29.01.2022 г.

Первообразная. Интеграл. Площадь криволинейной трапеции.

(11 класс)

Определенный интеграл

$$\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

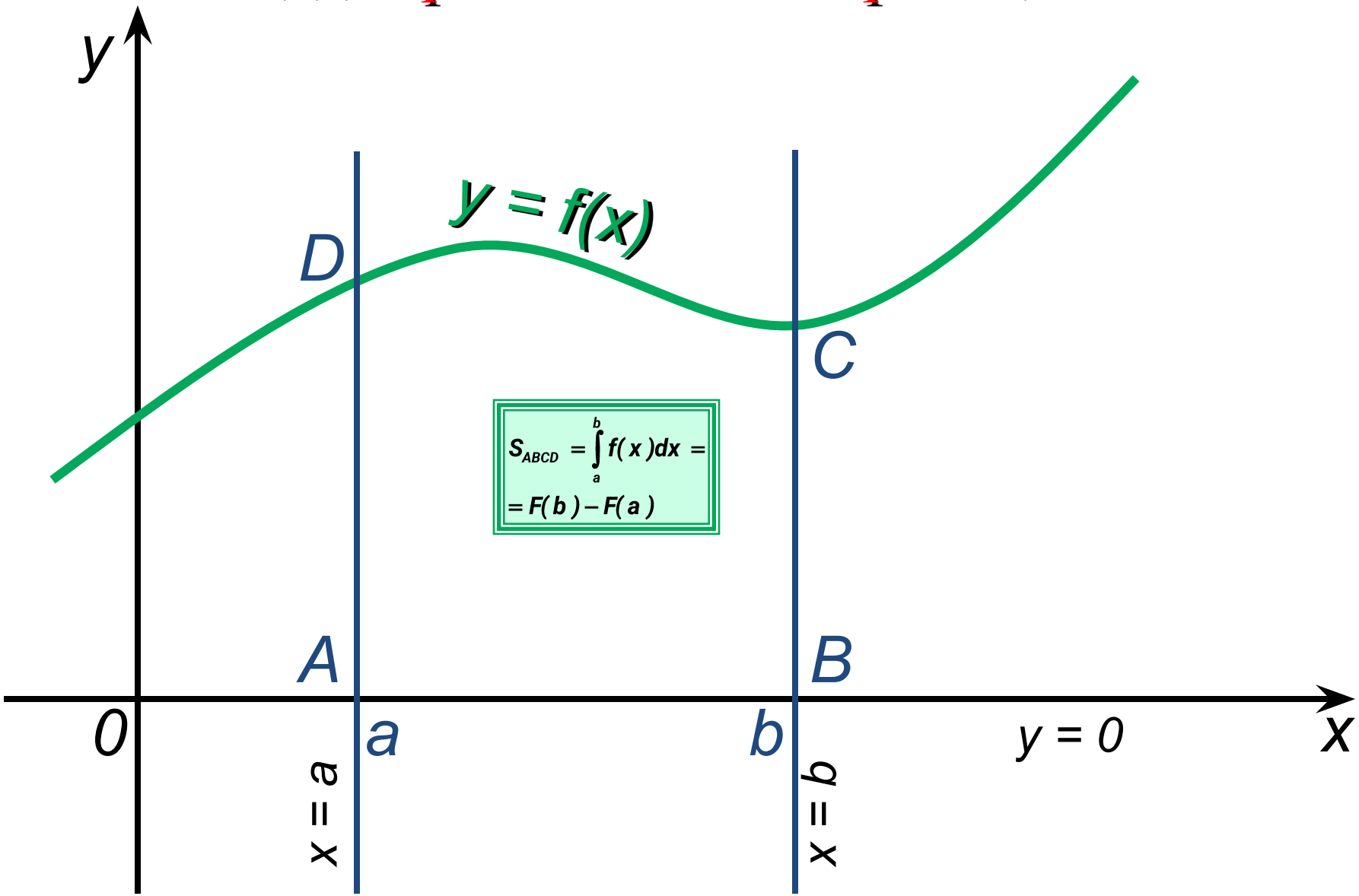
– формула Ньютона-Лейбница.

