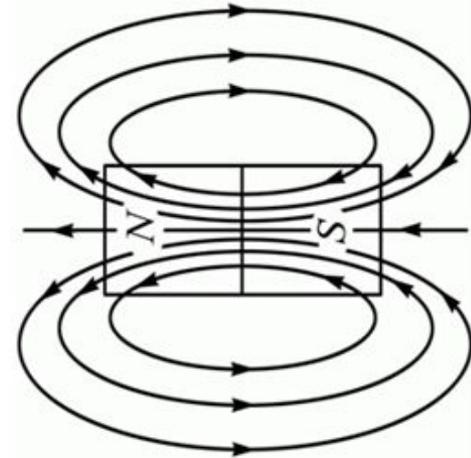
$$\vec{p}_e = q\vec{l}$$

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{\vec{p}_e \cdot \vec{e}_r}{r^2}$$

$$\vec{p}'_e = -\vec{p}_e$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{\vec{p}'_e - 3\vec{e}_r(\vec{e}_r \cdot \vec{p}'_e)}{r^3}$$

$$E = \frac{1}{\epsilon\epsilon_0} \frac{p_e}{4\pi r^3} \sqrt{1 + 3\cos^2\theta}$$



$$\vec{p}_m = IS\vec{n}$$

$$\vec{A} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{p}_m \times \vec{e}_r}{r^2}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{3\vec{e}_r(\vec{e}_r \cdot \vec{p}_m) - \vec{p}_m}{r^3}$$

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{p_m}{r^3} \sqrt{1 + 3\cos^2\theta}$$

# АНАЛОГИИ СООТНОШЕНИЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ И МАГНИТНЫХ ВЕЛИЧИН

Чуев А.С., [chuev@mail.ru](mailto:chuev@mail.ru), МГТУ им. Н.Э. Баумана

## Источники поля

Заряды, электрические диполи, электреты

Движущиеся заряды, линейные проводники с током, петлевые токи, магниты

$$q = \lambda l = \sigma S = \rho V; \quad \vec{p}_e = q\vec{l}$$

$$q\vec{v} = I\vec{l} = \vec{j}V; \quad \vec{p}_m = IS\vec{n}$$

## Основные полевые параметры без учета влияния вещественной среды

$$\varphi = \frac{W}{q_{\text{пр}}}; \quad \varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0}{r};$$

$$|\vec{A}| = \frac{W}{|\vec{j}_{\text{пр}}|V}; \quad \vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi r} \int \vec{j}_0 dV;$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_{\text{пр}}}; \quad \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0}{r^2} \vec{e}_r$$

$$B = \frac{F}{j_{\text{пр}}V}; \quad d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi r^2} [\vec{j}_0 \times \vec{e}_r] dV$$

## Силовое поле, создаваемое диполем

$$E = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{p_e}{4\pi r^3} \sqrt{1 + 3\cos^2 \theta}$$

$$B = \mu_0 \frac{p_m}{4\pi r^3} \sqrt{1 + 3\cos^2 \theta}$$

## Потенциальная энергия диполя, находящегося в силовом поле

$$W = -\vec{p}_e \vec{E}$$

$$W = -\vec{p}_m \vec{B}$$

## Вращательный момент сил, действующих на диполь в однородном поле

$$\vec{M} = [\vec{p}_e \times \vec{E}]$$

$$\vec{M} = [\vec{p}_m \times \vec{B}]$$

## Сила, действующая на диполь в неоднородном поле

$$F = p_e \frac{\partial E}{\partial x}$$

$$F = p_m \frac{\partial B}{\partial x}$$

Реакция вещества на внешнее поле

$$\vec{P} = \frac{(\varepsilon - 1)\vec{D}}{\varepsilon} = \kappa\varepsilon_0\vec{E}; \quad \kappa = \varepsilon - 1; \quad \vec{P} = \frac{\sum \vec{p}_q}{V}$$

$$\vec{J} = \chi\vec{H}; \quad \chi = \mu - 1; \quad \vec{J} = \frac{\sum \vec{p}_m}{V}$$

Основные соотношения векторов

$$\vec{E} = \frac{1}{\varepsilon_0}(\vec{D} - \vec{P}) = \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0}\vec{D}$$

