

**29.01.2022 г.**

**Первообразная. Интеграл.**

**Площадь криволинейной трапеции.**

**(11 класс)**

# Определенный интеграл

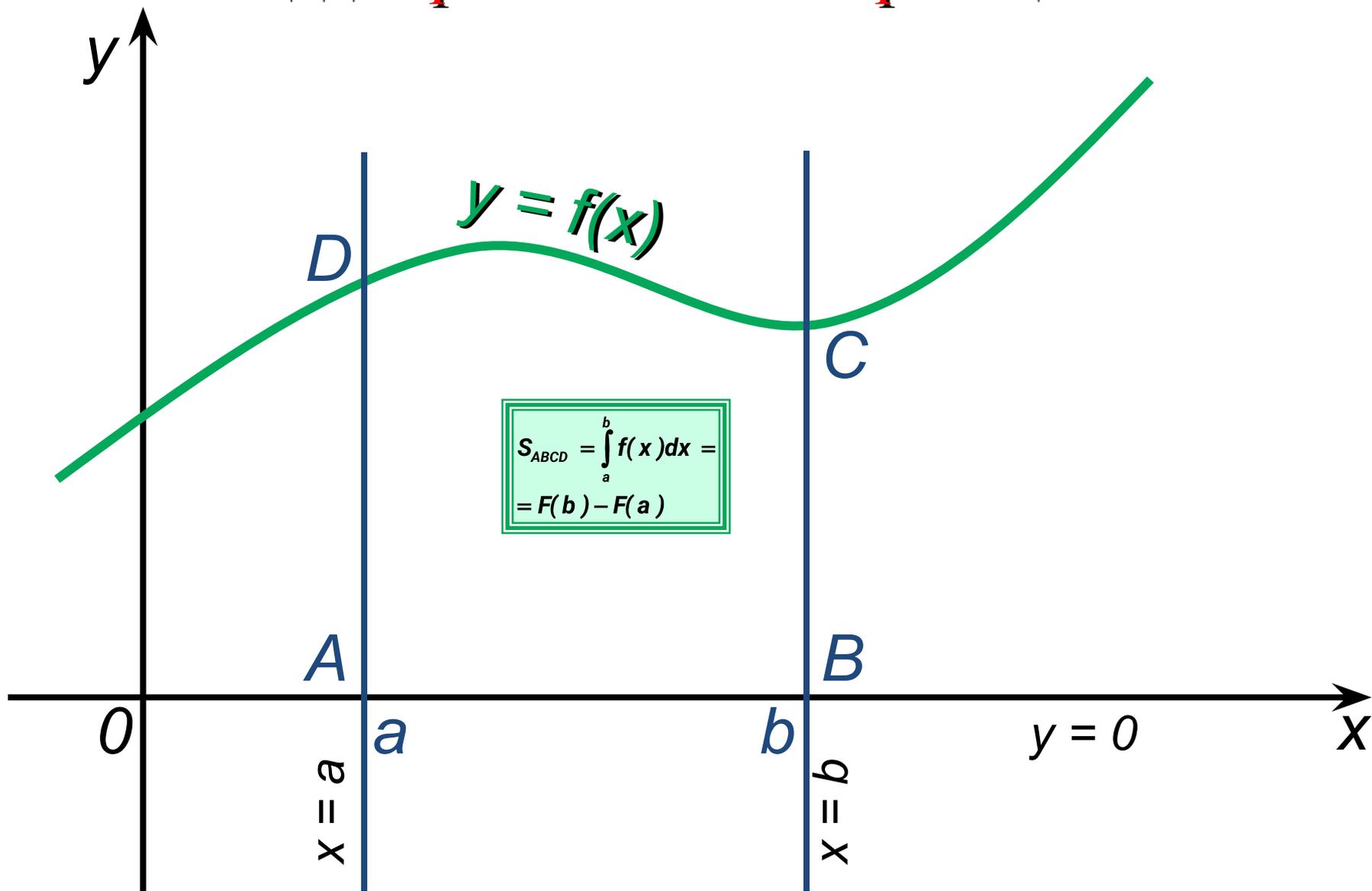
$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

– формула **Ньютона-Лейбница**.

