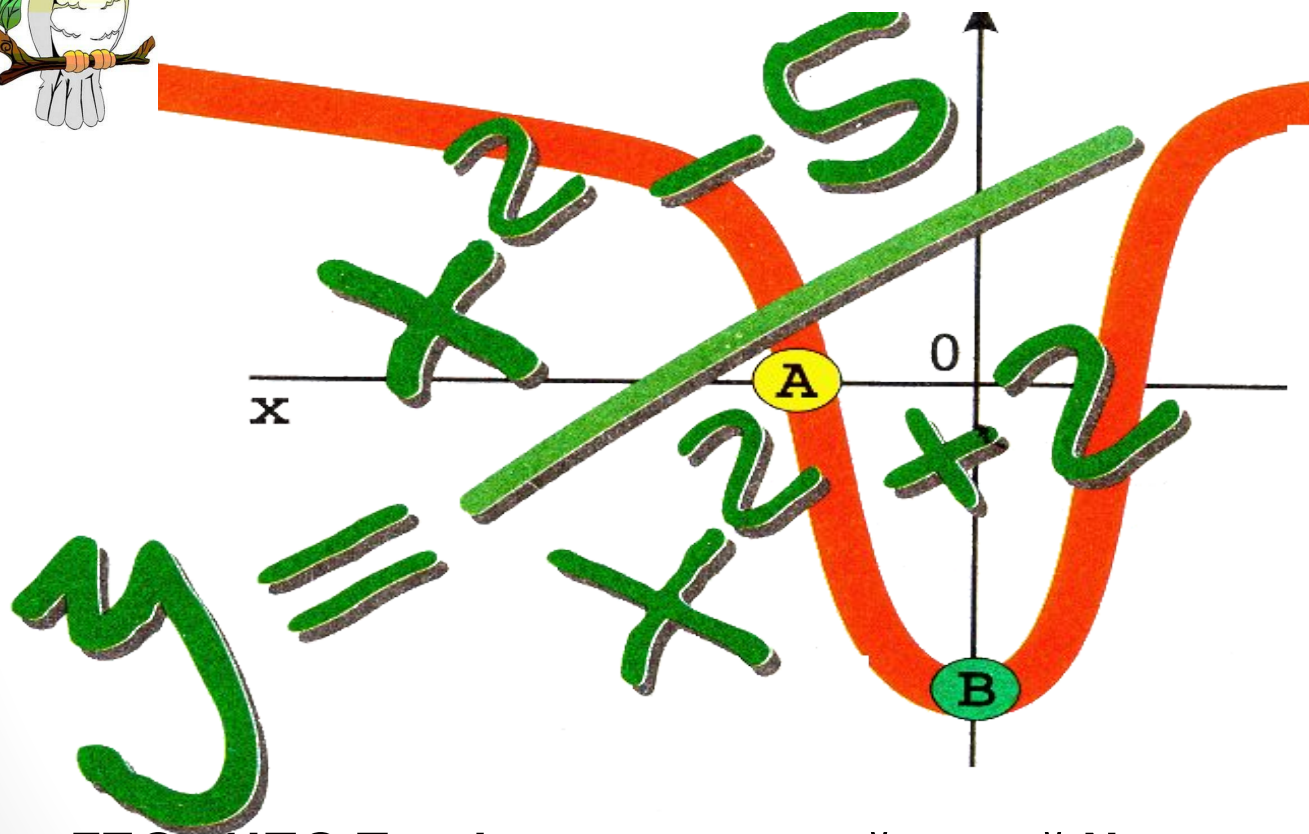


# «Функции и графики»

Презентация к уроку



ГБОУ НПО Профессиональный лицей №80  
Преподаватель математики Савицкая Галина  
Ивановна

# «Функции и

преобразования

1. Что такое функция? Определение



2. Графики элементарных функций



3. Свойства функции



Упражнения: Указать свойства функции



4. Как построить график по заданным свойствам функции



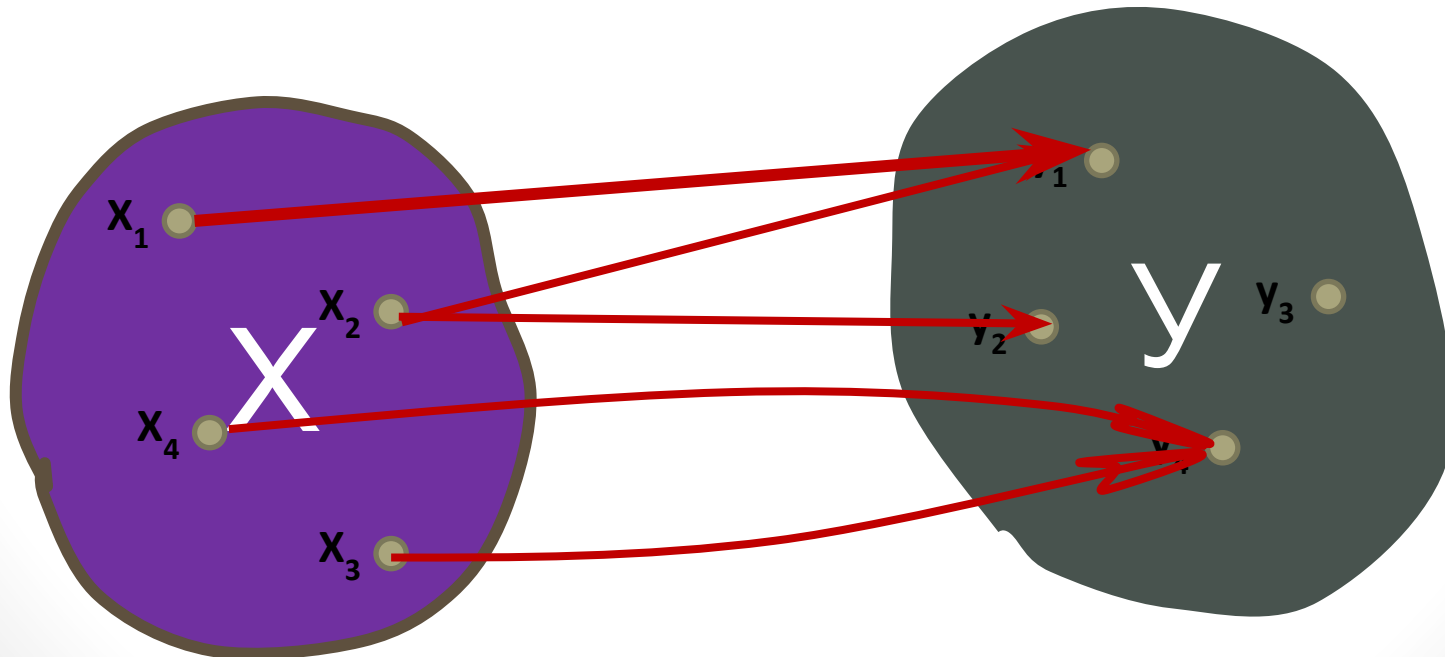
5. Преобразование графиков функций



# ОПРЕДЕЛЕНИЕ

Пусть есть множества  $X$  и  $Y$ . Если каждому элементу  $x$  из множества  $X$  по некоторому правилу сопоставлен единственный элемент  $y$  из множества  $Y$ , то говорят, что

задана функция  $y = f(x)$   
 $X \xrightarrow{f(\text{закон})} Y$



Говорят , что  $y$  есть функция от  $x$

$$y=f(x)$$

При этом:

$X=\{X_1; X_2; X_3 \dots X_n\}$  – область определения  
функции ООФ или  $D(y)$

$y$  – множество значений функции  
МЗФ или  $E(y)$

$X$  – независимая переменная или аргумент

$Y$  – зависимая переменная или функция

# Способы задания функции

## 1) Формулой

$$y = 3x$$

$$y = x^2 + 2x - 4$$

$$f(x) = \log_2 (3x+4)$$

$$f(x) = \cos 2x$$

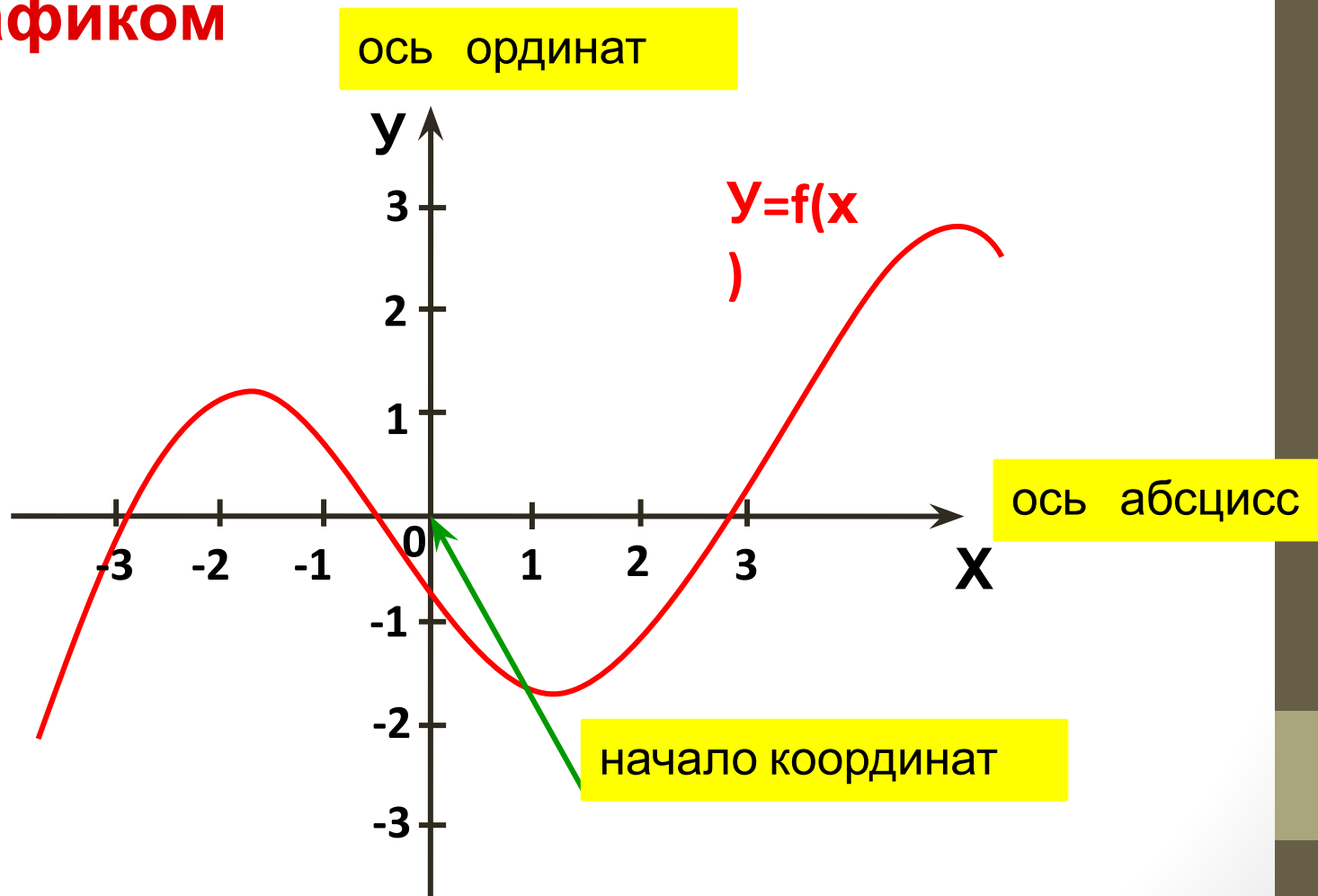
## 2) Таблицей

x	1	2	3	4	5
y	1	8	15	20	22

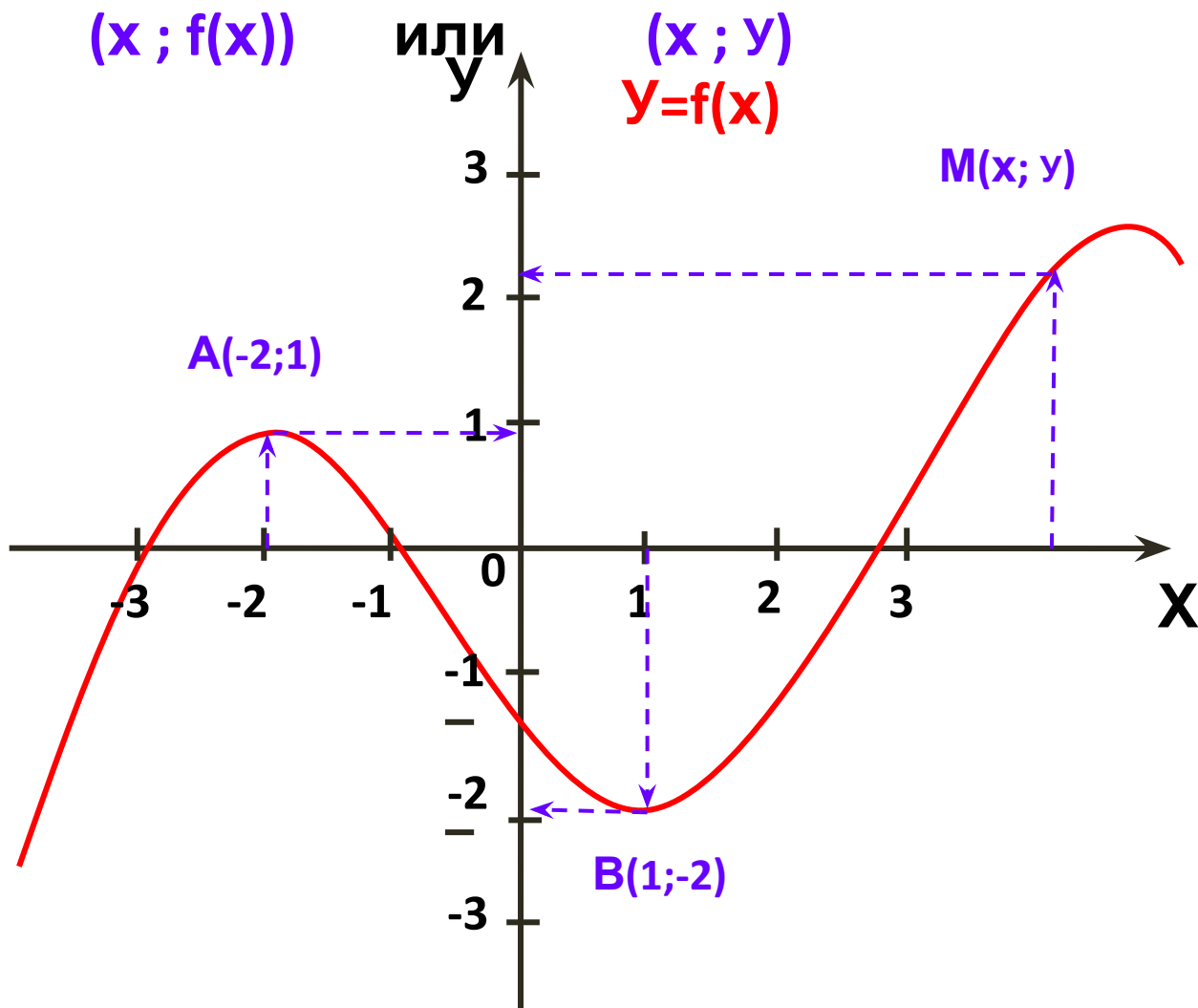
# Способы задания функции

3)

Графиком



Графиком функции  $Y=f(x)$  называется множество точек координатной плоскости имеющих координаты