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{J}) = \mu\mu_0\vec{H}$$

Граничные условия для векторов

$$E_{\tau 1} = E_{\tau 2}; \quad D_{n1} = D_{n2}; \quad \oint \vec{E}d\vec{l} = 0; \quad \text{rot}\vec{E} = 0;$$

$$P_n = \sigma' = \frac{q'^{\text{пов}}}{S}$$

$$H_{\tau 1} = H_{\tau 2}; \quad B_{n1} = B_{n2}; \quad \text{div}\vec{B} = 0;$$

$$J_R = i'^{\text{пов}} = \frac{I'^{\text{пов}}}{2\pi R}$$

Характерные интегральные соотношения для векторов

$$\oint \vec{D}d\vec{S} = q; \quad \oint \vec{P}d\vec{S} = -q'$$

$$\oint \vec{E}d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}(q + q') = \frac{q}{\varepsilon\varepsilon_0}$$

$$\oint \vec{H}d\vec{l} = \sum I; \quad \oint \vec{J}d\vec{l} = \sum I'$$

$$\oint \vec{B}d\vec{l} = \mu_0(I + I') = \mu\mu_0I$$

Характерные дифференциальные соотношения для векторов

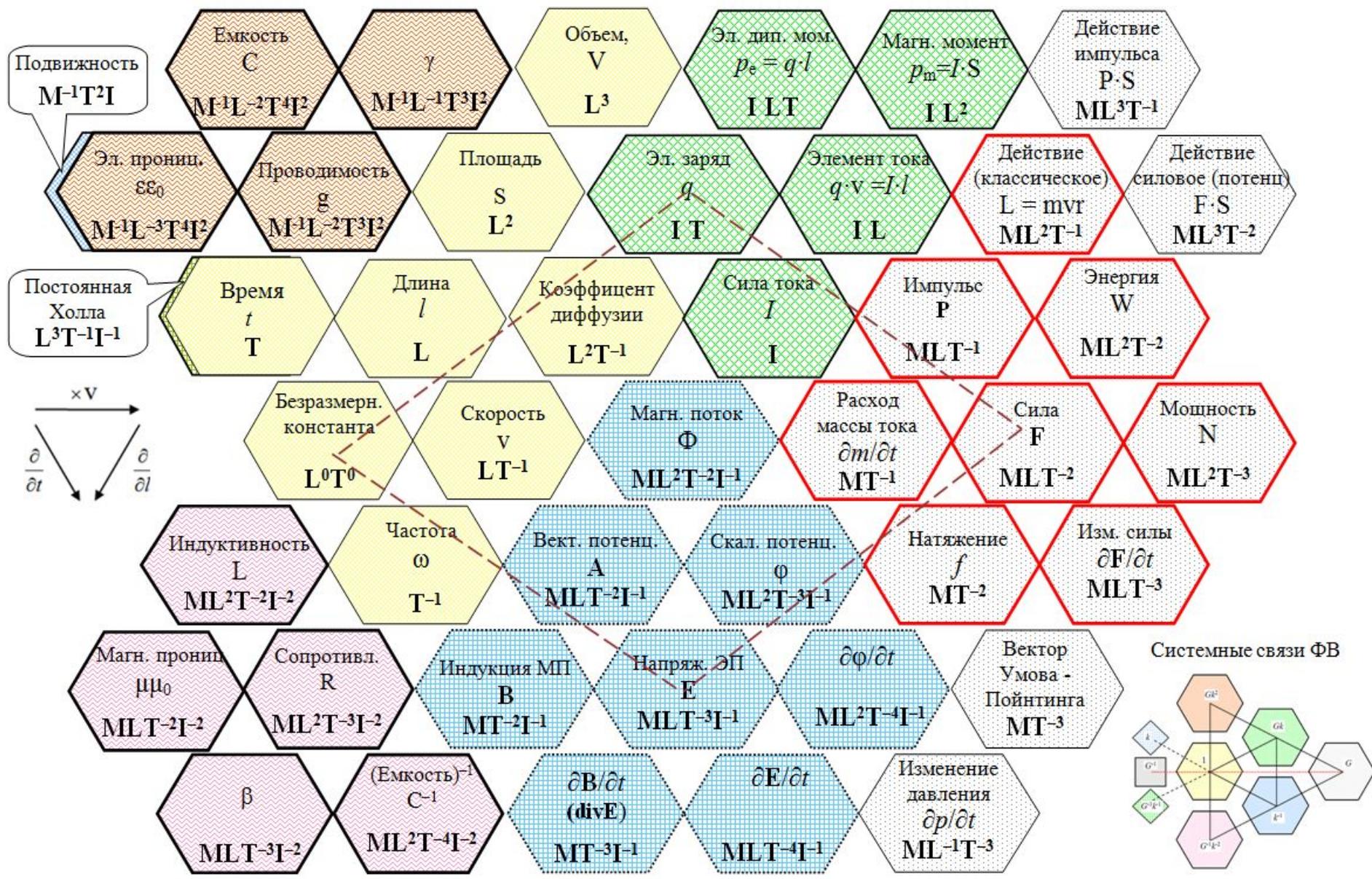
$$\text{div}\vec{D} = \rho; \quad \text{div}\vec{P} = -\rho'$$