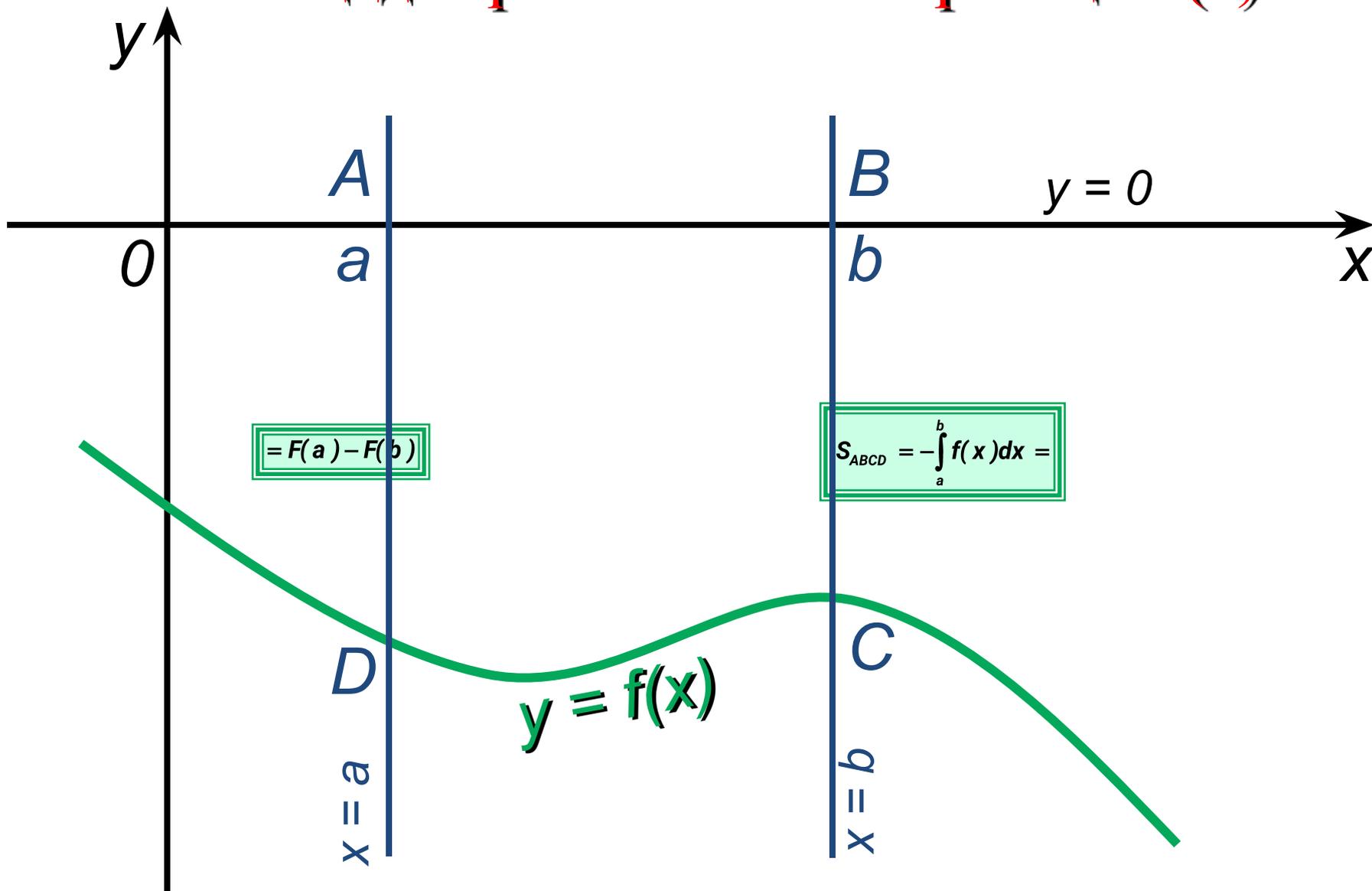
**Геометрический смысл** определенного интеграла заключается в том, что определенный интеграл равен площади криволинейной трапеции, образованной линиями:

сверху ограниченной кривой  $y = f(x)$ ,  
и прямыми  $y = 0$ ;  $x = a$ ;  $x = b$ .

