

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ПОЛЯ И ВОЛНЫ

Практическое занятие №5

**АНАЛИЗ ЭМВ Н- И Е-ТИПОВ В КРУГЛОМ
ВОЛНОВОДЕ**

- **Основные расчетные формулы:**

- 1. Критическая длина волны E-типа

$$\lambda_{\text{кр}E_{mn}} = \frac{2\pi \cdot a}{X_{mn}}, \quad (5.1)$$

- где a – радиус волновода; X_{mn} – n -й корень m -го порядка, при котором функции Бесселя m -го порядка :

- Таблица 5.1

n	$m=0$	$m=1$	$m=2$	$m=3$
1	2,405	3,832	5,136	6,380
2	5,520	7,016	8,417	9,761
3	8,654	10,173	11,620	13,015

- 2. Критическая длина волны H-типа

$$\lambda_{\text{кр}H_{mn}} = \frac{2\pi \cdot a}{\xi_{mn}}, \quad (5.2)$$

- где a – радиус волновода ξ_{mn} – n -й корень m -го порядка, при котором производная функции Бесселя первого рода $J'_m(x) = 0$ порядка :

- Таблица 5.2

n	m=0	m=1	m=2	m=3
1	3,832	1,841	3,054	4,201
2	7,016	5,332	6,705	8,015
3	10,174	8,536	9,965	11,344

- Индекс m показывает число полуволен (максимумов) поля, укладываемых на половине окружности волновода; индекс n – число максимумов поля, укладываемых на радиусе поперечного сечения волновода.

- 3. Коэффициент затухания волны в круглом волноводе:

- для волны Н- типа
$$\alpha = \frac{R_s}{Z_0 \cdot a \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2}} \left[\frac{\lambda}{\lambda_{кр}} - \frac{m^2}{y_{mn}^2 - m^2} \right], \quad (5.3)$$

- для волны Е- типа
$$\alpha = \frac{R_s}{Z_0 \cdot a \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2}}, \quad (5.4)$$

где $R_s = \sqrt{\frac{\omega \mu_a}{2\gamma}}$

– поверхностное сопротивление

металла .

- 4. Мощность, переносимая волной:

$$P_{H_{11}} = \frac{\pi}{4} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} E_r^2 \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}} \right)^2} a^2 \left[(y_{11})^2 - 1 \right] \quad , (5.5)$$

$$P_{E_{01}} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} H_\varphi^2 \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}} \right)^2} a^2 \quad , (5.6)$$

где E_r^2 и H_φ^2 амплитудные значения соответственно радиальной составляющей вектора \vec{H} в точке \vec{r} с

$r = a, \varphi = \frac{\pi}{2}$ координатами и тангенциальной составляющей вектора \vec{H} на внутренней поверхности стенки волновода ($r = a$); ε и μ относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости диэлектрика, заполняющего волновод.

- 5. Фазовая и групповая скорости, длина волны в волноводе и волновое сопротивление круглого волновода, заполненного диэлектриком, определяются аналогично, как и для прямоугольного волновода:

$$v_{\text{фВ}} = \frac{c/\sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{1 - \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\text{кр}}} \right)^2}}, \quad (5.7)$$

$$v_{\text{грВ}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon}} \sqrt{1 - \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\text{кр}}} \right)^2}, \quad (5.8)$$

$$\lambda_{\text{В}} = \Lambda = \frac{\lambda/\sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{1 - \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\text{эδ}}} \right)^2}}, \quad (5.9)$$

$$Z_{\text{ЕВ}} = \frac{Z_0}{\sqrt{\varepsilon}} \sqrt{1 - \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\text{кр}}} \right)^2} \quad Z_{\text{НВ}} = \frac{Z_0/\sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{1 - \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\text{кр}}} \right)^2}}, \quad (5.10)$$

$$, \quad (5.11)$$

- 6. Радиус поперечного сечения круглого волновода, обеспечивающего работу только на типе волны H_{11}

$$\frac{\lambda}{3,41} \leq a \leq \frac{\lambda}{2,61} \quad , \quad (5.12)$$

- на типе волны E_{01}

$$\frac{\lambda}{2,61} \leq a \leq \frac{\lambda}{2,06} \quad (5.13)$$

• **Примеры решения типовых задач**

1. Какие типы волн могут распространяться в круглом волноводе диаметром 3,2 см, заполненном диэлектриком с относительной диэлектрической проницаемостью $\epsilon_r = 3,5$? Частота колебаний равна 11 ГГц.

• Решение

• Условие распространения волн в волноводе, заполненном диэлектриком $\lambda_d < \lambda_{кр}$

• где λ_d - длина волны в диэлектрике

$$\lambda_d = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\epsilon_r}} = \frac{3,0}{\sqrt{3,5}} = 1,46 \text{ см.}$$

• Критическая длина волны в круглом волноводе определяется соотношениями (5.1) и (5.2).

