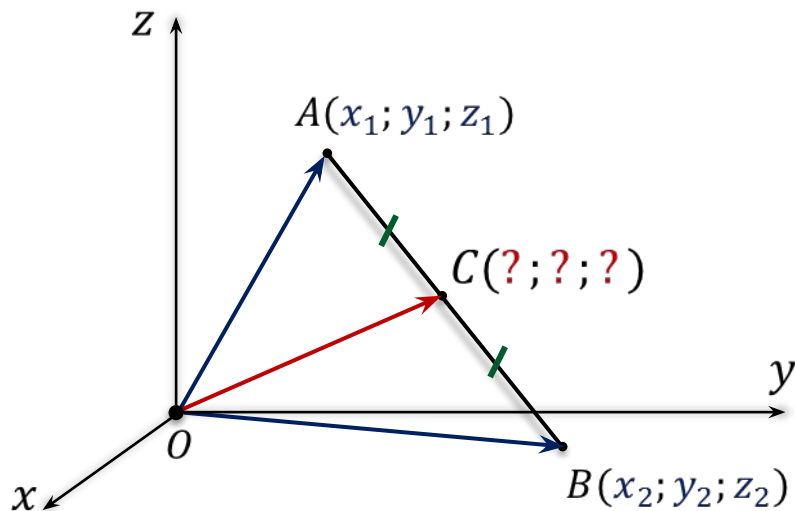


Простейшие задачи в координатах

1. Определение координат середины отрезка



Каждая координата середины отрезка
равна полусумме
соответствующих координат его концов.

$$\overrightarrow{OC} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})$$

\overrightarrow{OA} – радиус-вектор точки A

\overrightarrow{OB} – радиус-вектор точки B

\overrightarrow{OA} $\{x_1; y_1; z_1\}$

\overrightarrow{OB} $\{x_2; y_2; z_2\}$

$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$ $\{x_1 + x_2; y_1 + y_2; z_1 + z_2\}$

$\frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})$ $\left\{ \frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}; \frac{z_1 + z_2}{2} \right\}$

\overrightarrow{OC} $\left\{ \frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}; \frac{z_1 + z_2}{2} \right\}$

C $\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}; \frac{z_1 + z_2}{2} \right)$

Задача 1. Точка M – середина отрезка AB .

			$(-24; 8; 28)$
		$(-8; 4; -19)$	
	$(-1; 2,5; -2)$		

$$\begin{cases} x = \frac{x_1 + x_2}{2} \\ y = \frac{y_1 + y_2}{2} \\ z = \frac{z_1 + z_2}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{0 + (-2)}{2} \\ y = \frac{3 + 2}{2} \\ z = \frac{-4 + 0}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3 = \frac{14 + x}{2} \\ -2 = \frac{-8 + y}{2} \\ -7 = \frac{5 + z}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -12 = \frac{x + 0}{2} \\ 4 = \frac{y + 0}{2} \\ 15 = \frac{z + 2}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -1 \\ y = 2,5 \\ z = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -8 \\ y = 4 \\ z = -19 \end{cases}$$

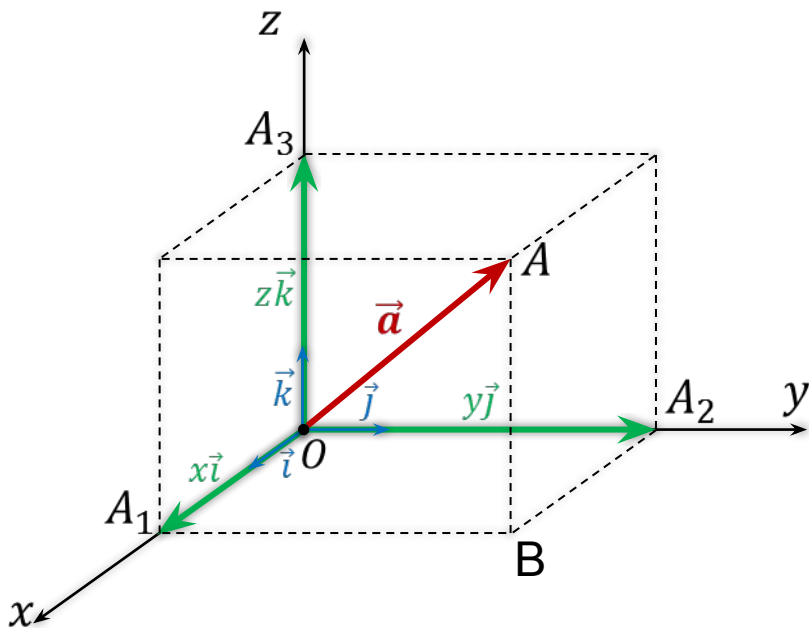
$$\begin{cases} x = -24 \\ y = 8 \\ z = 28 \end{cases}$$

Задача 2. Точка M – середина отрезка AB . Найдите k , m , n .