$$\text{div}\vec{E} = \frac{1}{\varepsilon_0}(\rho + \rho') = \frac{\rho}{\varepsilon\varepsilon_0}$$

$$\text{rot}\vec{H} = \vec{j}; \quad \text{rot}\vec{J} = \vec{j}'$$

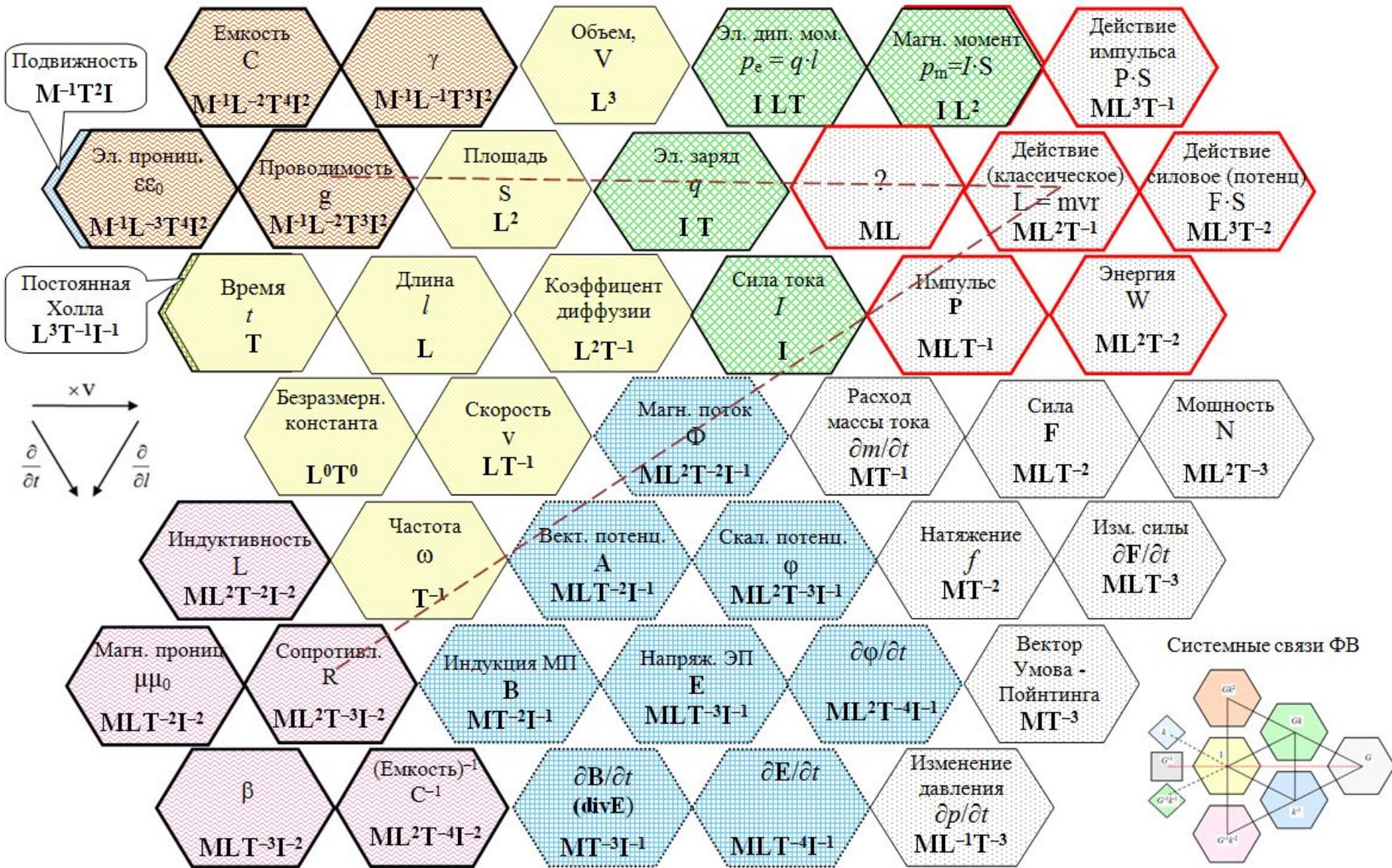
$$\text{rot}\vec{B} = \mu_0(\vec{j} + \vec{j}') = \mu\mu_0\vec{j}$$