Геометрический смысл определенного интеграла заключается в том, что определенный интеграл равен площади криволинейной трапеции, образованной линиями:

сверху ограниченной кривой $y = f(x)$,

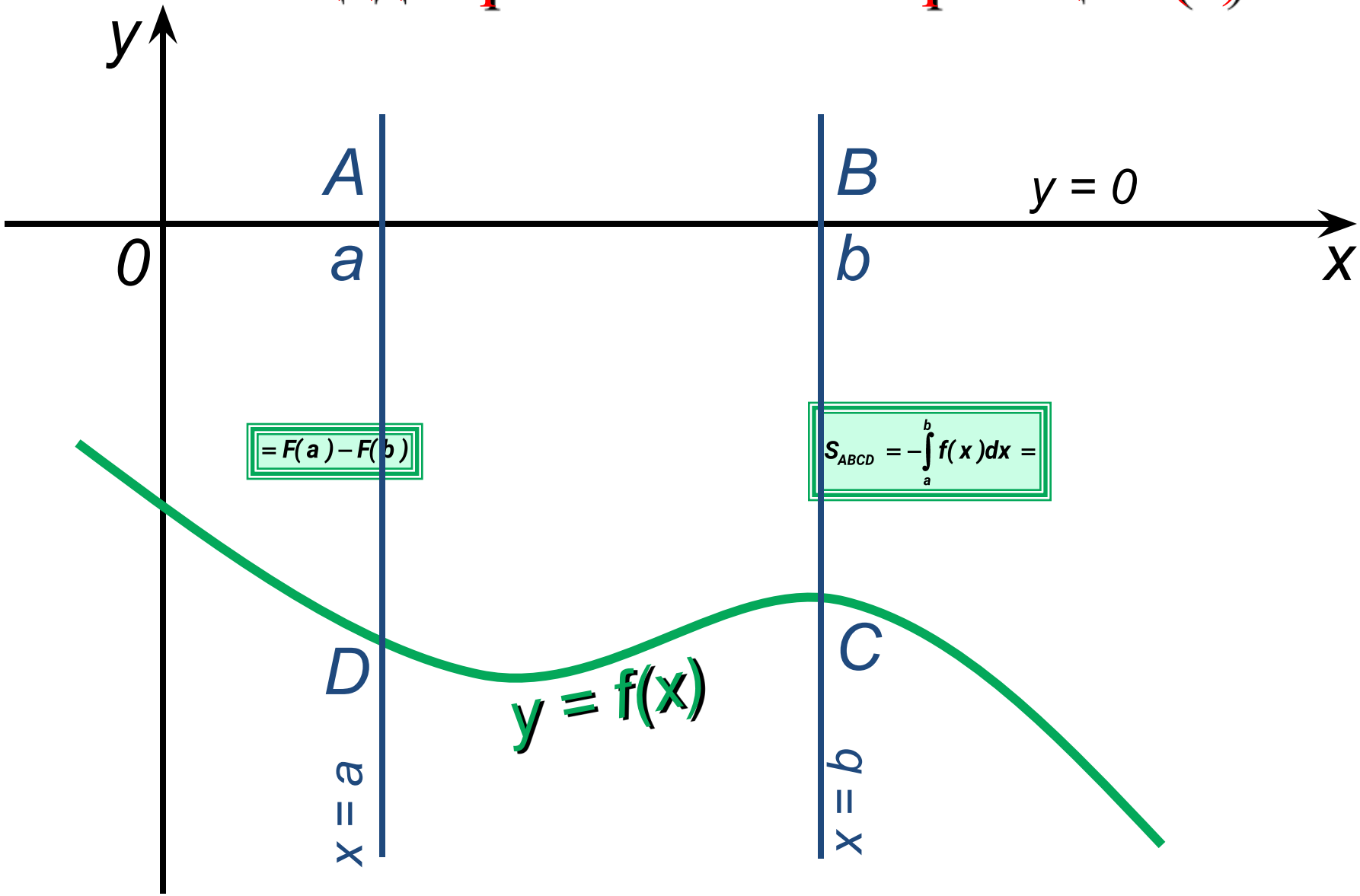
и прямыми $y = 0$; $x = a$; $x = b$.