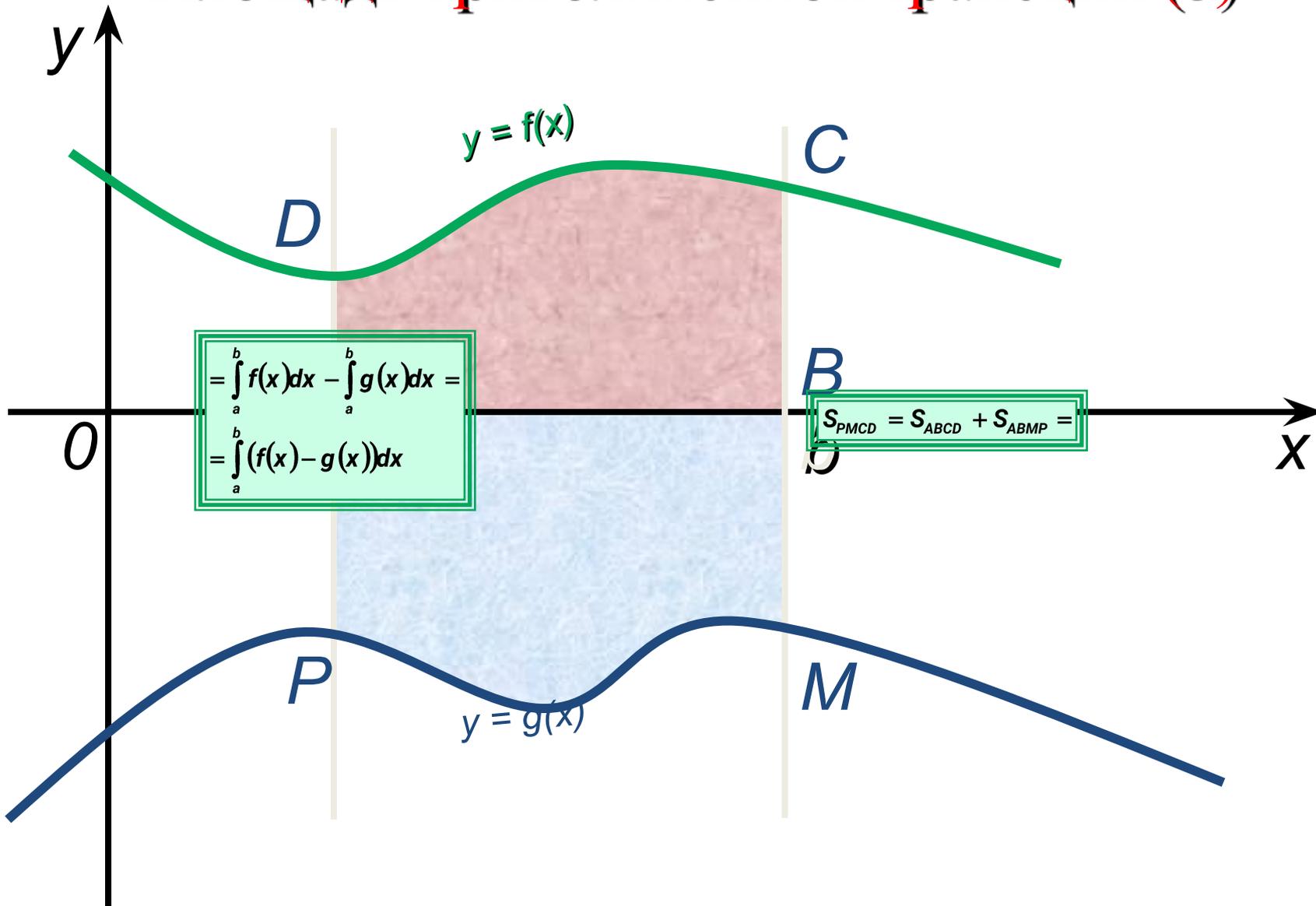
# Площадь криволинейной трапеции



# Площадь криволинейной трапеции (1)

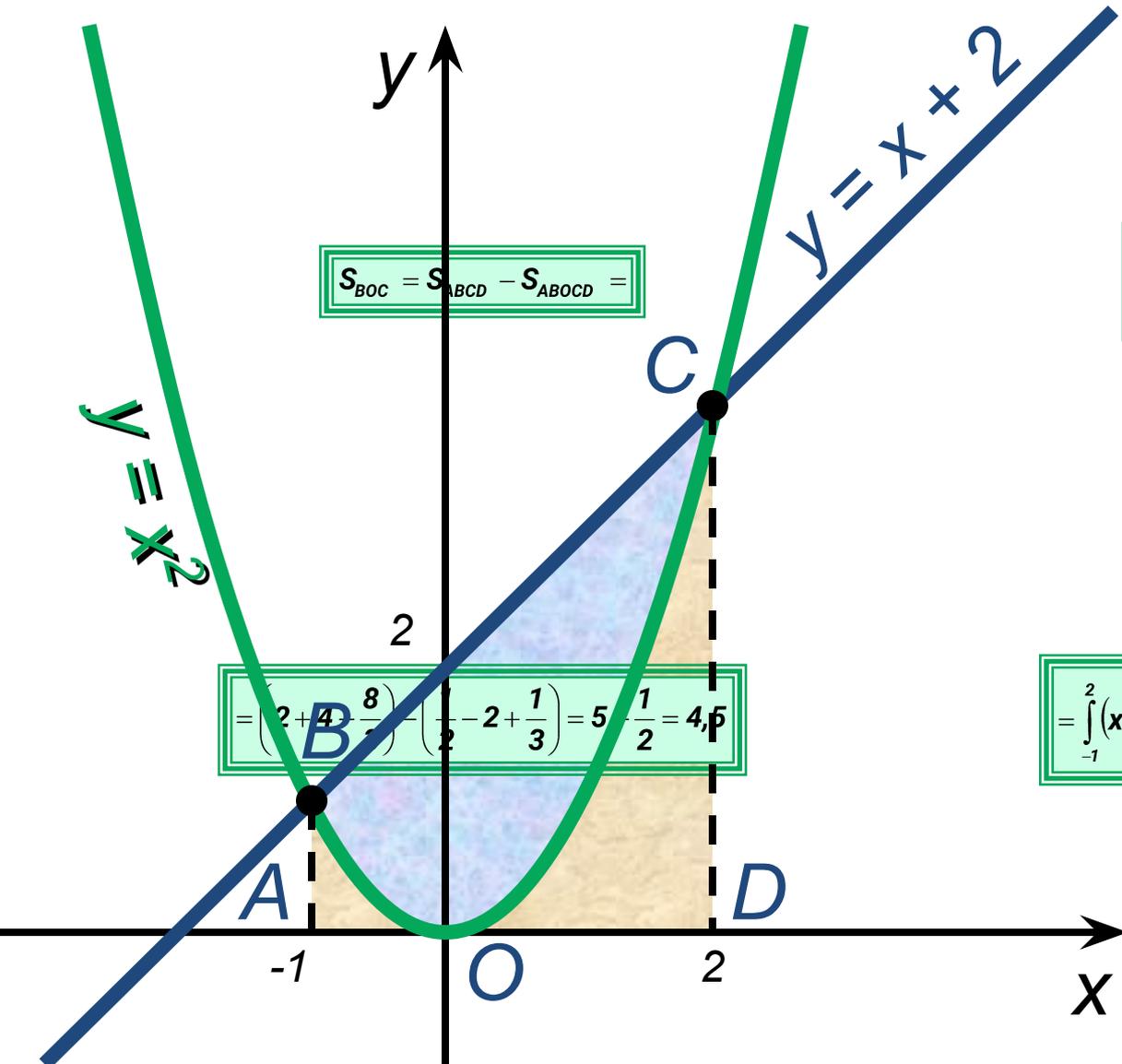


# Площадь криволинейной трапеции (3)



# Пример 1:

вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2$ ,  $y = x + 2$ .



