

# Лекция №12

## Тема: Нелинейные электрические цепи

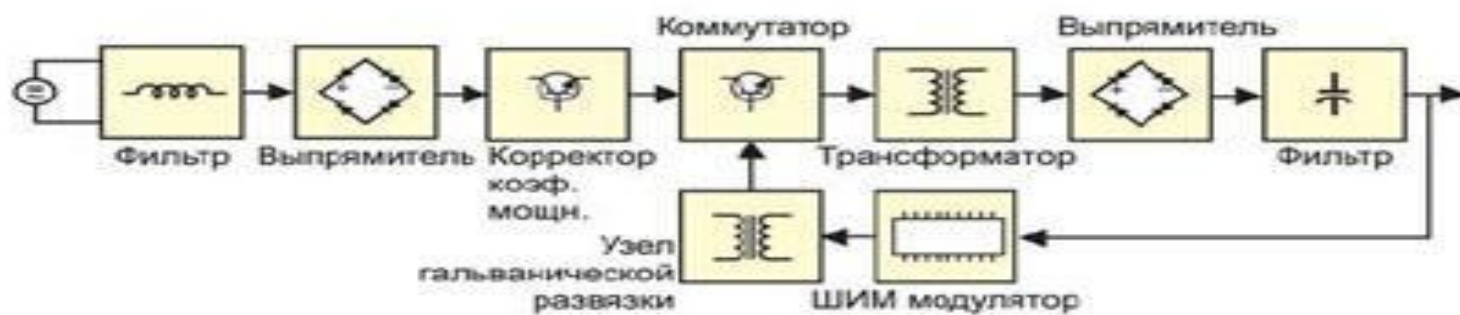


Рис. 48. Структура и внешний вид импульсных источников питания





# Учебные вопросы

1. **Нелинейная электрическая цепь и её преобразовательные свойства.**
2. **Классификация нелинейных резистивных элементов и их характеристики.**
3. **Статические и дифференциальные параметры резистивных нелинейных элементов.**
4. **Аппроксимация ВАХ нелинейных элементов.**
5. **Ток в нелинейном резисторе при воздействии гармонического напряжения. Анализ**



# Литература

---



- **1. Попов В.П. Основы теории цепей: Учебник для вузов спец. "Радиотехника".-М.: Высшая школа, 2007 с. 275-305.**

# 1. Нелинейная электрическая цепь

## и её преобразовательные свойства

В электротехнике, автоматике, электронике и радиотехнике широко применяются элементы электрических цепей, имеющие нелинейную зависимость между током и напряжением:

$$u = f(i) \quad \text{или} \quad i = f(u).$$

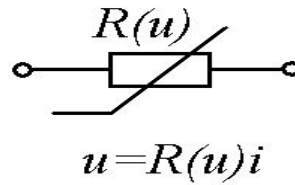
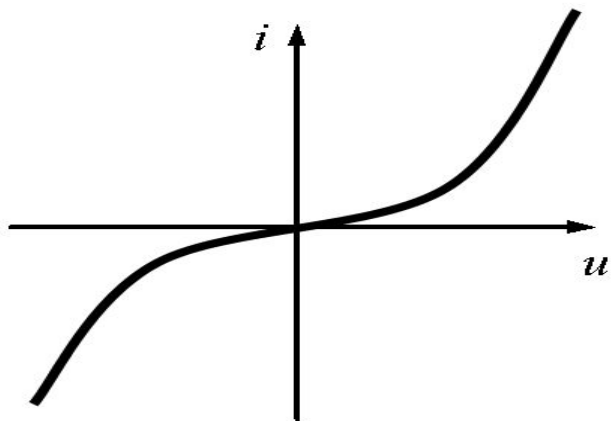
*Нелинейными элементами* электрической цепи называются

элементы, параметры которых существенно зависят от

приложенного к ним напряжения или от проходящего по



Рис. 48. Структура и внешний вид импульсных источников питания



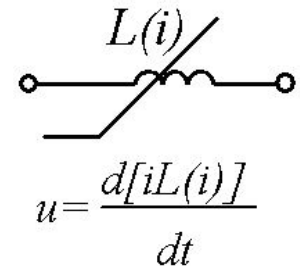
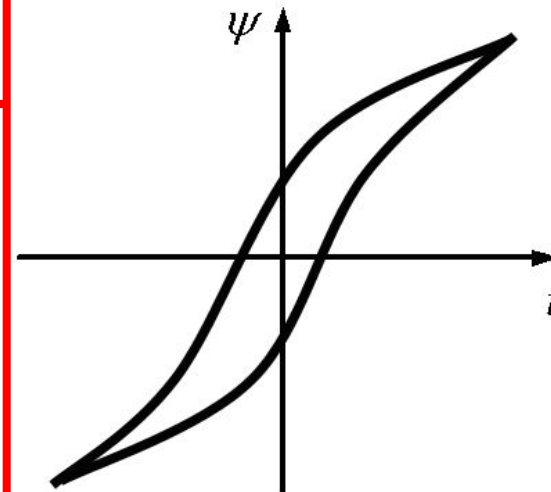
В зависимости от типа параметра различают **нелинейные резистивные, индуктивные и емкостные**

**элементы**

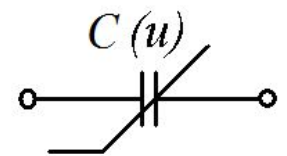
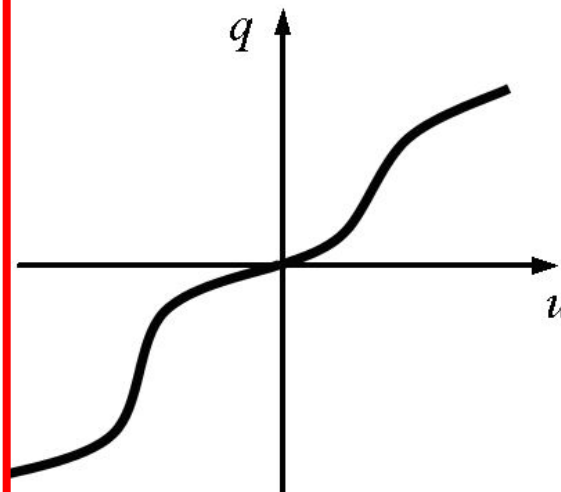
а)

**Нелинейные элементы**

описываются нелинейными уравнениями или соответствующими нелинейными вольтамперными  $\chi(u)$  (рис. а) вольт-амперными  $\psi(i)$

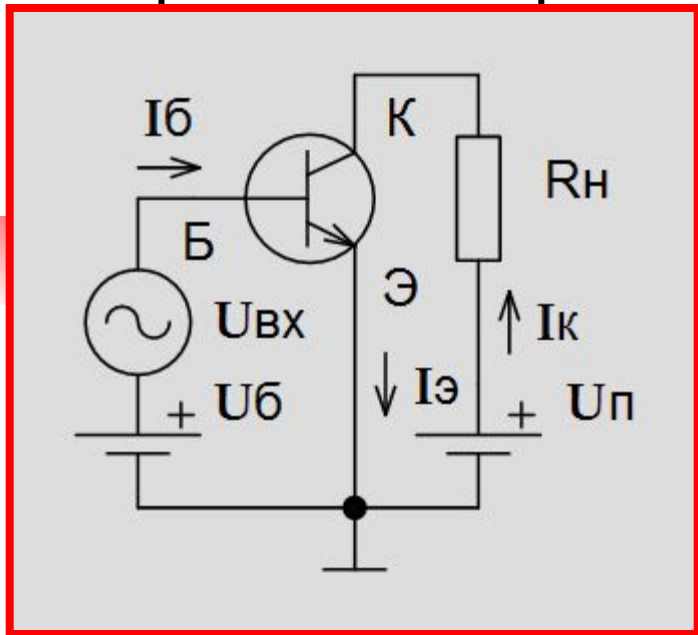


б)