Площадь криволинейной трапеции

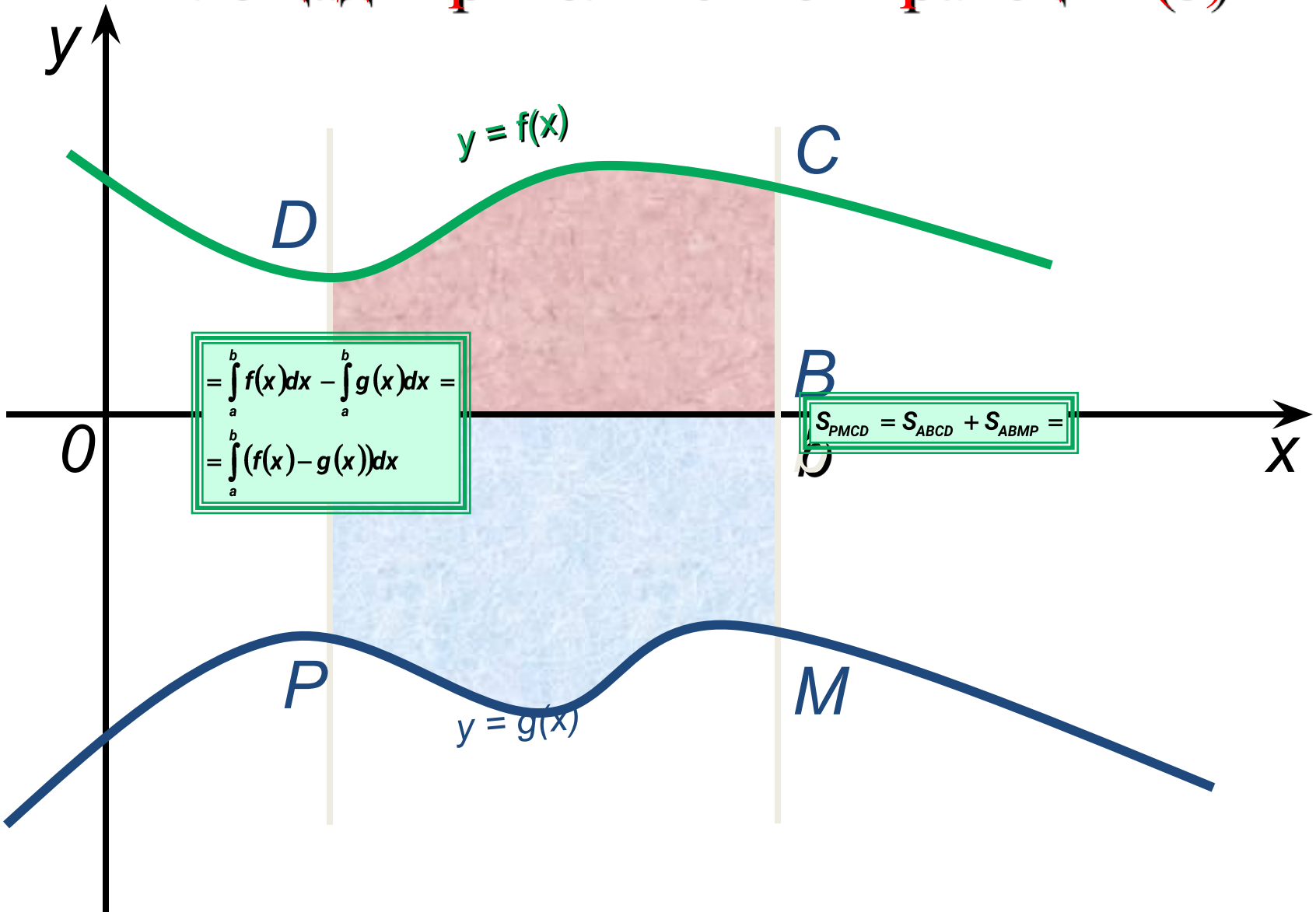


$$S_{ABCD} = \int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