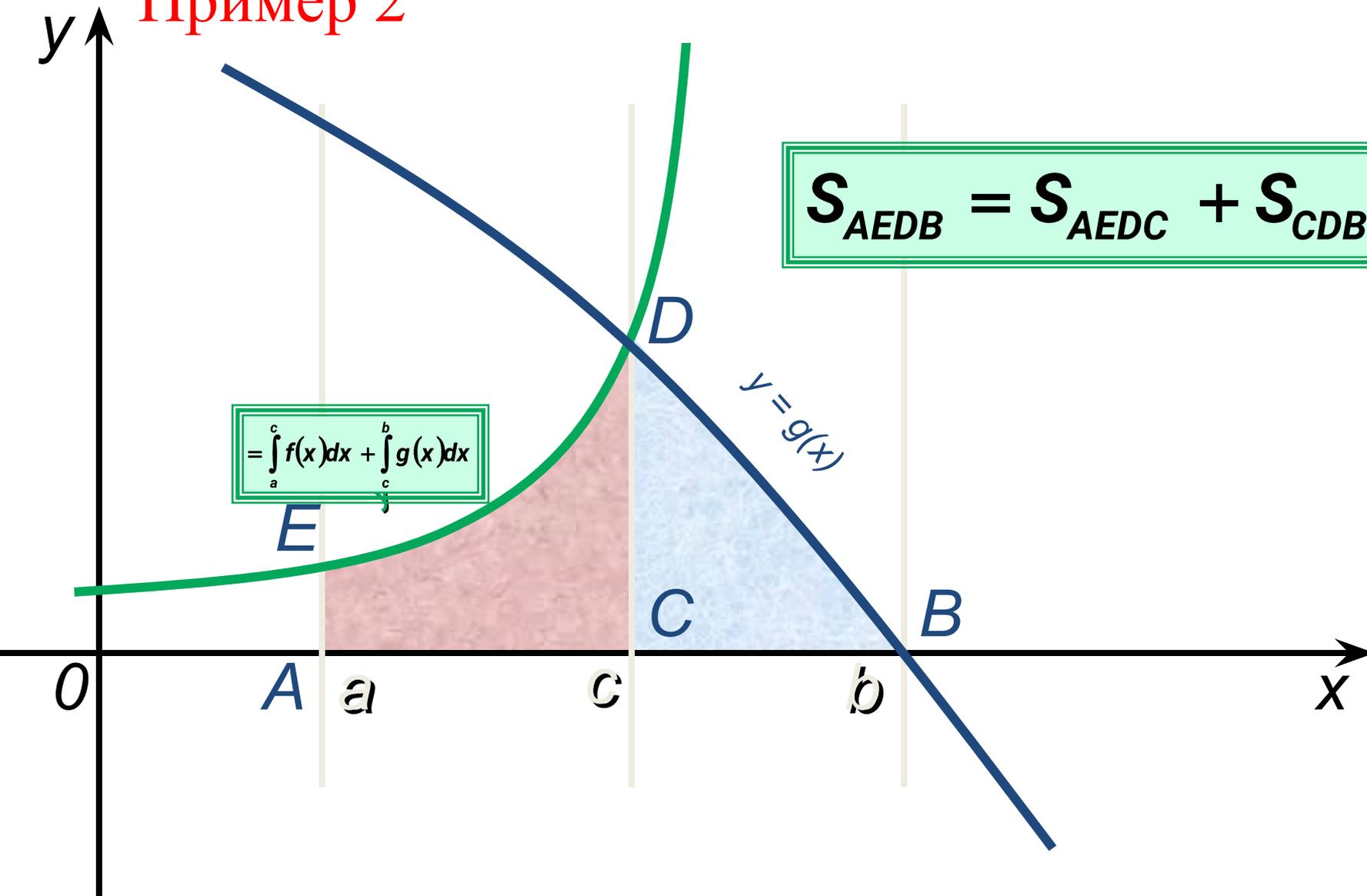
$$S_{BOC} = S_{ABCD} - S_{ABOCD} =$$

$$= \int_{-1}^2 (x+2) dx - \int_{-1}^2 (x^2) dx =$$

$$= \left( 2 + 4 \cdot \frac{8}{3} \right) - \left( \frac{1}{2} - 2 + \frac{1}{3} \right) = 5 \cdot \frac{1}{2} = 4,5$$

$$= \int_{-1}^2 (x+2-x^2) dx = \left( \frac{x^2}{2} + 2x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-1}^2 =$$