# Графики элементарных функций

## 1. Линейная функция $y = kx + b$

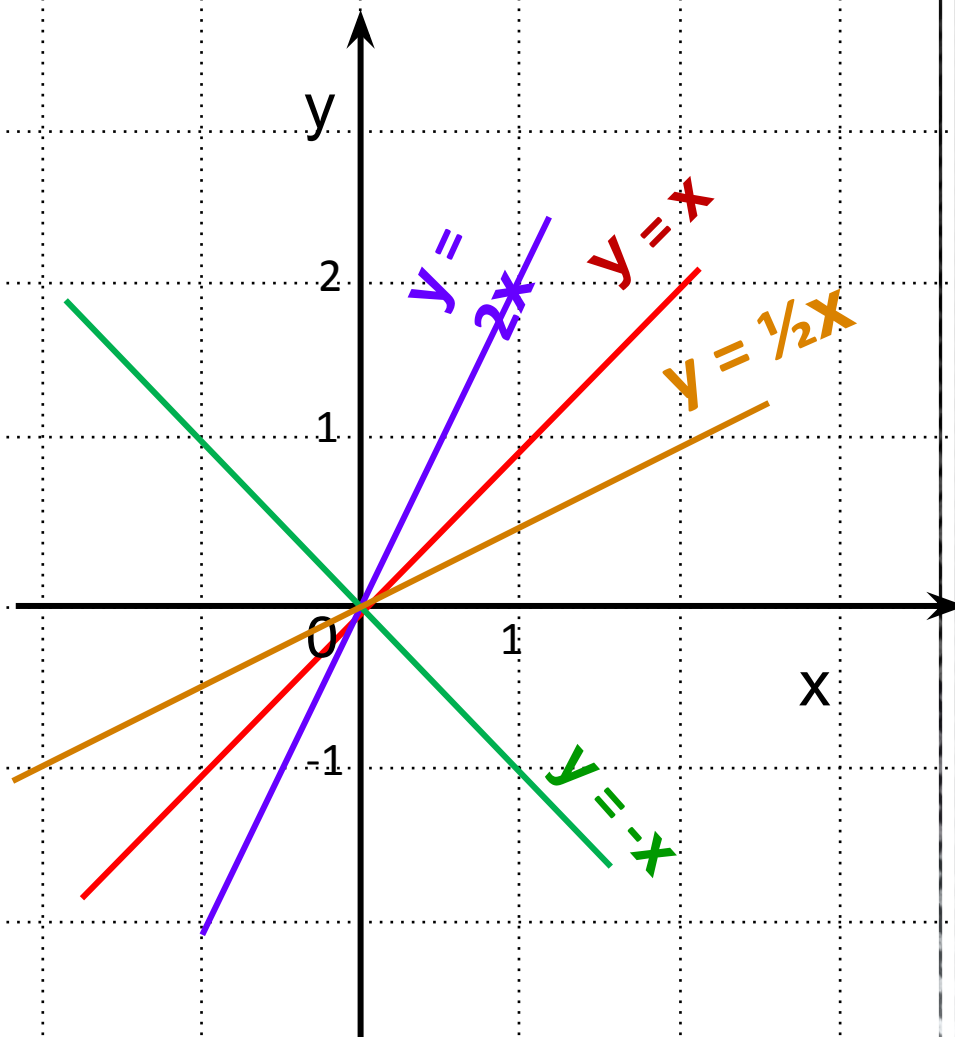
$k$  – угловой коэффициент

$y = x$        $k=1$

$y = 2x$        $k=2$

$y = -x$        $k=-1$

$y = \frac{1}{2}x$        $k = \frac{1}{2}$





# Графики элементарных функций

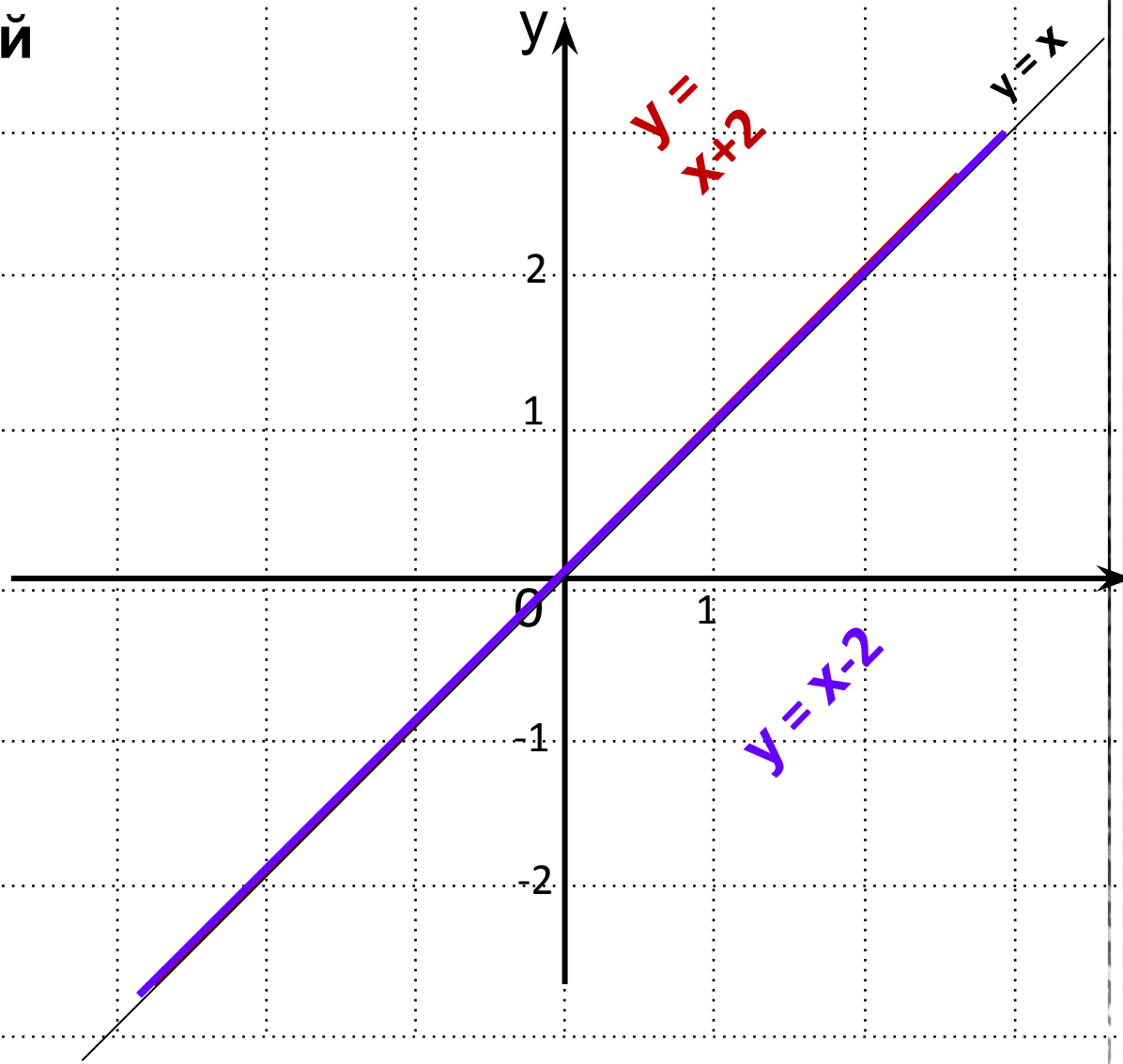
## 1. Линейная функция:

$k$  – угловой коэффициент

$$y = x + 2$$

$$y = x - 2$$

$$y = kx + b$$



# Графики элементарных функций

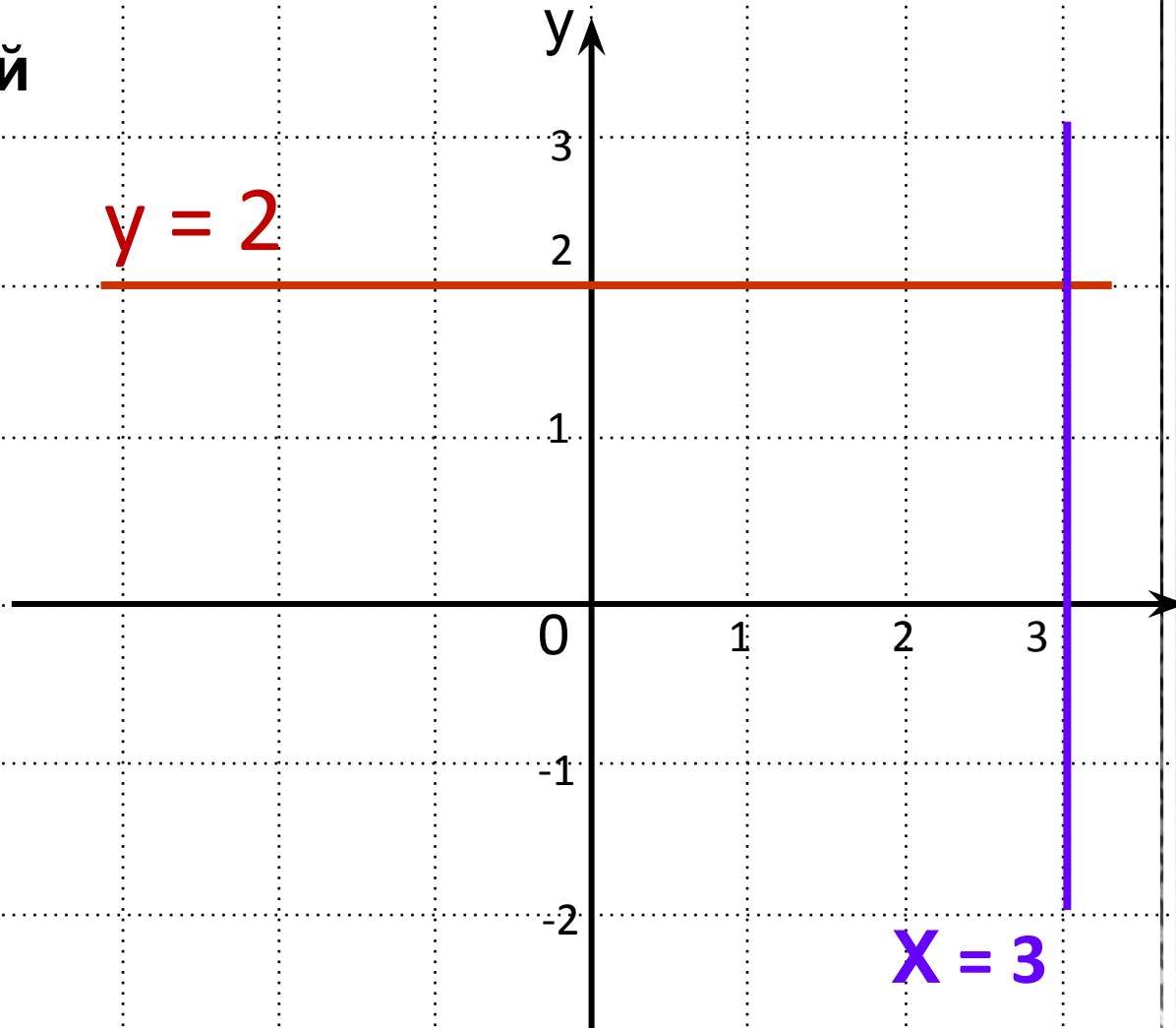
## 1. Линейная функция:

$$y = kx + b$$

$k$  – угловой коэффициент

$$y = 2$$

$$x = 3$$



# Графики элементарных функций

2. Квадратичная функция  $y = ax^2 + bx + c$

**парабола**

Координаты  
вершины параболы

:

$$\frac{b}{2a}$$

$$x_0 = -\frac{b}{2a}$$

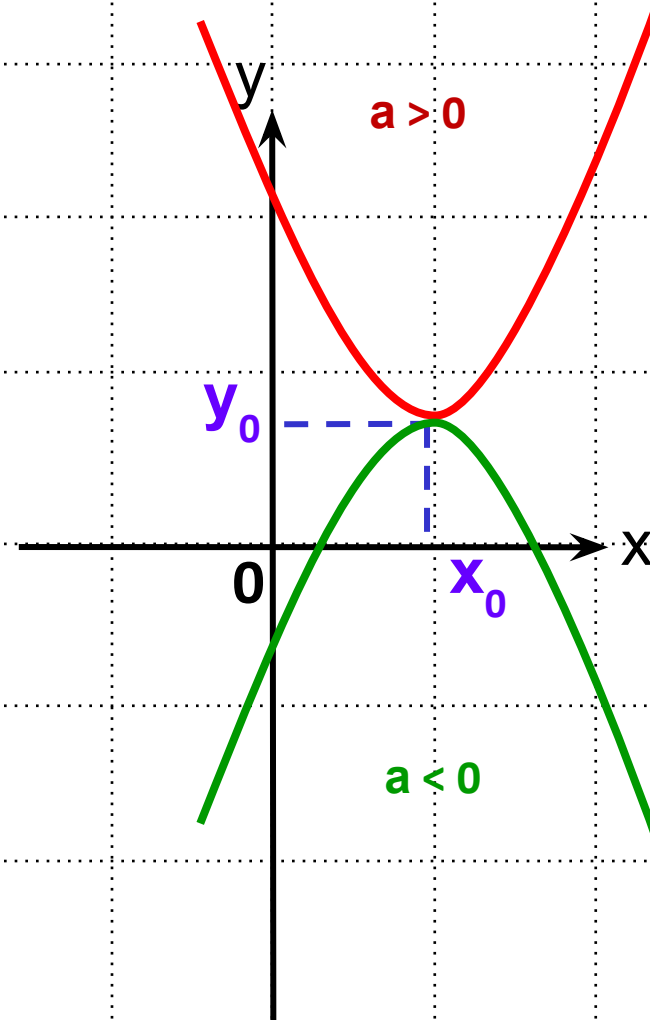
$$y_0 = a(x_0)^2 + bx_0 + c$$

**если  $a > 0$**

**Ветви параболы направлены  
вверх**

**если  $a < 0$**

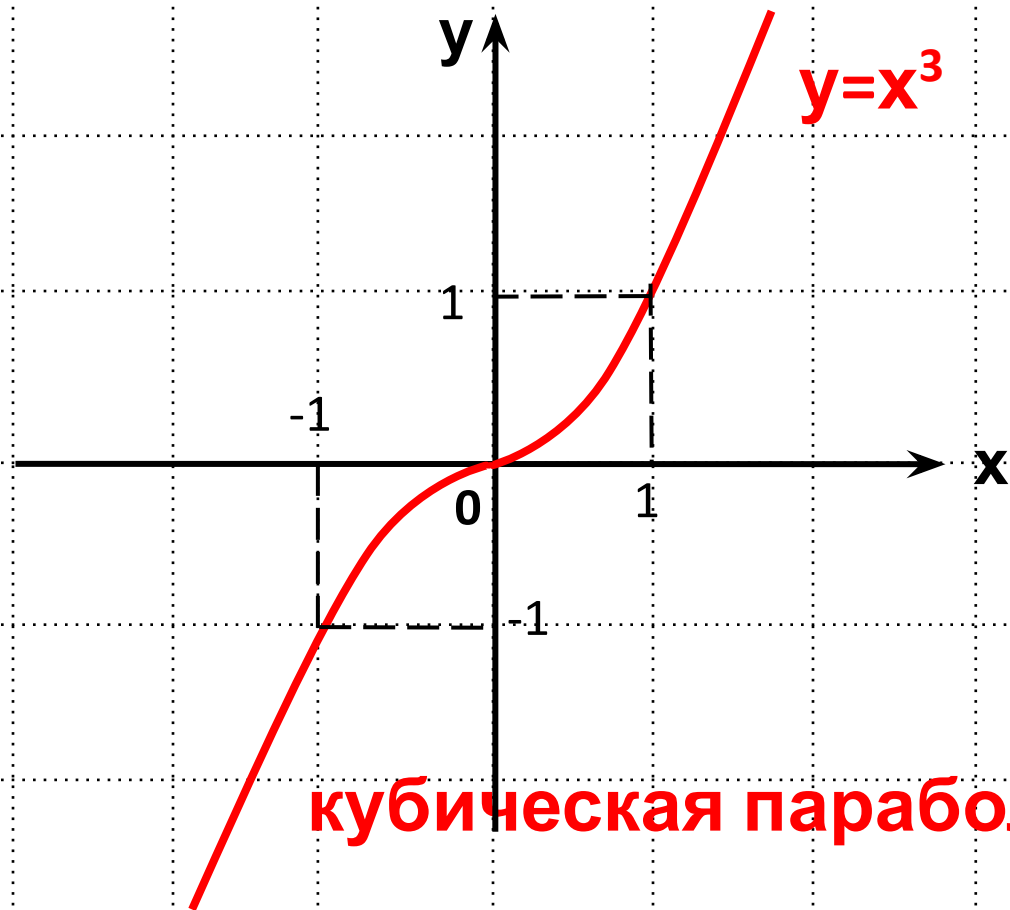
**Ветви параболы направлены  
вниз**



# Графики элементарных функций

3. Кубическая функция:  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$

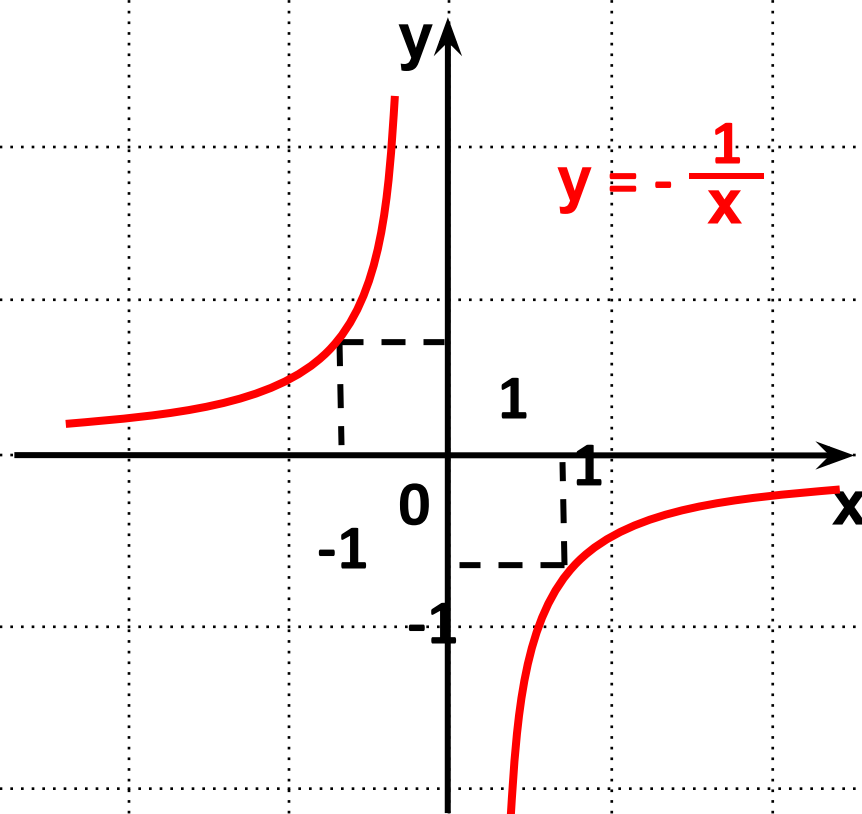
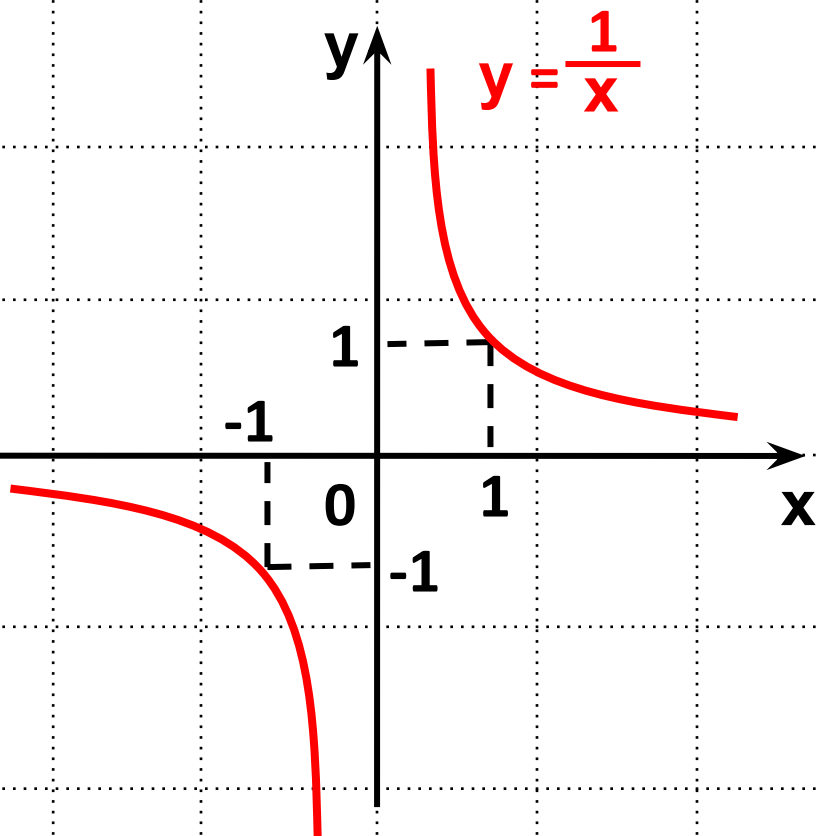
$$y = x^3$$