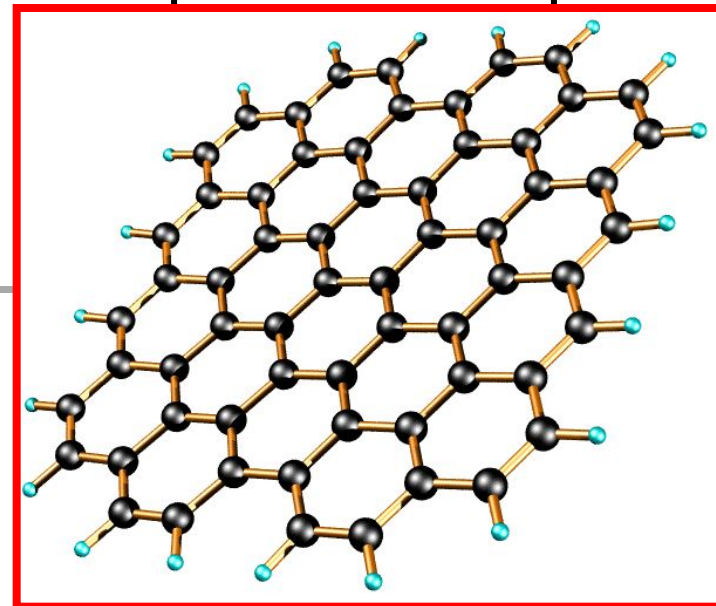


в)

**Нелинейная электрическая цепь - это цепь, которая содержит хотя бы один**



## ОБЛАСТИ ПРИМЕ- НЕНИЯ НЭЦ



Преобразование  
частотного  
спектра  
входного  
сигнала

Изменение  
формы  
входного  
сигнала

Выпрямление  
переменного  
тока

Автоко-  
лебания

Релейный  
(триггерный)  
эффект

## 2. Классификация нелинейных резистивных

### элементов и их характеристики

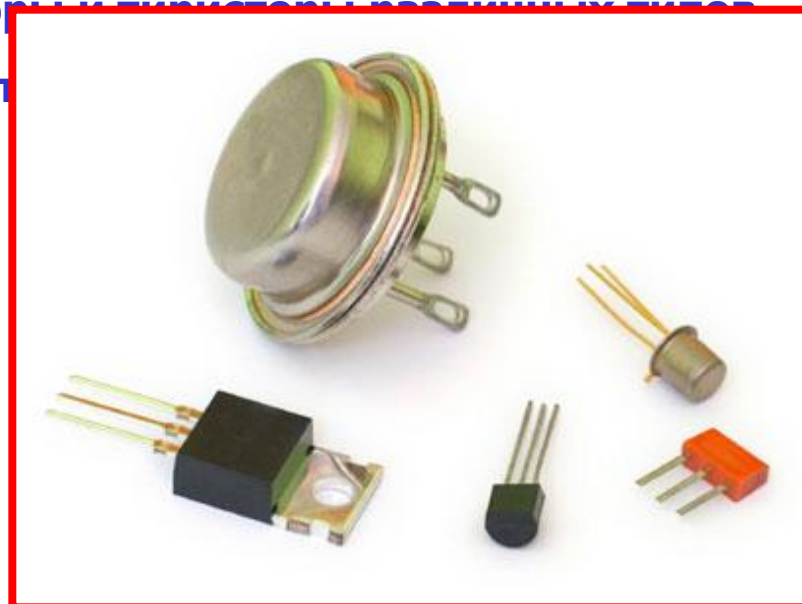
*Статическая ВАХ – это зависимость тока, протекающего через нелинейный резистивный элемент, от приложенного к нему напряжения в установившемся*

*режиме. Если наоборот – зависимость тока от напряжения не является ст*

В зависимости от числа внешних выводов различают **нелинейные двухполюсные элементы** (резисторы с нелинейным сопротивлением, электровакуумные и полупроводниковые диоды) и **нелинейные**

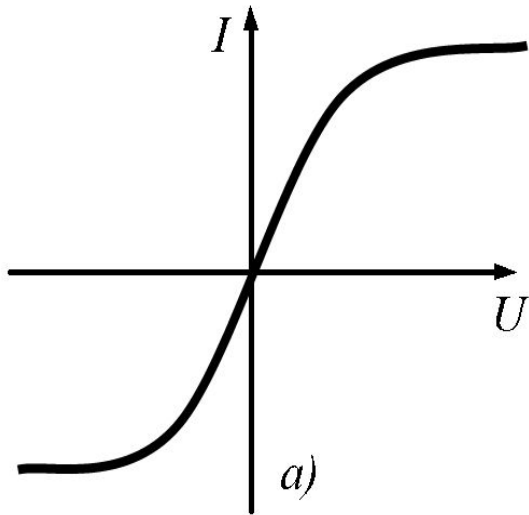
**многочисленные элементы** (транзисторы и тиристоры, резистивные выключатели)

мные т

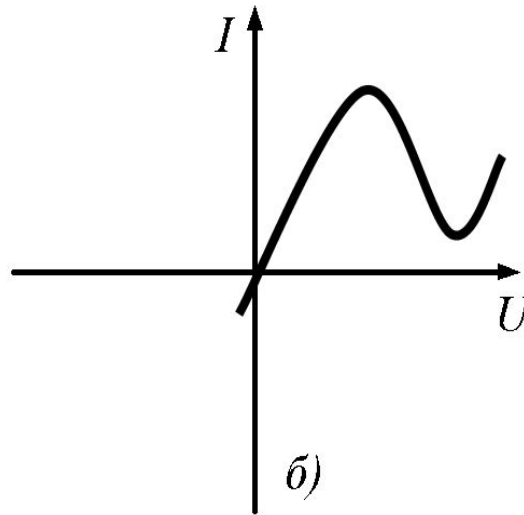




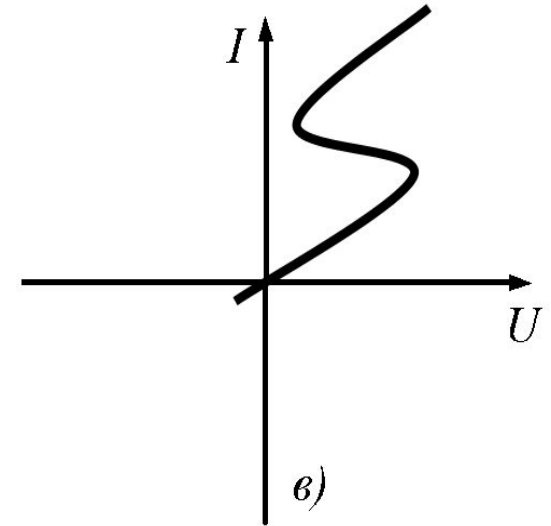
# Примеры статических ВАХ



а) СИММЕТРИЧНАЯ  
 $I(U) = -I(-U)$

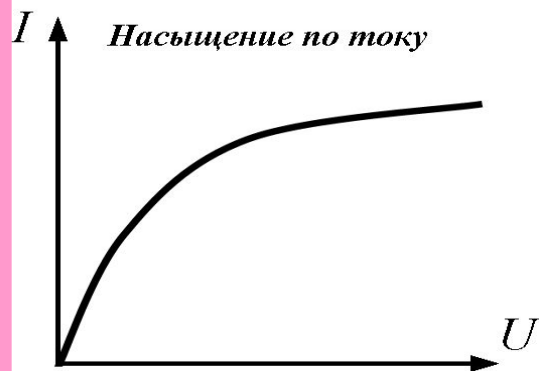


б) НЕСИММЕТРИЧНЫЕ  
 $I(U) \neq -I(-U)$ .