Площадь криволинейной трапеции (1)



Площадь криволинейной трапеции (3)



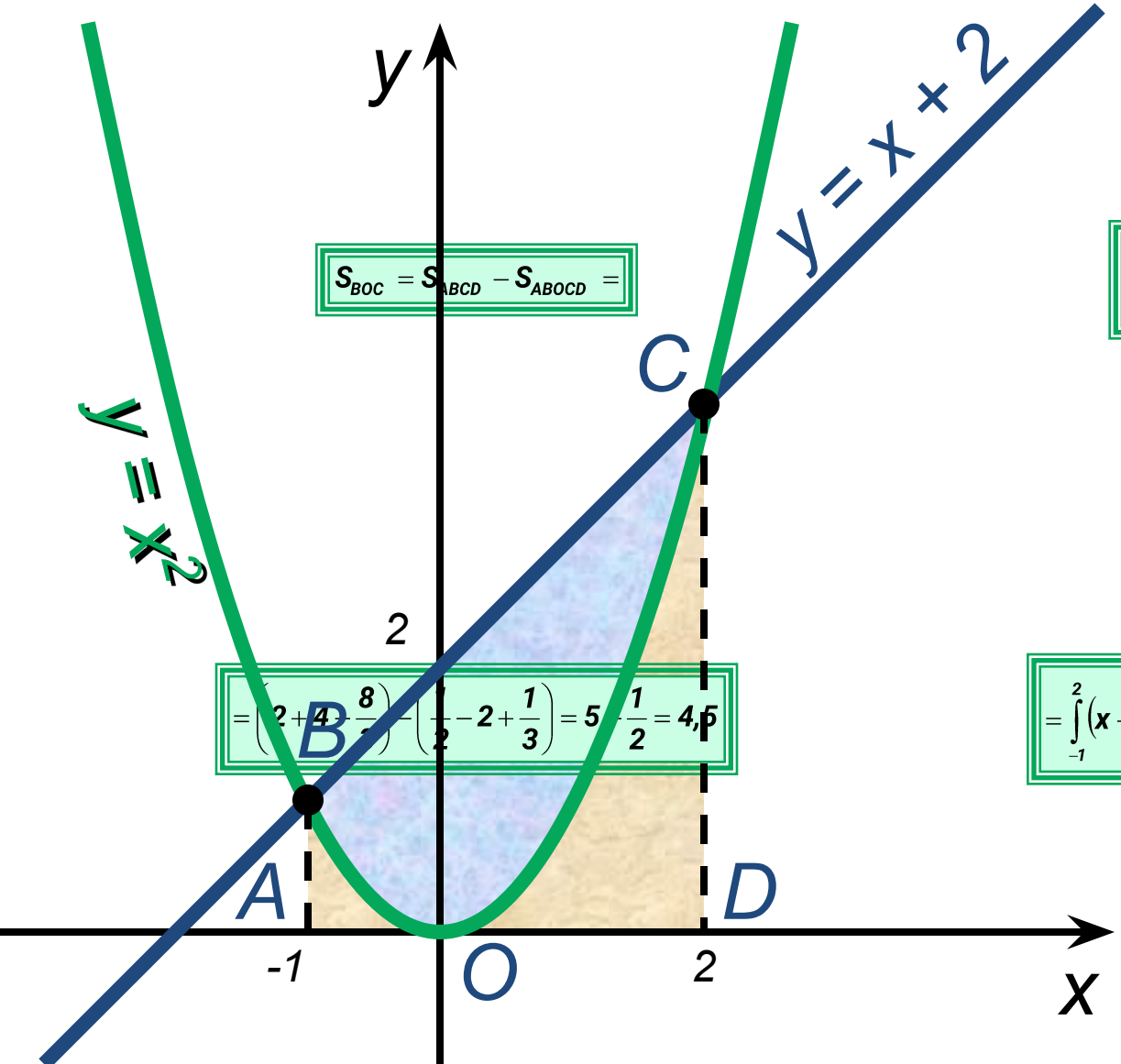
$$= \int_a^b f(x)dx - \int_a^b g(x)dx =$$