Следовательно, для распространяющихся типов волн должны выполняться условия:

$$x_{mn} < \frac{2\pi a}{\lambda_d} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 0,016}{0,0146} = 6,896$$

$$\xi_{mn} < \frac{2\pi a}{\lambda_d} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 0,016}{0,0146} = 6,896$$

- Как следует из таблиц 5.1 и 5.2, указанным неравенствам удовлетворяют следующие множества

$$\{x_{01}, x_{02}, x_{11}, x_{21}, x_{31}\} < 6,896$$

$$\{\xi_{01}, \xi_{11}, \xi_{21}, \xi_{31}, \xi_{12}, \xi_{22}\} < 6,896$$

- Этим множествам соответствуют следующие типы волн:

$$E_{01}, E_{02}, E_{11}, E_{21}, E_{31}$$

$$H_{01}, H_{11}, H_{21}, H_{31}, H_{12}, H_{22}$$

- 2. При каком диаметре круглого волновода в нем может распространяться только основной тип волны при частоте колебаний 8 ГГц.

- Решение

- Определим длину волны генератора

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{8 \cdot 10^9} = 3,75 \quad \text{СМ.}$$

- Основным типом круглого волновода является волна H_{11} . Критическая длина волны равна $\lambda_{крH_{11}}$

$$\lambda_{крH_{11}} = 3,41a$$

Запишем условие существования волны H_{11}

$$a > \frac{\lambda}{3,41} = \frac{3,75}{3,41} = 10,87 \quad \text{ММ,}$$

- Чтобы существовала только волна H_{11} , необходимо отфильтровать волну ближайшего типа, которой является волна E_{01} .

- Условие фильтрации волны

$$\lambda > \lambda_{\text{кр}E_{01}} = 2,61a$$

$$a < \frac{\lambda}{2,61} = \frac{3,75}{2,61} = 14,38 \text{ ММ.}$$

- Следовательно, диаметр волновода должен лежать в пределах $21,74 < 2a < 28,73$ ММ.

- 3. Определить диапазон частот, в пределах которого в круглом волноводе диаметром 5 см может распространяться только основной тип волны.

- Решение

- Из условия выбора размеров волновода известно, что диапазон рабочих волн ограничивается условиями пропускания основной волны и фильтрации волны ближайшего типа.

- Для волн Н- типа согласно соотношению (5.12)

$$2,61a < \lambda < 3,41a$$

$$6,53 < \lambda < 8,53$$

- СМ.

- Для волн Е- типа согласно соотношению (5.13)

$$2,06a < \lambda < 2,61a$$

$$5,15 < \lambda < 6,53$$

- Так как условие распространения только волны типа H_{11} предусматривает фильтрацию волны E_{01} , то диапазон частот, в пределах которого в круглом волноводе будет распространяться только основной тип волны (H_{11}):

$$f_1 = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{0,0853} = 3,52 \quad \text{ГГц,}$$

$$f_2 = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{0,0653} = 4,59 \quad \text{ГГц,}$$

- т.е. диапазон частот от 3,52 до 4,59 ГГц.

- Для измерения параметров диэлектриков используется лабораторная установка, состоящая из генератора 1, измерительной линии 2 и отрезка круглого волновода, закороченного на конце (рисунок 5.1). Волновод и измерительная линия заполнены исследуемым диэлектриком. Диаметр волновода 23,8 мм. Длина волны генератора см. Определить относительную диэлектрическую проницаемость диэлектрика, если измеренное значение длины волны в волноводе

мм.

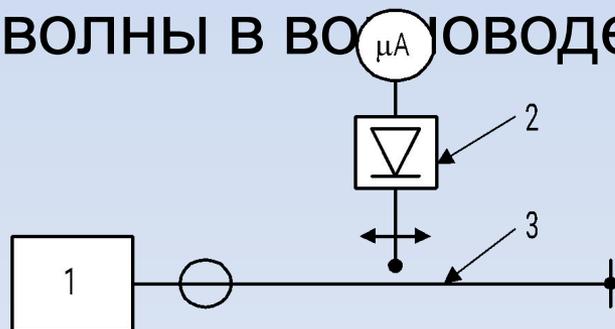


Рисунок 5.1

Решение

- Длина волны в волноводе при условии заполнения его диэлектриком относительной проницаемостью ϵ и магнитной проницаемостью $\mu = 1$ определяется выражением (5.9). Выразив из него диэлектрическую проницаемость, получим

$$\epsilon = \frac{\lambda^2 (\Lambda^2 + \lambda_{кр}^2)}{\Lambda^2 \lambda_{кр}^2}$$

- При условии распространения волны $H_{11} \lambda_{кр H_{11}} = 3,41a$, где $a = 1,19$ см. Подставляя численные данные, можем найти диэлектрическую проницаемость

$$\epsilon = \frac{3,1^2 \left((3,41 \cdot 1,19)^2 + 2,13^2 \right)}{2,13^2 \cdot (3,41 \cdot 1,19)^2} = 2,7$$

- **Контрольные вопросы:**

1. Какие типы волн возможны в круглых волноводах?
2. В чем смысл индексов "m" и "n" для круглых волноводов?
3. Какие типы E-волн могут распространяться в круглом волноводе?
4. Могут ли распространяться по круглому волноводу волны типа H_{mn} ?
5. Какая из E-волн является основной в круглом волноводе?
6. Какие типы H-волн могут распространяться в круглом волноводе?
7. Почему волна типа H_{11} является основной из всех возможных типов E и H-волн в круглом волноводе?
8. В какой тип волны преобразуется волна типа H_{11} при плавном переходе от круглого к прямоугольному волноводу?
9. Какова связь фазовой, групповой скорости, длины волны и волнового сопротивления круглого волновода с критической длиной волны?