Различают нелинейные резистивные элементы с **МОНОТОННОЙ** (рис. а) и **НЕМОНОТОННОЙ** (рис. б и в) **ВАХ**.

# Типовые ВАХ нелинейных двухполюсников



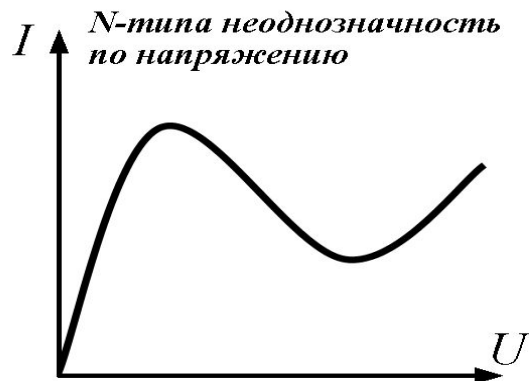
а)



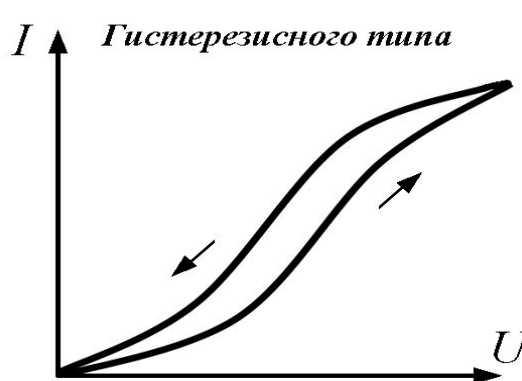
б)



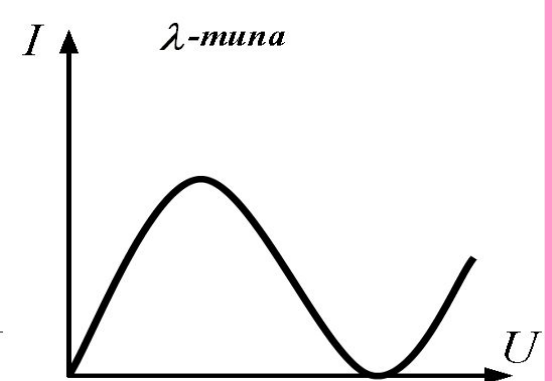
в)



г)

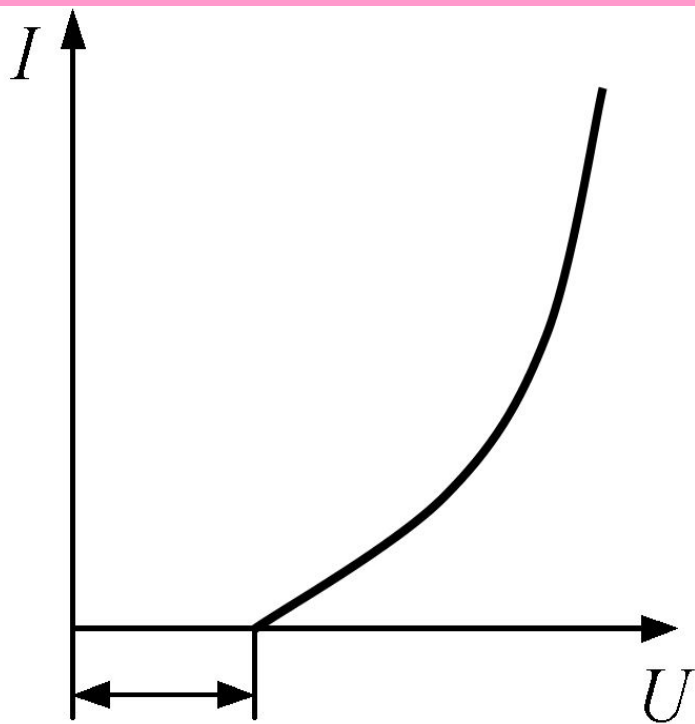


д)



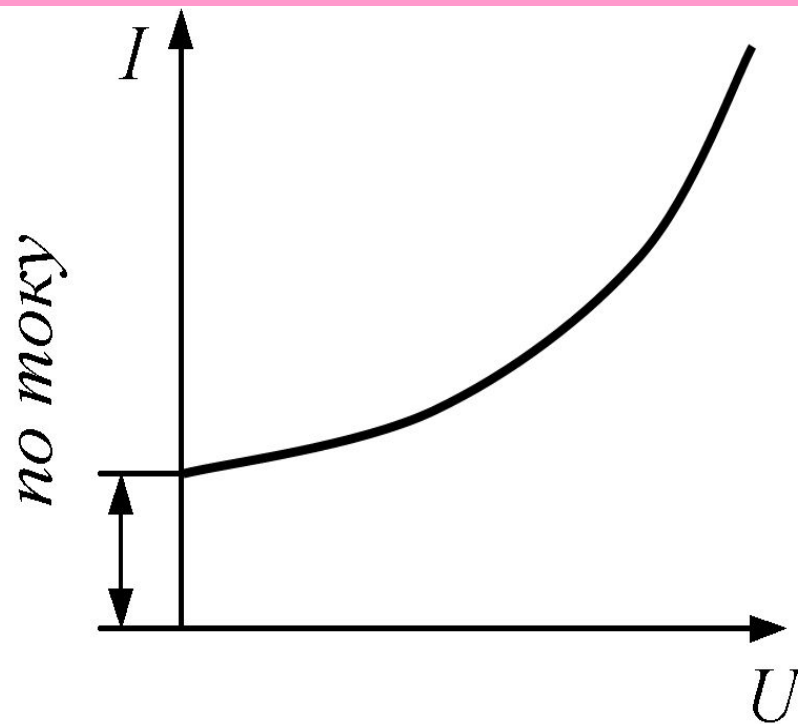
е)

# **ВАХ с зоной нечувствительности**



*по напряжению*

а)

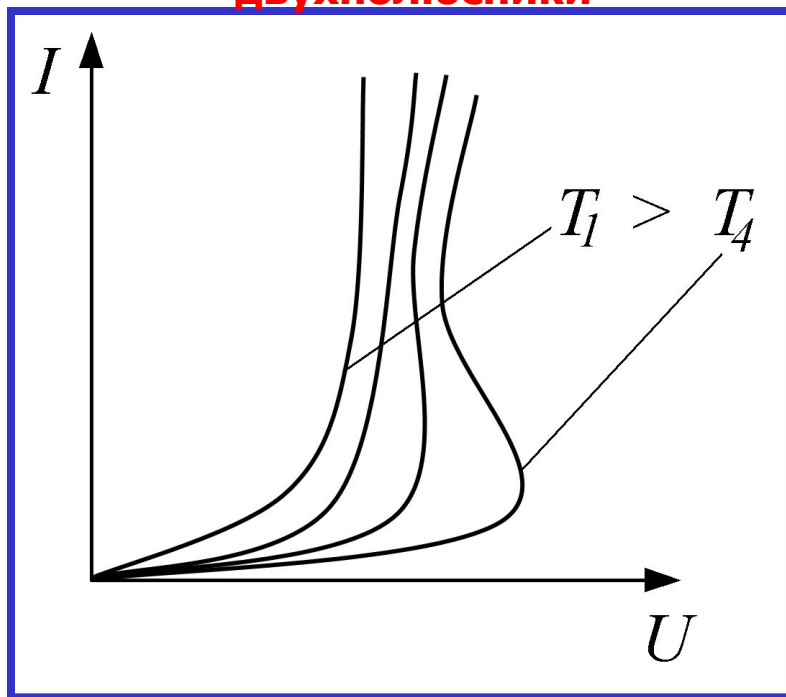


*по току*

б)

