

---

# Классификация колебаний.

*Колебания – процессы, которые периодически повторяются с той или иной степенью точности.*

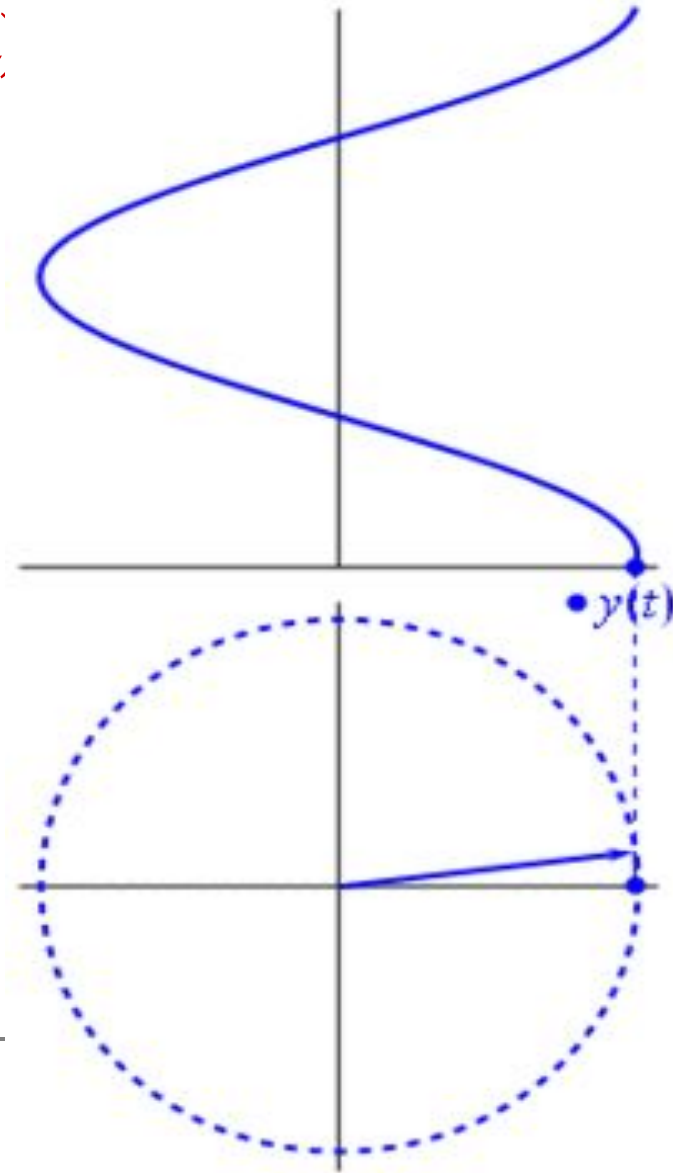
1. Свободные колебания – возникают в системах под действием только внутренних сил.
  2. Вынужденные колебания – возникают при действии на систему внешних **периодических** сил.
  3. Автоколебания – возникают при наличии в системе собственного источника энергии, незатухающие колебания, существующие в системе без воздействия внешних периодических сил.
-

- **Колебаниями** называются движения или процессы, которые характеризуются определенной повторяемостью во времени.
- Если этот процесс совершается через равные промежутки времени, то колебание называется **периодическим**.
- *Пример: движение часового механизма*
- **Примеры колебаний:** вибрация натянутой струны, движение поршня дизеля, суточные и годовые изменения температуры воздуха, морские приливы и отливы, волнение водной поверхности, биение сердца, дыхание, тепловое движение ионов кристаллической решетки твердого тела, качание маятника часов, переменный электрический ток и т. д.

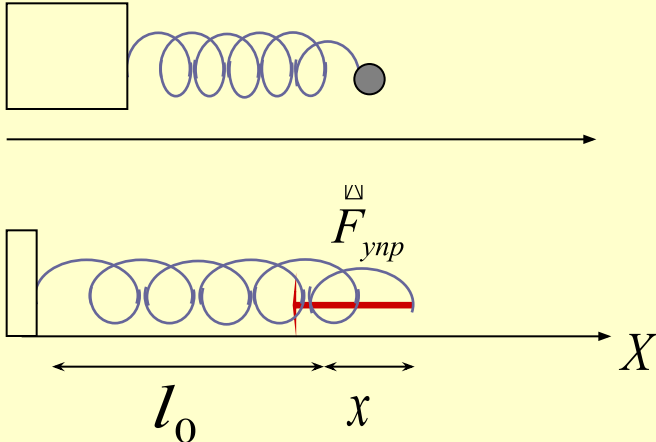
**Гармонические колебания** – колебания, при которых колеблющаяся величина изменяется со временем по закону синуса(косинуса)

$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0)$$

- где  $A$  - амплитуда колебаний,  
 $\omega$  – круговая частота,  
 $\varphi$  – начальная фаза колебаний в момент времени  $t = 0$
- $\omega t + \varphi_0$  - фаза колебаний в момент времени  $t$ .