кубическая парабола

# Графики элементарных функций

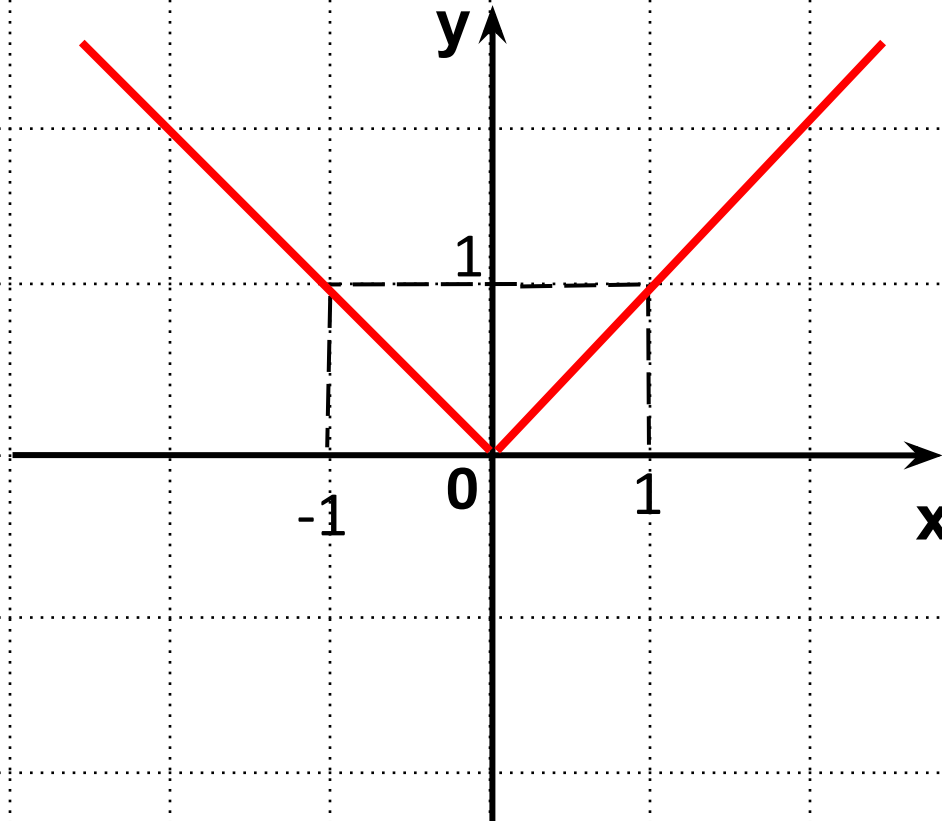
4. Обратная пропорциональная функция:  $y = \frac{k}{x}$



