

Расчет силы тока и напряжения в электрических цепях

Правила Кирхгофа

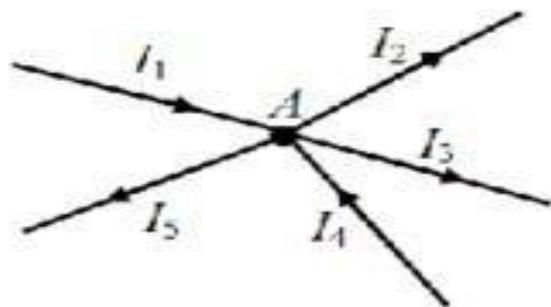
Для упрощения расчета разветвленных цепей, содержащих неоднородные участки, были созданы специальные правила – *правила Кирхгофа*:

1. Алгебраическая сумма сил токов для каждого узла равна нулю:

$$\pm I_1 \pm I_2 \pm \dots \pm I_N = 0.$$

Правило знаков для токов в узлах:

- если ток **втекает** в узел, то силу тока берем со знаком «+»,
- если ток **вытекает** из узла, то со знаком «-».



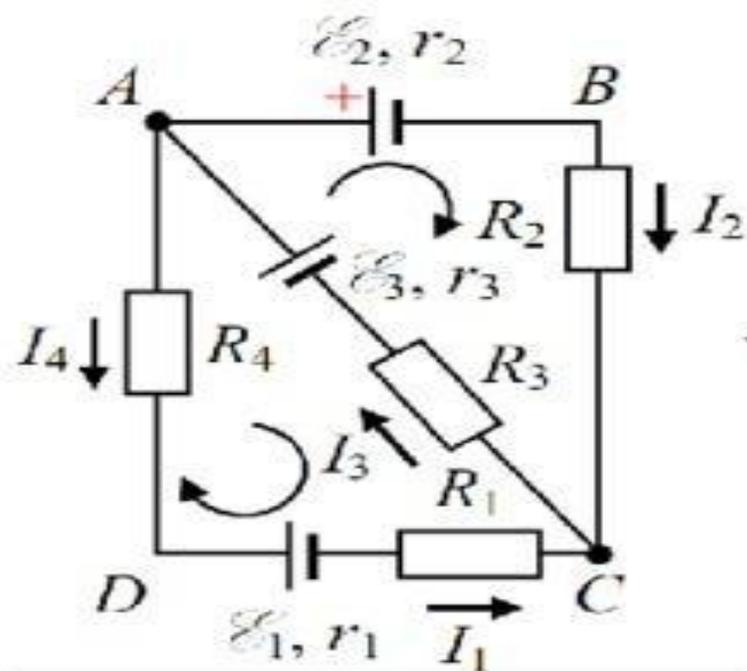
Для узла А можно записать:

$$I_1 - I_2 - I_3 + I_4 - I_5 = 0$$

Правила Кирхгофа

2. Алгебраическая сумма ЭДС в замкнутом контуре равна алгебраической сумме произведений сил токов и сопротивлений каждого из участков этого контура:

$$\pm I_1 \cdot (R_1 + r_1) \pm I_2 \cdot (R_2 + r_2) \pm \dots \pm I_n \cdot (R_n + r_n) = \pm \mathcal{E}_1 \pm \mathcal{E}_2 \pm \dots \pm \mathcal{E}_k$$



Выберем обходы контура по часовой стрелке:

Для контура ABC со знаком «+» берем I_2, I_3, \mathcal{E}_3 .

Со знаком «-» берем \mathcal{E}_2 .

$$I_2 \cdot (R_2 + r_2) + I_3 \cdot (R_3 + r_3) = -\mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3$$

Для контура ADC со знаком «+» берем \mathcal{E}_1 .

Со знаком «-» берем $I_1, I_3, I_4, \mathcal{E}_3$.

$$-I_1 \cdot (R_1 + r_1) - I_3 \cdot (R_3 + r_3) - I_4 \cdot R_4 = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_3$$

Если учесть, что $I_1 = I_4$,

$$-I_1 \cdot (R_1 + r_1 + R_4) - I_3 \cdot (R_3 + r_3) = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_3$$

Правила Кирхгофа

Примечание. Для каждого контура направление его обхода, определяющее знаки токов и ЭДС, выбирают произвольно. Если в результате решения задачи получают отрицательное значение тока на каком-то участке, то это зна-

Правило знаков для токов в контурах:

- если направление тока совпадает с направлением обхода контура, то силу тока берем со знаком «+»,
- если направление тока не совпадает с направлением обхода контура, то силу тока берем со знаком «-».