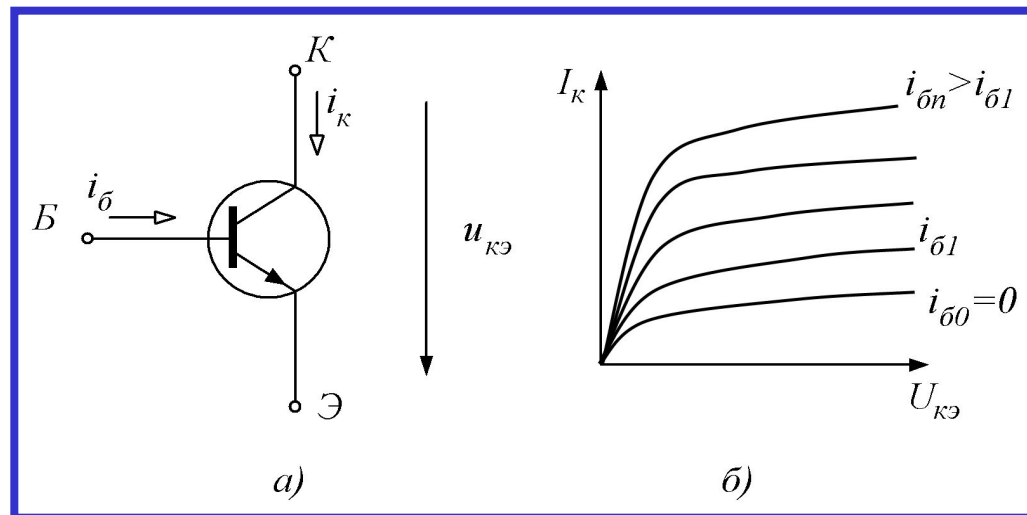
# Управляемые нелинейные элементы:

а) неэлектрически управляемые  
двухполюсники



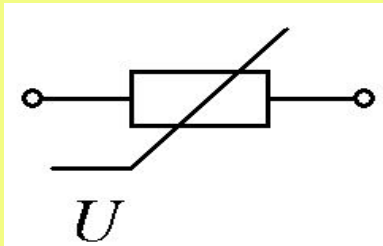
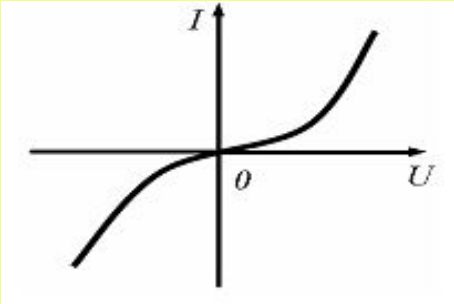
Семейство ВАХ  
термистора

б) электрически управляемые  
элементы

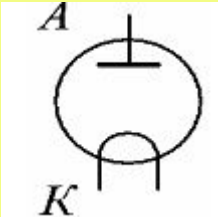
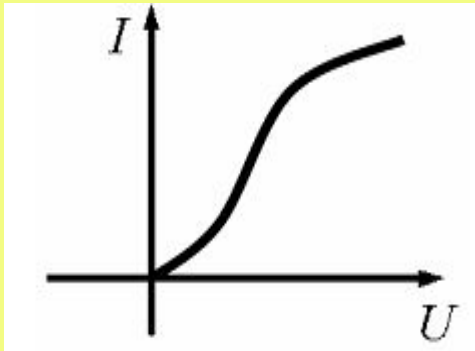
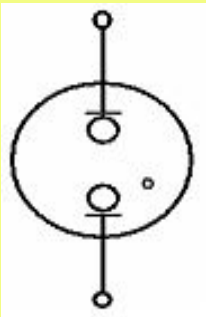
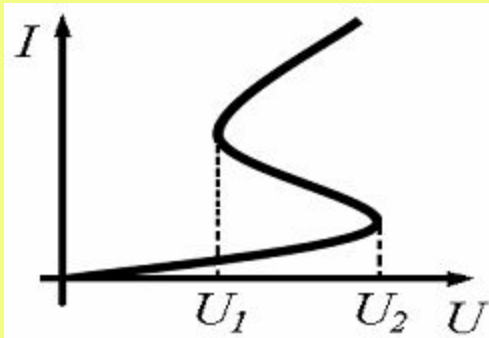


Транзистор и его выходные  
характеристики


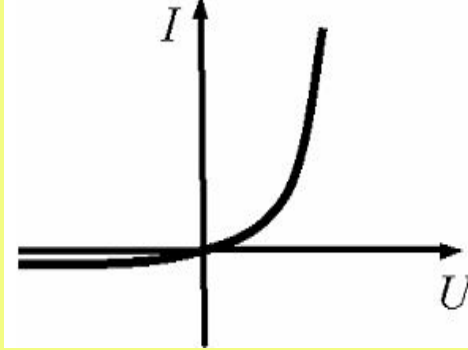

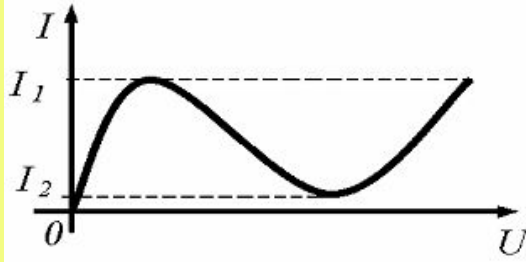
# Резистивные нелинейные элементы и их ВАХ

Элемент, графическое обозначение	Вид ВАХ	Характеристика ВАХ
1	2	3
<p><b>Варистор</b></p> 		<p>Симметричная <math>I(U) = -I(-U)</math>, МОНОТОННАЯ</p> <p><math>\frac{dI}{dU} &gt; 0</math></p>

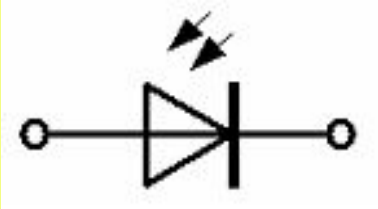
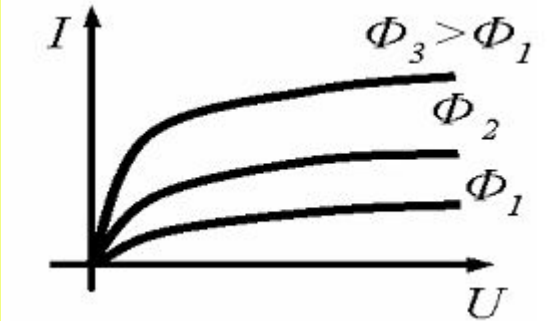
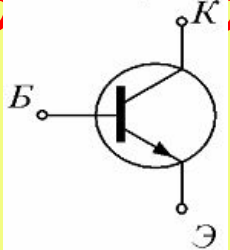
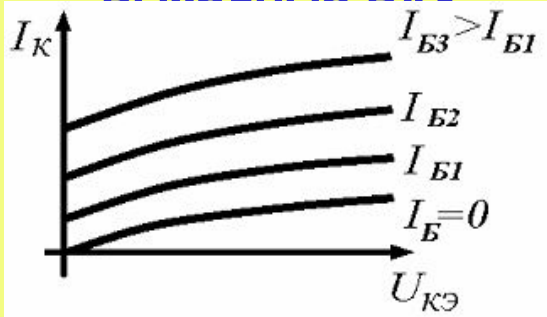
# Резистивные нелинейные элементы и их ВАХ (продолжение)