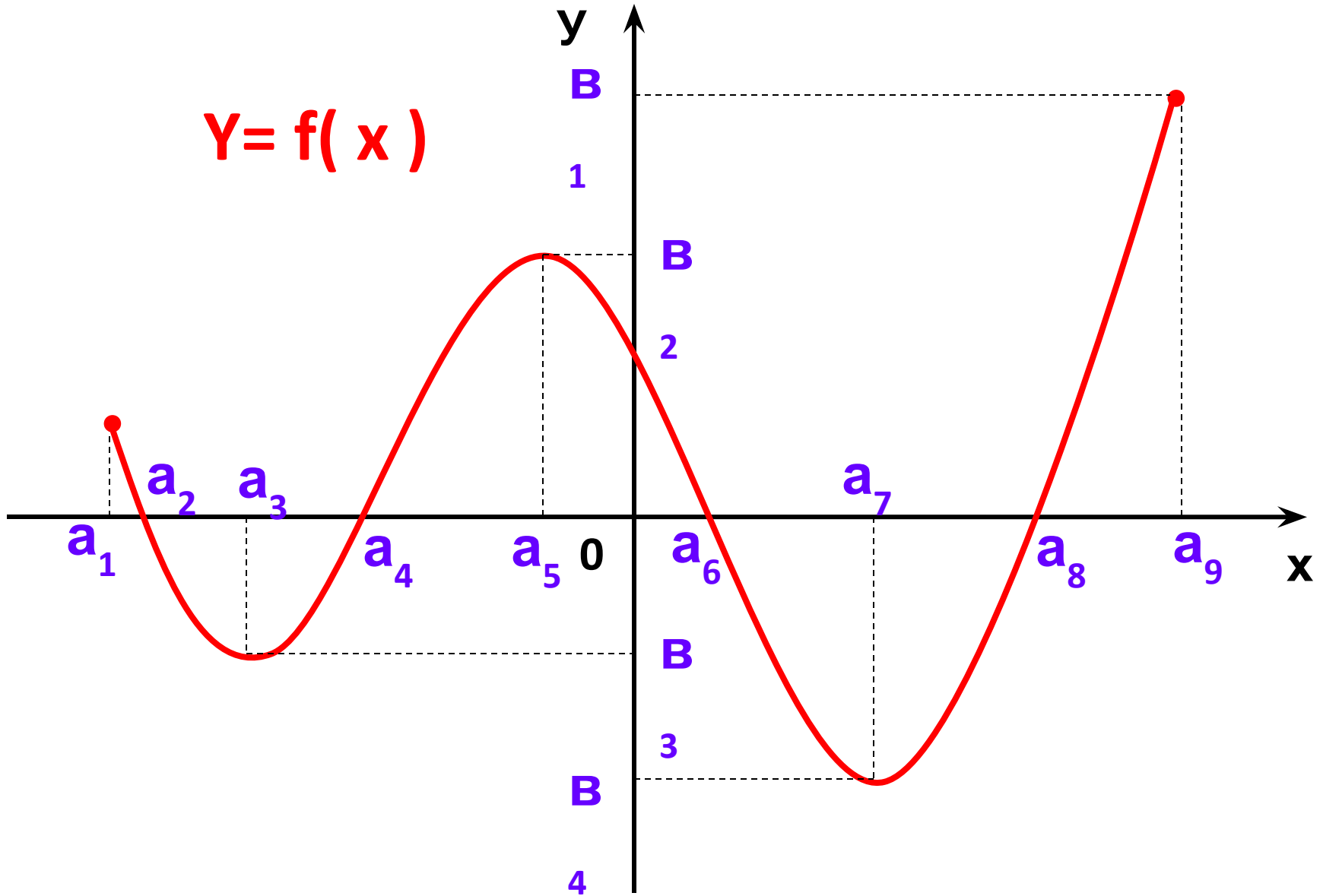
гипербол  
а

# Графики элементарных функций

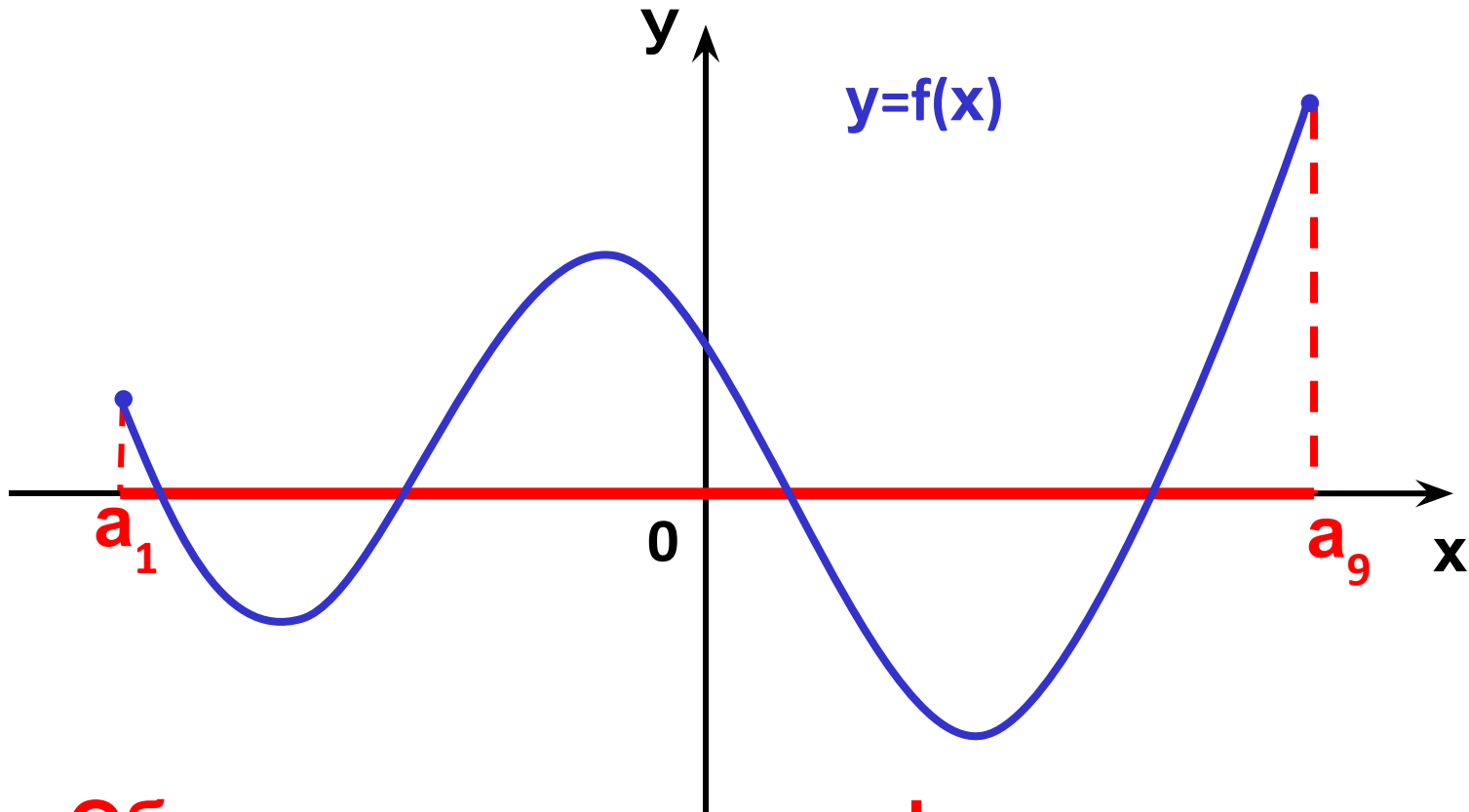
5. Модульная функция:  $y = |x|$



# СВОЙСТВА ФУНКЦИЙ



# СВОЙСТВА ФУНКЦИЙ



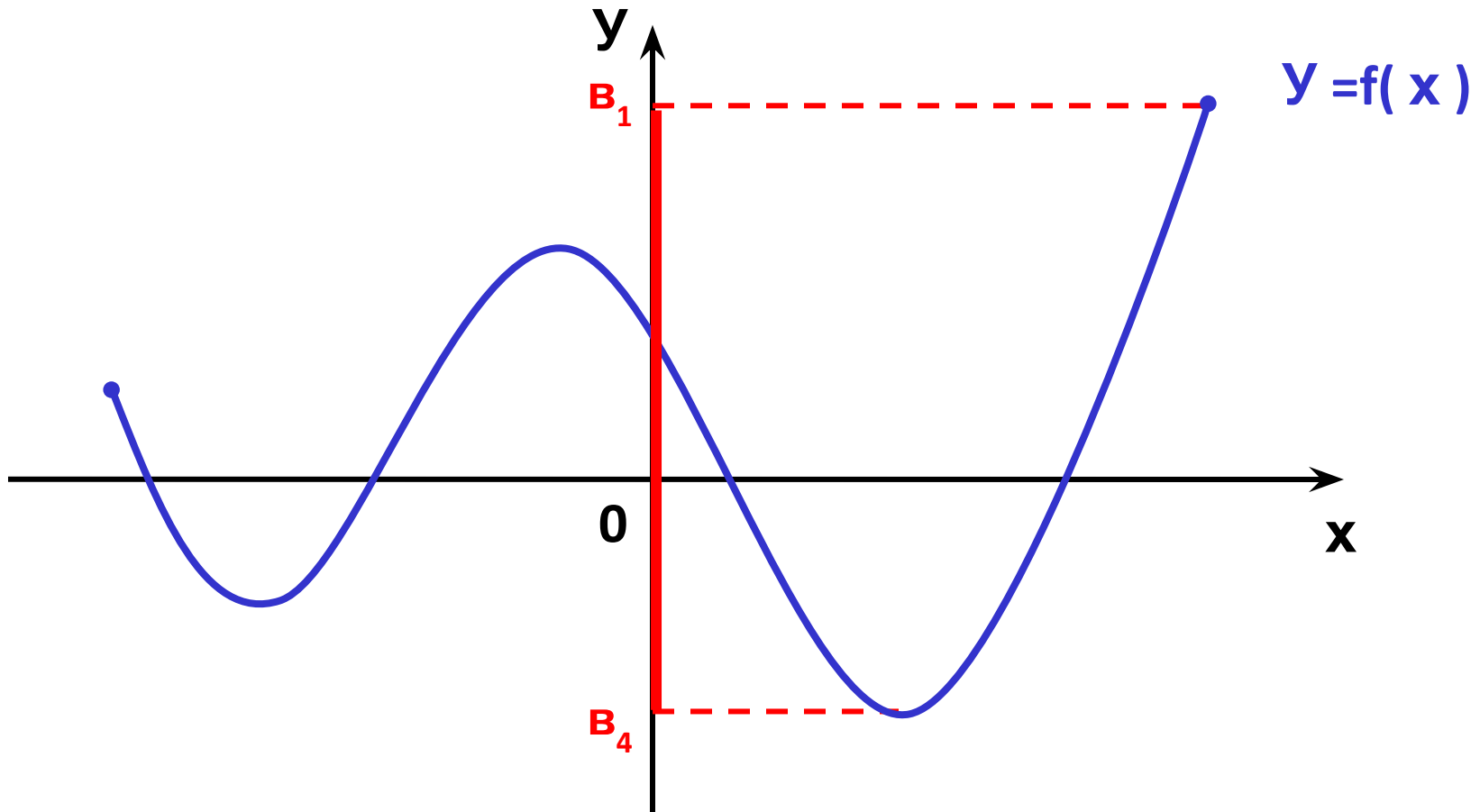
**1. Область определения функции –**

это множество значений аргумента **X** при которых существует функция

$$\text{ООФ} : X \in [a_1; a_9]$$



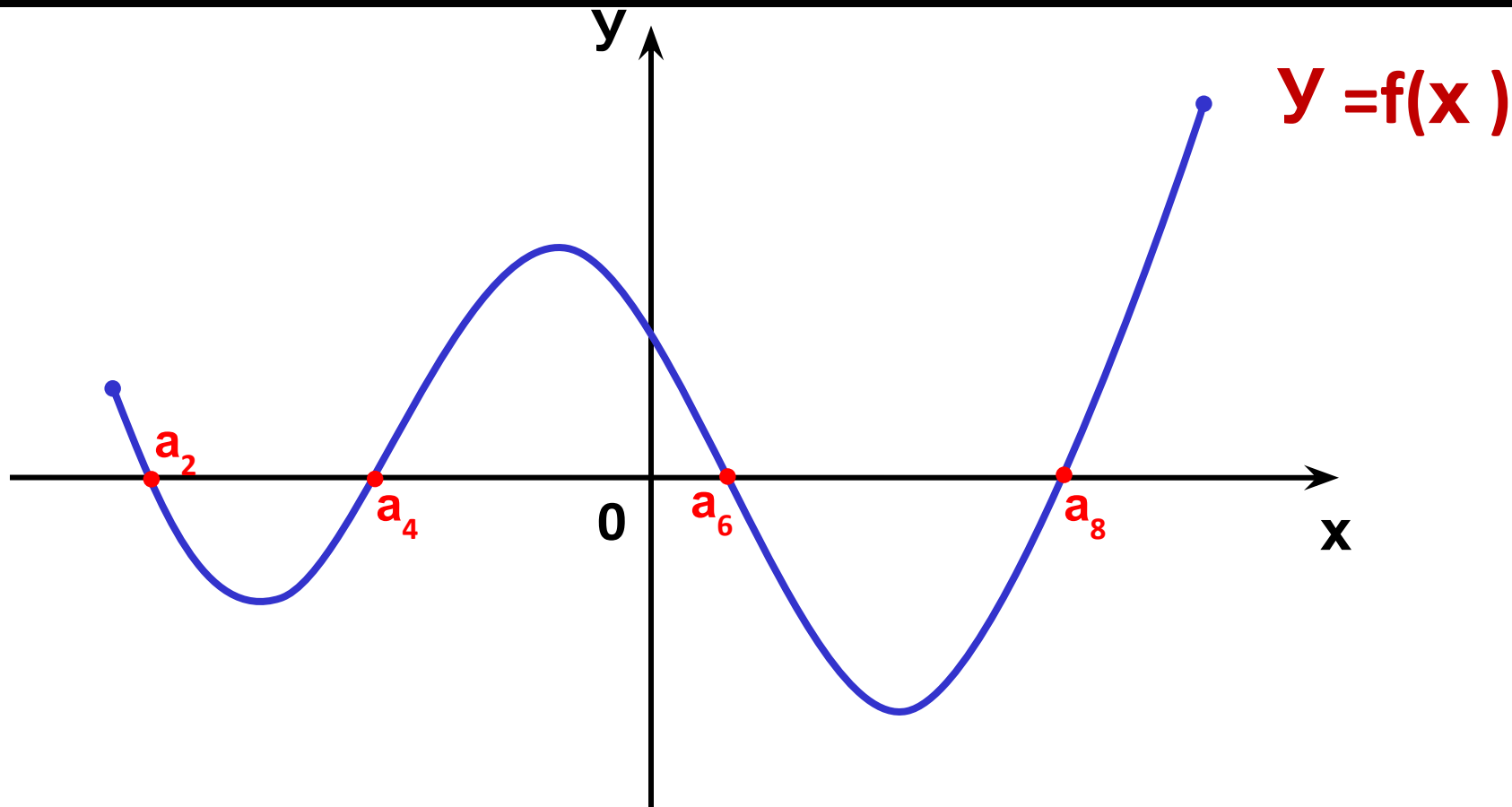
# СВОЙСТВА ФУНКЦИЙ



**2. Множество значений функции –**  
это множество всех чисел, которые может принимать

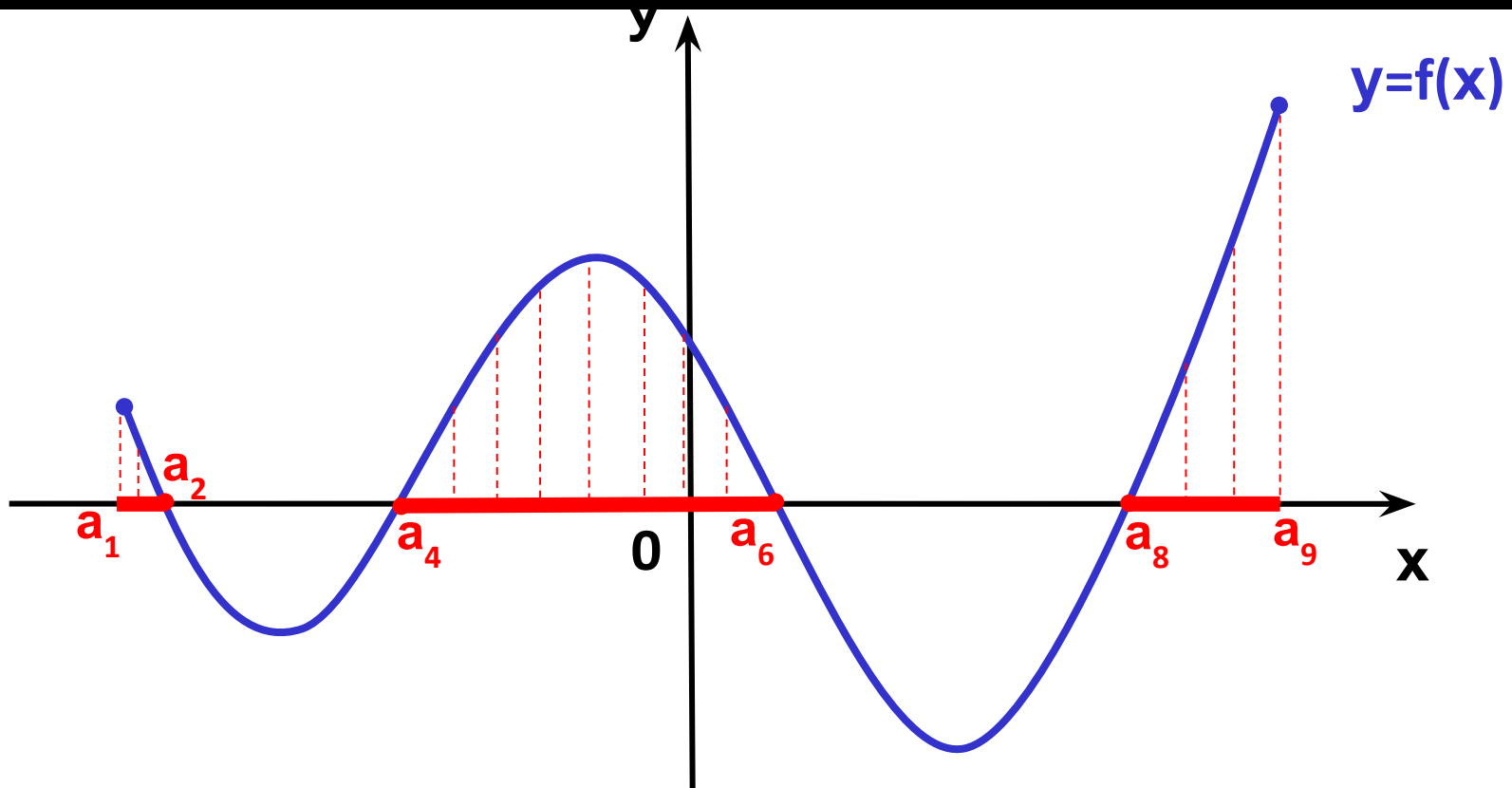
**$y$**

$$\text{МЗФ} : y \in [B_4; B_1]$$



3. Корни ( или нули) функции –  
это такие значения  $x$  , при которых функция равна  
нулю  
(  $y=0$  )  $f(x) = 0$  при  $X = a_2; a_4; a_6; a_8$

# СВОЙСТВА ФУНКЦИЙ

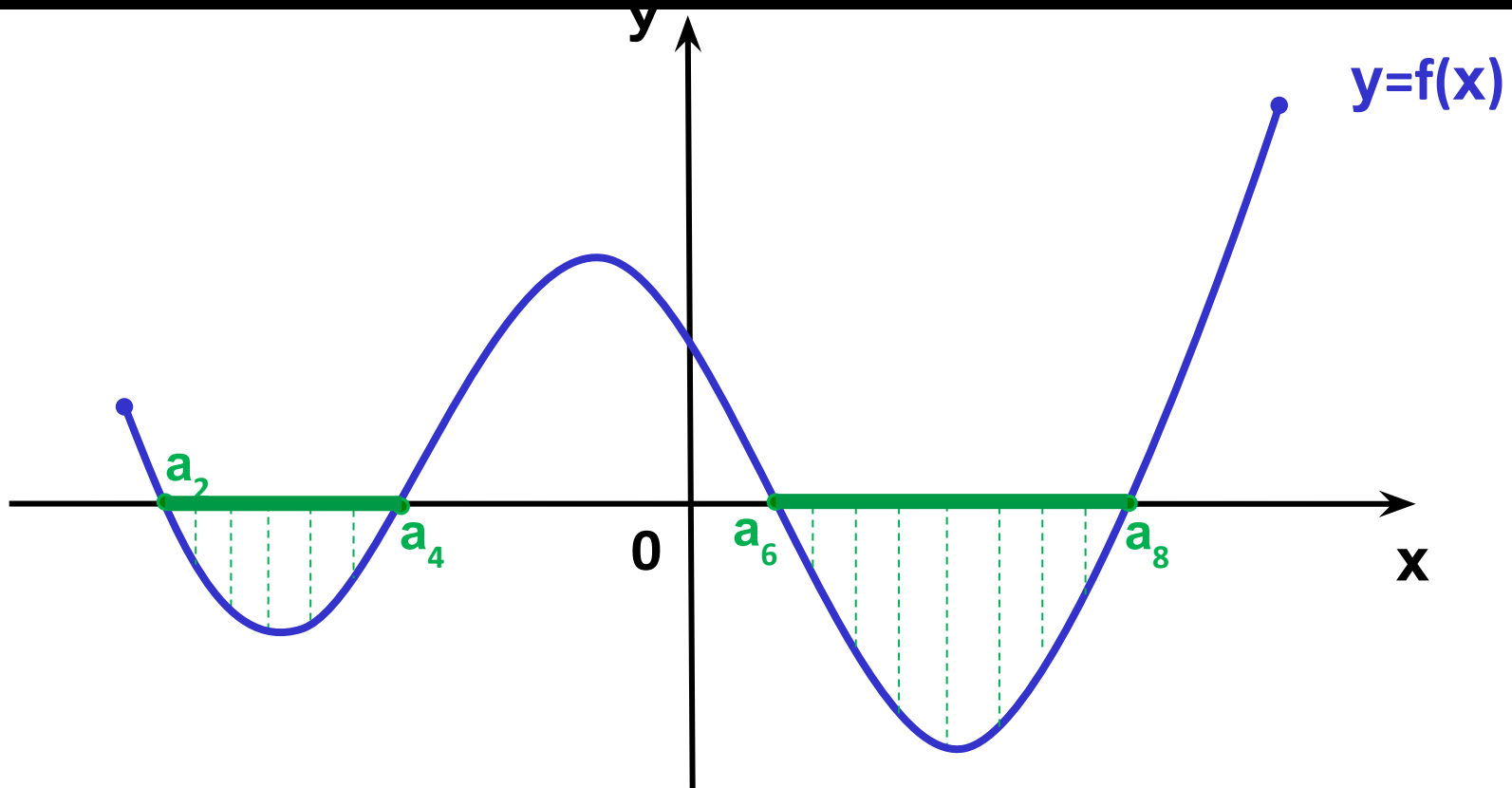


4. **Участки знакопостоянства функции** – это такие значений  $x$  при которых функция больше или меньше нуля

( т.е.  $y > 0$  или  $y < 0$  )

$$f(x) > 0 \text{ при } X \in (a_1; a_2); (a_4; a_6); (a_8; a_9)$$

# СВОЙСТВА ФУНКЦИЙ



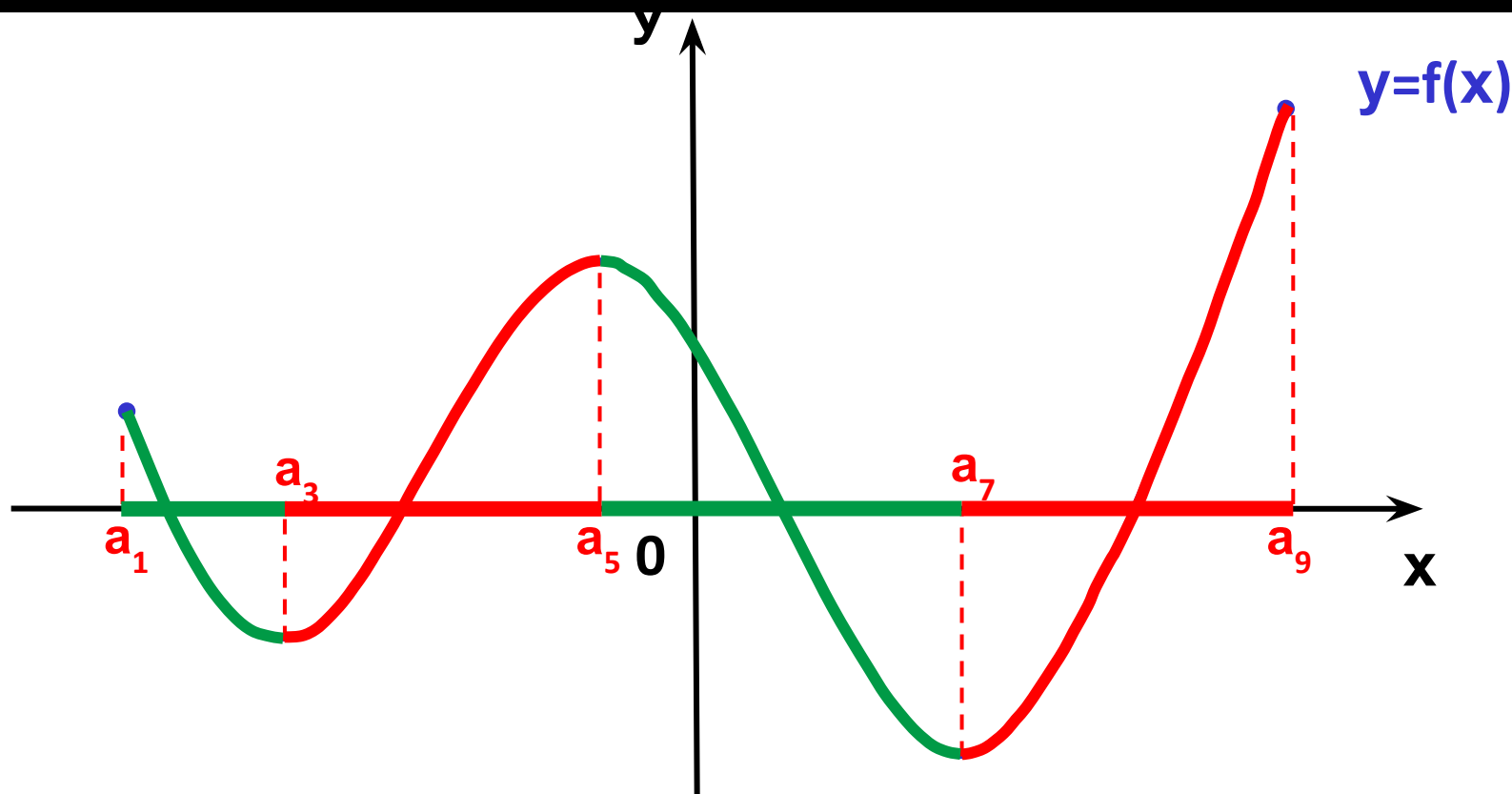
## 4. Участки знакопостоянства функции –

это такие значений  $x$  при которых функция больше или меньше нуля

(т.е.  $y > 0$  или  $y < 0$ )