Правило знаков для ЭДС в контурах:

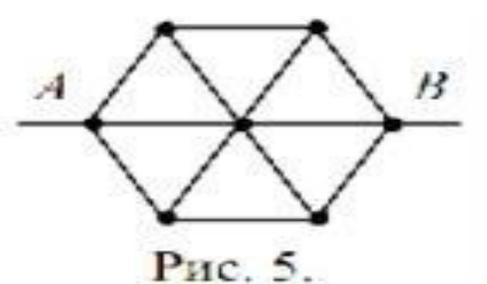
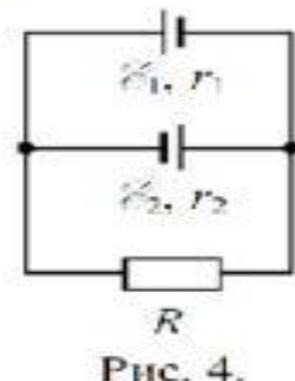
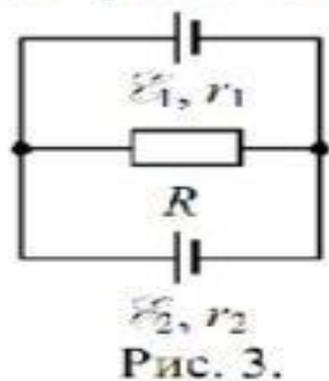
- если направление тока источника совпадает с направлением обхода контура, то ЭДС источника берем со знаком «+»,
- если направление тока источника не совпадает с направлением обхода контура, то ЭДС источника берем со знаком «-».

Мнемоническое правило знаков для ЭДС в контурах:

- знак ЭДС соответствует знаку последней клеммы источника при переходе через источник по обходу контура.

Решение задач

1 Два источника, ЭДС и внутренние сопротивления которых равны соответственно $\mathcal{E}_1 = 1,6$ В и $\mathcal{E}_2 = 1,3$ В, $r_1 = 1$ Ом и $r_2 = 0,5$ Ом, соединены так, как показано на рис. 3. Определите силы токов во всех ветвях, если резистор имеет сопротивление $R = 0,6$ Ом.



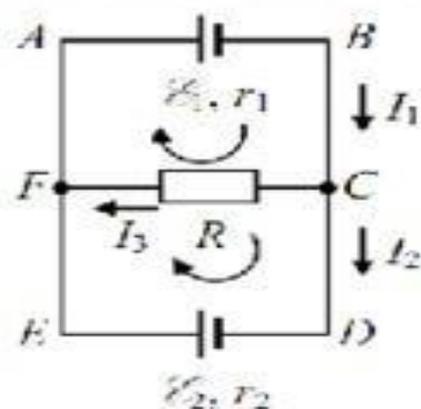
2 Два источника тока с ЭДС \mathcal{E}_1 и \mathcal{E}_2 и внутренними сопротивлениями r_1 и r_2 включены так, как показано на рис. 4. Определите силу тока в проводнике с сопротивлением R .

3 Найти сопротивление цепи, которая представляет собой каркас из одинаковых отрезков проволоки (рис. 5) сопротивлением R_0 каждый.

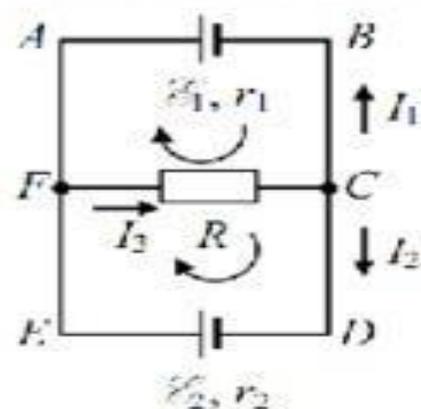
Решение задач

1

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_1 &= 1,6 \text{ В}, \quad \mathcal{E}_2 = 1,3 \text{ В}, \\ r_1 &= 1 \text{ Ом}, \quad r_2 = 0,5 \text{ Ом}, \\ R &= 0,6 \text{ Ом}, \\ I_1 &= ? \quad I_2 = ? \quad I_3 = ? \end{aligned}$$



а



б

Для узла \dot{C} : $I_1 - I_2 - I_3 = 0$ (1).

Для контура $ABCF$: $I_1 \cdot r_1 + I_3 \cdot R = -\mathcal{E}_1$ (2).

Для контура $FCDE$: $I_2 \cdot r_2 - I_3 \cdot R = \mathcal{E}_2$ (3).