1	2	3
<p><b>Электроваку-умный диод</b></p> 		<p>Несимметричная, монотонная ВАХ <math>(dI/dU) &gt; 0</math></p>
<p><b>Неоновая лампа</b></p> 		<p>ВАХ с падающим участком <math>(dI/dU) &lt; 0</math>, несимметричная, немонотонная, S-типа</p>

# Резистивные нелинейные элементы и их ВАХ (продолжение)

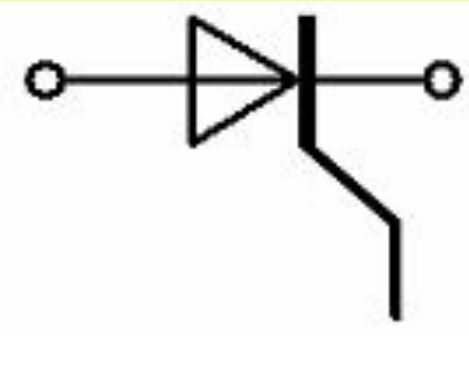
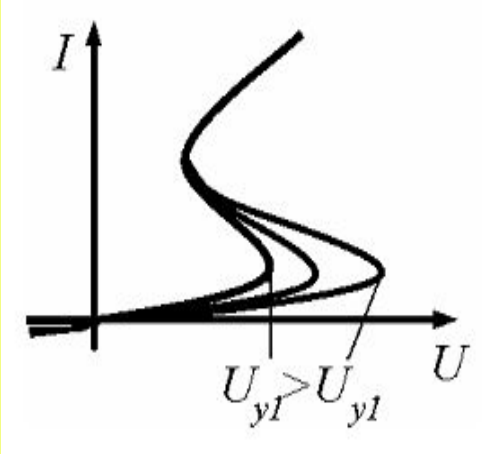
1	2	3
<p><b>Полупроводниковый диод</b></p> 		<p><b>ВАХ несимметричная, монотонная</b></p>
<p><b>Туннельный диод</b></p> 		<p><b>ВАХ с падающим участком, несимметричная, немонотонная, N-типа</b></p>

# Резистивные нелинейные элементы и их ВАХ (продолжение)

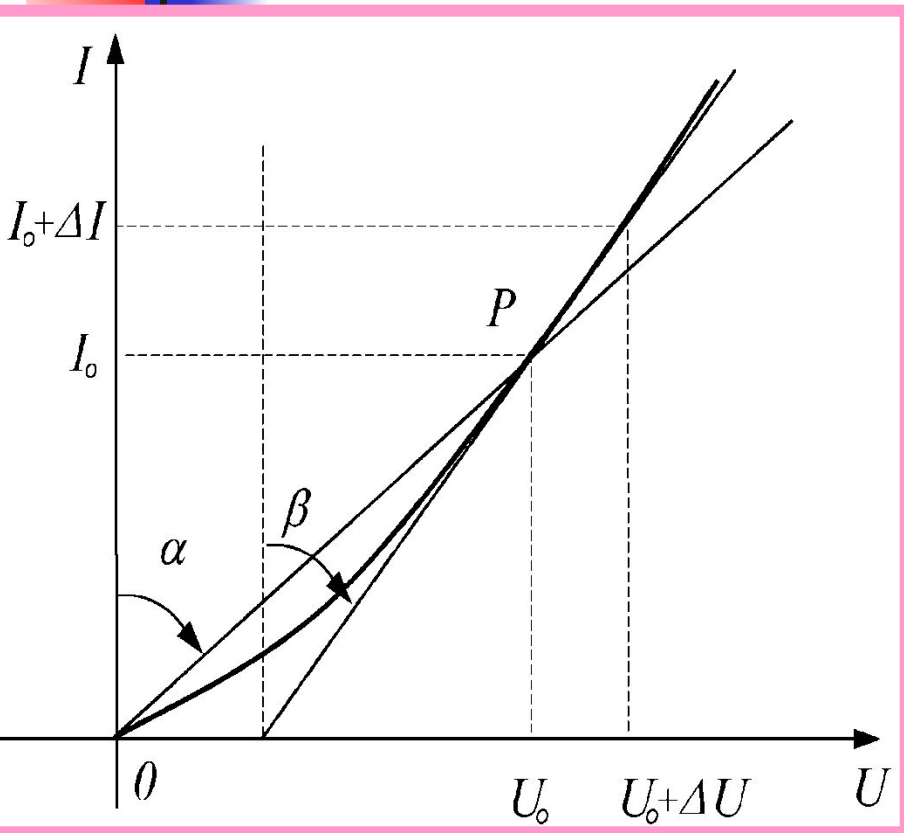
1	2	3
<p><b>Фотодиод</b></p> 		<p><b>ВАХ</b>          несимметрична,          монотонна, с          насыщением по          току.          Сопротивление          зависит от          светового потока</p>
<p><b>Биполярный          транзистор</b></p> 	<p><b>Выходные ВАХ</b></p> 	<p><b>ВАХ</b>          несимметрична,          монотонна, с          насыщением по          току.  <math>I_k = I(I_B, U_{кэ})</math></p>



# Резистивные нелинейные элементы и их ВАХ (продолжение)

1	2	3
<p data-bbox="247 554 571 625"><b>Тиристор</b></p>  <p>The image shows the standard circuit symbol for a thyristor. It consists of a triangle pointing to the right, followed by a vertical line, and then a diagonal line extending downwards and to the right. Two terminals are shown as small circles on the horizontal line passing through the symbol.</p>	 <p>The graph shows the current-voltage (I-U) characteristic of a thyristor. The vertical axis is labeled 'I' and the horizontal axis is labeled 'U'. The curve starts at the origin, rises to a peak, then drops sharply to a lower current level, and then rises again. Two points on the horizontal axis are marked with vertical lines and labeled <math>U_{yI}</math> and <math>U_{yI}</math>, with the text <math>U_{yI} &gt; U_{yI}</math> between them, indicating the range of voltages where the device exhibits bistable behavior.</p>	<p data-bbox="1534 554 1676 605"><b>ВАХ</b></p> <p data-bbox="1340 639 1870 1148">несимметрична, немонотонна, S-типа, зависит от напряжения на управляющем электроде</p>