# СИСТЕМА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВЕЛИЧИН И ИХ ВЗАИМОСВЯЗЕЙ

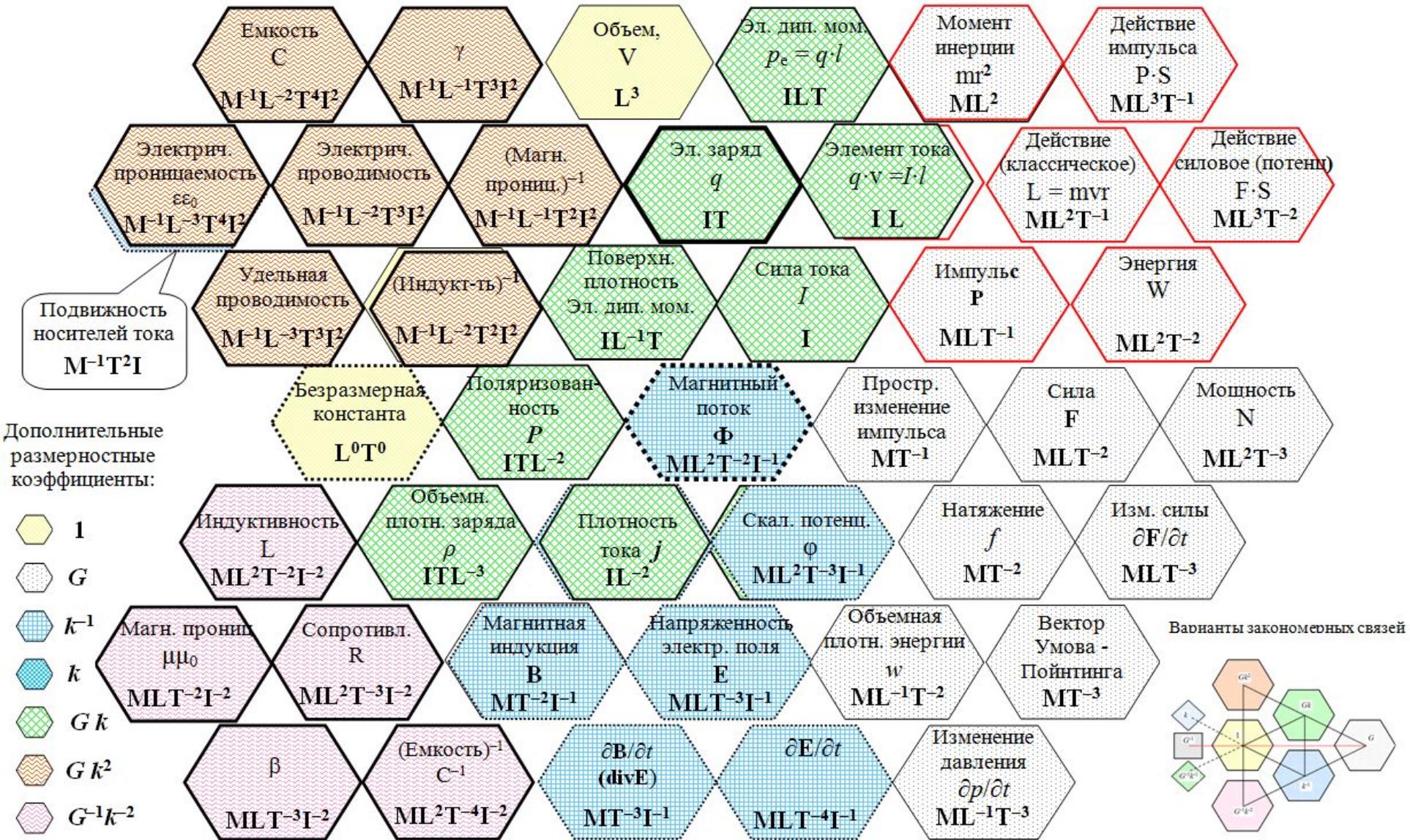


Полевые ЭМ величины это отпечаток через **заряд** базовых динамических ФВ<sup>41</sup>