$$= \int_a^b (f(x) - g(x))dx$$

$$S_{PMCD} = S_{ABCD} + S_{ABMP} =$$

Пример 1:

вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = x + 2$.



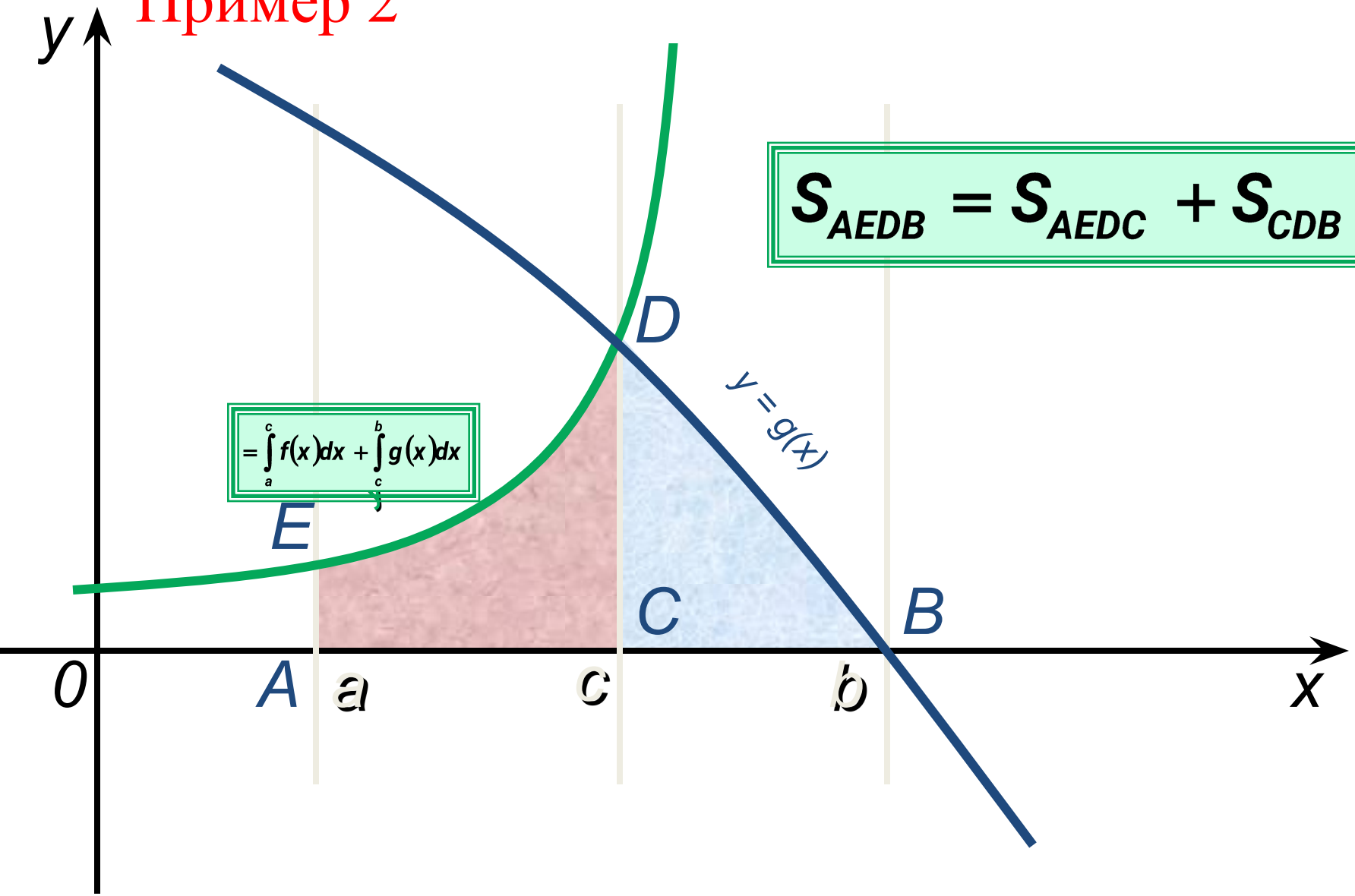
$$S_{BOC} = S_{ABCD} - S_{ABOCD} =$$

$$= \int_{-1}^{2} (x+2)dx - \int_{-1}^{2} (x^2)dx =$$

$$= \int_{-1}^{2} (x+2-x^2)dx = \left(\frac{x^2}{2} + 2x - \frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_{-1}^{2} =$$

$$= \left(2+4-\frac{8}{3}\right) - \left(\frac{1}{2} - 2 + \frac{1}{3}\right) = 5 - \frac{1}{2} = 4{,}5$$