	а)	б)	в)
			$(7; n; m - n)$
		$(-1; 6; -8)$	
	$(k; 4; -2)$		

2. Вычисление длины вектора по его координатам

Длина вектора $\vec{a} \{x; y; z\}$ равна квадратному корню из суммы квадратов его координат.



$$|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$1) \vec{a} \{x; y; z\} \Rightarrow \vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

$$2) \overrightarrow{OA_1} = x\vec{i} \quad \overrightarrow{OA_2} = y\vec{j} \quad \overrightarrow{OA_3} = z\vec{k}$$

$$3) \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OA_2} + \overrightarrow{OA_3} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

$$\overrightarrow{OA} = \vec{a} \Rightarrow |\overrightarrow{OA}| = |\vec{a}| = OA$$

$$4) OA = \sqrt{OB^2 + BA^2} = \sqrt{(OA_1^2 + A_1B^2) + BA^2}$$

$$OA = \sqrt{OA_1^2 + OA_2^2 + OA_3^2} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Задача 3. Вычислить длины векторов:

а) \overrightarrow{AB} , если $A(-1; 0; 2)$, $B(1; -2; 3)$;

б) $\vec{b} \{2\sqrt{3}; -6; 1\}$;

в) $\vec{c} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$; г) $\vec{d} = 2\vec{k}$.

$$\vec{a} \{x; y; z\}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Решение.

а) $A(-1; 0; 2)$, $B(1; -2; 3)$

$$\overrightarrow{AB} \{1 - (-1); -2 - 0; 3 - 2\}$$

$$\overrightarrow{AB} \{2; -2; 1\}$$

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}$$

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{4 + 4 + 1}$$

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{9}$$

$$|\overrightarrow{AB}| = 3$$

б) $\vec{b} \{2\sqrt{3}; -6; 1\}$

$$|\vec{b}| = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + (-6)^2 + 1^2} = \sqrt{12 + 36 + 1} = \sqrt{49} = 7$$

в) $\vec{c} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k} \Rightarrow \vec{c} \{1; 1; 1\}$

$$|\vec{c}| = \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{1 + 1 + 1} = \sqrt{3}$$

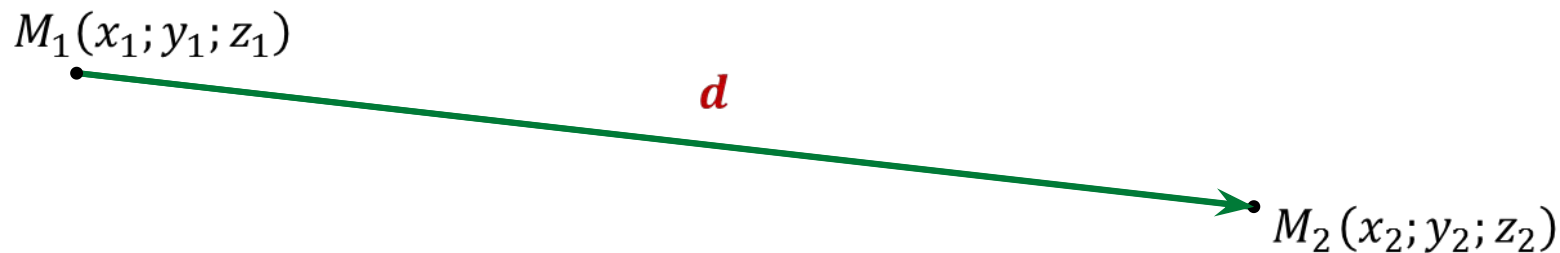
г) $\vec{d} = 2\vec{k} \Rightarrow \vec{d} \{0; 0; 2\}$

$$|\vec{d}| = \sqrt{0^2 + 0^2 + 2^2} = \sqrt{4} = 2$$

Задача 4. Даны векторы $\vec{a} \{3; -2; 1\}$, $\vec{b} \{-2; 3; 1\}$, $\vec{c} \{-3; 2; 1\}$.

Найдите: а) $|\vec{a}| + |\vec{b}|$, б) $|\vec{a} + \vec{b}|$, в) $|3\vec{c}|$.