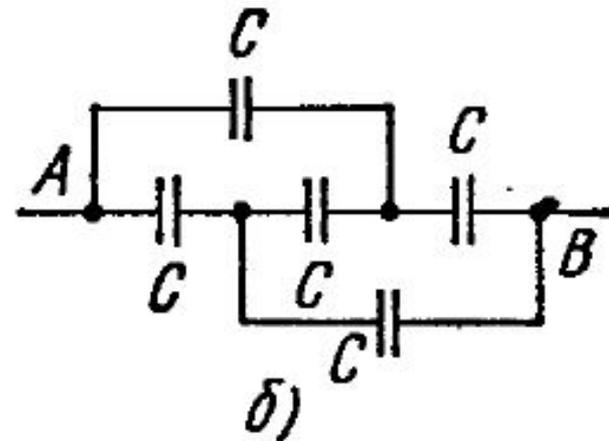
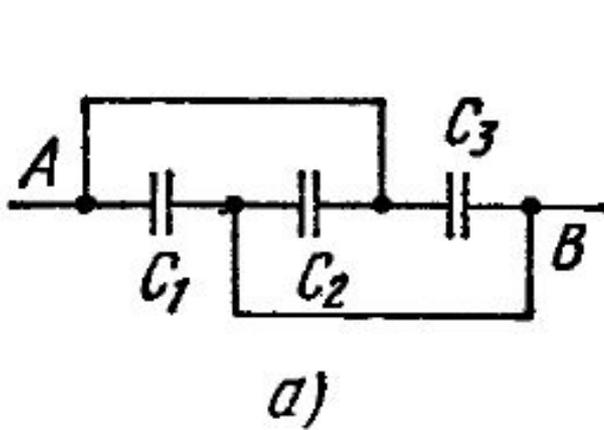
# СИСТЕМА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВЕЛИЧИН И ИХ ВЗАИМОСВЯЗЕЙ



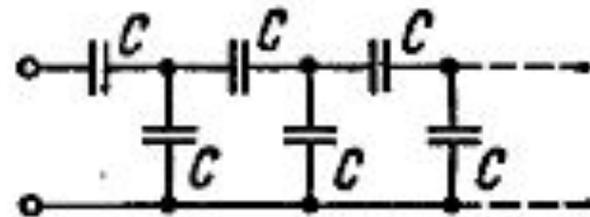
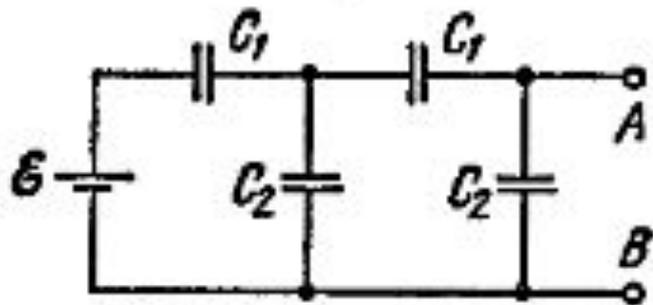
# Система электромагнитных величин и их взаимосвязей



# Определить емкость системы конденсаторов



Определить емкость системы  
конденсаторов  $C_1 = C_2 = C$



### Задачи Иродова

2.96 а)  $U = \text{const}$ ,

Первоначально  $E_0$



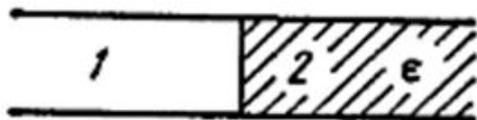
Ответ:  $E_1 = 2\epsilon E_0 / (\epsilon + 1)$ ;

$E_2 = 2E_0 / (\epsilon + 1)$ ;

$D_1 = D_2 = 2\epsilon\epsilon_0 E_0 / (\epsilon + 1)$ .

2.97 а)  $U = \text{const}$

Первоначально  $E_0$



Ответ:  $E_1 = E_2 = E_0$ ;

$D_1 = \epsilon_0 E_0$ ;  $D_2 = \epsilon D_1$ .

### Новая задача

$U = \text{const}$ , Первоначально  $E_0$

Определить  $D$  и  $E$  в каждой части конденсатора