Пример 2



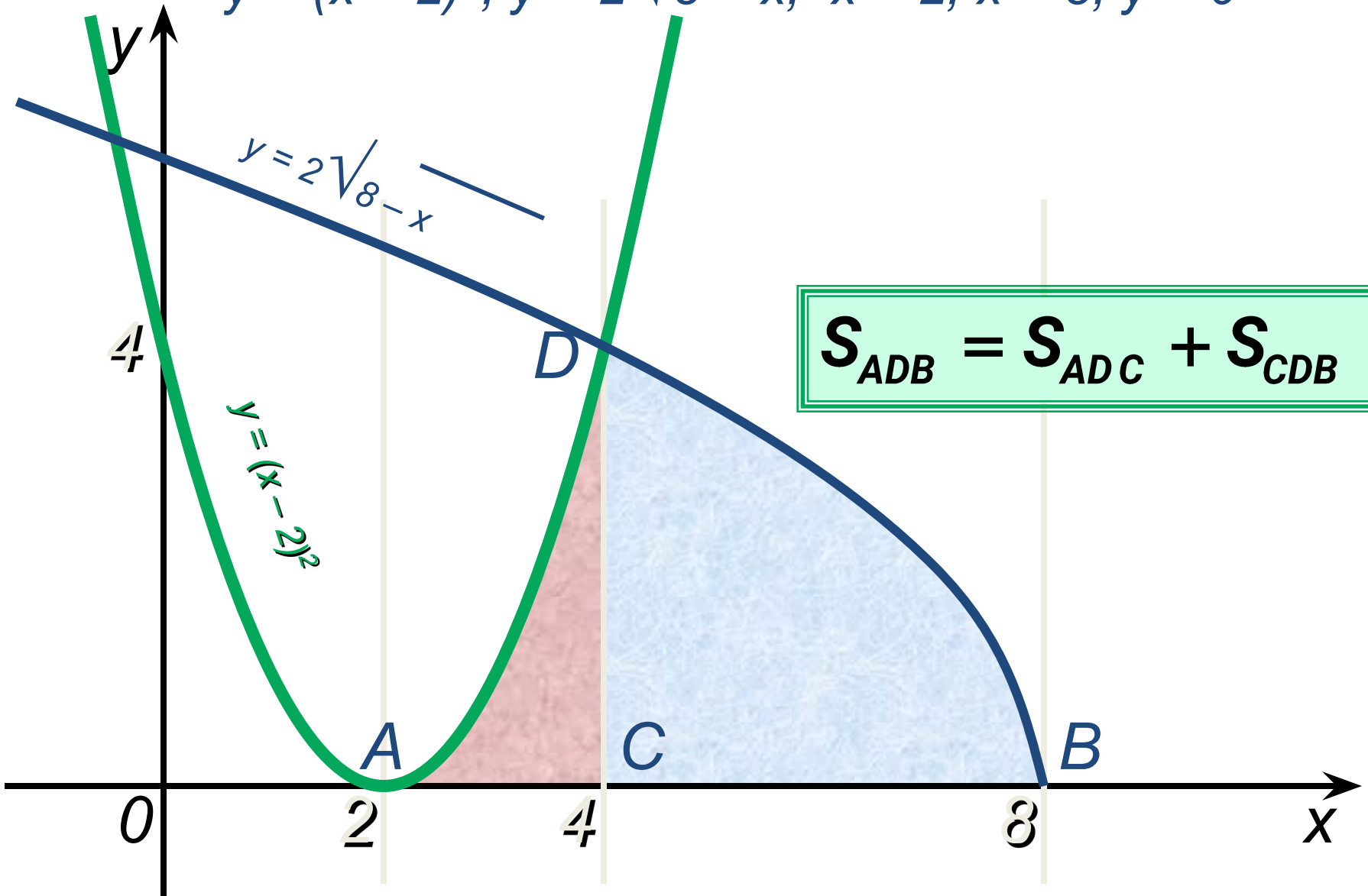
$$S_{AEDB} = S_{AEDC} + S_{CDB} =$$

$$= \int_a^c f(x)dx + \int_c^b g(x)dx$$

Пример 2:

вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = (x-2)^2,\ y = 2\sqrt{8-x},\ \ x = 2,\ x = 8,\ y = 0$$



$$S_{ADB} = S_{ADC} + S_{CDB} =$$

вычислить площадь фигуры,
ограниченной линиями

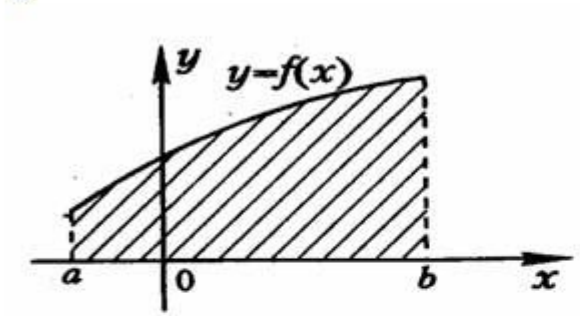