### 3. Статические и дифференциальные параметры резистивных нелинейных элементов



$$R_{cm} = \frac{U_0}{I_0} = k \operatorname{tg} \alpha$$

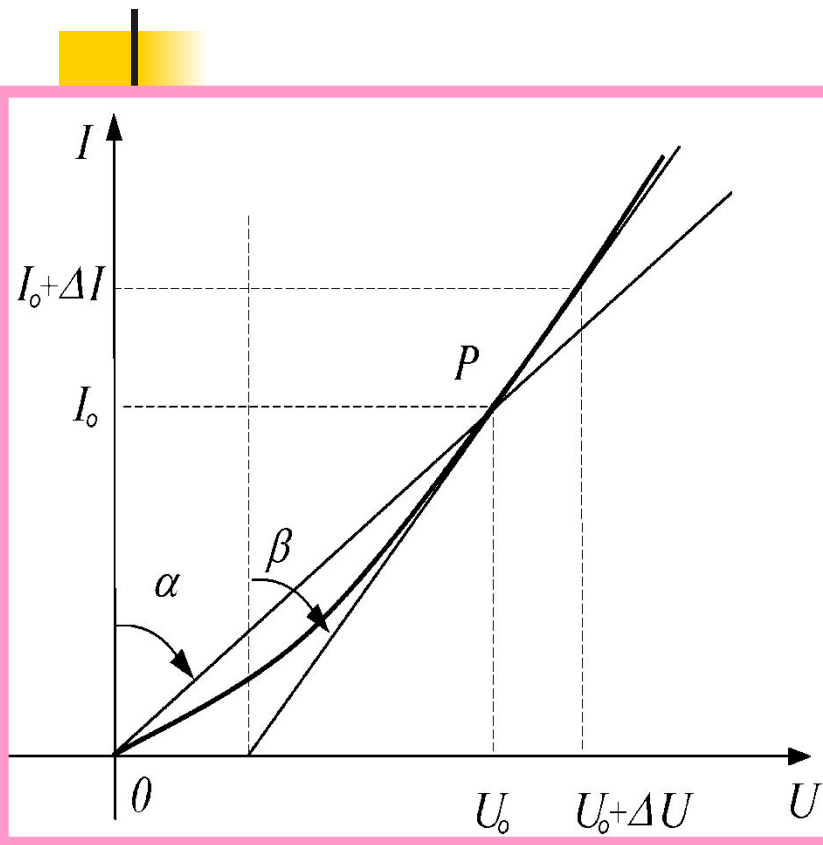
$$k = \frac{m_u}{m_i}$$

**Статическое сопротивление** – это отношение напряжения к току в данной точке ВАХ. **Статическое сопротивление** – это сопротивление

**Статическая проводимость** есть величина, обратная статическому

$$G_{cm} = \frac{1}{R_{cm}} = \frac{I_0}{U_0} = \frac{1}{k} \operatorname{ctg} \alpha.$$

## 3.2 Дифференциальные параметры



$$R_{\text{диф.}} = \frac{\Delta U}{\Delta I}.$$

**Дифференциальное сопротивление – это предел отношения приращения напряжения к соответствующему приращению тока при небольшом смещении рабочей точки на ВАХ под воздействием переменного**

**напряжения малой амплитуды:**

$$R_{\text{диф.}} = \lim_{\Delta I \rightarrow 0} \frac{\Delta U}{\Delta I} = \left. \frac{dU}{dI} \right|_{(.)P} = \text{ctg} \beta,$$

**Дифференциальное сопротивление – это сопротивление нелинейного элемента переменному току малой амплитуды.**

$$S = G_{\text{диф}} = \frac{1}{R_{\text{диф}}} = \frac{dI}{dU} = \frac{1}{k} \text{ctg} \beta$$

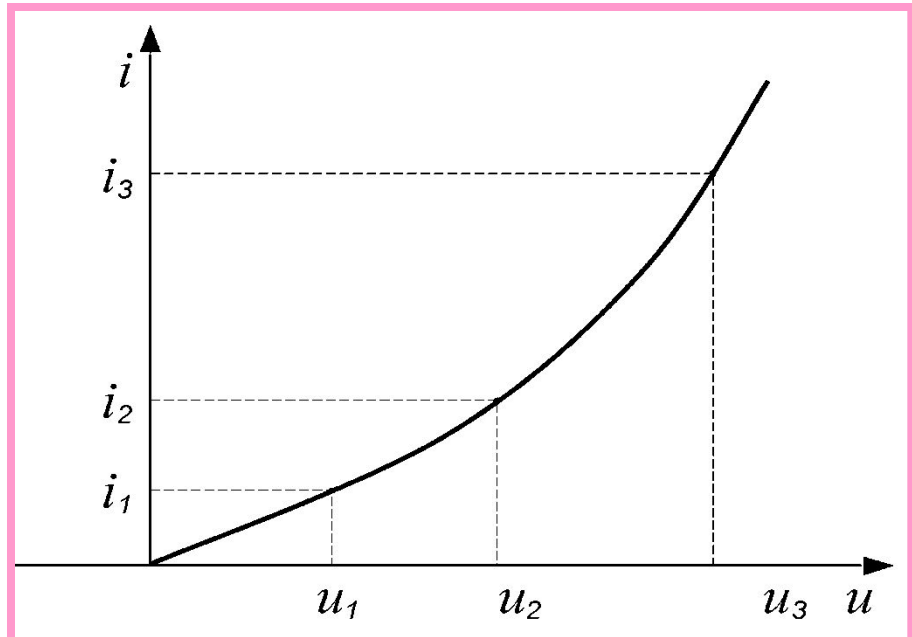
## 4. Аппроксимация ВАХ нелинейных элементов

### 4.1 Полиномиальная аппроксимация на основе метода трёх точек

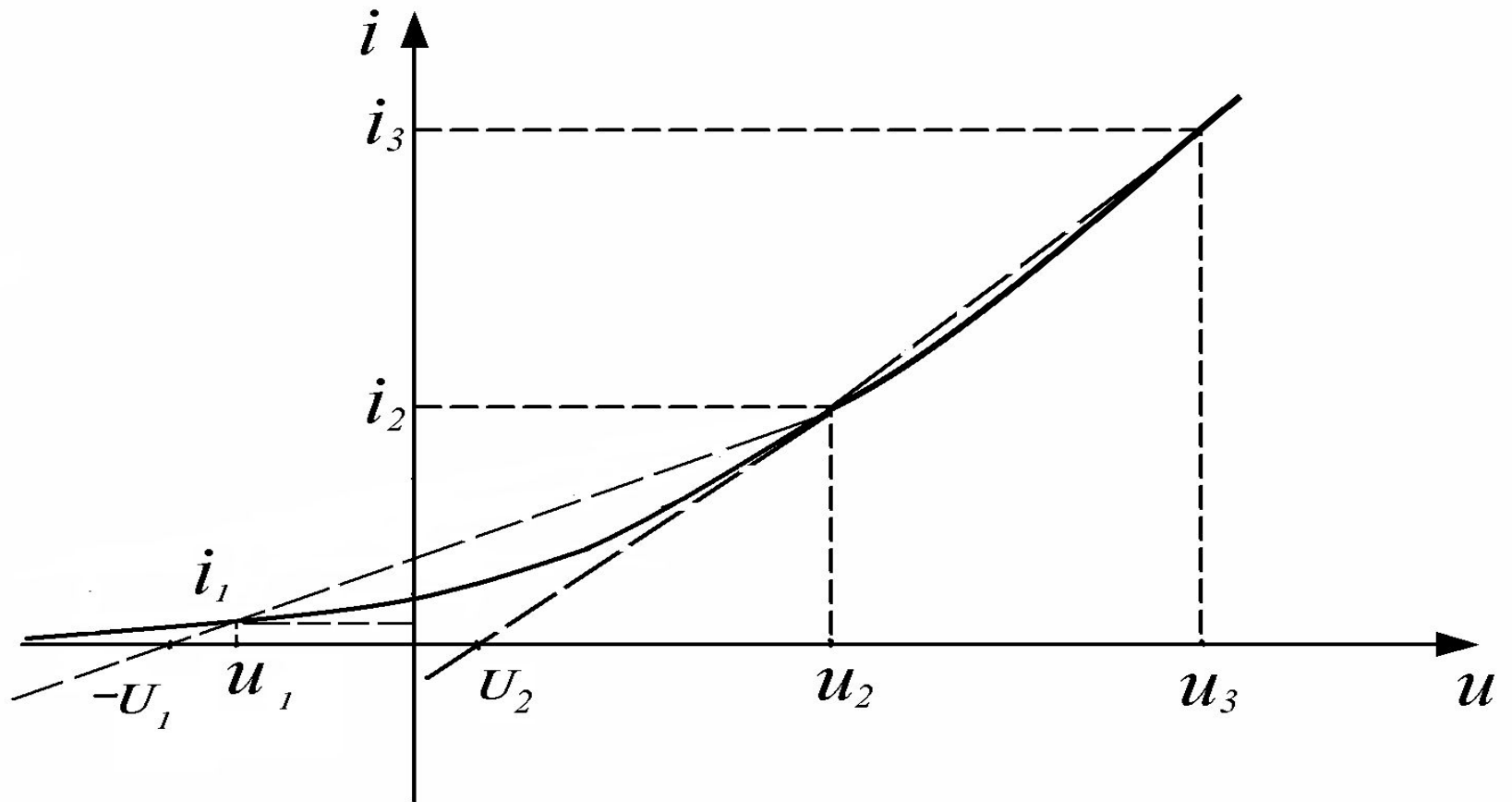
$$i(u) = i(u_0) + \frac{i'(u_0)}{1!} (u - u_0) + \frac{i''(u_0)}{2!} (u - u_0)^2 + \dots =$$
$$= a_0 + a_1 u + a_2 u^2 + \dots + a_n u^n + \dots,$$