$f(x) < 0$  при  $X \in (a_2; a_4); (a_6; a_8)$

# СВОЙСТВА ФУНКЦИЙ

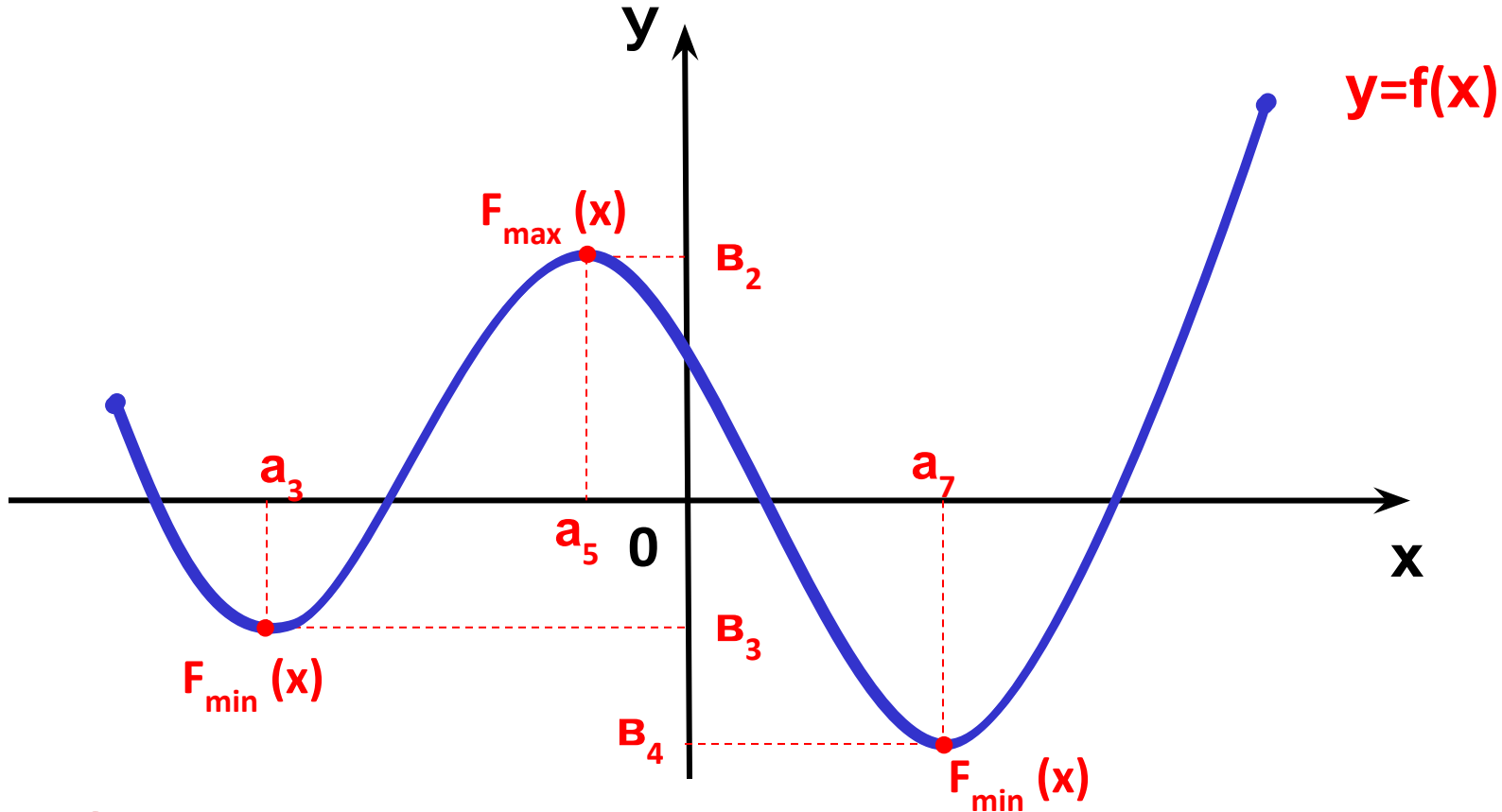


**5. Монотонность функции** – это участки возрастания и убывания функции

**Функция возрастает при**  $x \in [a_3; a_5]; [a_7;$

$a_9]$   
**Функция убывает при**  $x \in [a_1; a_3]; [a_5;$

$a_7]$



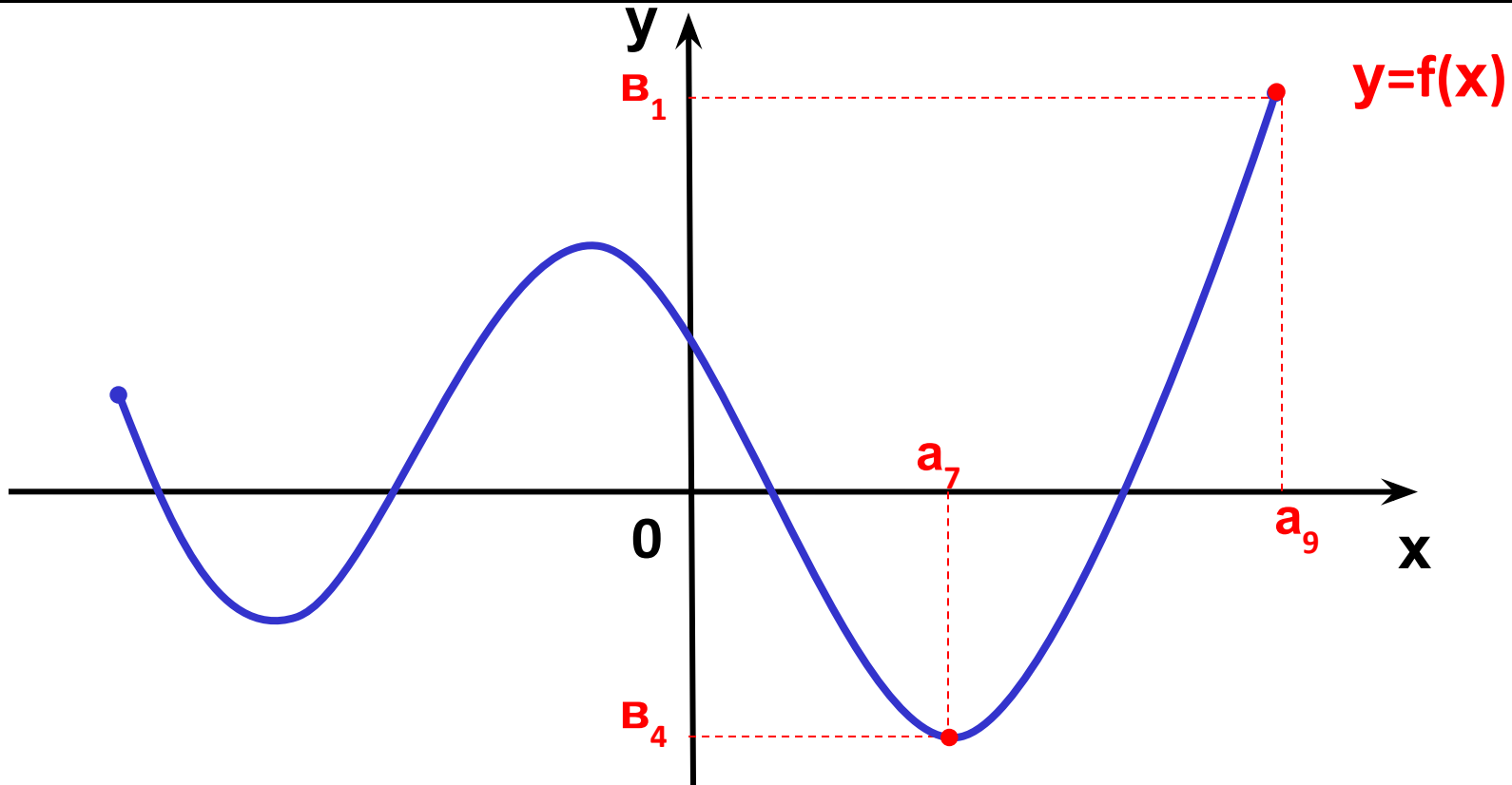
## 6. Экстремумы функции

$F_{\max}(x) = B_2$  в точке экстремума  $x = a_5$

$F_{\min}(x) = B_3$  в точке экстремума  $x = a_3$

$F_{\min}(x) = B_4$  в точке экстремума  $x = a_7$

# СВОЙСТВА ФУНКЦИЙ



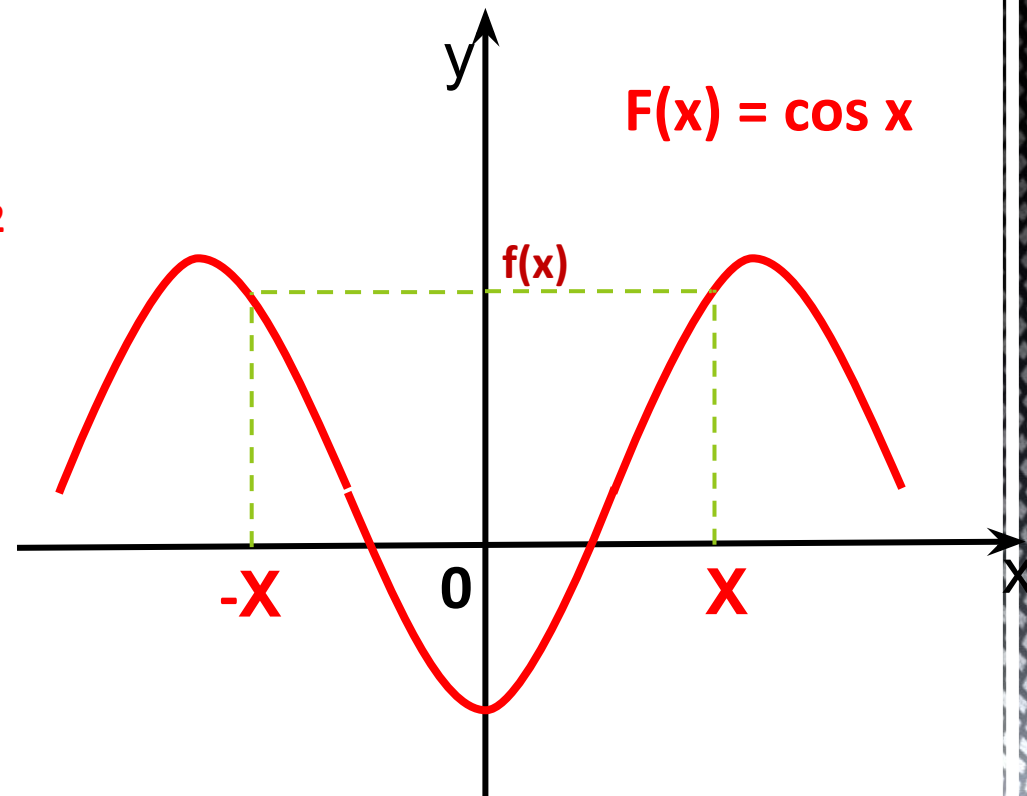
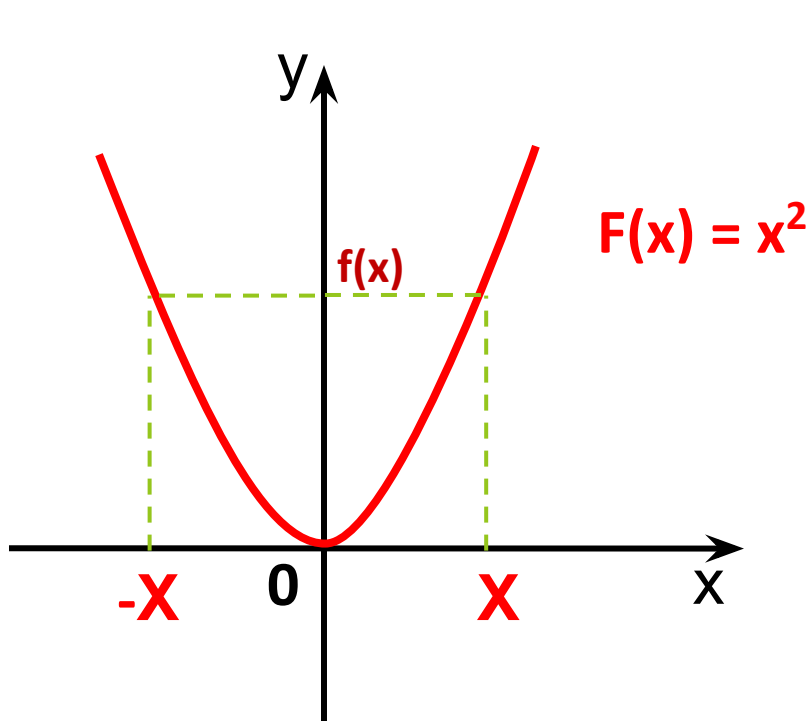
7. Наибольшее и наименьшее значения функции  
наибольшее значение  $F(x) = B_1$  в точке  $x = a_9$   
(это самая высокая и самая низкая точки на графике функции)  
наименьшее значение  $F(x) = B_4$  в точке  $x = a_7$

# СВОЙСТВА ФУНКЦИЙ

## Четные и нечетные функции

Функция называется **четной**, если для любого  $X$  из ее области определения выполняется правило  $f(x) = f(-x)$

График четной функции **симметричен** относительно **оси**  
**у**

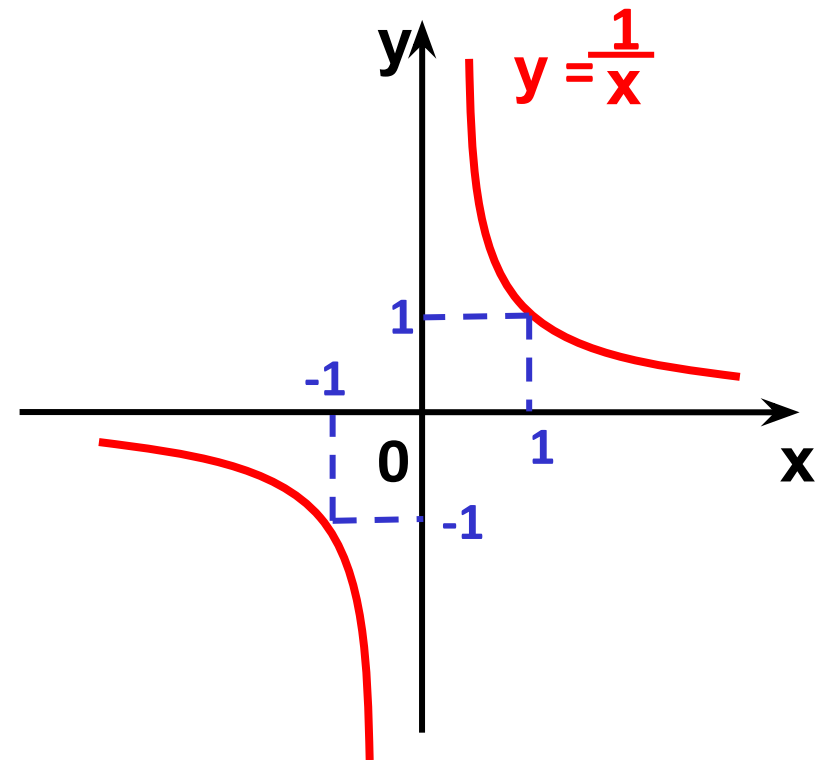
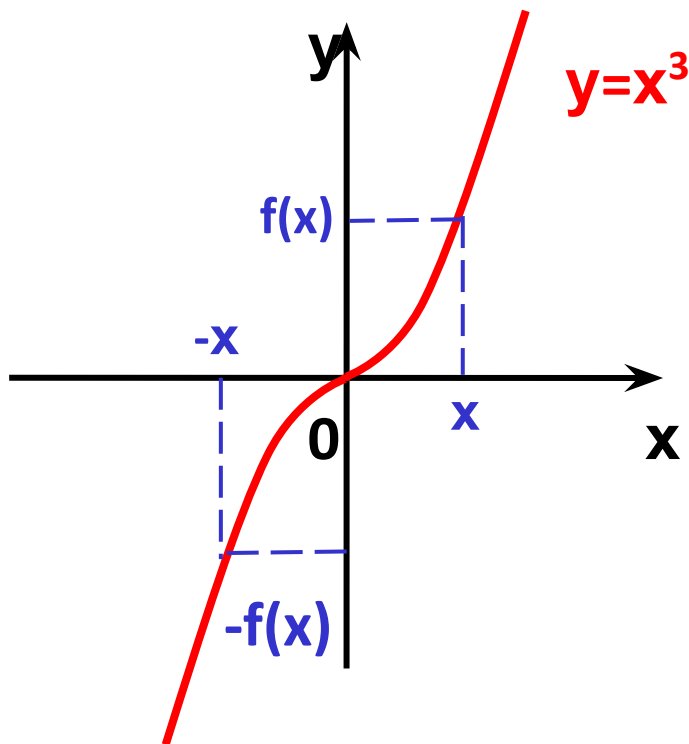




# СВОЙСТВА ФУНКЦИЙ

## Четные и нечетные функции

Функция называется **нечетной**, если для любого  $x$  из ее области определения выполняется правило  $f(x) = -f(-x)$ .  
График нечетной функции **симметричен** относительно начала координат.