$y = (x - 2)^2,\ y = 2\sqrt{8 - x},\ \ x = 2,\ x = 8,\ y = 0$

$$= \int_2^4 (x-2)^2 dx + \int_4^8 2\sqrt{8-x}\,dx = \left.\frac{(x-2)^3}{3}\right|_2^4 - \left.\frac{4(8-x)\sqrt{8-x}}{3}\right|_4^8 =$$

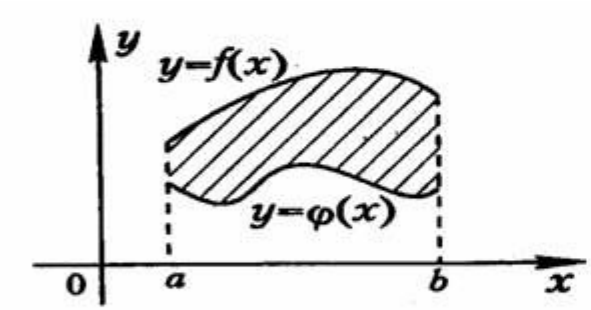
$$= \left(\frac{(4-2)^3}{3} - \frac{(2-2)^3}{3}\right) - \left(\frac{4(8-8)\sqrt{8-8}}{3} - \frac{4(8-4)\sqrt{8-4}}{3}\right) =$$