# Свободные гармонические колебания. Пружинный маятник.



$$F_x = -kx$$

$$X : ma_x = -kx$$

$$m\ddot{x} = -kx$$

$$m\ddot{x} + kx = 0$$

$$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$

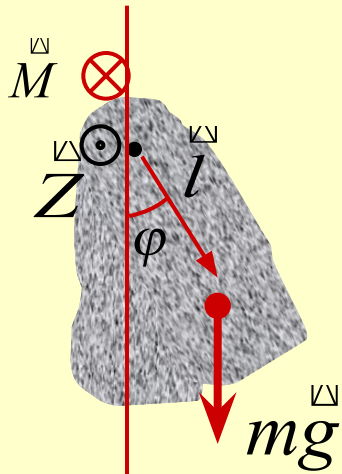
$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

# Свободные гармонические колебания.

## Физический маятник.



$$Z: I_z \varepsilon = M_z$$

$$M_z = -mgl \sin \varphi$$

$$\sin \varphi \approx \varphi$$

$$\varepsilon = \ddot{\varphi}$$

$$I_z \ddot{\varphi} = -mgl \varphi$$

$$\ddot{\varphi} + \frac{mgl}{I_z} \varphi = 0$$

$$\ddot{\varphi} + \omega_0^2 \varphi = 0$$

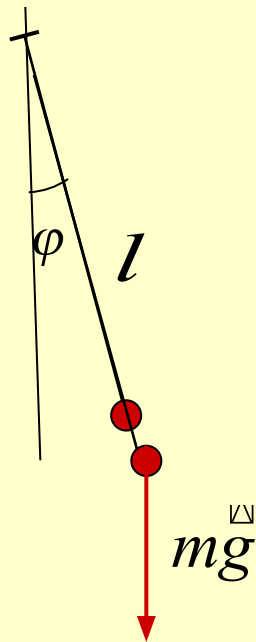
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{mgl}{I_z}}$$