#### Формула ряда Тейлора

$$\left. \begin{aligned} i_1 &= a_0 + a_1 u_1 + a_2 u_1^2 \\ i_2 &= a_0 + a_1 u_2 + a_2 u_2^2 \\ i_3 &= a_0 + a_1 u_3 + a_2 u_3^2 \end{aligned} \right\}$$



## 4.2 Кусочно-линейная аппроксимация. Пример



# Кусочно-линейная аппроксимация

$$S_1 = \frac{i_2 - i_1}{u_2 - u_1},$$

$$S_2 = \frac{i_3 - i_2}{u_3 - u_2}.$$

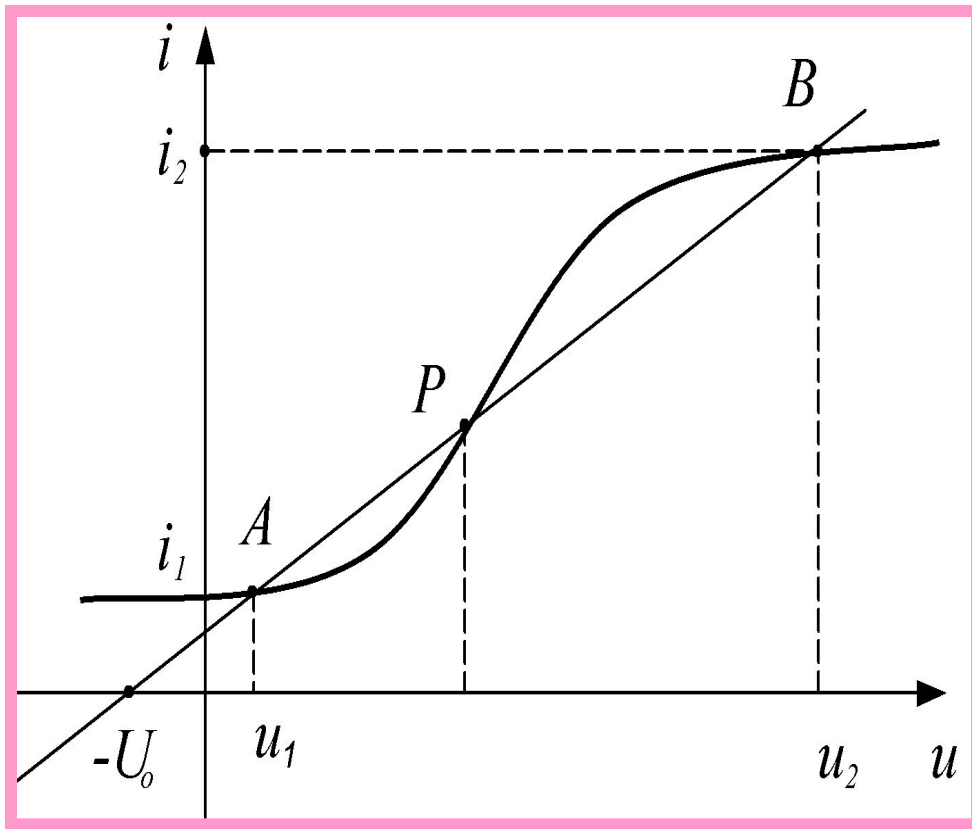
$$u = -U_1 + \frac{1}{S_1} i$$

при  $i \in [i_1, i_2]$

$$u = U_2 + \frac{1}{S_2} i$$

при  $i \in [i_2, i_3]$

# Кусочно-линейная аппроксимация



$$S_1 = \frac{i_2 - i_1}{u_2 - u_1},$$

$$u = -U_0 + \frac{1}{S} i$$

## 5. ТОК В НЕЛИНЕЙНОМ РЕЗИСТОРЕ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ГАРМОНИЧЕСКОГО НАПРЯЖЕНИЯ. АНАЛИЗ АНАЛИТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

$$i = a_0 + a_1 u + a_2 u^2 + \dots + a_n u^n = \sum_{k=0}^n a_k u^k,$$

$$u = U_m \cos \omega t$$

$$a_2 (U_m \cos \omega t)^2 = \frac{a_2 U_m^2}{2} (1 + \cos 2\omega t);$$

$$a_4 (U_m \cos \omega t)^4 = \frac{a_4 U_m^4}{8} (3 + 4 \cos 2\omega t + \cos 4\omega t);$$

$$a_3 (U_m \cos \omega t)^3 = \frac{a_3 U_m^3}{4} (3 \cos \omega t + \cos 3\omega t);$$

$$a_5 (U_m \cos \omega t)^5 = \frac{a_5 U_m^5}{16} (10 \cos \omega t + 5 \cos 3\omega t + \cos 5\omega t)$$

$$i = I_0 + \sum_{k=1}^n I_{mk} \cos k\omega t,$$

$$I_0 = a_0 + \frac{1}{2} a_2 U_m^2 + \frac{3}{8} a_4 U_m^4 + \frac{5}{16} a_6 U_m^6 + \dots;$$

$$I_{m2} = \frac{1}{2} a_2 U_m^2 + \frac{1}{2} a_4 U_m^4 + \frac{15}{32} a_6 U_m^6 + \dots;$$

$$I_{m1} = a_1 U_m + \frac{3}{4} a_3 U_m^3 + \frac{5}{8} a_5 U_m^5 + \dots;$$

$$U_{mn} = \frac{1}{2^{n-1}} a_n U_m^n.$$



$$i = I_0 + \sum_{k=1}^n I_{mk} \cos k\omega t,$$

## **Ток в нелинейном резисторе при воздействии гармонического напряжения**

### **Выводы**

- 1. Реакция нелинейного элемента на гармоническое внешнее воздействие определенной частоты  $\omega$  представляет собой сумму постоянной составляющей  $I_0$  и гармонических составляющих (гармоник) с частотами, кратными частоте внешнего воздействия.**
- 2. Основные гармоники напряжения и тока совпадают по фазе, т.е. резистивный элемент потребляет только активную мощность по первой гармонике.**
- 3. Амплитуда  $k$ -й гармоники  $I_{mk}$  зависит только от членов полинома  $k$ -й и более высоких степеней.**
- 4. Амплитуды четных гармоник и постоянная составляющая определяется только членами полинома четных степеней, а амплитуды нечетных гармоник – членами полинома нечетных степеней.**