Решим систему уравнений (1)-(3). Например,

$$I_1 = I_2 + I_3, \quad (I_2 + I_3) \cdot r_1 + I_3 \cdot R = -\mathcal{E}_1, \quad I_2 = \frac{-\mathcal{E}_1 - I_3 \cdot (R + r_1)}{r_1},$$

$$\frac{-\mathcal{E}_1 - I_3 \cdot (R + r_1)}{r_1} \cdot r_2 - I_3 \cdot R = \mathcal{E}_2, \quad -I_3 \cdot \left(\frac{r_2}{r_1} \cdot R + r_2 + R \right) = \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_1 \cdot \frac{r_2}{r_1},$$

Решение задач

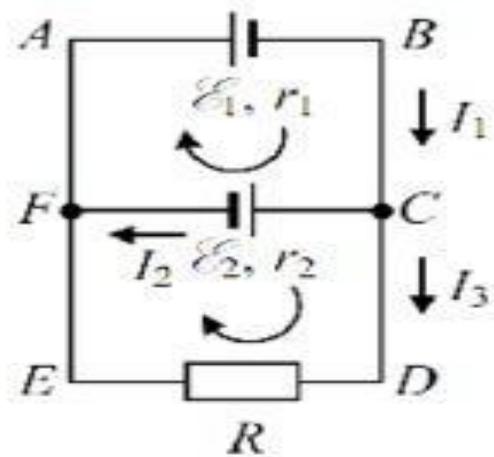
$$I_3 = \frac{-\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1 \cdot \frac{r_2}{r_1}}{r_2 \cdot R + r_2 + R}, \quad I_3 = -1,5 \text{ A}, \quad I_2 = 0,8 \text{ A}, \quad I_1 = -0,7 \text{ A}.$$

2 $\frac{\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2, r_1, r_2, R,}{I_3 = ?}$

Для узла C : $I_1 - I_2 - I_3 = 0$ (1).

Для контура $ABDE$: $I_1 \cdot r_1 + I_3 \cdot R = -\mathcal{E}_1$ (2).

Для контура $FCDE$: $-I_2 \cdot r_2 + I_3 \cdot R = \mathcal{E}_2$ (3).



$$I_1 = I_2 + I_3, \quad (I_2 + I_3) \cdot r_1 + I_3 \cdot R = -\mathcal{E}_1, \quad I_2 = \frac{-\mathcal{E}_1 - I_3 \cdot (R + r_1)}{r_1},$$

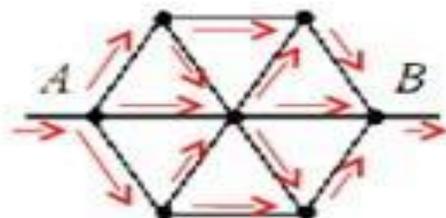
Решение задач

$$\frac{\mathcal{E}_1 + I_3 \cdot (R + r_1)}{r_1} \cdot r_2 + I_3 \cdot R = \mathcal{E}_2, \quad I_3 \cdot \left(\frac{r_2}{r_1} \cdot R + r_2 + R \right) = \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1 \cdot \frac{r_2}{r_1},$$