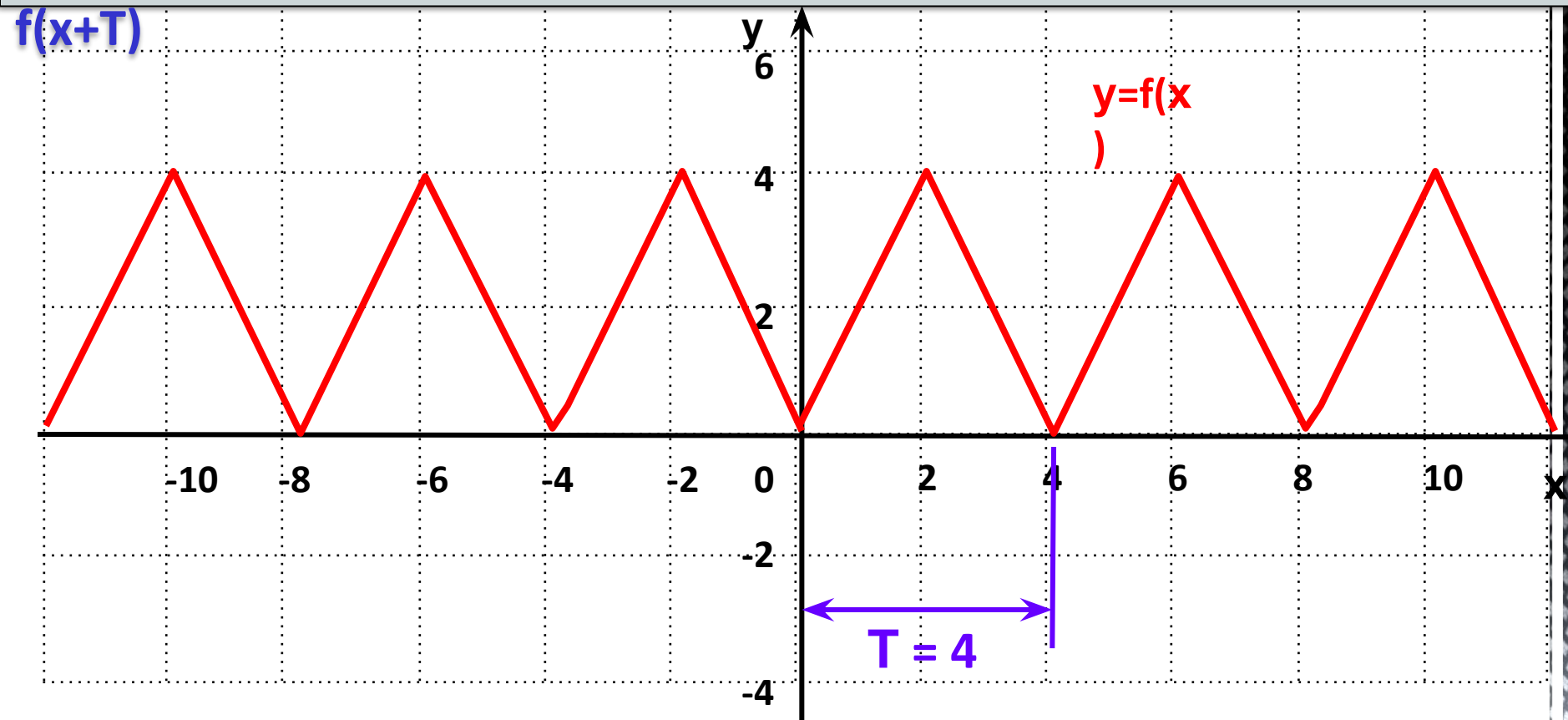


# СВОЙСТВА ФУНКЦИЙ

## Периодичность функций

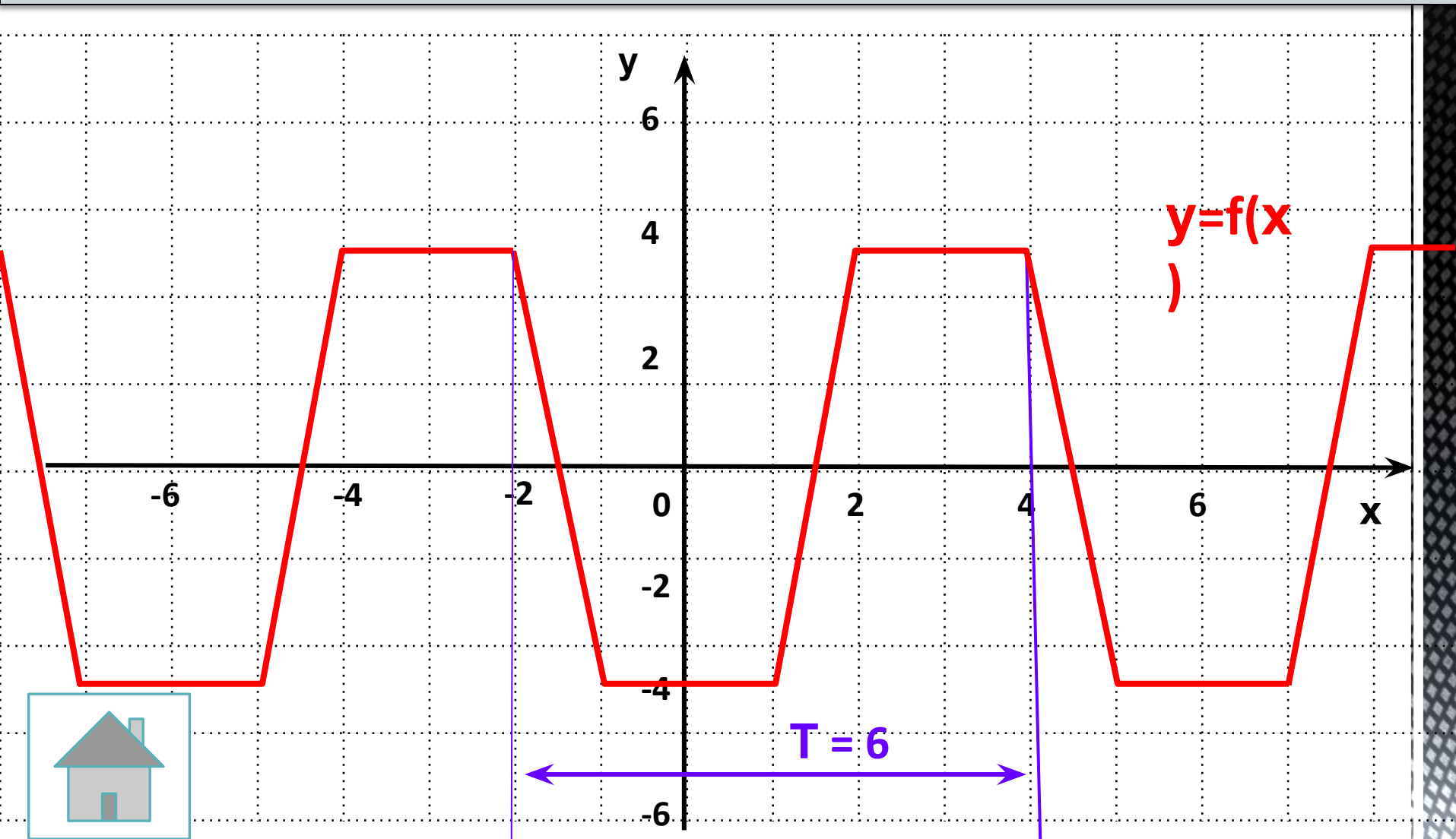
Если рисунок графика функции повторяется, то такая функция называется **периодической**, а длина отрезка по оси  $X$  называется **периодом функции ( $T$ )**