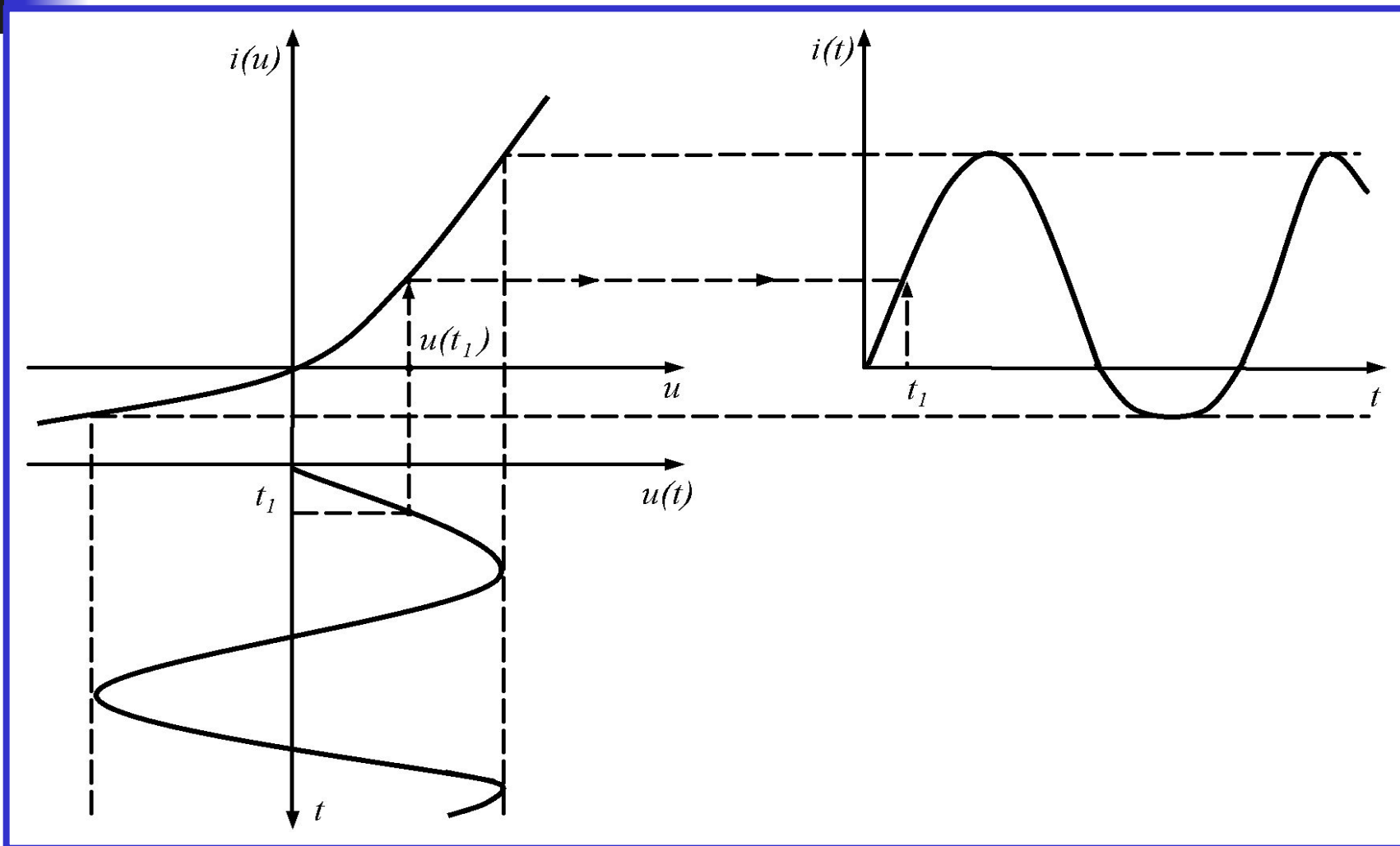
**6. Ток в нелинейном резисторе при воздействии гармонического напряжения. Анализ**

**графическим методом  
Алгоритм анализа НЭЦ графическим методом**

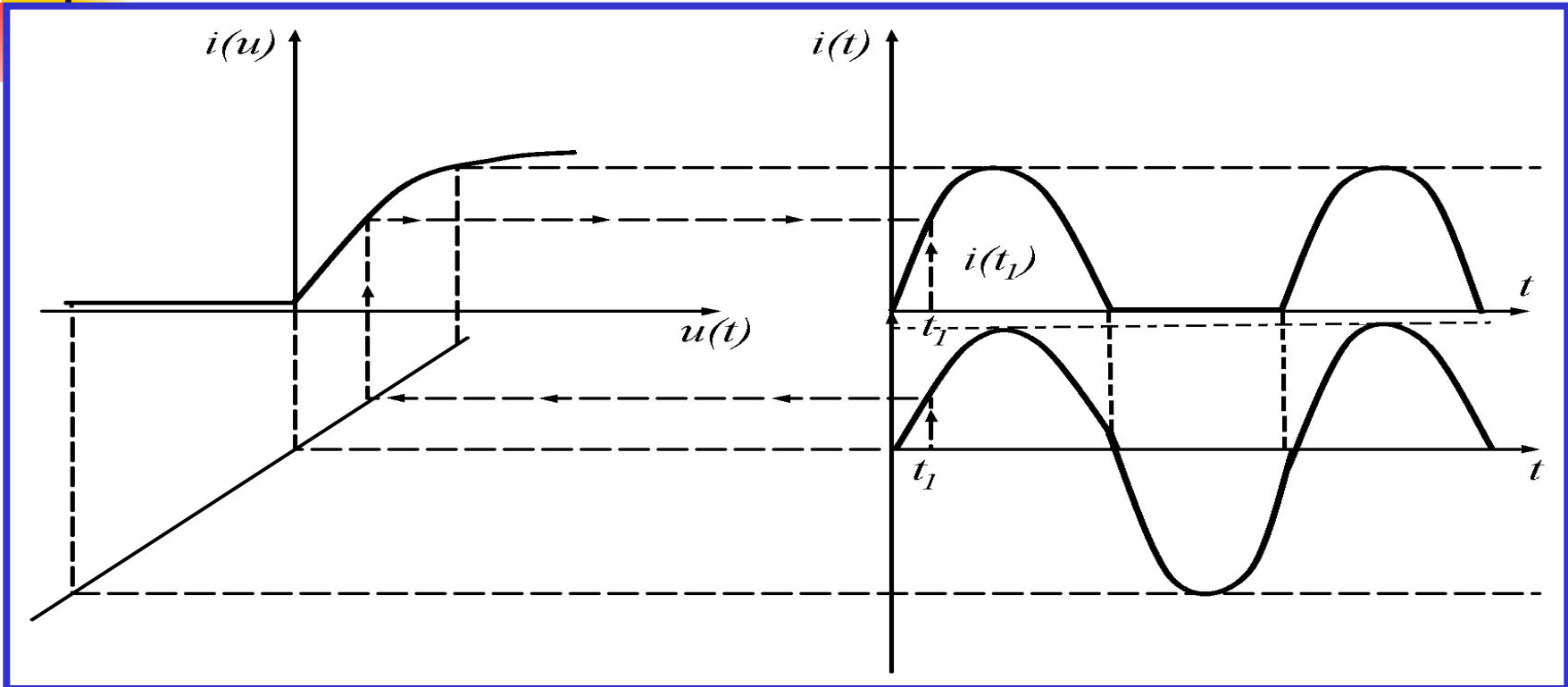
**1) для  $t_i$  по графику функции  $u(t)$  найти мгновенное значение внешнего воздействия  $u(t_i)$ ;**

**2) по ВАХ  $i(u)$  определить соответствующие этим внешним воздействиям мгновенные значения реакции  $i(t_i)$  на графике  $i = i(t)$ .**

# Определение тока в нелинейном резисторе графическим методом



# Определение тока в нелинейном резисторе графическим методом с помощью служебной ОСИ



**Вывод:** реакция нелинейной цепи на гармоническое воздействие в общем случае не является

# Определение ВАХ нелинейного резистивного элемента