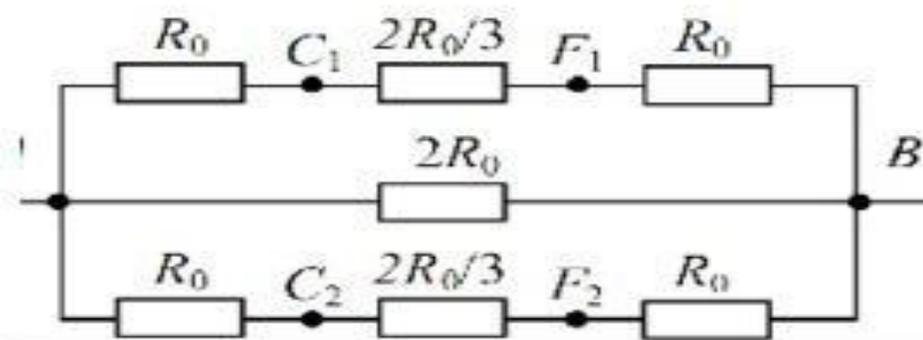
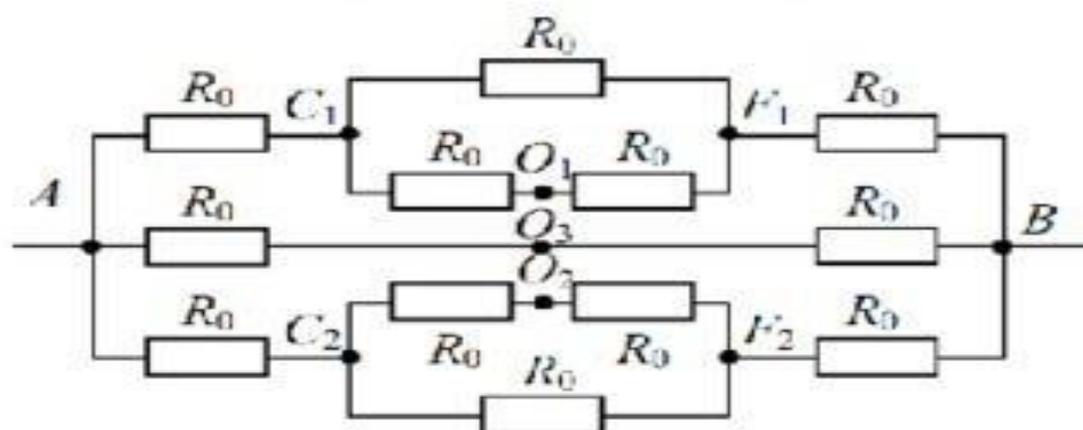
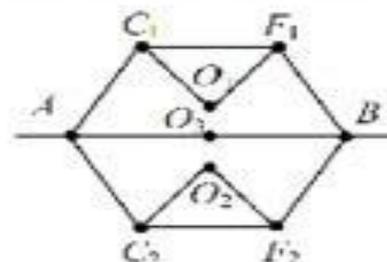
$$I_3 = \frac{\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1 \cdot \frac{r_2}{r_1}}{\frac{r_2}{r_1} \cdot R + r_2 + R} = \frac{\mathcal{E}_2 \cdot r_1 - \mathcal{E}_1 \cdot r_2}{r_2 \cdot r_1 + R \cdot (r_1 + r_2)}.$$

Решение задач

3

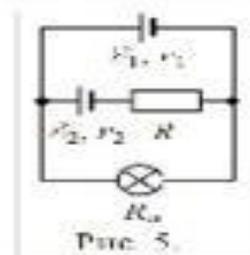


Т.к. точки O_1, O_2, O_3 имеют равные потенциалы



$$R = \frac{1}{\frac{1}{\frac{2R_0}{3} + 2R_0} + \frac{1}{\frac{2R_0}{3} + 2R_0} + \frac{1}{2R_0}} = \frac{1}{\frac{3}{8R_0} + \frac{3}{8R_0} + \frac{1}{2R_0}} = \frac{8R_0}{10} = \frac{4R_0}{5}$$

Решение задач



1 На рис. 5 показана схема цепи, собранной для зарядки аккумулятора. Источник тока имеет ЭДС $\mathcal{E}_1 = 22$ В и внутреннее сопротивление $r_1 = 0,2$ Ом. ЭДС заряжаемого аккумулятора $\mathcal{E}_2 = 10$ В и его внутреннее сопротивление $r_2 = 0,6$ Ом. В цепь включены резистор сопротивлением $R = 10$ Ом и лампа сопротивлением $R_L = 48$ Ом. Рассчитайте силы токов во всех участках цепи.

2 Рассчитайте силу тока через резистор R_2 , если сопротивления резисторов равны $R_1 = R_2 = R_3 = R_5 = 1$ Ом, $R_4 = 2$ Ом, ЭДС источника $\mathcal{E} = 1$ В, его внутреннее сопротивление $r = 0,5$ Ом (рис. 6). Задачу решите, используя правила Кирхгофа.

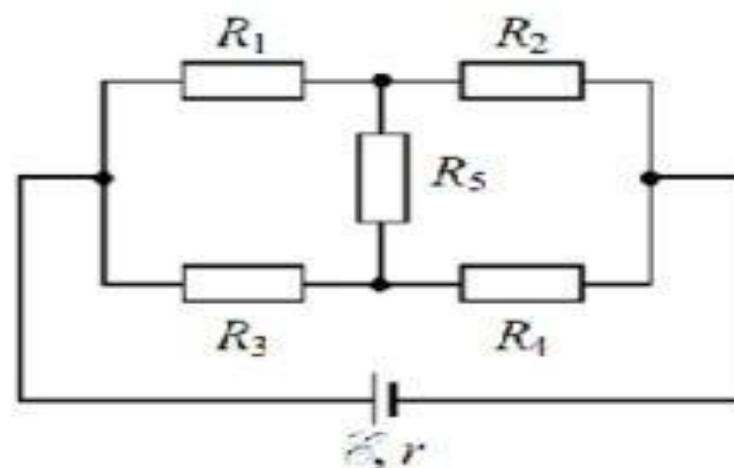


Рис. 6.