Периодическая функция подчиняется правилу  $f(x) =$



# СВОЙСТВА ФУНКЦИЙ

Функция  $y=f(x)$  - периодическая с периодом  $T =$   
 $6$

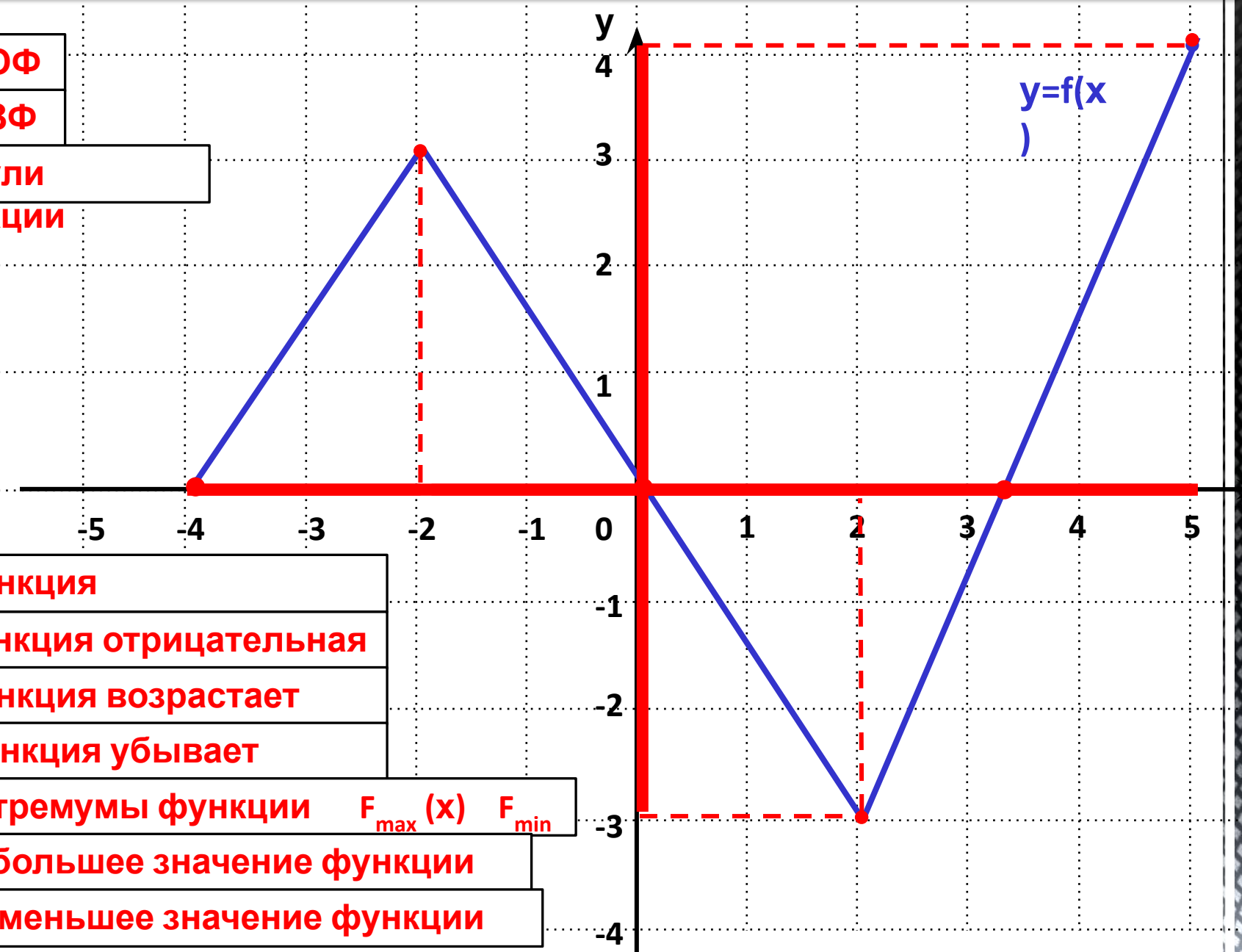


# Указать свойства функции

1) ООФ

2) МЗФ

3) Нули функции



4) Функция

П Функция отрицательная

5) Функция возрастает

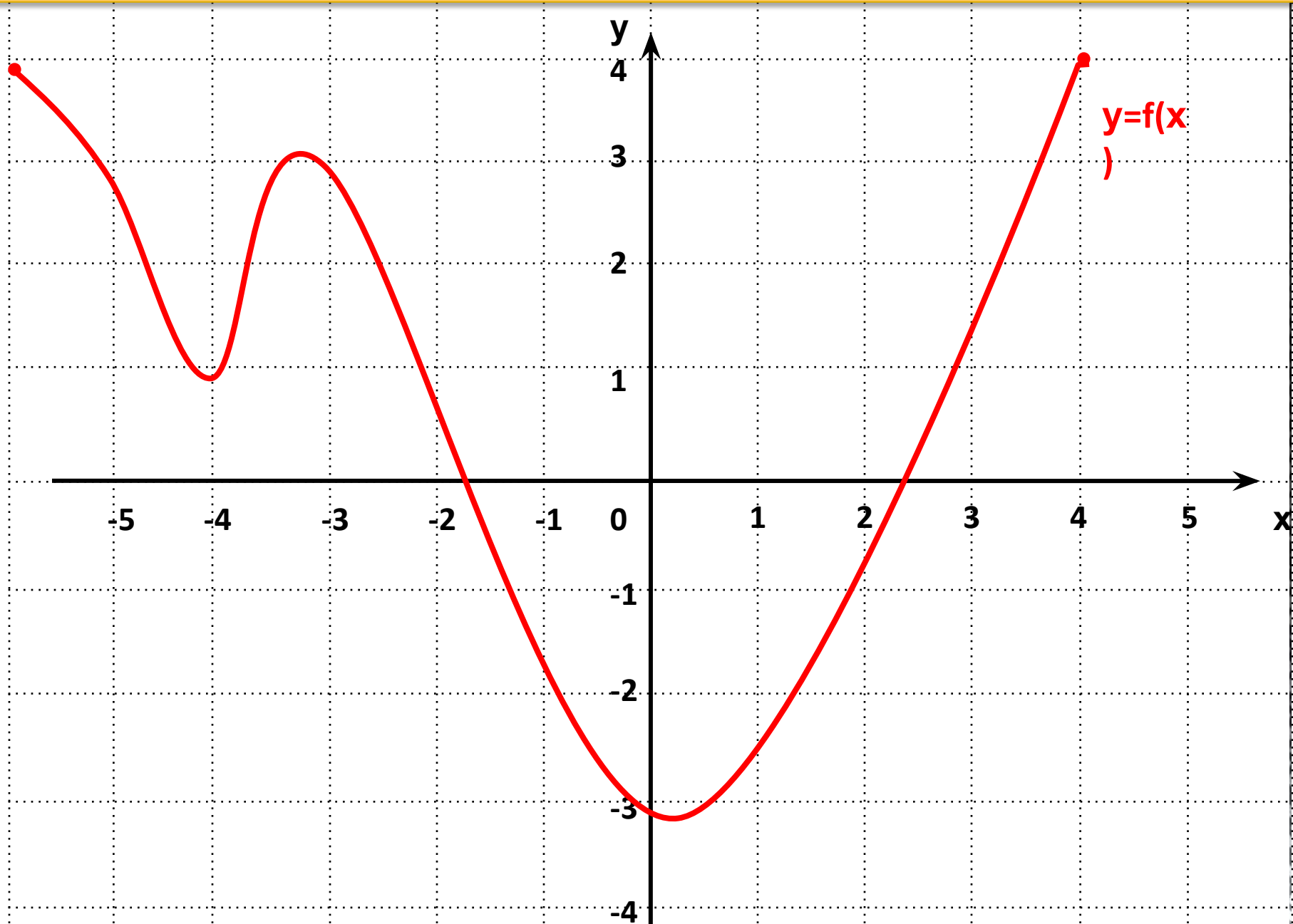
Функция убывает

6) Экстремумы функции  $F_{\max}(x)$   $F_{\min}$

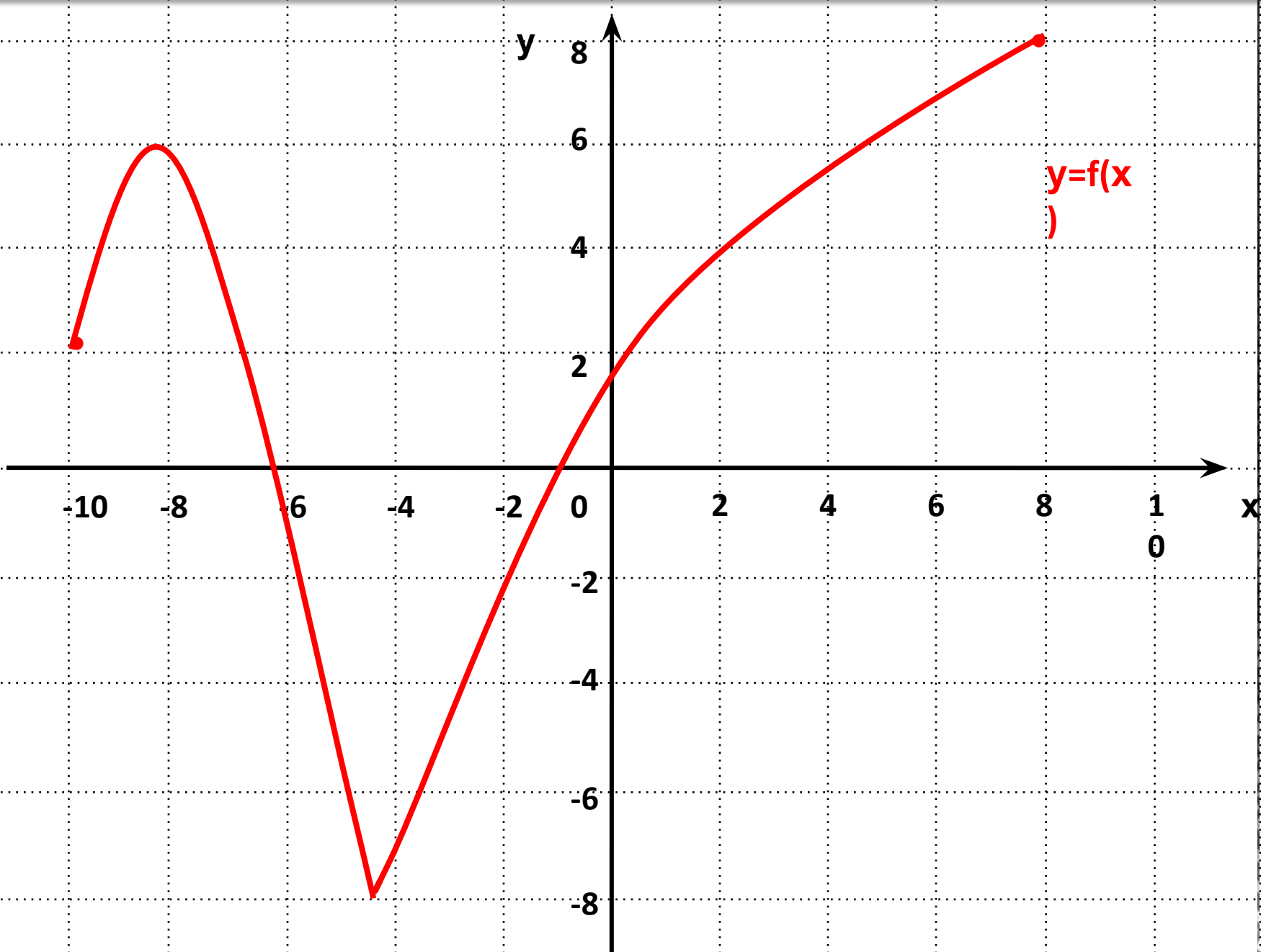
7) Наибольшее значение функции

Наименьшее значение функции

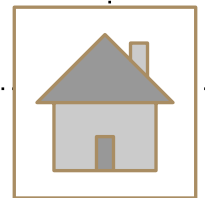
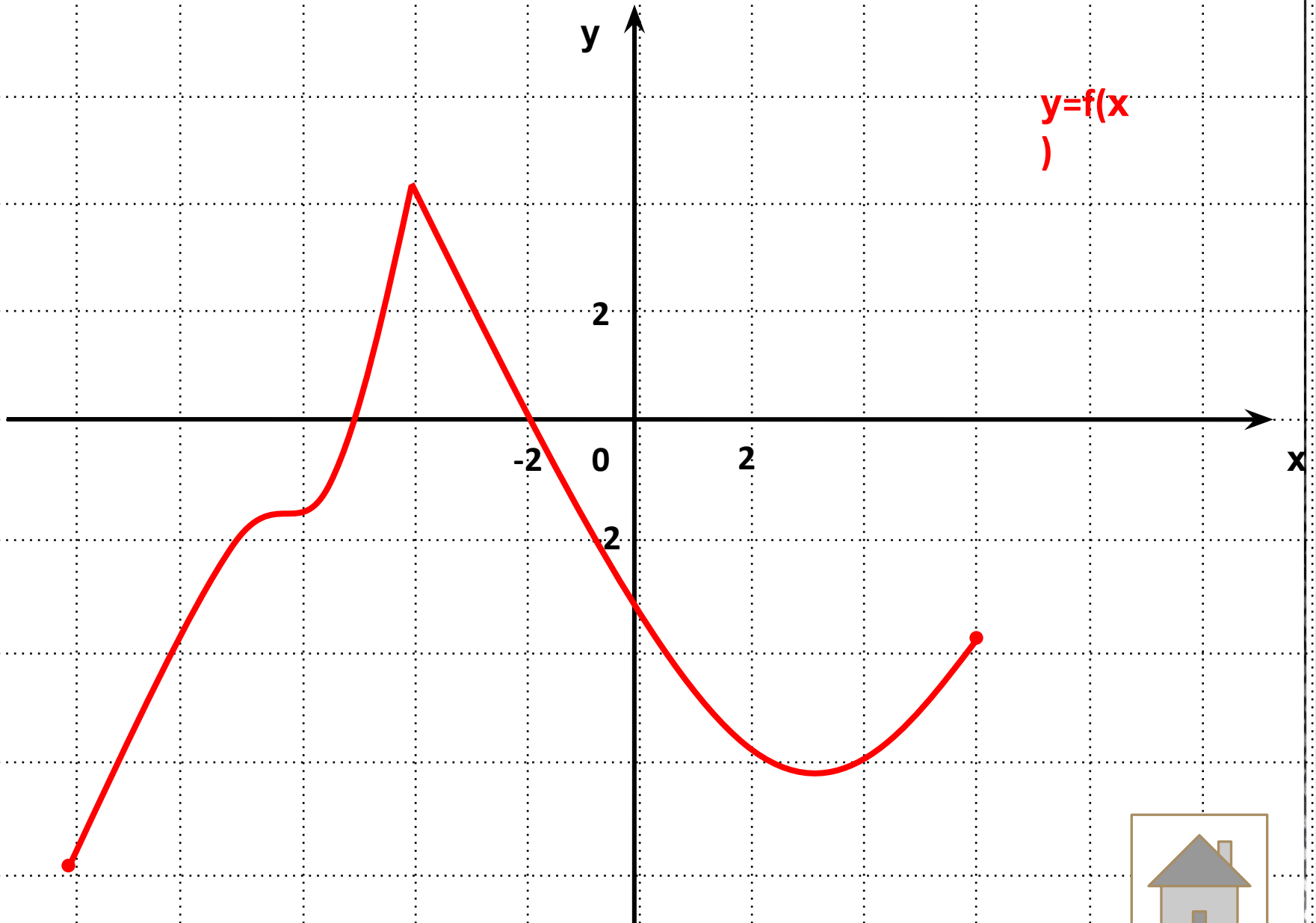
# Указать свойства функции



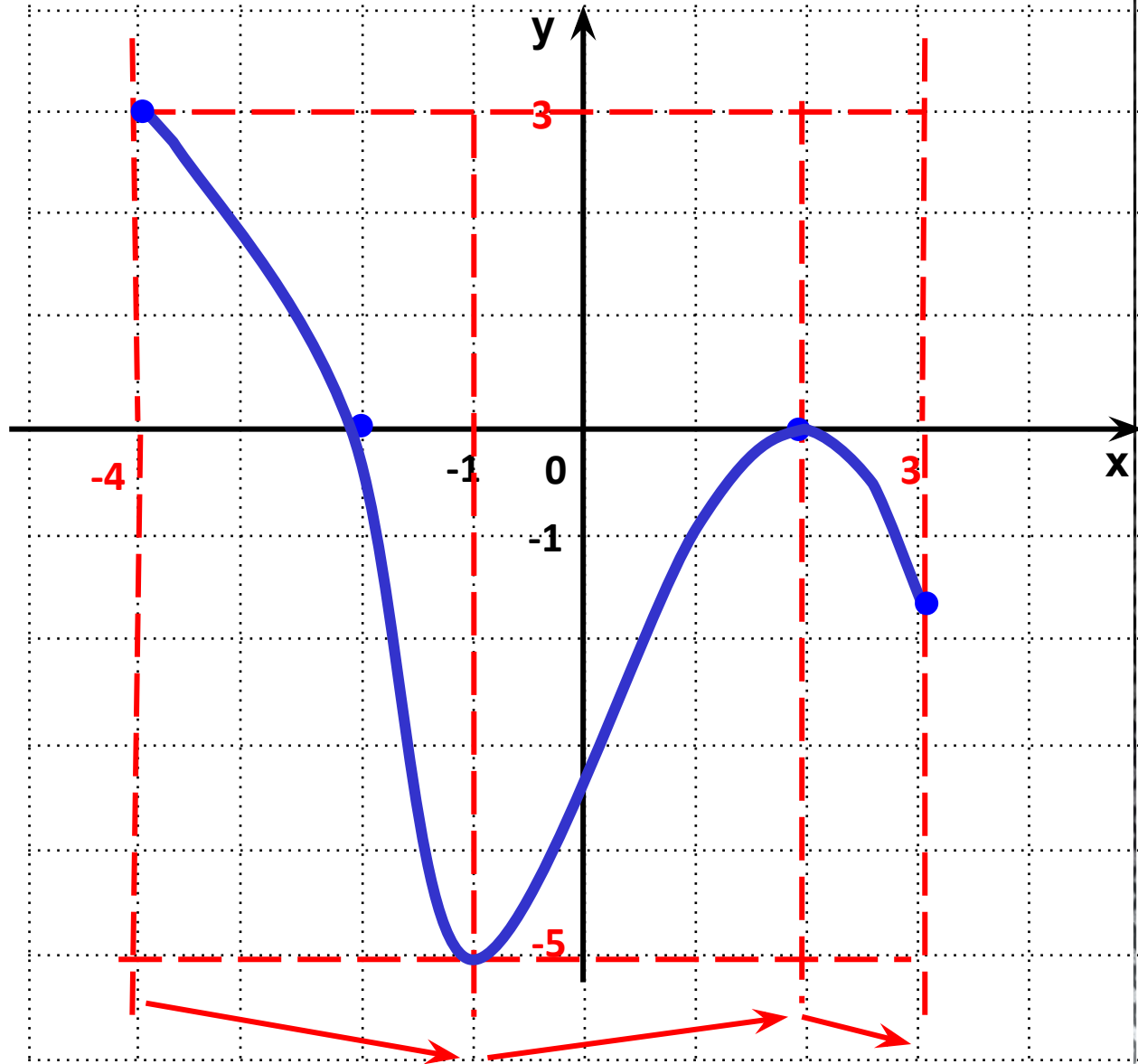
# Указать свойства функции



# Указать свойства функции



# Построить график функции



Дано:

а) Область определения – есть промежуток  $[-4; 3]$

б) Значения функции составляют промежуток  $[-5; 3]$

в) Функция убывает на промежутках  $[-4; 1]$  и  $[2; 3]$   
возрастает на промежутке  $[-1; 2]$

г) Нули функции : -2 и 2





# ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ГРАФИКОВ ФУНКЦИЙ

Зная график элементарной функции, например

$$f(x) = x^2$$

можно построить график «сложной» функции,

например  $f(x) = 3(x+2)^2 - 16$

с помощью правил преобразования графиков

# Правила преобразования графиков

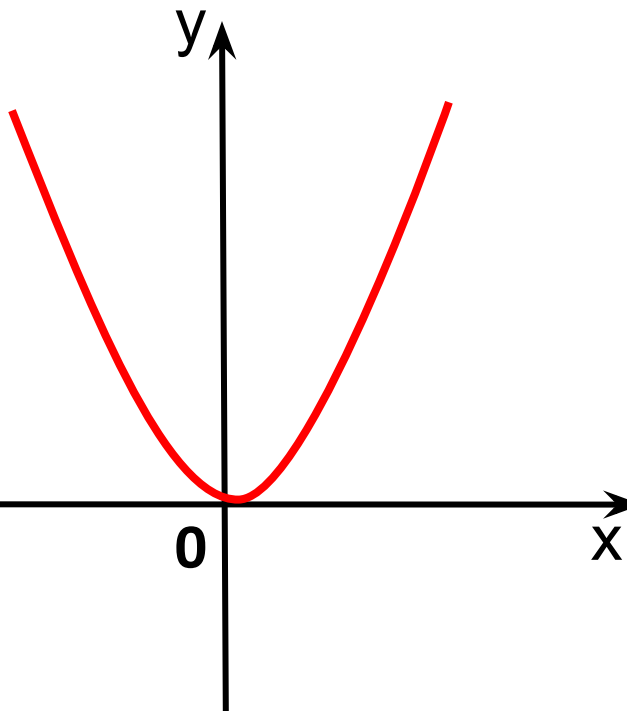
## 1 правило: Смещение вдоль оси X

Если к **аргументу X** прибавить или отнять число, то график сместится влево или вправо по **оси X**

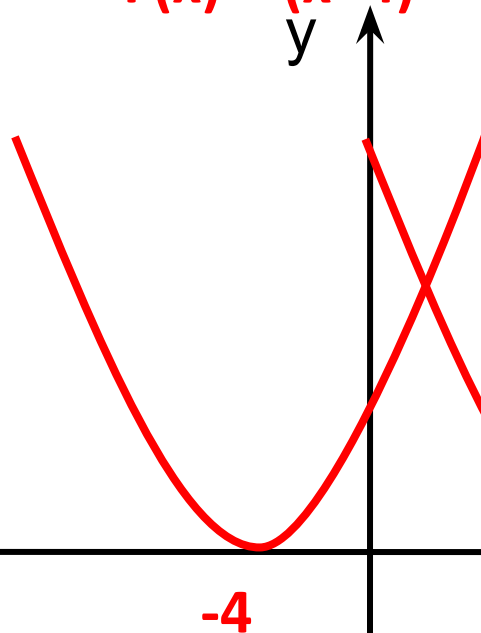
$f(x)$

преобразовать в  $f(x \pm a)$

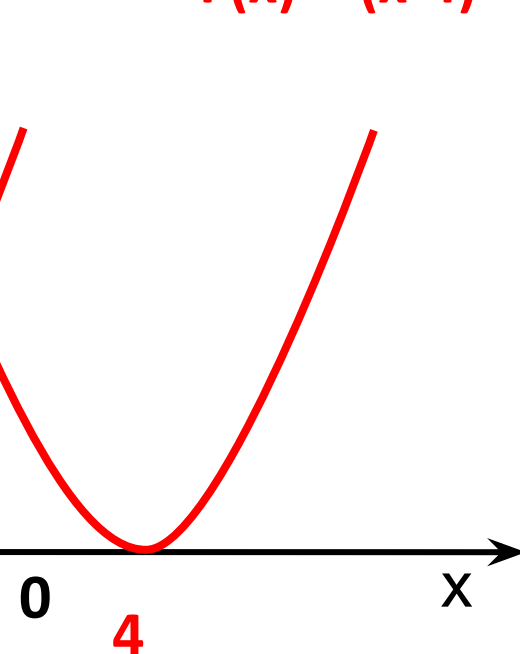
$$F(x) = x^2$$



$$F(x) = (x+4)^2$$



$$F(x) = (x-4)^2$$



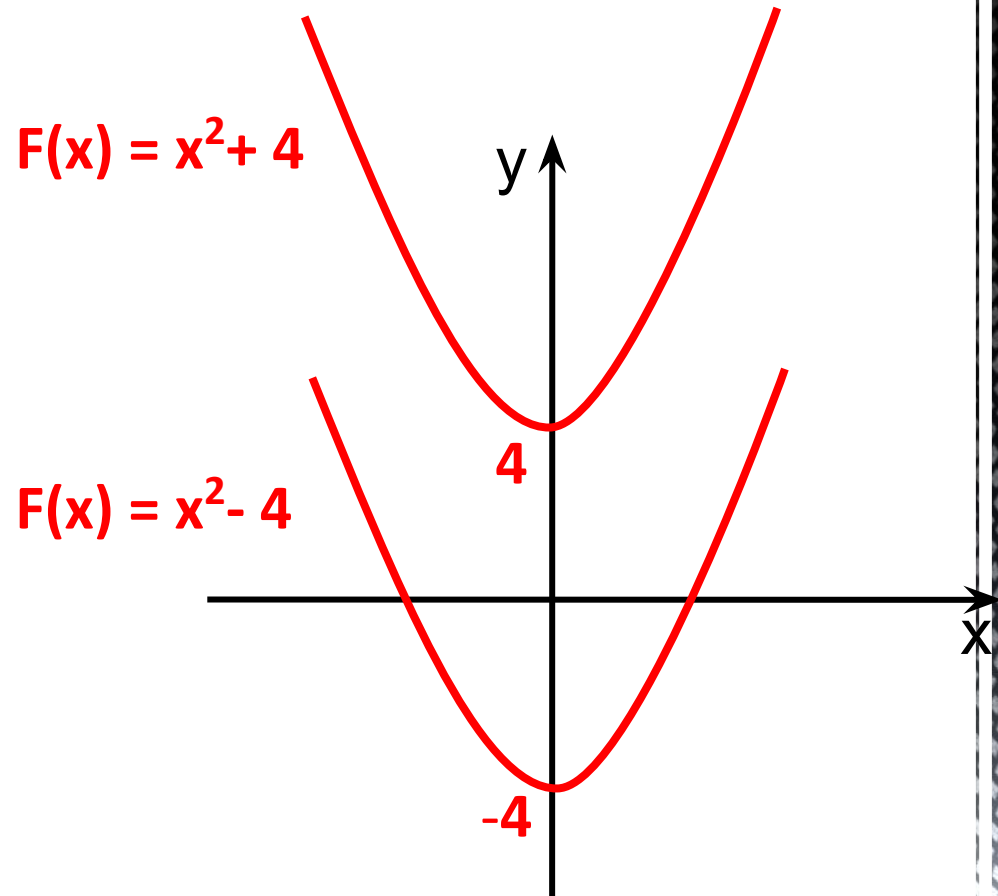
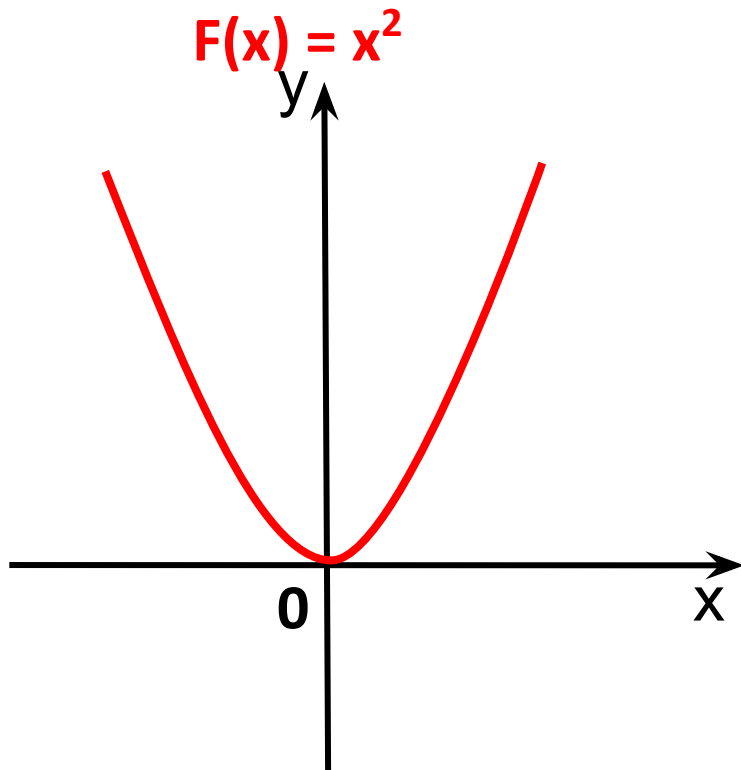
# Правила преобразования графиков

## 2 правило: смещение вдоль оси Y

Если к **функции Y** прибавить или отнять число, то график сместится **вверх** или **вниз** по **оси Y**

$f(x)$

преобразовать в  $\Rightarrow X \pm a$



# Правила преобразования графиков

## 3 правило: сжатие (растяжение) графика

Если аргумент  $X$  умножить или разделить на число  $K$ , то график сожмется или растянется в  $K$  раз по оси  $X$