# Пример 2



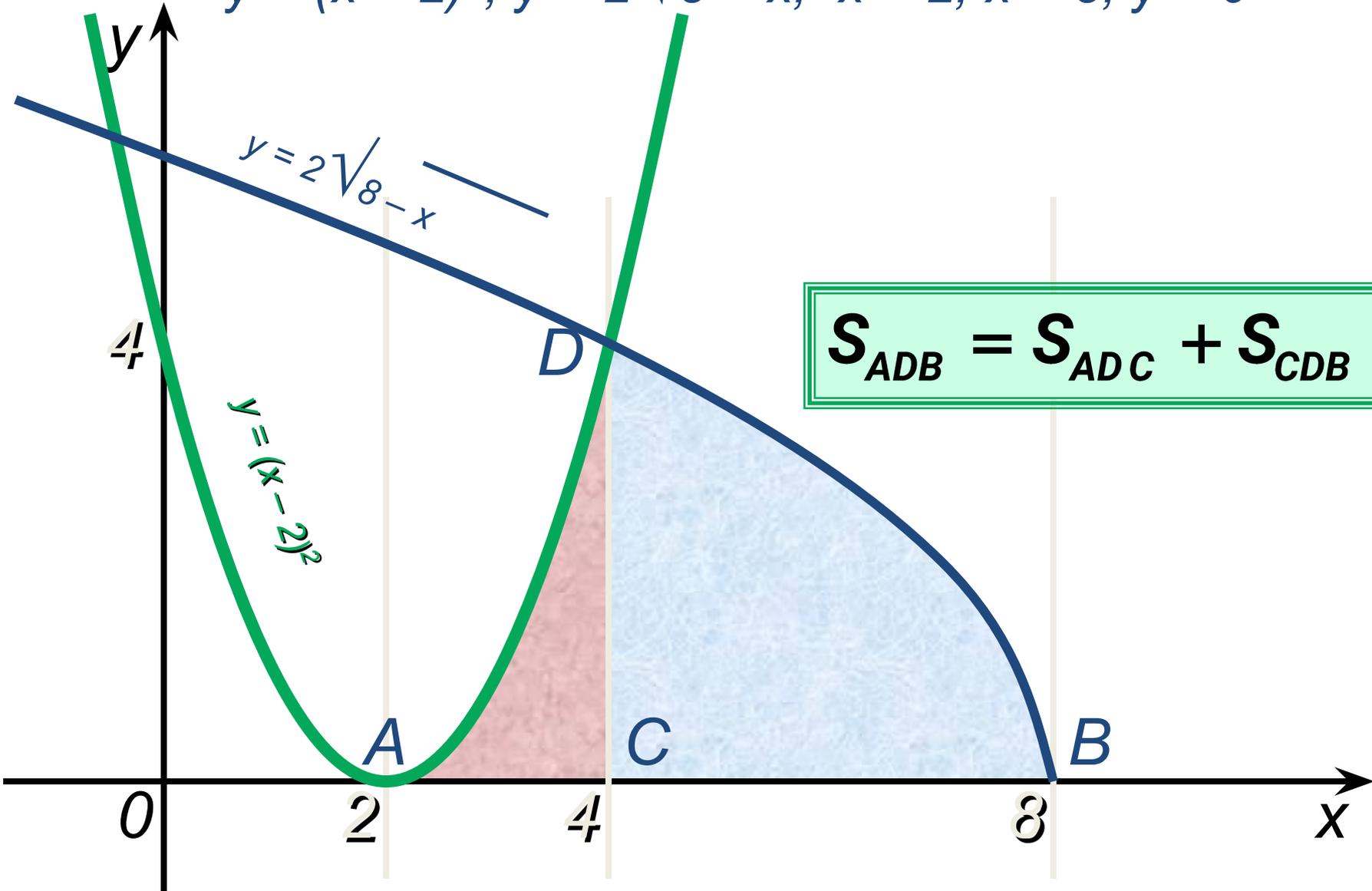
$$S_{AEDB} = S_{AEDC} + S_{CDB} =$$

$$= \int_a^c f(x)dx + \int_c^b g(x)dx$$

# Пример 2:

вычислить площадь фигуры,  
ограниченной линиями

$$y = (x - 2)^2, y = 2\sqrt{8 - x}, x = 2, x = 8, y = 0$$



$$S_{ADB} = S_{ADC} + S_{CDB} =$$

вычислить площадь фигуры,  
ограниченной линиями

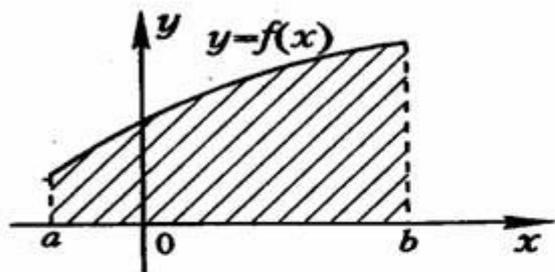
$$y = (x - 2)^2, y = 2\sqrt{8 - x}, x = 2, x = 8, y = 0$$

$$= \int_2^4 (x - 2)^2 dx + \int_4^8 2\sqrt{8 - x} dx = \left. \frac{(x - 2)^3}{3} \right|_2^4 - \left. \frac{4(8 - x)\sqrt{8 - x}}{3} \right|_4^8 =$$