3. Определение расстояния между двумя точками



$$\overrightarrow{M_1M_2} \{x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1\}$$

$$|\overrightarrow{M_1M_2}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

$$|\overrightarrow{M_1M_2}| = M_1M_2 = d$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

Задача 5. По координатам точек A , B и C определить вид $\triangle ABC$.

а) $A(3; 7; -4)$, $B(5; -3; 2)$, $C(1; 3; -10)$

Решени а) $A(3; 7; -4)$, $B(5; -3; 2)$, $C(1; 3; -10)$

е.

$$AB = \sqrt{(5-3)^2 + (-3-7)^2 + (2-(-4))^2} = \sqrt{2^2 + (-10)^2 + 6^2} = \sqrt{140} = 2\sqrt{35}$$

$$BC = \sqrt{(1-5)^2 + (3-(-3))^2 + (-10-2)^2} = \sqrt{(-4)^2 + 6^2 + (-12)^2} = \sqrt{196} = 14$$

$$AC = \sqrt{(1-3)^2 + (3-7)^2 + (-10-(-4))^2} = \sqrt{(-2)^2 + (-4)^2 + (-6)^2} = \sqrt{56} = 2\sqrt{14}$$

$$\sqrt{196}^2 = \sqrt{140}^2 + \sqrt{56}^2$$

$$196 = 140 + 56$$

$\Rightarrow \triangle ABC$ – прямоугольный, разносторонний

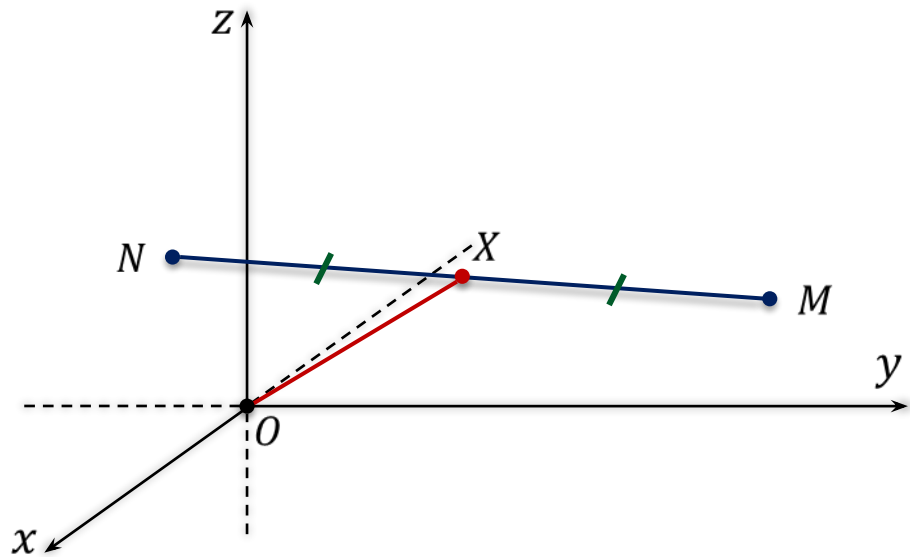
$$196 = 196$$

б) $A(-5; 2; 0)$, $B(-5; 2; -2)$, $C(-4; 3; 0)$;

в) $A(5; -3; -1)$, $B(5; -5; -1)$, $C(4; -3; 0)$.

Задача 6. Найти расстояние от точки начала координат O до середины отрезка MN , если $M(-4; 9; 0)$ и $N(0; -2; 4)$.

Решение.



1) $M(-4; 9; 0), N(0; -2; 4)$

X – середина отрезка MN

$$X\left(\frac{\dots}{2}; \frac{\dots}{2}; \frac{\dots}{2}\right)$$

$$X(\dots; \dots; \dots)$$

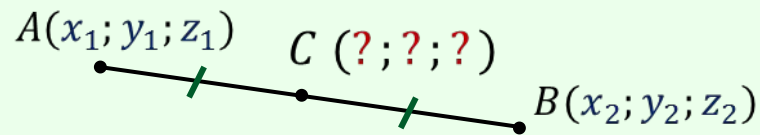
2) $X(\dots; \dots; \dots) \quad O(0; 0; 0)$

$$OX = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$OX = \sqrt{\dots}$$

Ответ: ...

Простейшие задачи в координатах



$\vec{a}\{x; y; z\}$

A diagram of a vector \vec{a} represented by an arrow pointing to the right and slightly upwards.