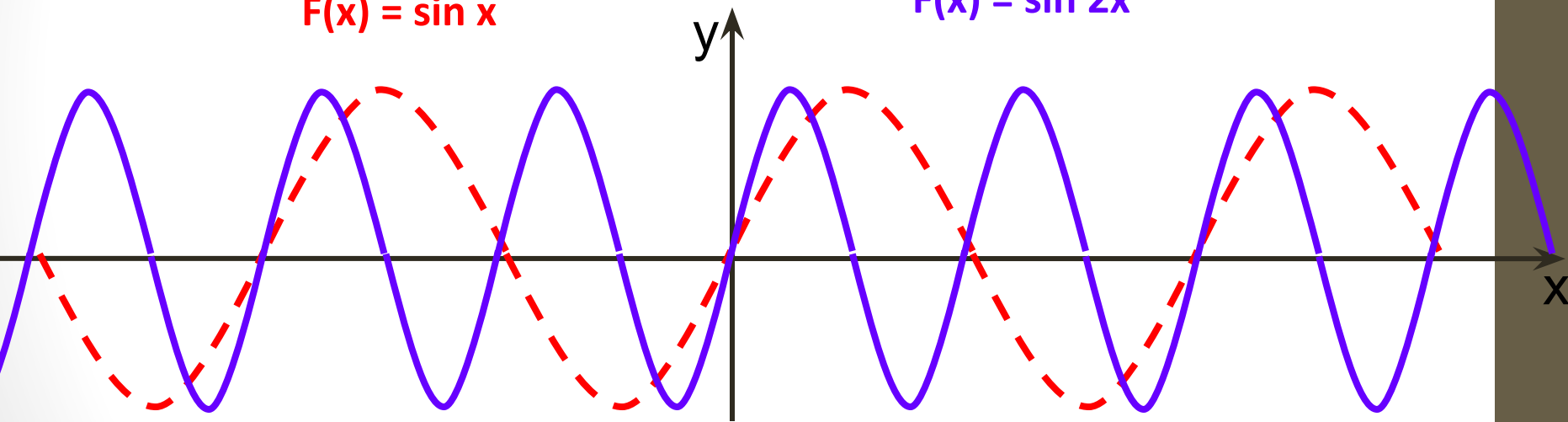
$f(x)$

преобразовать в

$f(K \cdot x)$

$F(x) = \sin x$

$F(x) = \sin 2x$



# Правила преобразования графиков

## 3 правило: Сжатие (растяжение) графика вдоль

оси X

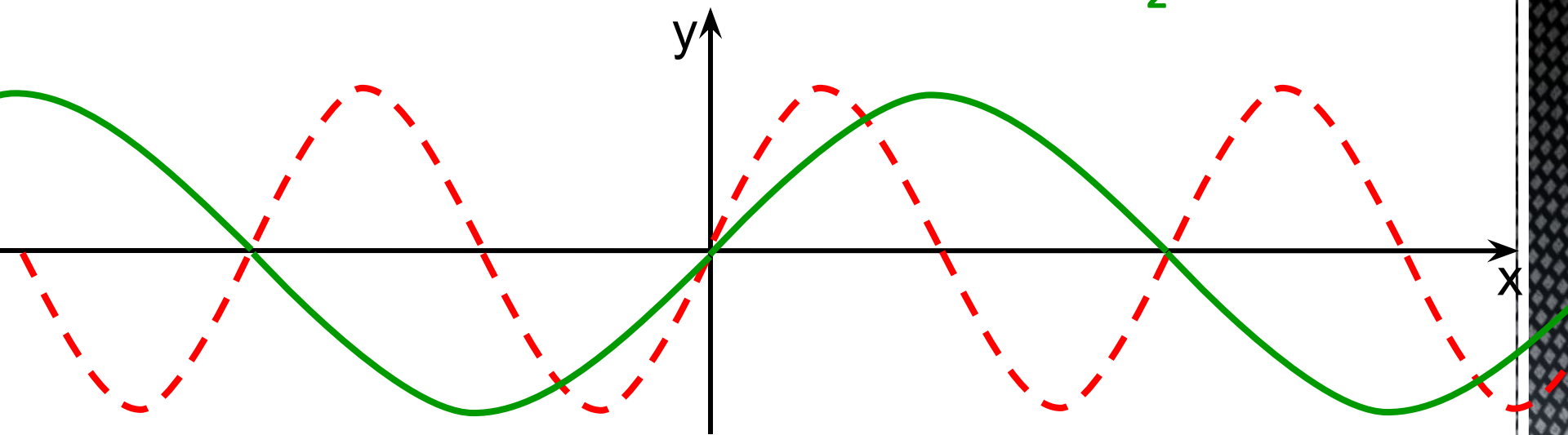
Если к функции  $Y$  прибавить или отнять число, то график сместится вверх или вниз по оси  $Y$

$f(x)$

преобразовать в  $f(x) + a$

$$F(x) = \sin x$$

$$F(x) = \sin \frac{x}{2}$$



# Правила преобразования графиков

## 4 правило: сжатие (растяжение) графика вдоль

оси  $y$   
Если функцию умножить или разделить на число  $K$ , то график растянется или сожмется в  $K$  раз по оси  $y$

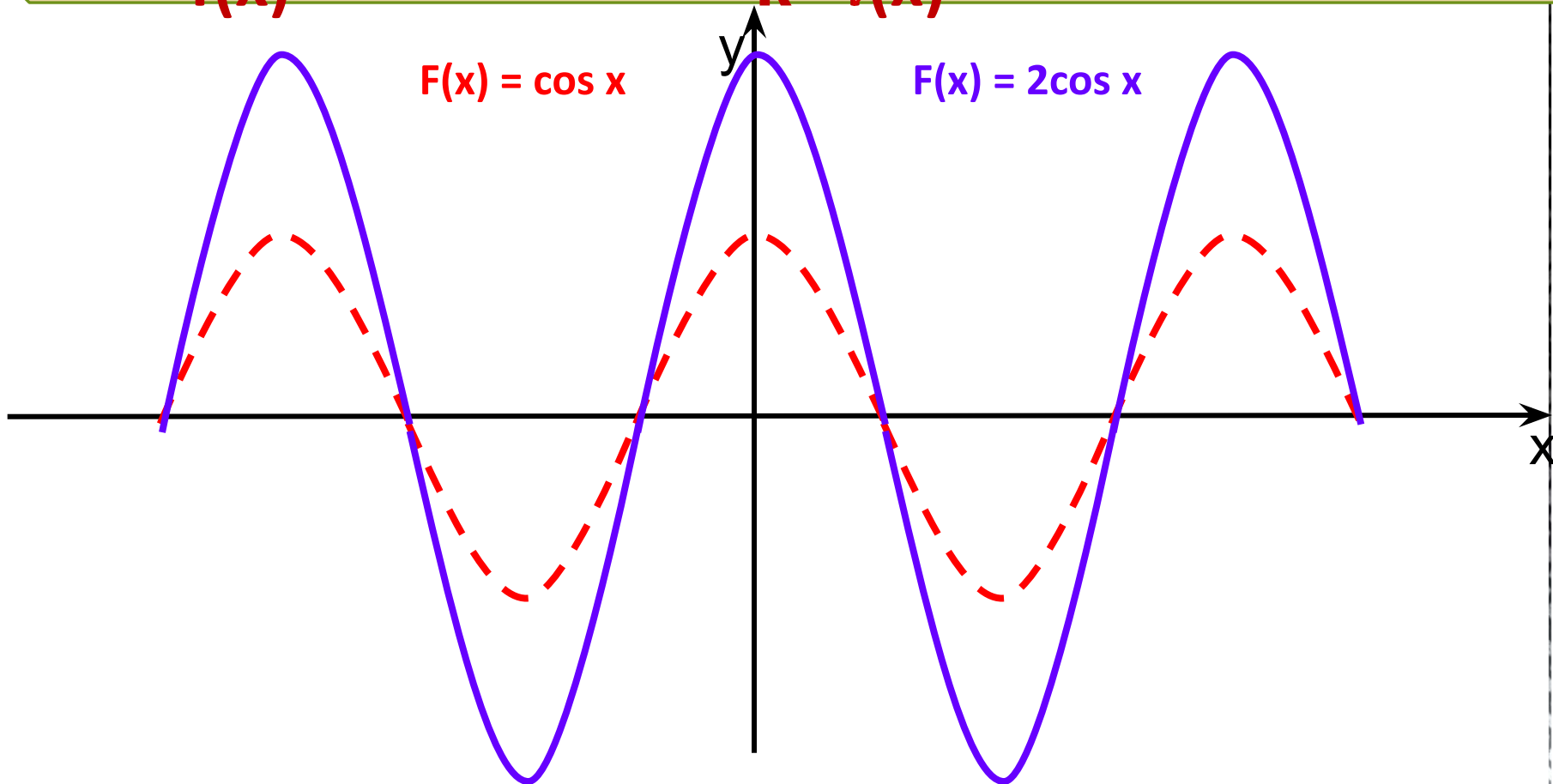
$f(x)$

преобразовать в

$K \cdot f(x)$

$$F(x) = \cos x$$

$$F(x) = 2\cos x$$



# Правила преобразования графиков

## 4 правило: сжатие (растяжение) графика вдоль

оси  $y$ . Если функцию умножить или разделить на число  $K$ , то график растянется или сожмется в  $K$  раз по оси  $y$ .

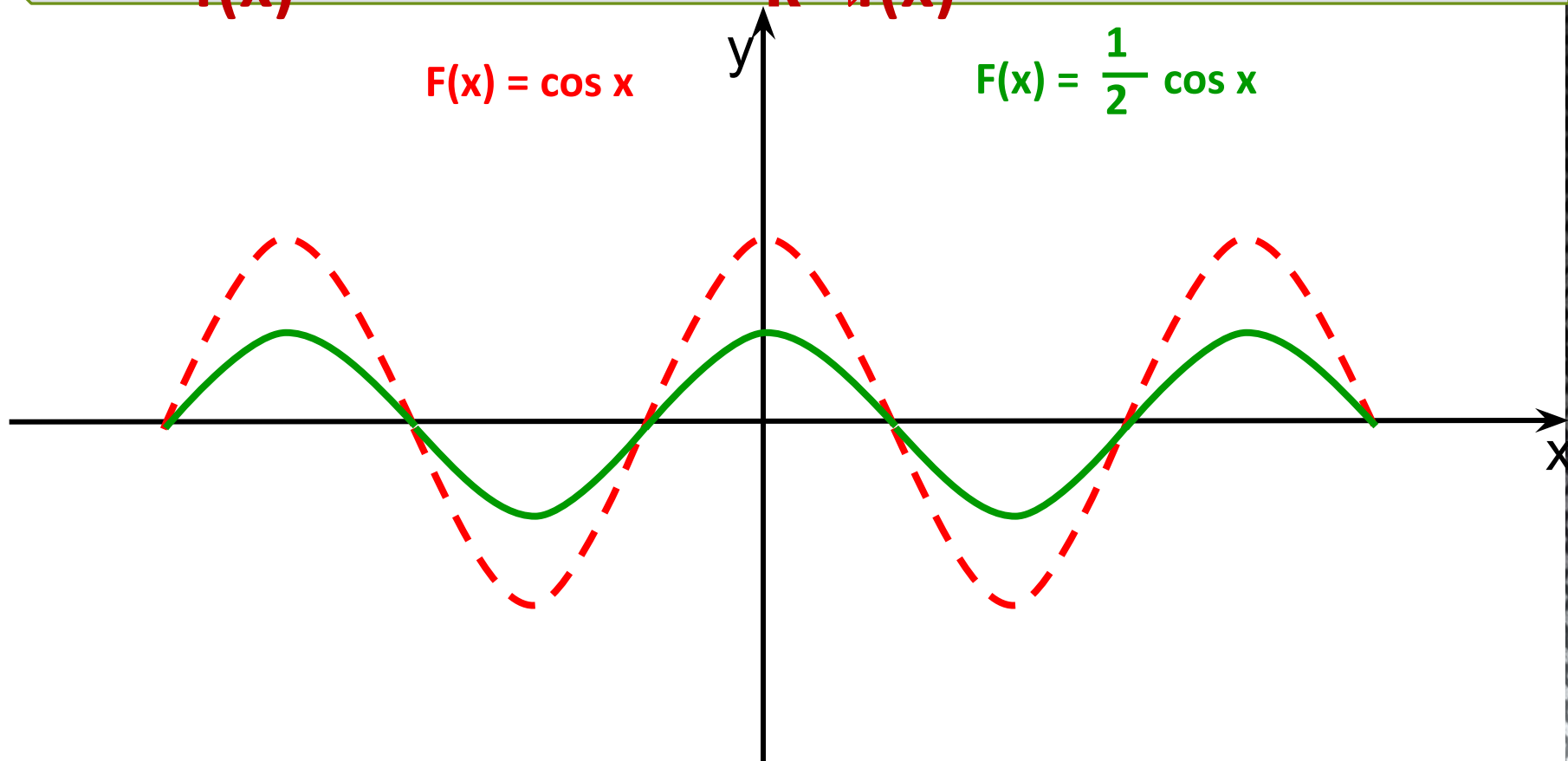
$f(x)$

преобразовать в

$f(x)$

$$F(x) = \cos x$$

$$F(x) = \frac{1}{2} \cos x$$



# Правила преобразования графиков

## 4 правило: сжатие (растяжение) графика вдоль

оси  $y$   
Если функцию умножить или разделить на число  $K$ , то график растянется или сожмется в  $K$  раз по оси  $y$

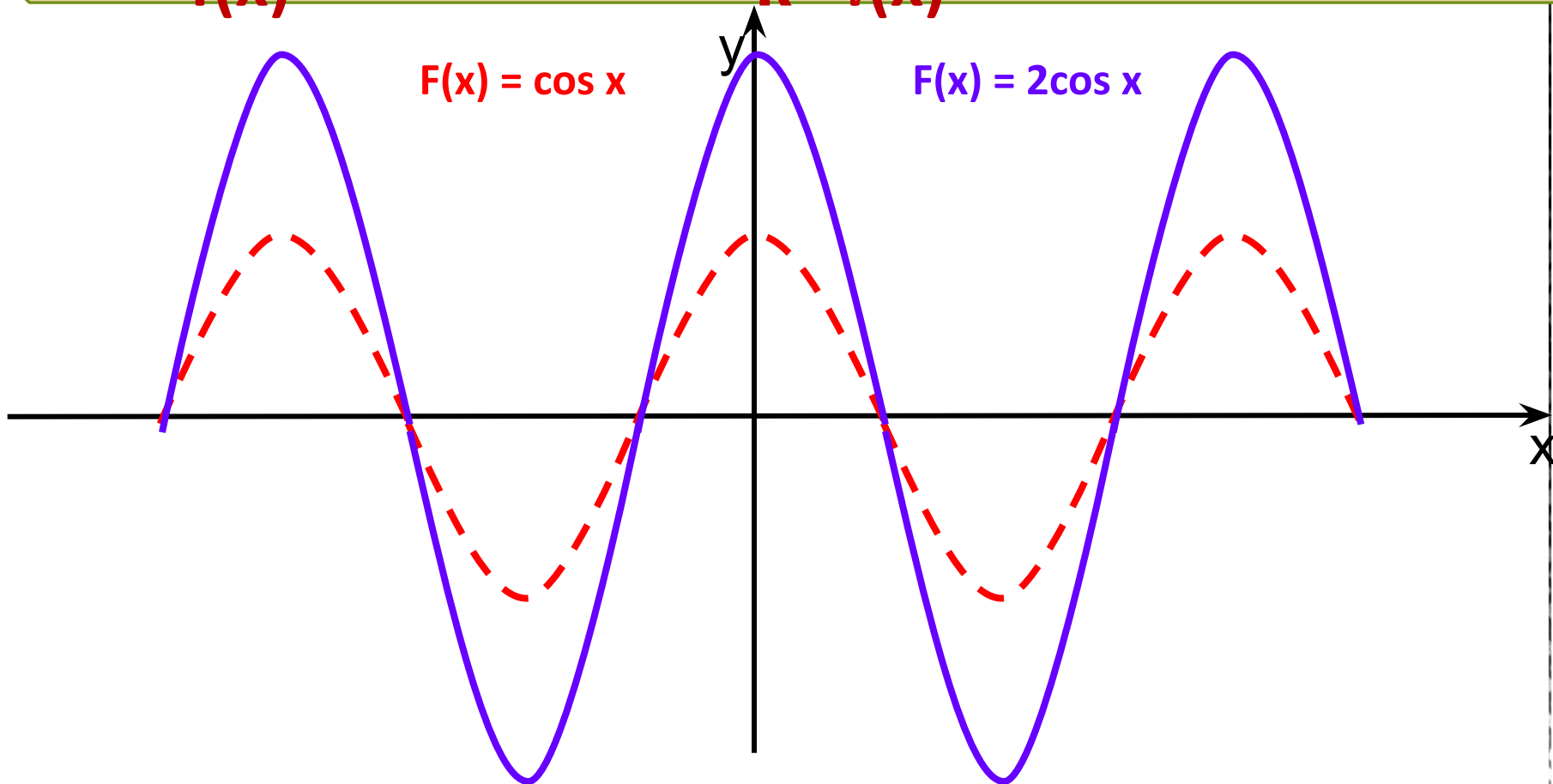
$f(x)$

преобразовать в

$K \cdot f(x)$

$$F(x) = \cos x$$

$$F(x) = 2\cos x$$





# Правила преобразования графиков

## 5 правило: переворот графика относительно

Если перед функцией изменить знак на противоположный, то график симметрично перевернется относительно **оси X**

$f(x)$

преобразовать в  $-f(x)$