$$= \frac{8}{3} + \frac{32}{3} = \frac{40}{3} = 13\frac{1}{3}$$

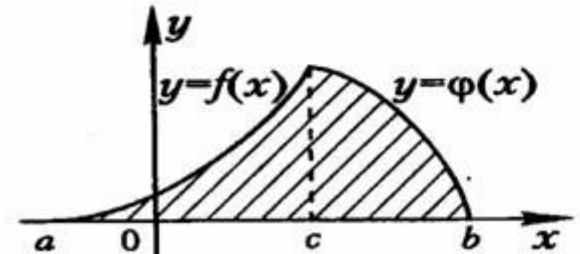
Вычисление площади криволинейной трапеции



$$S = \int_a^b f(x)dx$$



$$S = \int_a^b (f(x) - \varphi(x))\,dx$$



$$S = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b \varphi(x)dx$$

Таблица первообразных

$F(x)$	$f(x)$	$F(x)$	$f(x)$
$\frac{x^{n+1}}{n+1}+C$	x^n	a^x+C	$\frac{a^x}{\ln a}$
$\frac{2x\sqrt{x}}{3}+C$	$\sqrt{x}$	$\frac{1}{x}+C$	$\ln\lvert x\rvert$
$\sin x+C$	$\cos x$	e^x+C	e^x
$-\cos x+C$	$\sin x$	C	C
$tg x+C$	$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\log_a x+C$	$\frac{1}{x\ln a}$
$-ctg x+C$	$\frac{1}{\sin^2 x}$	$\arcsin x+C$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

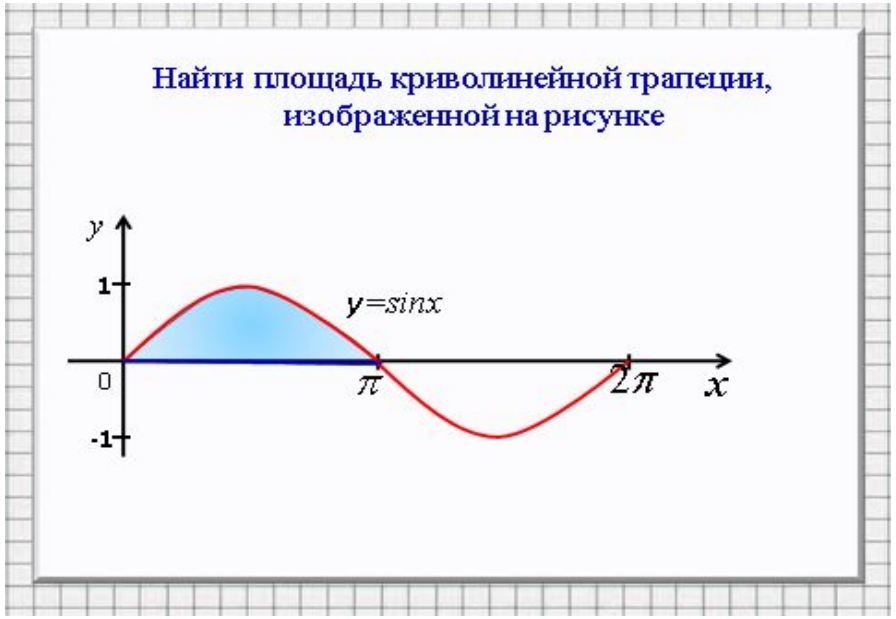
Домашнее задание

- Учебник

Стр.337-339

Пример 5

1.



- № 49.22 - 49.23(в)

Разобрать примеры.

Задание на оценку

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

У = - x^2 + 4 и У = х+4