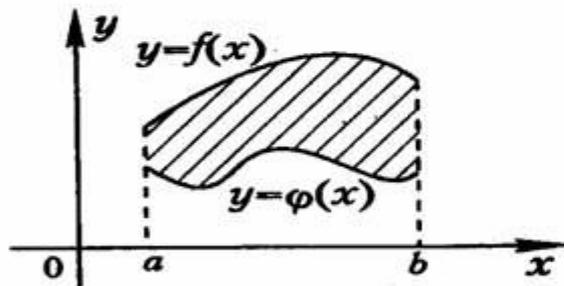
$$= \left( \frac{(4 - 2)^3}{3} - \frac{(2 - 2)^3}{3} \right) - \left( \frac{4(8 - 8)\sqrt{8 - 8}}{3} - \frac{4(8 - 4)\sqrt{8 - 4}}{3} \right) =$$

$$= \frac{8}{3} + \frac{32}{3} = \frac{40}{3} = 13\frac{1}{3}$$

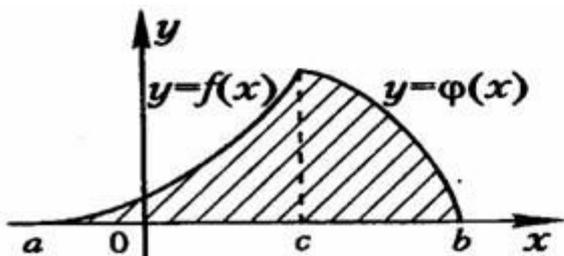
## Вычисление площади криволинейной трапеции



$$S = \int_a^b f(x) dx$$



$$S = \int_a^b (f(x) - \varphi(x)) dx$$



$$S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b \varphi(x) dx$$

# Таблица первообразных

| $F(x)$                      | $f(x)$               | $F(x)$            | $f(x)$                   |
|-----------------------------|----------------------|-------------------|--------------------------|
| $\frac{x^{n+1}}{n+1} + C$   | $x^n$                | $a^x + C$         | $\frac{a^x}{\ln a}$      |
| $\frac{2x\sqrt{x}}{3} + C$  | $\sqrt{x}$           | $\frac{1}{x} + C$ | $\ln x $                 |
| $\sin x + C$                | $\cos x$             | $e^x + C$         | $e^x$                    |
| $-\cos x + C$               | $\sin x$             | $C$               | $Cx$                     |
| $\operatorname{tg} x + C$   | $\frac{1}{\cos^2 x}$ | $\log_a x + C$    | $\frac{1}{x \ln a}$      |
| $-\operatorname{ctg} x + C$ | $\frac{1}{\sin^2 x}$ | $\arcsin x + C$   | $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ |

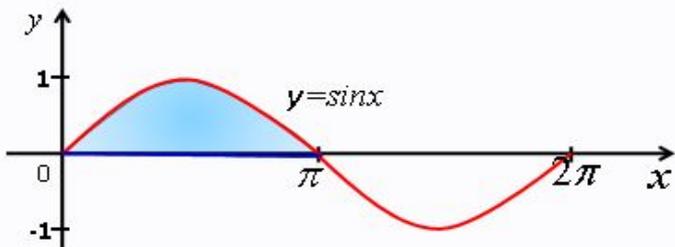
# Домашнее задание

- Учебник  
Стр.337-339  
Пример 5

- № 49.22 - 49.23(в)  
Разобрать примеры.  
**Задание на оценку**

1.

Найти площадь криволинейной трапеции,  
изображенной на рисунке



2. Вычислить площадь  
фигуры, ограниченной  
линиями

$$y = -x^2 + 4 \text{ и } y = x + 4$$