$$\frac{I_z}{ml} = l_{\text{прив}}$$

# Свободные гармонические колебания. Математический маятник.

$$I_z = ml^2$$

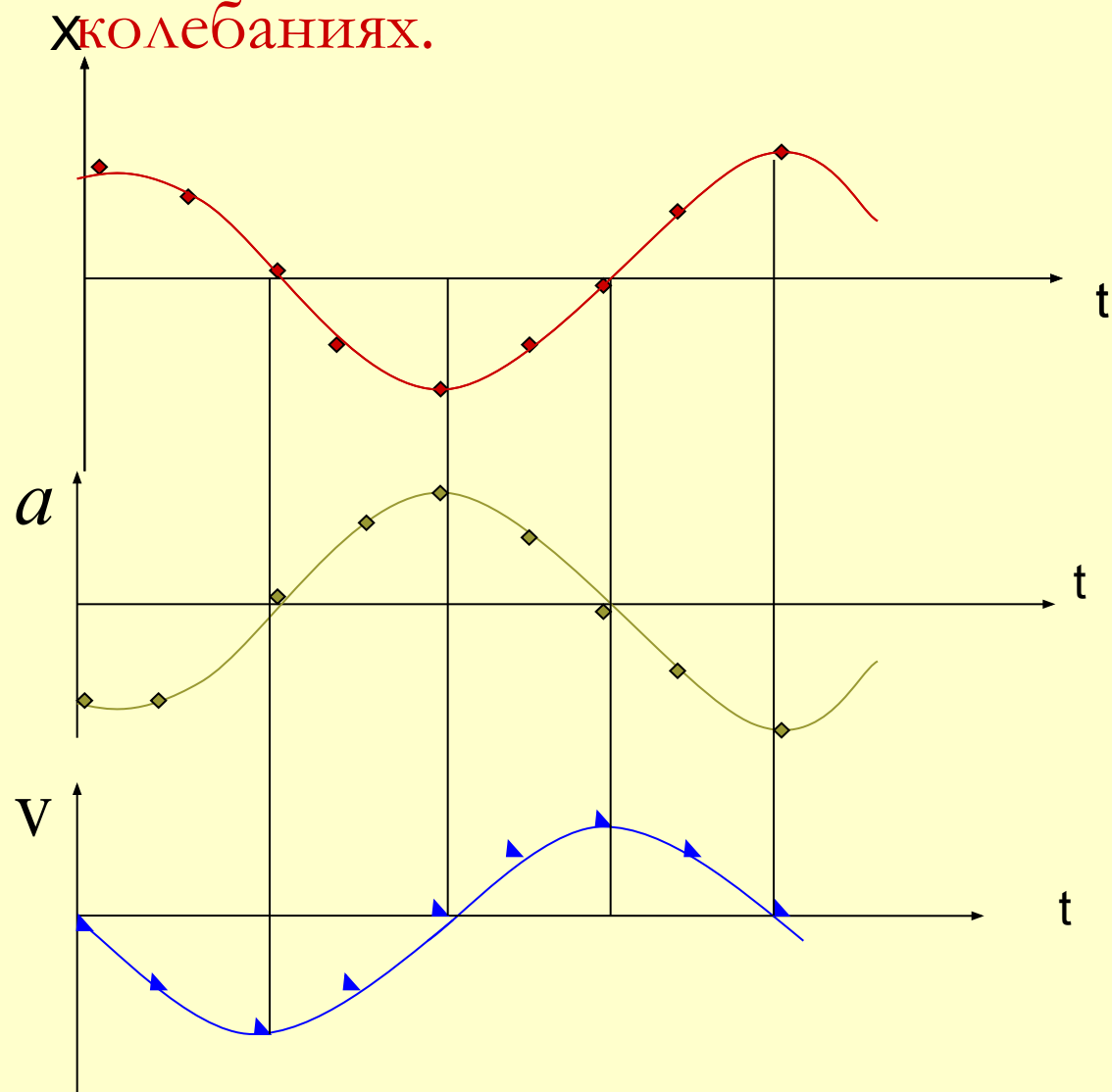
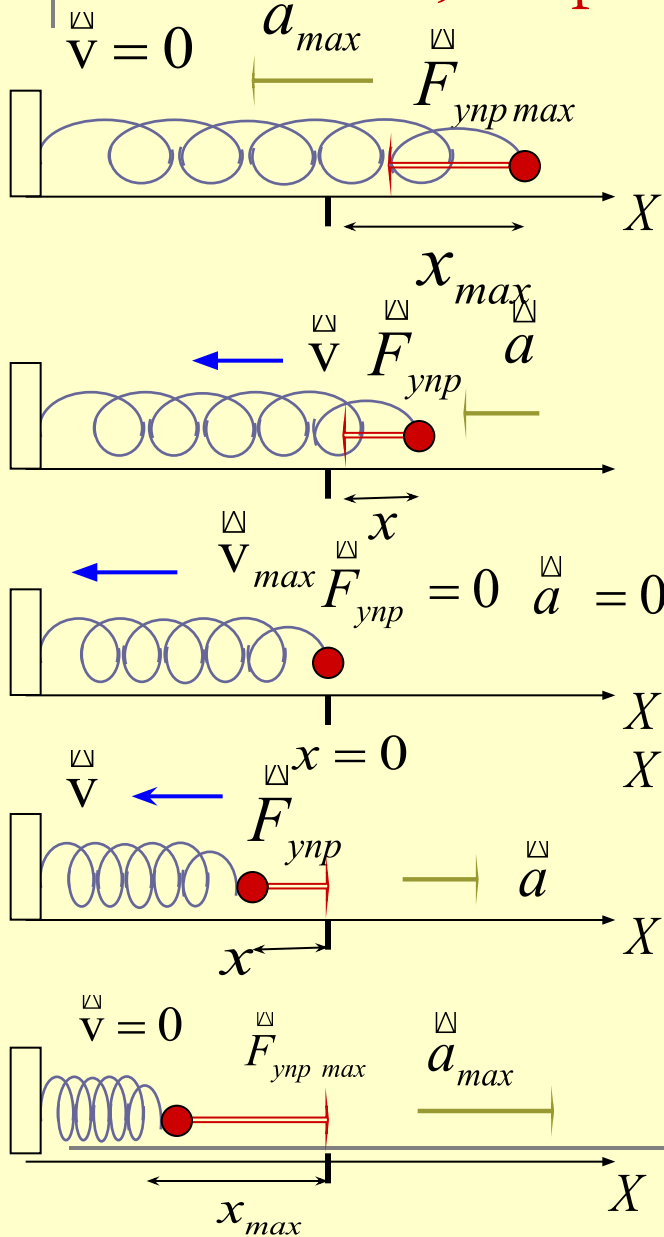
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{mgl}{I_z}} = \sqrt{\frac{mgl}{ml^2}} = \sqrt{\frac{g}{l}}$$



$$\ddot{\varphi} + \omega_0^2 \varphi = 0$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

# Смещение, скорость и ускорение при гармонических колебаниях.



# Решение дифференциального уравнения гармонических колебаний.

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

$$x(t) = \begin{cases} A \cos(\omega_0 t + \varphi) \\ A \sin(\omega_0 t + \varphi) \end{cases}$$

$$\ddot{x} = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$-A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi) + \omega_0^2 A \cos(\omega_0 t + \varphi) \equiv 0$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{I_z}{mgl}} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$



# Амплитуда и фаза гармонического колебания

## Скорость и ускорение при гармонических колебаниях.

$$x(t) = \begin{cases} A \cos(\omega_0 t + \varphi) \\ A \sin(\omega_0 t + \varphi) \end{cases}$$

$$V_x = \dot{x} \quad v_x(t) = \begin{cases} -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi) = A\omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi + \frac{\pi}{2}) \\ A\omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi) = A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi + \frac{\pi}{2}) \end{cases}$$

$$a_x = \ddot{x} \quad a_x(t) = \begin{cases} -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi) = A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi + \pi) \\ -A\omega_0^2 \sin(\omega_0 t + \varphi) = A\omega_0^2 \sin(\omega_0 t + \varphi + \pi) \end{cases}$$

$$v_x(t) = \omega_0 x(t + T/4)$$

$$a_x(t) = \omega_0^2 x(t + T/2)$$

$$V_{\max} = \omega_0 x_{\max}$$

$$a_{\max} = \omega_0 V_{\max} = \omega_0^2 x_{\max}$$